

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO AMAPÁ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
CAMPUS MACAPÁ

JEAN ALFREDO PASTANA COSTA
LEILANE DA SILVA SENA

**O ENSINO DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS POR MEIO DO TEODOLITO CA-
SEIRO**

MACAPÁ - AP
2024

JEAN ALFREDO PASTANA COSTA
LEILANE DA SILVA SENA

**O ENSINO DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS POR MEIO DO TEODOLITO CA-
SEIRO**

Trabalho Conclusão de Curso apresentado à banca examinadora do curso Licenciatura em matemática como requisito avaliativo para obtenção do título de Licenciado em Matemática. Orientadora: Prof.^a Ma. Elma Daniela Bezerra Lima.

MACAPÁ - AP
2024

Biblioteca Institucional - IFAP
Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

- C837e Costa, Jean Alfredo Pastana
O ensino das razões trigonométricas por meio do Teodolito caseiro /
Jean Alfredo Pastana Costa, Leilane da Silva Sena. - Macapá, 2024.
40 f.: il.
- Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) -- Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá, Campus Macapá, Curso de
Licenciatura em Matemática, 2024.
- Orientadora: Ma. Elma Daniela Bezerra Lima.
1. Razões trigonométricas . 2. Teodolito caseiro. I. Sena, Leilane da
Silva. I. Lima, Ma. Elma Daniela Bezerra, orient. II. Título.

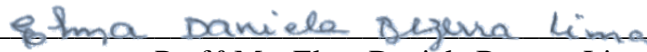
Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica do IFAP
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

JEAN ALFREDO PASTANA COSTA
LEILANE DA SILVA SENA

**O ENSINO DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS POR MEIO DO TEODOLITO CA-
SEIRO**

Trabalho Conclusão de Curso apresentado à
banca examinadora do curso Licenciatura em
matemática como requisito avaliativo para ob-
tenção do título de Licenciado em Matemática.
Orientadora: Prof.^a Ma. Elma Daniela Bezerra
Lima

BANCA EXAMINADORA



Prof.^a Ma. Elma Daniela Bezerra Lima
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá


Prof.º Dr. Carlos Alexandre Santana Oliveira (avaliador interno)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá



Prof.º Me. Marcel de Almeida Barbosa (avaliador interno)
Secretaria Municipal de Educação - Afuá

Apresentado em: 21/02/2024.

Conceito/Nota: 95,0

AGRADECIMENTOS

Agradecemos primeiramente a Deus, por nos conceder coragem, fé e disposição para realizar este trabalho.

Expressamos nossa profunda gratidão aos nossos pais e familiares, pelo amor, incentivo e apoio incondicional ao longo de nossas vidas, especialmente durante esta jornada acadêmica.

Agradecemos à nossa orientadora, Prof.^a Ma. Elma Daniela Bezerra Lima, pela orientação dedicada, apoio constante e valiosas contribuições ao longo deste trabalho. Sua orientação foi fundamental para o desenvolvimento deste estudo e para nosso crescimento acadêmico.

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá – IFAP, agradecemos por abrir as portas e nos acolher. Agradecemos à coordenação do curso de Matemática e aos professores pelo apoio e ensinamentos ao longo do curso.

Agradecemos especialmente aos professores Helington Franzotti e Cristina Coutinho, cujos ensinamentos foram fundamentais para nossa formação acadêmica e para a realização deste trabalho.

Aos nossos amigos e colegas de curso, expressamos nossa gratidão pela troca de experiências, apoio emocional e companheirismo ao longo desta jornada.

Por fim, expressamos nossa gratidão a todas as pessoas que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

Nós agradecemos!

RESUMO

Esta pesquisa pretendeu apresentar alguns conceitos e aplicações das razões trigonométricas no teodolito caseiro, instrumento utilizado para medir ângulos em aplicações topográficas e geodésicas. A pesquisa foi conduzida no campus Macapá do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá, com a aplicação do projeto na turma do 2º ano do ensino médio, matriculada no curso técnico integrado em Edificações. A metodologia envolveu a explanação das definições do seno, cosseno e tangente, expressas em termos das medidas dos lados de um triângulo retângulo e seus ângulos internos. Além disso, foram apresentadas diversas aplicações práticas das razões trigonométricas, como o cálculo de inclinação de terrenos, medição de distâncias entre pontos e determinação de azimutes. Foi enfatizada a importância do entendimento dessas razões e de suas aplicações para o uso correto do teodolito caseiro, no intuito da obtenção de resultados precisos em medições e cálculos topográficos. O objetivo principal foi verificar se o conhecimento dos conceitos fundamentais das razões trigonométricas é valioso para o desenvolvimento da fundamentação teórica sobre o tema e sua aplicação prática em diversas áreas. O uso das razões trigonométricas foi imprescindível em cálculos topográficos, proporcionando precisão ao determinar ângulos em diversas aplicações. Essas razões simplificam a análise trigonométrica, estabelecendo uma base sólida para resultados confiáveis em áreas como engenharia civil, destacando sua indispensabilidade na prática trigonométrica.

Palavras-chave: razões trigonométricas; teodolito caseiro; aplicações topográficas.

ABSTRACT

This research aimed to present some concepts and applications of trigonometric ratios in the homemade theodolite, an instrument used to measure angles in topographic and geodetic applications. The research was conducted at the Macapá campus of the Federal Institute of Education, Science, and Technology of Amapá, with the implementation of the project in the 2nd year class of high school, enrolled in the integrated technical course in Building Construction. The methodology involved explaining the definitions of sine, cosine, and tangent, expressed in terms of the measures of the sides of a right triangle and its internal angles. In addition, various practical applications of trigonometric ratios were presented, such as calculating terrain slope, measuring distances between points, and determining azimuths. The importance of understanding these ratios and their applications for the correct use of the homemade theodolite was emphasized, aiming at obtaining precise results in topographic measurements and calculations. The main objective was to verify if knowledge of the fundamental concepts of trigonometric ratios is valuable for the theoretical foundation on the subject and its practical application in various areas. The use of trigonometric ratios was indispensable in topographic calculations, providing precision in determining angles in various applications. These ratios simplify trigonometric analysis, establishing a solid foundation for reliable results in areas such as civil engineering, highlighting their indispensability in trigonometric practice.

Keywords: trigonometric ratios; homemade theodolite; topographic applications.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Frontispício de Pantometria.....	16
Figura 2 - Teodolito primitivo de Leonard Digges.....	17
Figura 3 - Teodolito usado na fundação de Brasília.....	17
Figura 4 - Teodolito caseiro construído pelos pesquisadores.....	21
Figura 5 - a) haste de balão, b) papelão, c) cola quente e pistola de cola quente,d) tampa de garrafa pet, e) transferidor e f) estilete.....	23
Figura 6 - teodolito caseiro elaborado pelos acadêmicos com suas medidas e identificação dos materiais usados.	25
Figura 7 – a), b), c), Momento de revisão pelos acadêmicos Jean e Leilane.	26
Figura 8 - a) e b), ilustração dos exercícios, c) e e), alunos resolvendo o exercício proposto pelos acadêmicos.	26
Figura 9 - a) e b) alunos usando o teodolito caseiro, c) e d) alunos calculando as medidas tiradas através do teodolito caseiro no quadro.....	27
Figura 10 – Formulário no google forms com perguntas para coletar feedback dos alunos.....	28
Figura 11 – Gráfico de feedback	29

LISTA DE SIGLAS

IFAP	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá
HM	História da Matemática

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	10
2	OBJETIVOS.....	12
2.1	Geral.....	12
2.2	Específicos.....	12
3	PROBLEMA DA PESQUISA.....	13
4	HIPÓTESES.....	14
5	JUSTIFICATIVA.....	15
6	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	16
6.1	Trazendo a história da matemática para a sala de aula: o papel do teodolito na conexão entre passado e presente.....	16
6.2	Conceito das razões trigonométricas.....	18
6.3	Artifícios relevantes no aprendizado introdutório da trigonometria: apresentando o teodolito, abordagem histórica.....	18
6.4	O uso do teodolito como material de apoio ao ensino de trigonometria.....	19
6.5	Construção de um teodolito caseiro para ensino da trigonometria.....	20
7	METODOLOGIA DA PESQUISA.....	22
7.1	Construção do teodolito caseiro.....	22
7.2	Aplicação da oficina.....	24
7.3	Aplicação da oficina.....	25
7.4	Potencialidade e fragilidade da metodologia utilizada no ensino das razões trigonométricas.....	30
7.4.1	Potencialidade da metodologia:.....	30
7.4.2	Fragilidade da metodologia.....	30
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	32
	REFERÊNCIAS.....	34
	APÊNDICES.....	37

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho abordou o tema das razões trigonométricas e suas aplicações no contexto do teodolito caseiro. Explorados os conceitos matemáticos relacionados a essas razões e sua utilização prática na área topográfica e geodésia, por meio do uso de materiais recicláveis e de fácil manipulação e baixo custo financeiro na construção do projeto. Proporcionando uma aula diferenciada, dinâmica e contextualizada, possibilitando a compreensão de conceitos matemáticos.

Durante a pesquisa, foram estudadas as definições e propriedades do seno, cosseno e tangente, bem como sua relação com os ângulos e lados de um triângulo. Além disso, foram investigadas as diversas aplicações das razões trigonométricas, como o cálculo de distância entre pontos e determinação de azimutes.

A relevância desse estudo para o contexto educacional é evidente para o aprendizado, o ensino ou para ambos os processos. A compreensão das razões trigonométricas e suas aplicações é fundamental para o ensino de matemática, principalmente nas áreas de topografia e geodésias. Ao utilizar o teodolito caseiro como recurso didático, é possível proporcionar aos estudantes uma abordagem prática e contextualizada, tornando a aprendizagem mais significativa e estimulante. Além disso, o conhecimento desses conceitos é essencial para a realização de medições e cálculos topográficos preciosos, contribuindo para a formação profissional dos alunos.

A pergunta de pesquisa que guiou este trabalho foi: Qual é a importância do conhecimento das razões trigonométricas e suas aplicações no teodolito caseiro para o desenvolvimento da fundamentação teórica e prática em diversas áreas, especialmente no contexto educacional?.

Os objetivos deste estudo verificar a relevância do uso das razões trigonométricas no cálculo de ângulos e na realização de medições e cálculos topográficos precisos, apresentar as definições e propriedades das razões trigonométricas, explorar as aplicações práticas dessas razões no contexto topográfico e analisar a importância do uso do teodolito caseiro como recurso didático no ensino de matemática.

A metodologia adotada para conduzir esta pesquisa envolve a explanação dos conceitos das razões trigonométricas, utilizando o teodolito caseiro como recurso didático. Serão realizadas atividades práticas, com a confecção do teodolito caseiro e a aplicação dos conceitos estudados na resolução de problemas topográficos. A pesquisa realizada no campus Macapá do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá, com a participação da Turma do 2º ano do ensino médio matriculada no curso técnico integrado em Edificações.

Ao explorarmos o teodolito, descobrimos sua rica história no ensino de matemática. Desde os tempos remotos, os egípcios já utilizavam uma versão inicial do teodolito chamada "groma", para auxiliar na construção de pirâmides. Além disso, registros indicam que os romanos utilizavam ferramentas como a "dioptra", placas circulares com ângulos marcados, para fins semelhantes. Foi em 1571 que Leonard Digges desenvolveu um dispositivo que se assemelhava a um teodolito primitivo e o denominou "theodolitus. Com o passar dos anos, o telescópio foi adicionado ao topo do dispositivo por volta do século XVIII. Em 1773, Jesse Ramsden, inventou um motor de divisão mecânico, permitindo maior precisão e produção de teodolitos, (Nunes, 2018).

Embora tenham sofrido poucas alterações ao longo dos séculos, os teodolitos só passaram a adotar medidas eletrônicas a distância por volta de 1950, (Nunes, 2018). Esse instrumento é amplamente utilizado em redes de triangulação e assemelha-se a um pequeno telescópio, sendo empregado em locais de construção e pontos de rodovia. Os teodolitos utilizam os princípios antigos da trigonometria para medir ângulos e auxiliam os topógrafos na determinação de locais precisos.

Com base nessas informações, propõe-se uma abordagem prática para compreender e estudar as medidas em relação as leis da trigonometria, utilizando o teodolito. A abordagem lúdica, que utiliza de materiais manipuláveis, possibilita que os estudantes tenham uma aprendizagem significativa. Ao conhecer, imaginar e instigar uma parte desse processo, centrado na compreensão prática do teorema de Pitágoras, espera-se que os alunos reflitam sobre o tema e percebam a matemática como uma ciência de fácil compreensão.

Os resultados desta pesquisa evidenciaram a importância do conhecimento das razões trigonométricas e suas aplicações no teodolito caseiro para o desenvolvimento da fundamentação teórica e prática em diversas áreas. Além disso, que os resultados demonstrem a relevância do uso do teodolito caseiro como recurso didático no ensino de matemática, proporcionando uma aprendizagem mais significativa e estimulantes.

2 OBJETIVOS

2.1 Geral

Fazer com que os alunos compreendam os conhecimentos das razões trigonométricas para medição de distâncias inacessíveis por meio do teodolito caseiro.

2.2 Específico

- Construir o teodolito caseiro para apresentar aos alunos uma abordagem multidisciplinar, evidenciando como a matemática, engenharia e a arquitetura dialogam;
- Resolver problemas matemáticos e aplicar as razões trigonométricas utilizando o teodolito caseiro;
- Explicar como as razões trigonométricas e o teodolito caseiro dialogam, na teoria e na prática.

3 PROBLEMA DA PESQUISA

A pesquisadora Sadovsky (2007, p. 15) relata que o baixo desempenho dos alunos em matemática é uma realidade em muitos países, não só no Brasil. Hoje o ensino de Matemática se resume em regras mecânicas oferecida pela escola, que ninguém sabe onde utilizar. Com isso, o problema desta pesquisa centrou-se em: como é possível fazer medições de distâncias inacessíveis por meio do teodolito caseiro? É normal o professor de matemática ser questionado pelos alunos sobre os assuntos estudados em sala, principalmente em como aplicar certos conteúdos em seu dia a dia ou seu contexto sociocultural.

A motivação dos alunos para estudar matemática é um desafio constante. O artigo de Alves e Silveira (2016) aborda o tema e destaca estratégias para manter os alunos engajados. A percepção da matemática como difícil e abstrata é uma razão comum para a falta de motivação. Os professores podem tornar a disciplina mais acessível e relevante, usando exemplos práticos e aplicados. É crucial criar um ambiente de aprendizagem positivo, valorizando o esforço e o progresso dos colegas. A incorporação de atividades lúdicas e interativas, como jogos e desafios matemáticos, desperta o interesse e torna o aprendizado mais divertido. Ao promover a motivação dos alunos, os professores podem superar as barreiras e proporcionar uma experiência de aprendizado gratificante.

4 HIPÓTESES

1 - A utilização de atividades práticas e contextualizadas no ensino de trigonometria pode aumentar o interesse e o entendimento dos alunos, permitindo que eles visualizem e compreendam de forma mais concreta e significativa as aplicações dos conteúdos matemáticos em suas vidas.

2 - A construção e utilização de um teodolito caseiro pelos alunos, com a orientação do professor, pode auxiliar no processo de aprendizagem de trigonometria, permitindo que eles visualizem na prática as razões trigonométricas e as aplicações em situações cotidianas, tornando o conteúdo mais significativo e acessível para os estudantes.

3 - A utilização de exemplos práticos e situações do cotidiano que envolvam as razões trigonométricas pode auxiliar no processo de aprendizagem, tornando o conteúdo mais próximo da realidade dos alunos e, conseqüentemente, mais interessante e fácil de ser compreendido. Esses exemplos podem ser encontrados em diversas áreas, como arquitetura, engenharia, entre outras, permitindo que os estudantes percebam a importância das razões trigonométricas na resolução de problemas do dia a dia.

5 JUSTIFICATIVA

Com intuito de pensar em formas de como ensinar conteúdos matemáticos, principalmente os conceitos relacionados às razões trigonométricas, devemos pensar sobre as justificativas do ensino da matemática, de forma mais abrangente, e de trigonometria de maneira mais limitada, evidenciando as razões trigonométricas. Neste assunto vamos procurar o estudo das razões trigonométricas pela sua relevância na resolução de diversos tipos de problemas. Como problemas de cálculo de distâncias inacessíveis são interessantes a aplicação da trigonometria, como por exemplo, calcular a altura de um prédio? largura de um rio? Tendo em conta as referências necessárias para que se possa fazer esses cálculos em diferentes condições usando transferidor e régua ou com uso da calculadora ou até mesmo através de materiais elaborados pelos acadêmicos, como o teodolito caseiro.

6 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

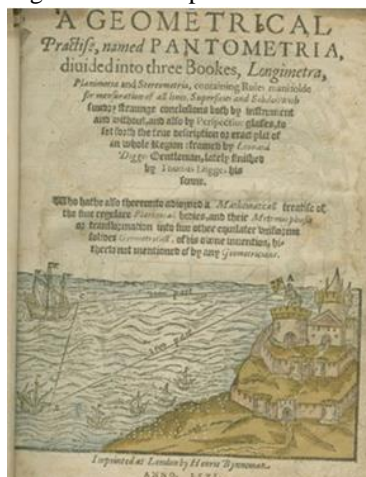
6.1 Trazendo a história da matemática para sala de aula: o papel do teodolito na conexão entre passado e presente

O teodolito é um instrumento matemático com uma longa história de desenvolvimento e modernização, sendo utilizado em diversas áreas do conhecimento ao longo dos anos. No entanto, seu uso não é comum nas aulas de Matemática do nono ano do Ensino Fundamental. Isso pode ser atribuído à falta de consideração também dos professores de Matemática pela História da Matemática (HM) como ferramenta de apoio no incentivo à construção do conhecimento matemático, promovendo a conexão entre abstração e realidade. A utilização da HM pode tornar as aulas mais atrativas, estimulando os alunos a conjecturarem.

No entanto, a HM não deve ser vista apenas como uma narrativa de histórias. Conforme Saito (2015), ela não é estática, mas sim reinterpretada e reescrita ao longo do tempo, sendo um recurso valioso para ser utilizado em sala de aula. Portanto, é importante que os professores de Matemática do Ensino Básico estejam familiarizados com a HM e a utilizem ao ensinar conteúdos como ângulos ou relações no triângulo retângulo por meio do teodolito.

O teodolito foi referenciado pela primeira vez com o nome de "theodolitus" em um livro raro intitulado " *A Geometrical Practical Named Pantometria* ", também conhecido como Pantometria, escrito por Leonard Cavalheiro Digges e publicado na Inglaterra na primeira metade do século XVI por seu filho Thomas Digges. A Figura 1 apresenta a imagem de Frontispício de Pantometria.

Figura 1- Frontispício de Pantometria.

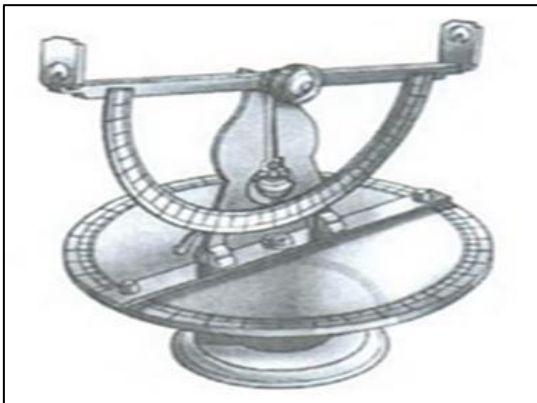


Fonte: Digges – 1571. Disponível no site:

<http://quod.lib.umich.edu/e/ebo/A20458.0001.001?rgn=main:view=fulltext>. Acesso em: 15 jan 2018

Naquela época, o teodolito era um instrumento amplamente utilizado por navegadores e topógrafos ingleses para medir ângulos horizontais e verticais tanto do céu quanto da topografia. Essas medições eram realizadas em graus graduados ao redor do perímetro do instrumento. Para garantir precisão e estabilidade durante as medições, os profissionais costumavam posicionar o teodolito em cima de uma mesa ou outro objeto plano, sempre apontando para o norte. A Figura 2 ilustra o Teodolito primitivo de Leonard Digges.

Figura 2 - Teodolito primitivo de Leonard Digges.



Fonte: Santos (2015, p. 62).

Conforme Ferreira (2000, p. 668), o teodolito é definido como um "instrumento óptico para medir com precisão ângulos horizontais e verticais". Além disso, atualmente, o teodolito desempenha um papel fundamental na medição de terras e distâncias, incluindo aquelas de extensão pequena e incalculável. Um exemplo marcante disso é o uso do teodolito nas medições realizadas durante a construção de Brasília conforme ilustrado na Figura 3, destacando sua importância como instrumento matemático na Engenharia.

Figura 3 - Teodolito usado na fundação de Brasília.



Fonte: <https://upload.wikimedia.org>.

A partir do momento em que o teodolito passou a medir uma variedade de distâncias, incluindo desde a posição de um observador até o topo de uma árvore frondosa e imponente, por exemplo, tornou-se evidente o uso da Trigonometria. Esse instrumento pode ser introduzido pelo professor em sala de aula com o objetivo de guiar os alunos a compreender o processo de construção do conhecimento matemático. Assim, torna-se visível a conexão entre as formas existentes na sociedade e o conteúdo de "relação no triângulo retângulo", evidenciando a intrínseca relação entre o teodolito e o ensino da Matemática.

6.2 Conceito das razões trigonométricas

No âmbito das razões trigonométricas, o seno é definido como a razão entre o comprimento do cateto oposto a um ângulo e a hipotenusa do triângulo, enquanto o cosseno é definido como a razão entre o comprimento do cateto adjacente a um ângulo e a hipotenusa do triângulo. Já a tangente é definida como a razão entre o comprimento do cateto oposto a um ângulo e o comprimento do cateto adjacente a esse ângulo (Iezzi & Murakami, 2019).

As razões trigonométricas são ferramentas matemáticas essenciais para cálculos em diversas áreas, como a geometria, física, engenharia e topografia. A aplicação dessas razões trigonométricas é bastante comum em teodolitos, que são instrumentos utilizados para medir ângulos em aplicações topográficas e geodésicas. Neste texto, serão apresentados alguns conceitos e aplicações das razões trigonométricas no teodolito caseiro. As razões trigonométricas estão baseadas em relações entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo e seus ângulos internos. Essas razões são expressas em termos de três funções: seno, cosseno e tangente.

6.3 Artíficos relevantes no aprendizado introdutório da trigonometria: apresentando o teodolito, abordagem histórica.

A utilização do teodolito como recurso histórico na instrução da Trigonometria tem despertado interesse de pesquisadores e educadores. Andrade, Oliveira e Pereira (2018) exploraram essa abordagem e ressaltaram sua relevância para promover uma compreensão mais concreta e contextualizada dos conceitos trigonométricos. Segundo o autor, o teodolito, instrumento utilizado para verificar ângulos horizontais e verticais, possui uma rica história de uso em áreas como engenharia, topografia e geodesia. Essa abordagem permite que os alunos estabeleçam conexões entre a Trigonometria e sua aplicação no mundo real. Ao manipular o teodolito e

compreender seu funcionamento, os estudantes podem visualizar como o instrumento foi utilizado no passado para determinar ângulos e realizar cálculos trigonométricos.

Como reforçado por Bortoli (2012, p.15) o qual destaca que “[...] muitos estudantes têm dificuldades em aprender os conceitos de Trigonometria, revertendo os resultados negativos gerados pela simples memorização de fórmulas”. A possibilidade de interagir com o teodolito e explorar sua história contribui para uma aprendizagem mais significativa. Ao vivenciar uma experiência tangível, os estudantes desenvolvem uma compreensão mais aprofundada dos conceitos estudados. Essa abordagem proporciona aos estudantes a oportunidade de conectar os conceitos teóricos com sua aplicação prática, resultando em uma aprendizagem mais sólida e significativa da Trigonometria.

6.4 O uso do teodolito como material de apoio ao ensino de trigonometria

O uso do teodolito como material de apoio ao ensino de Trigonometria tem despertado interesse entre pesquisadores e educadores. Carvalho e Ogliari (2016) investigaram essa abordagem e destacaram sua relevância para promover uma aprendizagem mais significativa e contextualizada dos conceitos trigonométricos. Segundo os autores, o teodolito, um instrumento utilizado para calcular ângulos horizontais e verticais, pode ser um recurso valioso nas aulas de Trigonometria.

De acordo com Carvalho e Ogliari (2016), a introdução do teodolito como material de apoio permite que os estudantes explorem conceitos trigonométricos de forma habitual e visual. Através da manipulação do instrumento e da realização de medições angulares, os alunos têm a oportunidade de vivenciar a aplicação dos conceitos teóricos no contexto real. Essa abordagem proporciona uma compreensão mais aprofundada dos princípios trigonométricos e sua relação com as medidas angulares.

Carvalho e Ogliari (2016) também enfatizam que o uso do teodolito como recurso de ensino promove a interação e o engajamento dos estudantes. Ao envolver os alunos em atividades práticas e desafiadoras, o teodolito desperta o interesse e estimula a participação ativa na aprendizagem. Além disso, a visualização das medidas angulares através do teodolito facilita a compreensão dos conceitos trigonométricos, contribuindo para o desenvolvimento de habilidades analíticas e espaciais dos estudantes.

Portanto, o uso do teodolito como material de apoio ao ensino de Trigonometria apresenta-se como uma estratégia pedagógica enriquecedora. Segundo Carvalho e Ogliari (2016), essa abordagem permite que os alunos transcendam a abstração dos conceitos matemáticos,

relacionando-os com a prática e tornando o aprendizado mais concreto e significativo. O teodolito, ao possibilitar a visualização e a manipulação das medidas angulares, proporciona aos estudantes uma experiência mais envolvente e concretiza a aplicação da Trigonometria no cotidiano.

6.5 Construção de um teodolito caseiro para ensino da trigonometria

Oliveira *et al.* (2023) realizaram um estudo intitulado "Confeção de um teodolito caseiro para ensino da Trigonometria". Neste trabalho, os autores propõem a utilização de um teodolito caseiro como recurso didático para auxiliar no ensino da Trigonometria. A partir da construção do teodolito caseiro, os alunos podem explorar as razões trigonométricas de forma prática e visual, o que contribui para uma compreensão mais significativa do tema.

Segundo os autores, a confecção do teodolito caseiro envolve a utilização de materiais de baixo custo e de fácil acesso, permitindo que seja reproduzido em sala de aula de forma simples. O teodolito caseiro consiste em uma estrutura que permite a medição de ângulos horizontais e verticais, possibilitando a aplicação das razões trigonométricas em diferentes contextos.

A utilização do teodolito caseiro no ensino da Trigonometria proporciona uma abordagem mais prática e concreta, aproximando os estudantes dos conceitos teóricos e incentivando o pensamento crítico e a resolução de problemas. Além disso, a manipulação do instrumento permite que os alunos visualizem as relações entre os ângulos e as medidas, facilitando a compreensão dos conceitos trigonométricos.

Portanto, o estudo de Oliveira *et al.* (2023) destaca a importância da utilização do teodolito caseiro como recurso didático no ensino da Trigonometria, promovendo uma aprendizagem mais significativa e estimulando o interesse dos alunos pela disciplina.

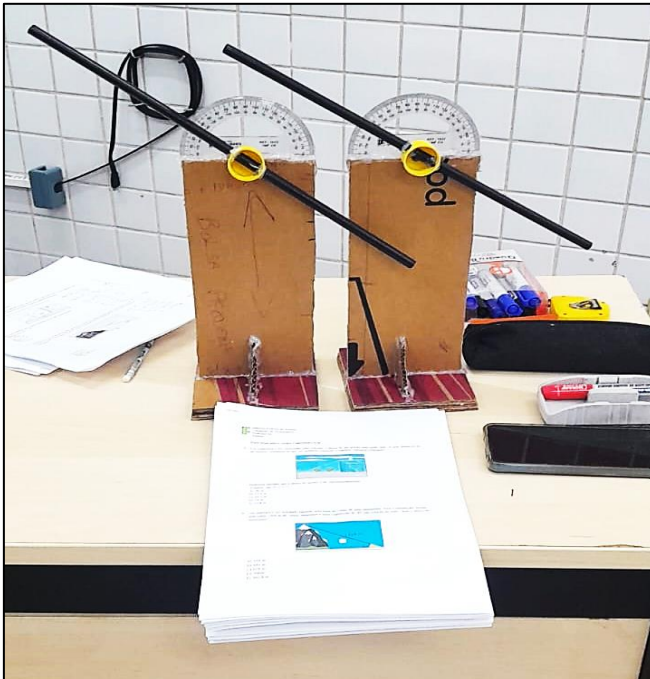
A utilização de materiais concretos no ensino de Matemática tem se mostrado uma estratégia eficaz para promover uma aprendizagem mais significativa e engajadora. Santos (2015) realizou um estudo intitulado "Utilização de material concreto no ensino de matemática: Uma experiência com o teodolito caseiro no ensino de trigonometria", no qual explorou a aplicação do teodolito caseiro como recurso didático no ensino da Trigonometria. Segundo Santos (2015), o teodolito caseiro é um instrumento acessível e de baixo custo, que permite aos alunos explorarem de forma prática e visual as razões trigonométricas. Por meio da manipulação do teodolito caseiro, os estudantes podem compreender os conceitos trigonométricos de forma mais concreta, estabelecendo uma conexão direta entre os ângulos e as medidas envolvidas.

A experiência realizada por Santos (2015) demonstrou que o uso do teodolito caseiro no ensino de trigonometria proporcionou aos alunos uma compreensão mais profunda dos conceitos e aplicações das razões trigonométricas. Por meio de atividades práticas e desafiadoras, os estudantes puderam desenvolver habilidades de resolução de problemas e visualizar as relações entre ângulos, medidas e aplicações práticas.

Portanto, o estudo de Santos (2015) destaca a importância da utilização do teodolito caseiro como uma ferramenta eficaz no ensino da Trigonometria, contribuindo para uma aprendizagem significativa, didática, dinâmica e estimulante para os alunos.

A Figura 4 apresenta o teodolito caseiro construído pelos pesquisadores.

Figura 4 - teodolito caseiro construído pelos pesquisadores.



Fonte: Acervo fotográfico dos autores, 2024.

7 METODOLOGIA DA PESQUISA

Este projeto de pesquisa fundamentou-se na pesquisa bibliográfica, que foi realizada na elaboração destes pressupostos teóricos. De acordo com Gil (2002), a pesquisa bibliográfica consiste na leitura, análise e interpretação de diferentes materiais impressos, tais como livros, documentos mimeografados ou fotocopiados, periódicos, imagens, manuscritos, mapas e outros.

Para a elaboração dos procedimentos metodológicos, será utilizado os conceitos da pesquisa de campo, que conforme Antônio Carlos Gil (2002), as pesquisas de campo também possuem considerável grau de flexibilidade metodológica, não necessitando de padrões rígidos para sua elaboração.

O projeto foi desenvolvido no Instituto Federal do Amapá (IFAP), campus Macapá, para a turma de Edificações do 2º ano do ensino médio. Para a proposta metodológica da pesquisa, esta será dividida em etapas.

Na primeira etapa, foram construídos dois teodolitos caseiros utilizando materiais de fácil acesso, como: canos de PVC, papelão, bastão de cola quente, pistola de cola quente, transferidor e tampa de garrafa pet. Neste momento, diferentes configurações e materiais foram testados para verificar sua eficácia na medição de ângulos.

Na segunda etapa, o objetivo era medir ângulos em um ambiente controlado, como por exemplo, uma sala de aula, utilizando para isso os teodolitos caseiros construídos.

Na terceira etapa, decorreu a análise dos resultados obtidos na segunda etapa. Neste momento, foram discutidas as limitações e possibilidades do uso de teodolitos caseiros. Além disso, realizou-se a verificação da precisão do teodolito caseiro utilizando uma trena para comparar as medidas obtidas pelos alunos com os cálculos realizados, a fim de avaliar sua acurácia.

7.1 Construção do teodolito caseiro

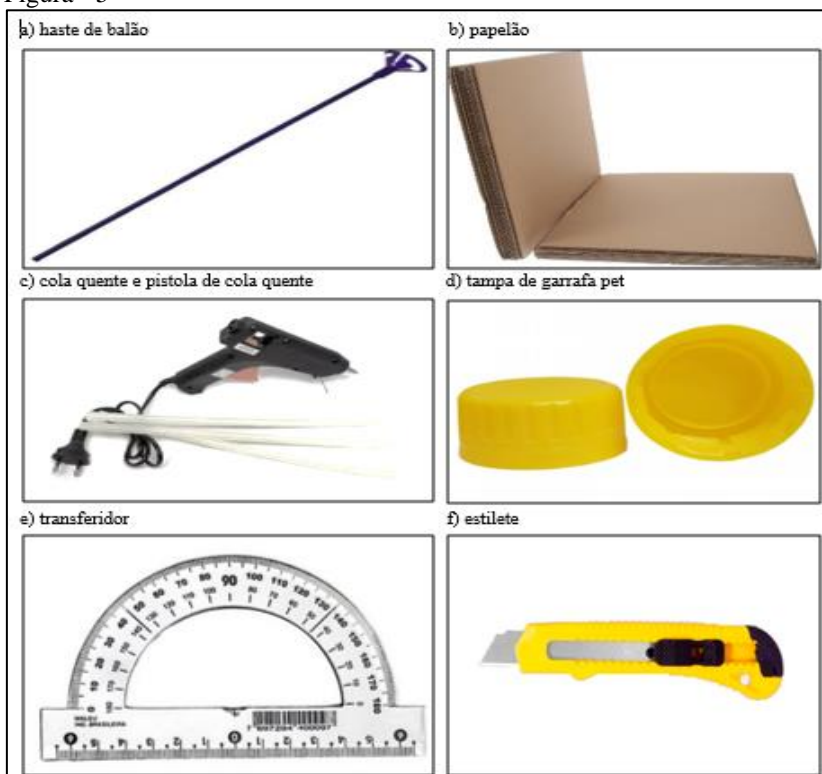
Para construir o teodolito caseiro, utilizamos os seguintes materiais e seus respectivos valores:

- Haste vareta de balão: Adquirimos 2 unidades a R\$ 1,00 cada, totalizando um gasto de R\$ 2,00.
- Papelão: Utilizamos 3 folhas de papelão, cada uma custando R\$ 2,50, totalizando um gasto de R\$ 7,50.

- Transferidores: Adquirimos 2 unidades a R\$ 1,00 cada, totalizando um gasto de R\$ 2,00.
- Cola Quente: Utilizamos 3 bastões de cola quente, cada um custando R\$ 3,00, totalizando um gasto de R\$ 9,00.
- Pistola de Cola Quente: Adquirimos 1 unidades a R\$ 15,00, totalizando um gasto de R\$ 15,00.
- Tampa de garrafa pet, 2 unidades, material reciclável.
- Estilete: Utilizamos 1 unidades, custando R\$ 5,00, totalizando um gasto de R\$ 5,00.
- Total Gasto: R\$ 40,50.

Esses foram os valores gastos na construção do teodolito caseiro. Este projeto demonstra que é possível criar instrumentos funcionais com materiais acessíveis e de baixo custo. Na Figura 5, a) haste de balão, b) papelão, c) cola quente e pistola de cola quente, d) tampa de garrafa pet, e) transferidor e f) estilete, estão as imagens dos materiais utilizados na construção do teodolito caseiro.

Figura - 5



Fonte: Adaptado de Google Images (<https://mundofestas.vtexassets.com/arquivos/ids/512583-800-800?v=638019830957270000&width=800&height=800&aspect=true>)

7.2 Passo a passo: construção do teodolito caseiro

Passo 1: preparação do papelão

- Corte o papelão em pedaços de tamanhos específicos para cada parte do teodolito. Você precisará de uma base, uma estrutura vertical e duas peças para criar a luneta.

Passo 2: montagem da estrutura vertical

- Utilize a cola quente para fixar a estrutura vertical na base de papelão. Certifique-se de que esteja perpendicular à base para garantir a precisão do teodolito.

Passo 3: criação da luneta com haste vareta de balão

- Pegue a haste de balão com o diâmetro adequado para a luneta.
- Corte uma seção do cano com aproximadamente 10 cm de comprimento.
- Corte longitudinalmente uma parte do cano para criar uma abertura. Esta será a luneta.
- Fixe a luneta na extremidade superior da estrutura vertical usando cola quente.
- Fixe a luneta firmemente em uma tampa de garrafa PET utilizando cola quente, para melhorar a fixação.

Passo 4: adição dos transferidores

- Cole transferidores ao redor da base do teodolito para marcar as escalas de ângulo horizontal e vertical. Certifique-se de que estejam alinhados corretamente para garantir a precisão das medições.

Passo 5: teste e ajustes

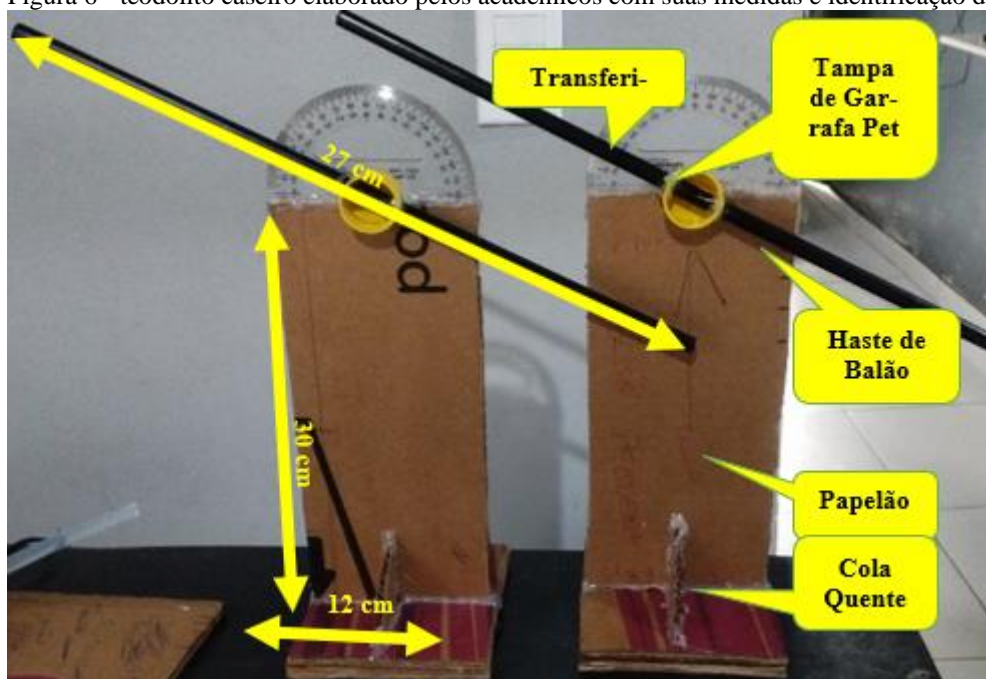
- Após a montagem, teste o teodolito em um ambiente adequado. Use os transferidores para realizar medições de ângulos horizontais e verticais e faça ajustes conforme necessário para garantir a precisão.

Passo 6: conclusão

- Uma vez testado e ajustado, o teodolito caseiro estará pronto para uso. Lembre-se de armazená-lo em um local seguro e protegido para garantir sua durabilidade.

Este passo a passo simples permitirá que você construa seu próprio teodolito caseiro utilizando materiais acessíveis e de baixo custo. A Figura 6, apresenta o teodolito caseiro construído pelos acadêmicos, identificando as medidas usadas e os materiais usados na sua fabricação.

Figura 6 - teodolito caseiro elaborado pelos acadêmicos com suas medidas e identificação dos materiais usados.



Fonte: Acervo fotográfico dos autores, 2024.

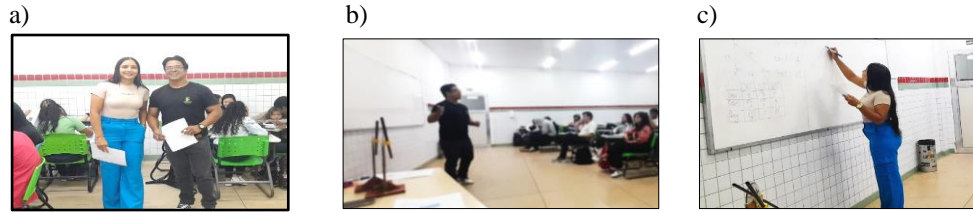
7.3 Aplicação da oficina

A aplicação da oficina do teodolito caseiro foi conduzida pelos pesquisadores, que colaboraram para proporcionar uma experiência educacional enriquecedora aos alunos do 2º ano do curso técnico em Edificações do IFAP. Antes do início da atividade prática, os pesquisadores realizaram uma revisão breve sobre razões trigonométricas, fornecendo aos alunos os fundamentos teóricos necessários para compreender o uso do teodolito caseiro, conforme mostrado na Figura 7, a) acadêmicos Jean e Leilane, b) acadêmico Jean revisando assunto proposto e c) acadêmica Leilane resolvendo atividade para melhor compreensão do assunto.

Figura 7 - a) acadêmicos Jean e Leilane

b) acadêmico Jean revisando assunto proposto

c) acadêmica Leilane resolvendo atividade para melhor compreensão do assunto



Fonte: Acervo fotográfico dos autores, 2024.

Além da revisão teórica, os acadêmicos propuseram um exercício prático ilustrado na Figura 8, a), b), c),d) no qual os alunos aplicaram os conceitos revisados. Nesse exercício, os alunos foram desafiados a resolver problemas envolvendo razões trigonométricas, aplicando fórmulas e conceitos aprendidos anteriormente em sala de aula. Esse exercício prévio permitiu que os alunos relembassem e praticassem os conceitos teóricos antes de iniciar a parte prática da oficina.

Figura 8 - a) e b) ilustração dos exercícios

c) e d) alunos resolvendo o exercício proposto pelos acadêmicos

a)

Instituto Federal do Amapá
Colegiado de Matemática
 Professor(a):
 Alunos:

Exercícios sobre razões trigonométricas

1) Um engenheiro foi contratado para calcular a altura de um prédio sem subir nele. A uma distância de 40 metros, constatou-se que era possível construir o seguinte triângulo retângulo:

Podemos afirmar que a altura do prédio é de, aproximadamente:
 (Dados: use $\sqrt{3} = 1,7$)

A) 20 m
 B) 21,5 m
 C) 22,7 m
 D) 23 m
 E) 23,8 m

2) Um teleférico foi instalado ligando uma base ao cume de uma montanha. Para a instalação, foram utilizados 1358 m de cabos, dispostos a uma angulação de 30° em relação ao solo. Qual a altura da montanha?

A) 579 m
 B) 345 m
 C) 679 m
 D) 700m
 E) 203,8 m

b)

3) (CBM-SC, soldado-2010) Para socorrer uma pessoa num apartamento durante um incêndio, os bombeiros utilizarão uma escada de 30m, que será colocada conforme a figura a seguir formando com o solo um ângulo de 60° . Qual a distância do apartamento ao chão? (use $\sqrt{3} = 1,74$)

A) 15 m.
 B) 26,1 m.
 C) 34,48 m.
 D) 51,9 m.

4) Durante uma partida de futebol, o jogador 1 faz um lançamento para o jogador 2 com um ângulo de 48° . Qual a distância que a bola deverá percorrer até chegar ao jogador 2?
 Considere: $\text{sen } 48^\circ = 0,74$; $\text{cos } 48^\circ = 0,66$; $\text{tan } 48^\circ = 1,11$

c)



d)



Fonte: Acervo fotográfico dos autores, 2024.

Após a revisão teórica, os facilitadores propuseram um exercício prático ilustrado nas Figura 9, no qual os alunos puderam aplicar os conceitos revisados e preparar-se para a parte prática da oficina. Em seguida, deu-se início ao uso do teodolito caseiro, uma atividade que envolveu os alunos em grupos, cada um com uma tarefa específica, enquanto um grupo utilizava o teodolito para calcular a altura da parede da sala de aula, outro grupo se dedicava a calcular a altura da lousa, quanto o outro grupo realizaram medições em alturas demarcadas pelos acadêmicos na parede da sala de aula, conforme orientado pelos facilitadores. Após terem tirado as medidas utilizando o teodolito caseiro, os alunos apresentaram os resultados de seus cálculos no quadro. Foi observado que, mesmo se tratando de um material feito de materiais recicláveis, os cálculos se mostraram bastante eficientes, com poucos erros de medida. Alguns cálculos foram tão precisos que puderam ser comprovados pelo uso de uma trena em sala de aula. Apresentação da Figura 9, a) e b) dos alunos usando o teodolito caseiro, c) e d) alunos calculando as medidas tiradas através do teodolito caseiro no quadro.

Figura 9 - a) e b) alunos usando o teodolito caseiro

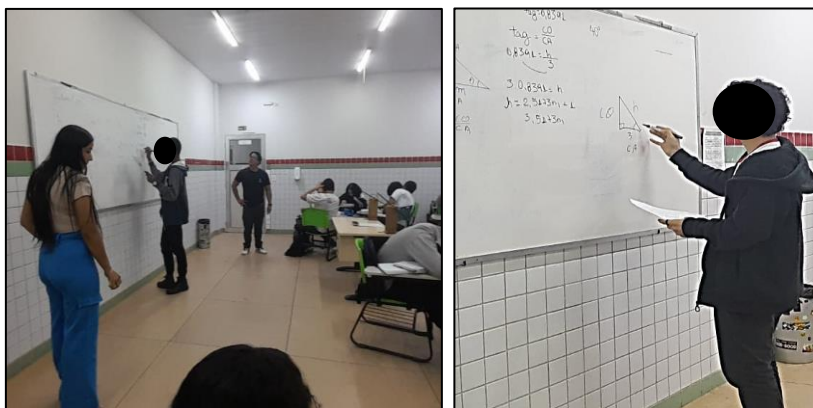
b) e d) alunos calculando as medidas tiradas através do teodolito caseiro no quadro

a)



b)





Fonte: Acervo fotográfico dos autores, 2024.

Essas atividades práticas permitiram que os alunos aplicassem os conhecimentos teóricos de forma concreta, promovendo uma compreensão mais profunda dos conceitos e suas aplicações.

Ao final da atividade, os facilitadores distribuíram um formulário online elaborado no Google Forms, como mostrado na Figura 10, para coletar feedback dos alunos sobre a oficina.

Figura 10 – Formulário no Google Forms com Perguntas para Coletar Feedback dos Alunos.

Trigonométricas com o Teodolito Caseiro. Dia 24/01/2024 *Indica uma pergunta obrigatória.		
1. 1- Em uma escala de 1 a 5, qual é o seu nível de satisfação com a metodologia utilizada para explicar razões trigonométricas através do teodolito caseiro? * <i>Marcar apenas uma oval.</i> <input type="radio"/> Muito insatisfeito <input type="radio"/> Insatisfeito <input type="radio"/> Neutro <input type="radio"/> Satisfeito <input type="radio"/> Muito satisfeito	2. 2- Você considera a metodologia utilizada para explicar razões trigonométricas através do teodolito caseiro? * <i>Marcar apenas uma oval.</i> <input type="radio"/> Simples de entender <input type="radio"/> Moderadamente fácil de entender <input type="radio"/> Neutra/Indiferente <input type="radio"/> Um pouco complexa <input type="radio"/> Muito complexa 3. 3- Em relação à clareza das explicações fornecidas durante a utilização do teodolito caseiro para aprender sobre razões trigonométricas? * <i>Marcar apenas uma oval.</i> <input type="radio"/> Muito claro <input type="radio"/> Claro <input type="radio"/> Neutro/Indiferente <input type="radio"/> Um pouco confuso <input type="radio"/> Muito confuso	4. 4- Considerando a sua experiência com a metodologia do teodolito caseiro para explicar razões trigonométricas, você sentiu que teve oportunidade suficientes para praticar e aplicar os conceitos aprendidos? * <i>Marcar apenas uma oval.</i> <input type="radio"/> Sim, definitivamente <input type="radio"/> Sim, em certa medida <input type="radio"/> Neutro/Indiferente <input type="radio"/> Não o suficiente <input type="radio"/> Não, de forma alguma 5. 5- Você acredita que a metodologia utilizada com o teodolito para explicar razões trigonométricas foi eficaz na sua aprendizagem? * <i>Marcar apenas uma oval.</i> <input type="radio"/> Sim, totalmente eficaz <input type="radio"/> Sim, em certa medida <input type="radio"/> Neutro/Indiferente <input type="radio"/> Não tão eficaz <input type="radio"/> Não eficaz de forma alguma

Fonte: Acervo fotográfico dos autores, 2024.

Os alunos demonstraram grande satisfação com a metodologia empregada, destacando a relevância das atividades práticas para a compreensão dos conteúdos abordados. Este *feedback* positivo reforça a eficácia da abordagem pedagógica adotada pelos facilitadores, que se empenharam em proporcionar uma experiência de aprendizado significativa e memorável para os alunos. A Figura 11, apresenta o gráfico de satisfação dos alunos da metodologia usada em sala de aula.

Figura 11 – Gráfico de feedback



Fonte: Google Forms.

Através dessa metodologia dinamizada, a aula se tornou uma oportunidade valiosa para os alunos aplicarem seus conhecimentos teóricos em um contexto prático, consolidando assim seu aprendizado e preparando-os para desafios futuros.

7.4 Potencialidade e fragilidade da metodologia utilizada no ensino das razões trigonométricas.

7.4.1 Potencialidade da metodologia:

- **Aplicação prática dos conceitos:** A metodologia permitiu aos alunos aplicarem os conceitos teóricos das razões trigonométricas de forma prática e concreta, através da construção e uso do teodolito caseiro. Isso possibilitou uma compreensão mais profunda dos conceitos, ao invés de apenas memorizá-los.
- **Experiência realista:** Os alunos tiveram a oportunidade de vivenciar uma experiência realista, semelhante àquelas encontradas no campo da construção civil. Isso proporcionou uma aprendizagem mais significativa, pois os alunos puderam relacionar os conceitos teóricos com situações do mundo real.
- **Engajamento dos alunos:** A metodologia inovadora despertou o interesse e engajamento dos alunos, tornando o processo de aprendizagem mais dinâmico e participativo. Os alunos se sentiram motivados a aprender, uma vez que estavam envolvidos em atividades práticas e desafiadoras.

7.4.2 Fragilidades da metodologia:

- **Limitações dos materiais utilizados:** Apesar da eficácia do teodolito caseiro como instrumento de medição, os materiais utilizados na sua construção podem apresentar algumas limitações em termos de precisão e durabilidade. Isso pode afetar a exatidão das medições realizadas pelos alunos.
- **Complexidade da construção:** A construção do teodolito caseiro pode ser considerada complexa para alguns alunos, especialmente aqueles com pouca experiência em trabalhos manuais. Isso pode resultar em dificuldades durante o processo de construção e afetar a eficácia da metodologia.

- **Necessidade de supervisão adequada:** A metodologia requer uma supervisão adequada por parte dos facilitadores para garantir que os alunos compreendam corretamente os procedimentos e utilizem o teodolito de maneira adequada. A falta de supervisão pode levar a erros na execução das atividades práticas. Ao analisar esses aspectos positivos e negativos, é possível identificar os pontos fortes e fracos da metodologia utilizada no ensino das razões trigonométricas, contribuindo para uma reflexão crítica sobre sua eficácia e aplicabilidade no contexto educacional.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente Trabalho de Conclusão de Curso teve como objetivo principal investigar o ensino das razões trigonométricas por meio do Teodolito Caseiro, buscando verificar sua eficácia como ferramenta de ensino e aprendizagem. A pesquisa foi realizada no contexto do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá - Campus Macapá.

Para atingir este objetivo, foi conduzida uma revisão bibliográfica abrangente sobre as razões trigonométricas, explorando seu conceito, propriedades e aplicações. Além disso, foram analisadas as contribuições do Teodolito Caseiro como recurso didático para o ensino desses conceitos, considerando suas vantagens e limitações.

O estudo envolveu também a elaboração e aplicação de atividades práticas utilizando o Teodolito Caseiro. Tais atividades visavam proporcionar aos alunos uma experiência *hands-on*, permitindo-lhes explorar diretamente os conceitos trigonométricos em contextos reais.

A pesquisa foi conduzida em uma turma do Curso Técnico Integrado em Edificações, composta por alunos do 2º ano do ensino médio. Durante a realização das atividades práticas, foi possível observar um elevado interesse dos alunos pelo uso do Teodolito Caseiro. Eles demonstraram compreensão dos conceitos apresentados e conseguiram aplicá-los de forma eficaz em situações reais, como na determinação de alturas de medição de distâncias inacessíveis.

A utilização do Teodolito Caseiro como recurso didático revelou-se eficiente para promover a aprendizagem das razões trigonométricas. Além de contribuir para o desenvolvimento das habilidades matemáticas dos alunos, esse recurso despertou o interesse dos estudantes pela disciplina de Matemática, tornando o processo de aprendizado mais significativo e motivador.

Os resultados desta pesquisa demonstram a viabilidade e relevância do uso do Teodolito Caseiro como estratégia pedagógica no ensino das razões trigonométricas. Os alunos apresentaram um bom desempenho nas atividades propostas e demonstraram satisfação em aprender por meio deste recurso.

Diante dos resultados positivos, recomenda-se a continuidade e ampliação do uso do Teodolito Caseiro no ensino das razões trigonométricas, bem como a realização de novas pesquisas que explorem outras aplicações e possibilidades deste recurso didático.

Por fim, acredita-se que o presente estudo contribui significativamente para o aprimoramento das práticas de ensino em Matemática. Ao propor uma abordagem inovadora e motivadora para o ensino das razões trigonométricas, espera-se que os resultados obtidos possam servir de inspiração e referência para professores e pesquisadores interessados em promover uma educação matemática mais dinâmica e significativa.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, J. et al. **Dificuldades na aprendizagem de matemática**. [s.l.: s.n.]. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/matematica/Monografia_Santos.pdf.
- ALVES, C. A.; Silveira, T. m. motivação para estudar matemática: o desafio constante em manter o aluno interessado nas aulas. **Maiêutica: ensino de física e matemática**, v. 4, n. 1, 26 ago. 2016.
- ANDRADE, M. H. de; Oliveira, R. R. de; Pereira, A. C. C. **Um recurso histórico para estudos iniciais de trigonometria**: apresentando o teodolito. Boletim cearense de educação e história da matemática, v. 5, n. 13, p. 66–76, 1 jun. 2018.
- Brousseau, Guy. **Os diferentes papéis do professor**. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (org). Didática da Matemática: Reflexões Psicológicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996b. Cap. 4, p. 48-72.
- BRUM, Wanderley Pivatto; SCHUHMACHER, Elcio. A Engenharia Didática como campo Metodológico para o Planejamento de aula de Matemática: análise de uma experiência didática para o estudo de geometria esférica. *Jornal Internacional de estudos em Educação Matemática*, 2013, v. 6 (2), pp. 60-84.
- CARVALHO, C. da S.; Ogliari, L. N. o uso do teodolito como material de apoio ao ensino de trigonometria. **anais da mostra de iniciação científica do cesuca - ISSN 2317-5915**, v. teodolito, n. 10, p. 554–565, 19 dez. 2016.
- D'AMBROSIO, U. **educação matemática: Da Teoria À Prática**. [s.l.] Papirus Editora, 2007.
- Digital, p. e. **entendendo as relações trigonométricas com o auxílio do teodolito**. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/index.php/artigo/visualizar/28461>. Acesso em: 27 maio. 2023.
- ECLONIQ. O que é pesquisa bibliográfica segundo Gil? confira isto - pesquisa bibliográfica segundo gil 2010. Disponível em: <https://ecloniq.com/o-que-e-pesquisa-bibliografica-segundo-gil-confira-isto-pesquisa-bibliografica-segundo-gil-2010/>. Acesso em: 1 jun 2023.
- ESTUDOS de caso vs. pesquisas de campo» Relações Exteriores. Disponível em: <https://relacoesexteriores.com.br/estudos-de-caso-vs-pesquisa-de-campo/#:~:text=Pode%2Dse%20ent%C3%A3o%20afirmar%20que>. Acesso em: 2 jun 2023.
- FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Minidicionário Século XXI: O Minidicionário de Língua Portuguesa**. Coordenação de edição: Margarida dos Anjos *et al.* 4.ed.; Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2000. 790 p.
- FIORENTINI, D.; LORENZATOS. **Investigação em educação matemática: Percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

FIorentini, D.; Miorim, M. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática**. [s.l: s.n.].

Disponível em: http://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012_curso_47_e_51_-_matematica_-_emersom_rolkouski_-_texto_1.pdf.

GÁLVEZ, Grecia. A didática da matemática. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (org). **Didática da Matemática: reflexões psicológicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. Cap. 2, p. 26-35.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de matemática elementar – V.1: conjuntos e funções**. 9.ed. [s.l.] Saraiva Didáticos, 2019.

JUNIOR, J. J. B. et al. **Definição, classificações e aplicações trigonométricas do teodolito**. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/sepeifcconcordia/105536-definicao-classificacoes-e-aplicacoes-trigonometricas-do-teodolito/>. Acesso em: 27 maio. 2023.

MACHADO, Gesraeli De Souza; CARDOSO, Eloir Fátima Mondardo; FREITAS, Daiane de. O ensino de matemática na educação infantil na perspectiva da teoria histórico-cultural. **Revista saberes pedagógicos**, v. 3, n. 1, p. 24, 18 Out 2018.

Disponível em: <https://www.marilia.unesp.br/Home/Eventos/2015/jornadadonucleo/a-metodologia-na-construcao-historica.pdf>.

MENDES, Iran Abreu. **Investigação histórica no ensino da matemática**. 1 ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda, 2009. 258 p.

OLIVEIRA, S. G. A. et al. **Confecção de um teodolito caseiro para ensino da trigonometria**. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/sicpirapora/147244-confeccao-de-um-teodolito-caseiro-para-ensino-da-trigonometria/>. Acesso em: 27 maio. 2023.

SANTOS, L. A. DE M. **Utilização de material concreto no ensino de matemática: uma experiência com o teodolito caseiro no ensino de trigonometria**. www.ri.unir.br, 2015.

SOUSA, Angélica silva de; OLIVEIRA, Guilherme Saramago de; ALVES, Laís. **A pesquisa bibliográfica: princípios e fundamentos**. [S.l: s.n.], [S.d.]. Disponível em: <https://revistas.fu-camp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/2336/1441>.

SILVA, M. A. Teodolito caseiro: construindo significados para conceitos das razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente). **Com a palavra, o professor**, v. 6, n. 14, p. 16–24, 1 maio 2021.

SAITO, F. **História da matemática e suas reconstruções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015. 259 p.

SANTOS, Luis Anderson de Moráís. **Utilização de material concreto no ensino de matemática: uma experiência com o teodolito caseiro no ensino de Trigonometria**. Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional de Matemática em rede nacional - PROFMAT, da Universidade Federal de Rondônia. Porto Velho, 2015. 88p.

SOUZA, Joamir; PATARO, Patricia Moreno. **Vontade de saber matemática**. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015, 448 p.


SILVA, M. M. V. DA; LIMA, D. L.; SOUZA, M. J. A. História da matemática e atividades com o teodolito: contribuições do pibid/uva para aprendizagem da trigonometria. **Boletim cearense de educação e história da matemática**, v. 4, n. 12, p. 66–78, 2017.

Teodolito - sua história no ensino de matemática.

Disponível em: [http://www.colegiometropolitano.com.br/noticias/577/teodolito--sua-historia-no-ensino-de-matematica#:~:text=Em%201571%2C%20Leonard%20Digges%20desenvolveu](http://www.colegiometropolitano.com.br/noticias/577/teodolito--sua-historia-no-ensino-de-matematica#:~:text=Em%201571%2C%20Leonard%20Digges%20desenvolveu.). Acesso em: 31 maio 2023.

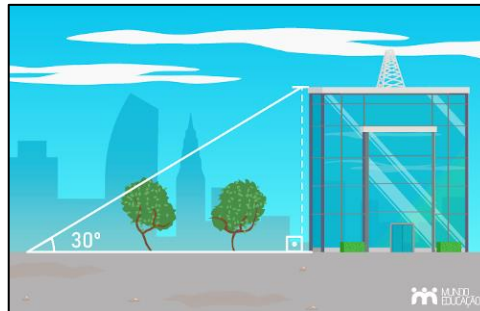
APÊNDICE

APÊNDICE A - lista de exercício sobre razões trigonométricas


 Instituto Federal do Amapá
 Colegiado de Matemática
 Professor (a):
 Alunos:

Exercícios sobre razões trigonométricas

- 1) Um engenheiro foi contratado para calcular a altura de um prédio sem subir nele. A uma distância de 40 metros, constatou-se que era possível construir o seguinte triângulo retângulo:

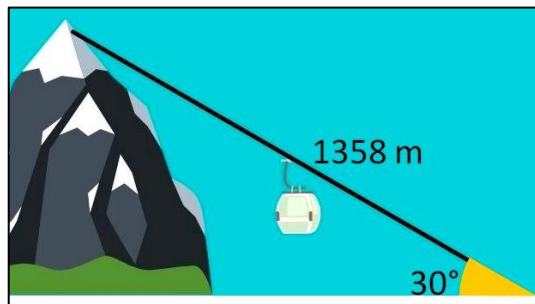


gulo retângulo:

Podemos afirmar que a altura do prédio é de, aproximadamente:

(Dados: use $\sqrt{3} = 1,7$)

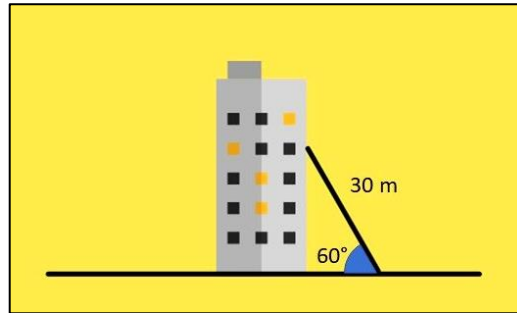
- A) 20 m
 B) 21,5 m
 C) 22,7 m
 D) 23 m
 E) 23,8 m
- 2) Um teleférico foi instalado ligando uma base ao cume de uma montanha. Para a instalação, foram utilizados 1358 m de cabos, dispostos a uma angulação de 30° em relação ao solo. Qual a altura da montanha?



- A) 579 m
 B) 345 m
 C) 679 m

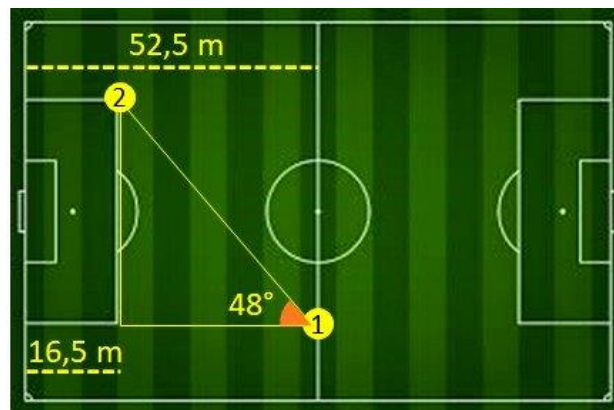
- D) 700m
E) 203,8 m

- 3) (CBM-SC, soldado-2010) para socorrer uma pessoa num apartamento durante um incêndio, os bombeiros utilizarão uma escada de 30m, que será colocada conforme a figura a seguir formando com o solo um ângulo de 60° . Qual a distância do aparta-



mento ao chão? (use $\sqrt{3} = 1,74$)

- A) 15 m.
B) 26,1 m.
C) 34,48 m.
D) 51,9 m.
- 4) Durante uma partida de futebol, o jogador 1 faz um lançamento para o jogador 2 com um ângulo de 48° . Qual a distância que a bola deverá percorrer até chegar ao jogador 2?
Considere: $\sin 48^\circ = 0,74$; $\cos 48^\circ = 0,66$; $\tan 48^\circ = 1,11$



APÊNDICE B - Formulário no Google Forms com Perguntas para Coletar Feedback dos Alunos.

Avaliação da Metodologia de Ensino de Razões Trigonométricas com o Teodolito Caseiro.

Dia 24/01/2024

* Indica uma pergunta obrigatória

Seção sem título

1. 1- Em uma escala de 1 a 5, qual é o seu nível de satisfação com a metodologia utilizada para explicar razões trigonométricas através do teodolito caseiro?

Marcar apenas uma oval.

- Muito insatisfeito
- Insatisfeito
- Neutro
- Satisfeito
- Muito satisfeito

2. 2 - Você considera a metodologia utilizada para explicar razões trigonométricas através do teodolito caseiro?

Marcar apenas uma oval.

- Simples de entender
- Moderadamente fácil de entender
- Neutra/Indiferente
- Um pouco complexa
- Muito complexa

3. 3 - Em relação à clareza das explicações fornecidas durante a utilização do teodolito caseiro para aprender sobre razões trigonométricas? *

Marcar apenas uma oval.

- Muito claro
- Claro
- Neutro/Indiferente
- Um pouco confuso
- Muito confuso

4. 4 - Considerando a sua experiência com a metodologia do teodolito caseiro para explicar razões trigonométricas, você sentiu que teve oportunidade suficientes para praticar e aplicar os conceitos aprendidos? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim, definitivamente
- Sim, em certa medida
- Neutro/Indiferente
- Não o suficiente
- Não, de forma alguma

5. 5 - Você acredita que a metodologia utilizada com o teodolito para explicar razões trigonométricas foi eficaz na sua aprendizagem? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim, totalmente eficaz
- Sim, em certa medida
- Neutro/Indiferente
- Não tão eficaz
- Não eficaz de forma alguma