INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO AMAPÁ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
CAMPUS MACAPÁ

FERNANDA CASTILO NASCIMENTO

O USO DE METODOLOGIAS ATIVAS COMO FERRAMENTAS PARA O ESTUDO DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO

MACAPÁ-AP
2024

FERNANDA CASTILO NASCIMENTO

O USO DE METODOLOGIAS ATIVAS COMO FERRAMENTAS PARA O ESTUDO DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá - IFAP, como requisito avaliativo para obtenção do título de graduação.
Orientador: Me. André Luiz dos Santos Ferreira.

MACAPÁ-AP

2024

Biblioteca Institucional - IFAP
Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

N244u Nascimento, Fernanda Castilo
O uso de metodologias ativas como ferramentas para o estudo das funções seno e cosseno / Fernanda Castilo Nascimento - Macapá, 2024.
98 f.: il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) -- Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá, Campus Macapá, Curso de Licenciatura em Matemática, 2024.

Orientador: André Luiz dos Santos Ferreira.

1. Metodologias ativas. 2. Matemática - estudo e ensino. 3. Seno e cosseno - função. I. Ferreira, André Luiz dos Santos , orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica do IFAP
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

FERNANDA CASTILO NASCIMENTO

O USO DE METODOLOGIAS ATIVAS COMO FERRAMENTAS PARA O ESTUDO DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá - IFAP, como requisito avaliativo para obtenção do título de graduação.
Orientador: Me. André Luiz dos Santos Ferreira.

BANCA EXAMINADORA

André Luiz dos Santos Ferreira.

Me. André Luiz dos Santos Ferreira (Orientador)

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá

Helington Franzotti Araújo de Souza.

Me. Helington Franzotti Araujo de Souza (Avaliador interno)

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá

Ronaldo Franck Figueiredo Leite

Me. Ronaldo Franck Figueiredo Leite (Avaliador interno)

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá

Apresentado em: 21/02/2024.

Conceito/Nota: 100

A Deus, minha família e amigos.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha profunda gratidão a todas as pessoas que tornaram possível a realização deste Trabalho de Conclusão de Curso. Este projeto representa o culminar de anos de estudo e esforço, e não teria sido possível sem o apoio e contribuição de várias pessoas notáveis.

Primeiramente, quero agradecer a Deus acima de tudo, por está finalizando mais uma etapa acadêmica.

Ao meu orientador Prof. Me. André Luiz dos Santos Ferreira pela dedicação e apoio no processo de orientação.

Agradeço também aos meus colegas de turma e amigos, que compartilharam ideias, experiências e encorajamento ao longo desta jornada acadêmica.

À minha família, expresso minha sincera gratidão pelo apoio inabalável e pelo incentivo constante. Seu amor e compreensão foram a âncora que me manteve firme, mesmo nos momentos mais desafiadores.

Além disso, gostaria de reconhecer ao Prof. Me. Helington Franzotti por despertar em mim o interesse pelo ensino e tecnologias. Sua experiência e insights foram fundamentais para a qualidade deste trabalho.

Por fim, dedico este trabalho aos meus pais Odalice e Emerson, cujo sacrifício e apoio incondicional tornaram possível a minha jornada acadêmica.

Pois, tendo aprendido algo, jamais neguei, fazendo o conhecimento ser uma descoberta minha; mas louvo como sábio o que me instruiu, tornando públicas as coisas que aprendi com ele.

(Platão).

RESUMO

Este trabalho visa propor abordagens que facilitem a compreensão das funções trigonométricas pelos alunos, tornando seu conhecimento aplicável ao cotidiano. O ensino de trigonometria costuma ser desafiador tanto para alunos quanto para professores, muitas vezes se baseando na memorização de informações sem uma clara utilidade prática. A proposta busca superar essa abordagem, evitando a memorização forçada e destacando a aplicação prática das funções trigonométricas. Para atingir esse objetivo, são utilizadas metodologias ativas, como a sequência Fedathi, e *softwares GeoGebra* e *Scratch* para aprimorar a compreensão visual das funções. O foco é a melhoria do ensino de matemática, buscando despertar o interesse e a autonomia dos alunos, alinhando-se às diretrizes educacionais amapaenses e nacionais. O trabalho abrange as definições de funções trigonométricas, triângulo retângulo e círculo trigonométrico, destacando como a partir destes conceitos é possível construir as funções seno e cosseno. Além disso, foram aplicados questionários com perguntas abertas e proposta uma sequência didática utilizando metodologias ativas. Durante esse processo, torna-se evidente a necessidade de mudanças no método de ensino predominante nas escolas, o método convencional, por aulas dinâmicas e interativas, onde os estudantes desenvolvem o pensamento lógico-dedutivo sem depender excessivamente de fórmulas memorizadas. A abordagem proposta busca ressignificar o conteúdo para os alunos, tornando o ensino de trigonometria mais interessante. Apesar de existir uma vasta literatura sobre o assunto, nos referenciais usados no projeto, verificamos a falta detalhamento de descrições e interpretações práticas para o ensino contextualizado. O trabalho foi desenvolvido em etapas, incluindo a criação de situações de aprendizagem e o uso de recursos didáticos e tecnológicos.

Palavras-chave: funções trigonométricas; metodologias ativas; sequência Fedathi; *Geogebra*.

ABSTRACT

This work aims to propose approaches that facilitate the understanding of trigonometric functions by students, making their knowledge applicable to everyday life. Teaching trigonometry is often challenging for both students and teachers, often based on memorizing information without clear practical utility. The proposal seeks to overcome this approach, avoiding forced memorization and highlighting the practical application of trigonometric functions. To achieve this goal, active methodologies such as the Fedathi sequence and GeoGebra and Scratch software are used to improve visual understanding of functions. The focus is on improving the teaching of mathematics, seeking to arouse the interest and autonomy of students, aligning with the educational guidelines of Amapá and Brazil. The work covers the definitions of trigonometric functions, right triangle and trigonometric circle, highlighting how from these concepts it is possible to construct the sine and cosine functions. In addition, questionnaires were applied with open questions and proposed a didactic sequence using active methodologies. During this process, it becomes evident the need for changes in the predominant teaching method in schools, the conventional method, by dynamic and interactive classes, where students develop logical-deductive thinking without relying excessively on memorized formulas. The proposed approach seeks to reframe the content for students, making the teaching of trigonometry more interesting. Although there is a vast literature on the subject, in the references used in the project, we verified the lack of detailed descriptions and practical interpretations for contextualized teaching. The work was developed in stages, including the creation of learning situations and the use of didactic and technological resources.

Keywords: trigonometric functions; active methodologies; Fedathi sequence; *Geogebra*.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
IFAP	Instituto Federal do Amapá
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
RCA/EM	Referencial Curricular Amapaense do Ensino Médio
SETEC	Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A reflexão sobre o ensino de matemática no ensino médio destaca a importância das metodologias ativas como ferramenta essencial para promover inovação e significado no processo de aprendizagem, especialmente quando consideramos a necessária capacitação dos docentes.

O desafio habitual do ensino de trigonometria, é marcado pela memorização desprovida de uma evidente utilidade prática, motiva a proposta deste trabalho: superar essa abordagem tradicional, desencorajando a memorização mecânica e ressaltando a relevância prática das funções trigonométricas (LIBÂNEO, 2008, p. 105).

No contexto das funções trigonométricas, fundamentadas na geometria euclidiana, sua aplicação vai além de um mero objeto de conhecimento, sendo parte integrante do cotidiano do aluno, presente em fenômenos periódicos como as marés e ondas sonoras, conforme preconiza a BNCC (BRASIL, 2018, p. 529).

O objetivo principal é apresentar abordagens pedagógicas inovadoras que não apenas simplifiquem, mas também tornem tangíveis e aplicáveis, no contexto cotidiano, os conceitos intrincados das funções trigonométricas.

Para atingir tal proposito, adotamos metodologias ativas, dentre elas a sequência Fedathi, abordagem proposta por Borges Neto, resulta no ensino de matemática a partir do problema (SOUZA; BORGES NETO, 2012, p. 3). Este método está alinhado às diretrizes do Referencial Curricular Amapaense do Ensino Médio (RCA/EM), que enfatiza a importância da curiosidade intelectual, reflexão crítica e resolução de problemas para uma aprendizagem significativa (AMAPÁ, 2020, p. 16). Além da incorporação de *softwares* educacionais como o *GeoGebra* e o *Scratch.* A intenção é ampliar a compreensão visual das funções, proporcionando não apenas um aprendizado mais eficaz, mas também despertando o interesse e fomentando a autonomia dos alunos (LIBÂNEO, 2008, p. 103). Este propósito, alinhado às diretrizes educacionais tanto do Amapá quanto do cenário nacional, visa aprimorar significativamente o ensino de matemática.

Ao longo deste trabalho, exploramos as definições fundamentais das funções trigonométricas, do triângulo retângulo e do círculo trigonométrico, evidenciando como a partir desses conceitos fundamentais emergem as funções seno e cosseno. O desenvolvimento do trabalho incluiu a aplicação de questionários compostos por perguntas abertas de cunho quali-quantitativa com a finalidade de analisar as dificuldades dos alunos. Souza *et* al. (2017, p. 15) destacam a relevância de incorporar abordagens quantitativas e qualitativas ao estudar fenômenos reais, pois proporcionam significado tangível aos dados coletados, permitindo uma compreensão mais abrangente do assunto pesquisado.

Esse processo revelou a necessidade premente de transformações no método de ensino preponderante nas escolas, atualmente pautado por abordagens convencionais, buscando, assim, a introdução de aulas mais dinâmicas e interativas.

A proposta inovadora visa propiciar aos estudantes a oportunidade de desenvolverem o pensamento lógico-dedutivo, promovendo um aprendizado que vá além da mera aplicação de fórmulas memorizadas (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 10-11). Dessa forma, o enfoque proposto pretende ressignificar o conteúdo da trigonometria, tornando o processo de ensino mais instigante e conectado à realidade dos alunos. Embora exista uma vasta literatura sobre o assunto, identificamos uma lacuna que carece de descrições detalhadas e interpretações práticas para o ensino contextualizado.

Ao longo das etapas de desenvolvimento deste trabalho, investimos na criação de situações de aprendizagem e na exploração de recursos didáticos e tecnológicos. O intuito é proporcionar uma experiência educacional rica, que não apenas amplie o conhecimento dos alunos, mas que também os capacite a aplicar os conceitos de trigonometria de maneira significativa em seu cotidiano.

2 PROBLEMATIZAÇÃO DA PESQUISA

Entende-se que as metodologias ativas vêm tomando espaço nas escolas, mas em muitas instituições os docentes não fazem uso de tais ferramentas em sala de aula. Com as novas gerações, o avanço dos meios de informação e o acesso às novas tecnologias, tornou o público mais exigente que requer um maior dinamismo e domínio dos meios tecnológicos, e é indispensável para o professor dominar tais áreas do conhecimento se quiserem atingir os objetivos propostos (SILVA *et al.*, 2019, p. 2).

A trigonometria e em especial as funções seno e cosseno são assuntos dos quais os alunos mais têm dificuldades segundo as orientações curriculares para o ensino médio (BRASIL, 2006, p. 73). Por se tratar de ser uma parte abstrata que depende da junção de conceitos algébricos e geométricos, exigindo um nível de abstração considerável para os alunos de nível médio. Desta forma como poderemos mensurar a importância e incentivar o uso das metodologias ativas para o ensino das funções seno e cosseno?

2.1 Justificativa

O ensino das funções seno e cosseno visa mostrar aos estudantes que não se trata apenas de memorizar fórmulas, mas sim de compreender como essas funções estão presentes em diferentes contextos do dia a dia. Elas são usadas para modelar matematicamente situações comuns e ajudar as pessoas em diversas atividades. Como afirma Sousa (2017, p. 25), “esse tema normalmente é visto pelos alunos como algo complicado e distante de suas necessidades, fato que os leva à relativa rejeição ao entendimento das funções trigonométricas”.

Ao inferir sobre funções trigonométricas é possível visualizar o estudo de assuntos como triângulo retângulo, teorema de Pitágoras, círculo unitário etc. Portanto é imprescindível discutir as funções trigonométricas de modo que possa ser aplicável em outras partes da matemática, demonstrando a relevância no contexto amapaense nos estudos das marés do rio amazonas.

A escolha desse conteúdo é respaldada pelos impactos positivos das metodologias ativas, que favorecem uma aprendizagem mais relevante (GONDAR, 2016, p. 20). Optamos por focar nas funções trigonométricas devido à sua natureza aplicada, abrangendo temas como triângulo retângulo e círculo unitário, proporcionando uma base rica para estudo e discussão na trigonometria. As possíveis hipóteses para o projeto são:

1. A aprendizagem do conceito das funções seno e cosseno na aula expositiva, sem o auxílio de metodologias ativas, possibilitou a compreensão dos conceitos por parte dos alunos;
2. O aluno teve contato com o conteúdo, sem o auxílio de metodologias ativas, mas considera não ter aprendido;
3. O aluno teve contato com o conteúdo, sem o auxílio de metodologias ativas, mas considera ter aprendido;
4. O aluno considera ter aprendido o assunto, de forma significativa, quando se utilizou ou não as metodologias ativas.

2.2 Objetivos

2.2.1 Geral

Aplicar a metodologia ativa como ferramentas auxiliares para o aprendizado de conceitos de funções seno e cosseno.

2.2.2 Específicos

- Resolver e criar desafios em situações reais que seguem padrões repetitivos, como ondas sonoras, fases da lua e movimentos periódicos, com o uso de tecnologias.
- Analisar por meio de questionários os conhecimentos prévios do educando em relação às funções trigonométricas, e se a metodologia ativa for eficiente no processo de aprendizagem.
- Propor uma sequência didática com base nas metodologias ativas.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 Trigonometria na antiguidade

A trigonometria é uma área da matemática que remonta à antiguidade, desempenhando um papel essencial nas civilizações antigas. A palavra trigonometria deriva de duas palavras gregas: *trigonon* (triângulo) e *metron* (medida), que seria o estudo das medidas de um triângulo (CORRÊA, 2009, p. 1). Sua evolução ao longo dos séculos reflete a interconexão entre a matemática teórica e as necessidades práticas de diversas culturas. Desde as antigas civilizações mesopotâmicas e egípcias até os matemáticos gregos, indianos e islâmicos, a trigonometria foi moldada pela busca por soluções práticas em áreas como astronomia, navegação e construção (COSTA, 2019, p. 2).

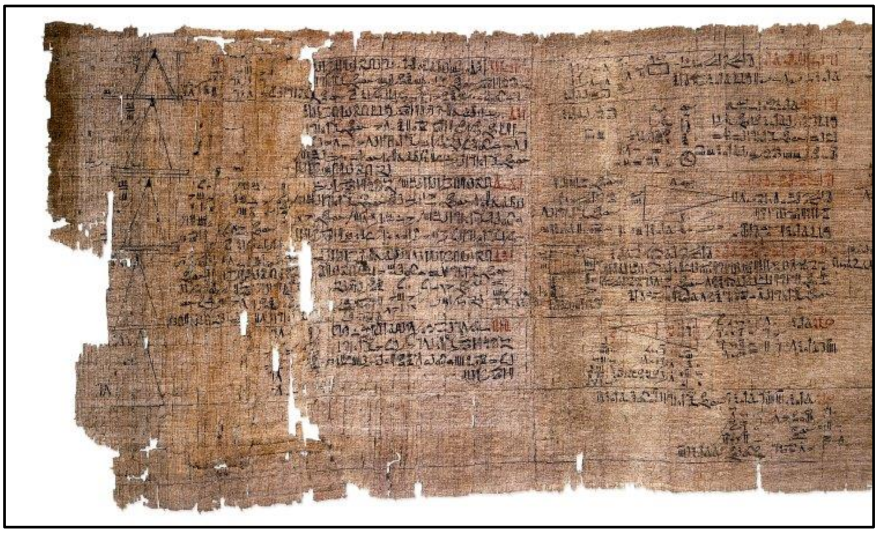
Esta breve exploração histórica visa destacar a relevância da trigonometria na antiguidade, ressaltando os avanços significativos alcançados por várias culturas em suas aplicações práticas e teóricas. A compreensão das bases históricas dessa disciplina proporciona uma apreciação mais profunda da sua importância ao longo do tempo e da sua influência nas ciências e tecnologias modernas, como veremos a seguir.

3.1.1 Império Egípcio

Na antiga civilização egípcia, a trigonometria desempenhou um papel crucial em várias aplicações, principalmente na arquitetura e na astronomia. Os egípcios utilizavam conceitos trigonométricos para realizar medições de terra, determinar áreas de campos agrícolas após as cheias do rio Nilo e projetar estruturas arquitetônicas, como as pirâmides.

A trigonometria no império egípcio tem registro com o aparecimento do papiro Rhind, também conhecido como Papiro Matemático de Rhind, é um antigo documento matemático egípcio que contém uma coleção diversificada de problemas e soluções matemáticas (VASSALLO, 2017, p. 14).

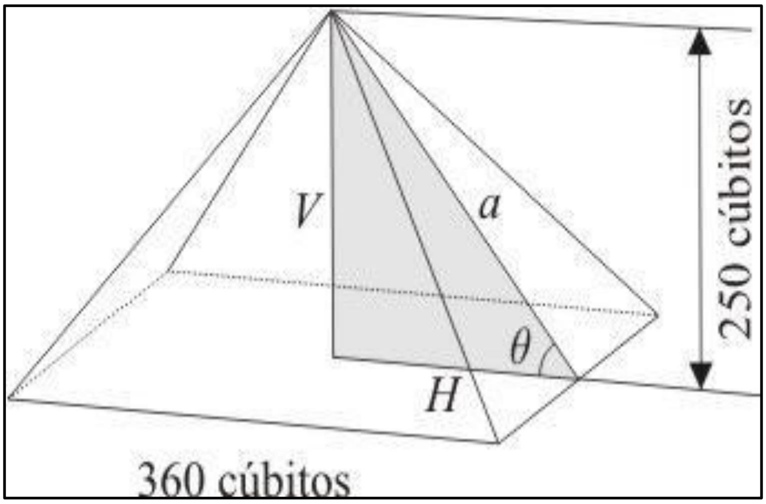
Figura 1 - Papiro Rhind



Fonte: http://ecalculo.if.usp.br/historia/historia_trigonometria.htm.

No qual contém 84 problemas, dos quais quatro mencionam o termo seqt de um ângulo. Ahmes não expressou de maneira clara o significado desta palavra, mas pelo contexto, imagina-se que o seqt de uma pirâmide regular seja equivalente, hoje a cotangente do ângulo de um triângulo retângulo (EVES, 1995, p. 21).

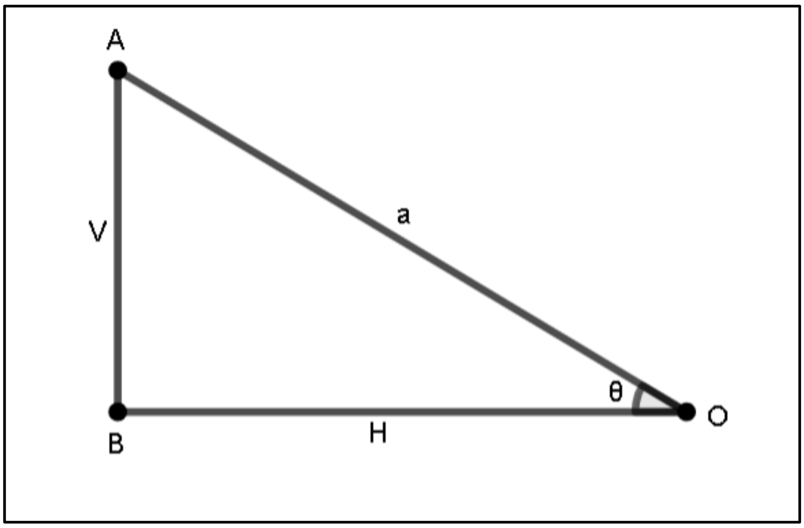
Figura 2 - Seqt de uma pirâmide



Fonte: Kilhian (2010).

O conceito de seqt é a razão entre o afastamento horizontal (H) e a altura (V) de uma pirâmide, com a consideração de que a medida horizontal é contada em mãos e a vertical em cúbitos. Segundo Costa (2019, p. 2), na construção das pirâmides era essencial manter uma inclinação constante das faces, o que levou os egípcios a introduzirem o conceito de seqt, que representava a razão entre afastamento horizontal e elevação vertical. A expressa essa razão em termos de cotangente do ângulo (θ):

Figura 3 – Cotangente no triangulo retângulo



Fonte: Autor (2023).

$$Seqt(\theta) = \cot(\theta) = \frac{OB}{BA}$$

Onde OB é o afastamento horizontal da pirâmide e OA é a altura. Essa abordagem trigonométrica parece ser uma maneira de representar as relações geométricas em termos de funções trigonométricas. Isso é interessante, pois sugere uma parametrização dos dados em um triângulo retângulo usando uma função contendo a cotangente de (θ).

Também por meio do papiro de Rhind, encontramos que no contexto da geometria, é um trio de números inteiros positivos $a, b\ e\ c$ que forma o chamado de tripeto pitagórico se eles satisfizerem a relação do Teorema de Pitágoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

O exemplo mais conhecido é o conjunto, (3,4,5) pois, $(3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2)$. No entanto, existem muitos outros tripletes pitagóricos, como, $(8, 15, 17)$, $(7, 24, 25)$, e assim por diante (ANDRADE, 2020, p. 20).

Além disso, a trigonometria era empregada na astronomia para prever eventos celestes, como solstícios e equinócios. Os egípcios desenvolveram métodos trigonométricos para acompanhar os movimentos dos corpos celestes, o que era crucial para seus calendários e práticas religiosas. Embora a trigonometria no império egípcio fosse mais prática do que teórica, suas aplicações contribuíram significativamente para o desenvolvimento de técnicas matemáticas que continuariam a evoluir ao longo dos séculos em diferentes culturas (EVES, 1995, p. 21).

3.1.2 Império Babilônico

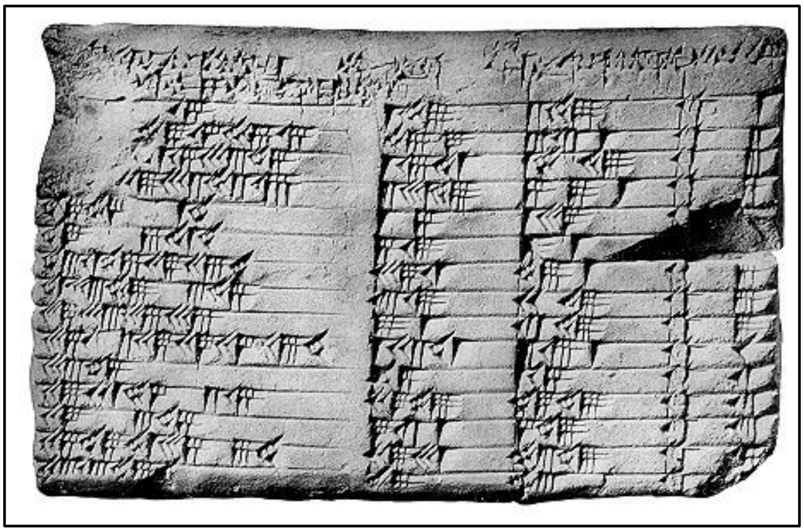
Na antiga civilização babilônica, a trigonometria desempenhou um papel fundamental em contextos práticos, como astronomia e navegação. Os babilônios desenvolveram métodos trigonométricos para realizar observações celestes e prever fenômenos astronômicos, incluindo eclipses e movimentos planetários. O matemático mais conhecido do Império Babilônico é o astrônomo Hiparco de Nicéia, chamado de o pai da trigonometria por seus estudos por volta do século II a.C, no qual apresentou um tratado com 12 partes nos quais abordavam a trigonometria com profundo conhecimento. Posteriormente, ele apresentou uma tábua de cordas, que mais tarde integrariam a primeira tabela trigonométrica (UM..., 2012).

No mesmo período, Ptolomeu apresentou também uma tábua de cordas contendo o cálculo do seno dos ângulos de 0º a 90º, que mais tarde foram utilizados nos estudos astronômicos.

Os registros cuneiformes babilônicos revelam a utilização de tabelas que relacionam ângulos e comprimentos em triângulos retângulos, estabelecendo assim rudimentos de funções trigonométricas. Essas tabelas permitiam aos astrônomos babilônios calcular distâncias e alturas com base em observações astronômicas, tornando a trigonometria uma ferramenta prática essencial. O registro mais importante que se tem de trigonometria é a tábua cuneiforme Plimpton 322 que contém registros da matemática babilônica. Segundo Caiusca (2018), esta tábua foi escrita no período babilônio antigo, aproximadamente entre 1900 a 1600 a.C, preenchida com tabelas e colunas, mas somente em 2017, concluíram que as quatro colunas e as 15 fileiras representam a tabela de trabalho trigonométrico.

Bueno et al (2018, p. 4), afirma que a matemática na Babilônia era mais avançada do que no Egito devido ao fato de a Babilônia estar mais exposta a invasões de povos vizinhos e estar situada em uma região frequentada por grandes caravanas, ao contrário do Egito, que permaneceu em uma espécie de semi-isolamento.

Figura 4 - Plimpton 322



Fonte: http://www.math.ubc.ca/~cass/courses/m446-03/pl322/pl322.html.

A trigonometria babilônica, embora voltada para aplicações específicas, representou um marco na história do desenvolvimento matemático, influenciando posteriores avanços em civilizações antigas e contribuindo para a evolução dessa disciplina ao longo dos séculos.

3.1.3 Grécia

A trigonometria grega, também se destacou no estudo dos triângulos esféricos, uma vez que a astronomia exigia a compreensão dos movimentos celestiais em relação à esfera celeste. Além disso, a Escola de Alexandria, no Egito, que fazia parte do mundo grego helenístico, contribuiu significativamente para o desenvolvimento da trigonometria. Matemáticos como Euclides e Heron desenvolveram conceitos fundamentais, incluindo relações entre ângulos e segmentos de circunferências, que influenciaram futuras abordagens trigonométricas. E Tales de Mileto (625-546 a.C.), com seus estudos de semelhanças que são bases da trigonometria, e seu discípulo Pitágoras (570 - 495 a.C.), no qual os estudiosos conjecturam que tenha feito a primeira demonstração do teorema que leva seu nome, Moreira (2017, p. 7), afirma que “em todo triângulo retângulo a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos". Deste teorema deriva a relação fundamental da trigonometria.

Por volta do ano 200 a.C. os astrônomos gregos estavam muito interessados em calcular a distância entre dois pontos da superfície terrestre e o raio da Terra. Foi Erastóstenes de Cirene (276 -196 a.C.), contemporâneo de Arquimedes (287-212 a. C.) e Aristarco (310-230 a. C.) que produziu a mais notável medida da Antiguidade para a circunferência da Terra, usando semelhança de triângulos e razões trigonométricas, o que o levou a perceber a necessidade de relações mais sistemáticas entre ângulos e cordas que, para tornar possível balho de Erastóstenes, foi determinante na época o conhecimento do conceito de ângulo e de como medi-lo. O tratado "Sobre a medida da Terra" resume as conclusões a que ele chegou, mas, infelizmente, esses escritos se perderam e tudo o que conhecemos sobre o assunto chegou até nós pelos relatos de Ptolomeu e Heron (COSTA, 2019, p. 3).

Entretanto, a primeira amostra documentada de contribuição grega para o estudo da trigonometria apareceu por volta de 180 a.C. quando Hipsicles, influenciado pela cultura babilônica, dividiu o zodíaco em 360 partes. Essa ideia foi posteriormente generalizada por Hiparco para qualquer círculo (EVES, 1995, p. 17).

Costa (2003, p. 4) evidência fortalece a hipótese de que a trigonometria desempenhou um papel crucial na observação dos fenômenos astronômicos pelos povos antigos, especialmente considerando a escassez de documentação relativa a esse período.

A trigonometria grega, portanto, foi crucial para a compreensão das relações geométricas e astronômicas, proporcionando uma base sólida para o desenvolvimento posterior dessa disciplina.

3.1.4 Índia

Na Índia Antiga, a trigonometria desenvolveu-se significativamente, principalmente entre os matemáticos indianos do período clássico. Conforme Costa *et al* (2018, p. 5) Com a queda do Império Romano, o centro da cultura começou a se deslocar para Índia, que revolucionou a trigonometria com um conjunto de textos chamados Siddhanta. Um dos textos matemáticos mais influentes foi o "Sulba Sutras", que datava do século VIII a.C. e continha informações sobre a geometria e, por extensão, sobre as razões trigonométricas. Os matemáticos indianos introduziram conceitos fundamentais como seno, cosseno, tangente e cotangente.

A trigonometria na Índia antiga era fortemente associada à astronomia. Astrônomos como Aryabhata utilizaram funções trigonométricas para calcular eclipses lunares e solares e para entender os movimentos dos planetas. Esses cálculos eram baseados em triângulos esféricos e em uma abordagem sistemática para o estudo das razões trigonométricas. Além disso, Bhaskara, outro matemático indiano proeminente, contribuiu para o desenvolvimento da trigonometria resolvendo equações trigonométricas e fornecendo métodos para calcular senos de ângulos.

Em suma, a trigonometria na Índia antiga foi marcada por contribuições importantes que influenciaram não apenas a matemática indiana, mas também desempenharam um papel significativo na transmissão de conhecimento matemático para outras culturas (SAUTOY, 2019)

3.1.5 Arábia

Na era dourada islâmica, matemáticos árabes notáveis como Al-Khwarizmi e Al-Battani desempenharam um papel crucial no avanço da trigonometria. Eles desenvolveram tabelas trigonométricas que simplificaram cálculos astronômicos e auxiliaram na navegação. A trigonometria era essencial para progressos significativos na astronomia árabe, com Al-Battani destacando-se na determinação de coordenadas celestiais e movimentos planetários. Os árabes também foram pioneiros no desenvolvimento da trigonometria esférica, uma aplicação específica voltada para superfícies esféricas. Essa abordagem foi particularmente relevante para cálculos astronômicos e navegação, onde as coordenadas esféricas eram fundamentais (EVES, 1995, p.67-69).

O legado dessas contribuições foi ampliado quando as obras árabes foram traduzidas para o latim, impactando significativamente a Europa durante a Renascença. Esse intercâmbio cultural influenciou positivamente o crescimento do conhecimento trigonométrico, consolidando as bases para o desenvolvimento posterior dessa disciplina matemática (COSTA, 2019, p. 12).

3.1.6 Europa

A trajetória da trigonometria na Europa foi marcada por marcos significativos ao longo dos séculos: No século XVI, François Viète simplificou as expressões trigonométricas introduzindo notações modernas, como seno, cosseno e tangente. Segundo Costa (2019, p. 12) com o início do estudo da velocidade instantânea e a atenção especial dada ao movimento, tornou-se necessário desenvolver um suporte matemático. No século XVII, René Descartes desempenhou um papel crucial ao integrar a trigonometria com a álgebra por meio das coordenadas cartesianas, permitindo representações analíticas das relações trigonométricas.

Matemáticos como John Wallis, James Gregory e Isaac Barrow contribuíram para o desenvolvimento de identidades e fórmulas trigonométricas, simplificando assim a resolução de problemas complexos. Com o advento do cálculo diferencial e integral no final do século XVII, introduzido por Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz, as funções trigonométricas tornaram-se fundamentais para modelar fenômenos físicos, como movimentos oscilatórios e ondas. Nos séculos XVIII e XIX, as funções trigonométricas encontraram aplicações crescentes em diversas áreas, como mecânica celeste, acústica, óptica e engenharia, consolidando sua importância prática (EVES, 1995, p. 101).

No século XX, a trigonometria continuou a evoluir, contribuindo para a teoria dos números, análise matemática e computação, ampliando seu alcance e utilidade. Assim, a trigonometria europeia não apenas assimilou conhecimentos de outras culturas, mas também desenvolveu ferramentas analíticas e teóricas que desempenharam um papel significativo em diversas disciplinas matemáticas e científicas ao longo da história (EVES, 1995, p. 129).

3.2 Trigonometria no triângulo retângulo

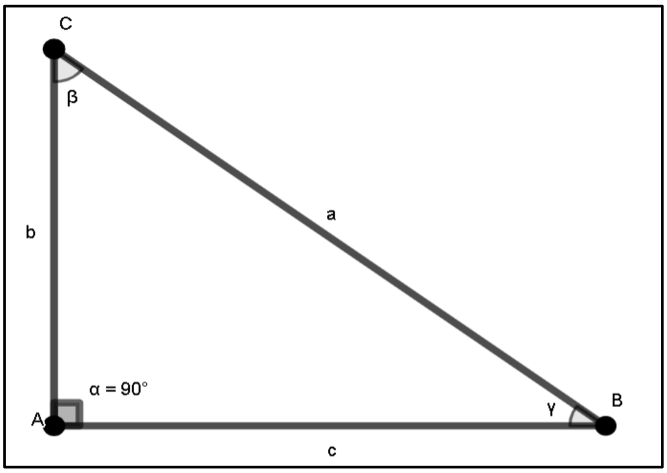
As funções trigonométricas, quando aplicadas a triângulos, são ferramentas essenciais para relacionar medidas de ângulos com comprimentos de segmentos. Elas estabelecem relações específicas entre os lados de um triângulo retângulo e os ângulos associados, o que é fundamental para resolver problemas práticos em diversas áreas, como física, engenharia, navegação, e muitas outras.

Para iniciarmos, iremos apresentar as definições das funções: seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo para um ângulo agudo qualquer, seguindo o modo que é apresentado nos livros didáticos. As demonstrações a seguir foram retiradas do livro “Trigonometria: Números complexos (SBM)”.

Chamamos de triângulo retângulo, o triângulo cujo um de seus ângulos internos é reto. Ou seja, um triângulo ABC é considerado retângulo quando um dos ângulos internos mede 90º e os outros dois ângulos agudos somam 90° também. O lado BC de medida a, oposto ao ângulo reto, é denominado de hipotenusa e os lados AB e AC de medidas c e b, respectivamente, são chamados de catetos do triângulo ABC.

A figura 5 ilustra um triângulo retângulo ABC feita no *software GeoGebra*, a partir de três pontos, sendo formado um ângulo reto entre os lados *AC* e *AB*, usando a ferramenta polígono clicando nos três pontos do objeto, é gerado o triângulo retângulo e na ferramenta de ângulo podemos visualizar o valor do ângulo formado pelos lados *ABC*. Essa abordagem permite a exploração interativa das propriedades do triângulo retângulo e facilita análises geométricas.

Figura 5 - Triângulo retângulo



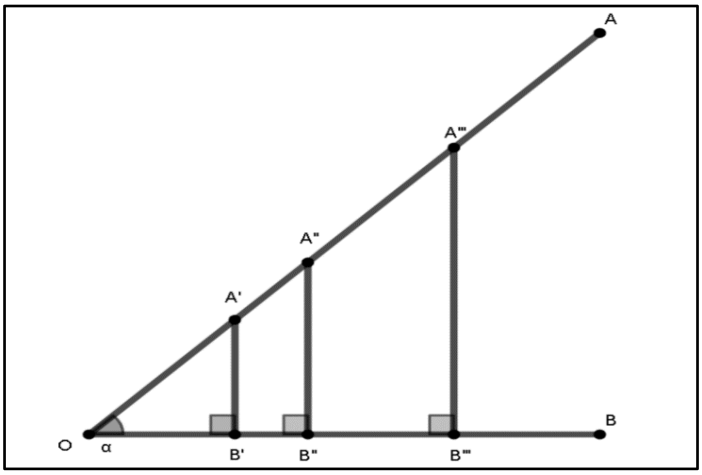
Fonte: Autor (2023).

Consideremos agora um ângulo AÔB = α, $0 < \alpha < 90^0$, e tracemos, a partir dos pontos A', A'', A''' etc. da semirreta OA, perpendiculares $A'B', A''B'', A'''B'''$ etc. a semirreta OB. Os triângulos $OA'B', OA''B'', OA'''B'''$ etc. são semelhantes por terem os mesmos ângulos (Figura 6). Podemos, portanto, escrever:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{OB'}} = \frac{\overline{A"B"}}{\overline{OB"}} = \frac{\overline{A'"B'"}}{\overline{OB'"}} = \cdots$$

A demonstração da figura 6 foi realizada no *GeoGebra*, usando como base a figura 5, com as ferramentas de pontos e linhas. Utilizando o teorema fundamental da semelhança que afirma que dado um triângulo *OAB*, se traçarmos n retas em paralelo ao segmento *AB*, os triângulos *ABC*, *A'B'C'*.... serão semelhantes, e os ângulos correspondentes são iguais e os lados proporcionais (ANDRADE, 2020, p. 19).

Figura 6 – Semelhança entre triângulos



Fonte: Autor (2023).

Esta relação depende apenas do ângulo α e não dos comprimentos envolvidos. Sendo assim, convém dar nomes para estas funções de α, para $0 < \alpha < 90º$.

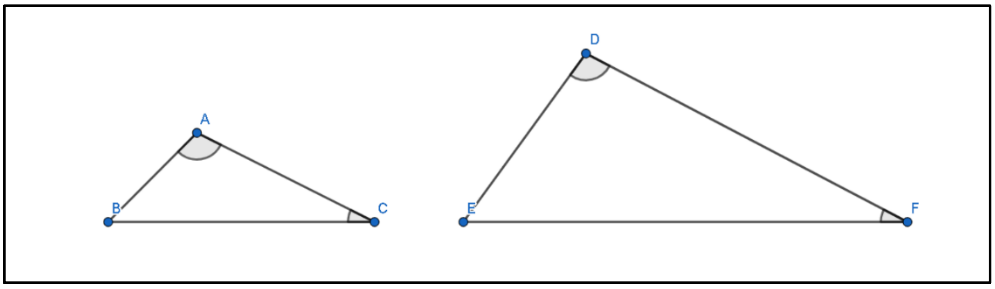
3.2.1 Semelhança

A semelhança de triângulos é um conceito fundamental na geometria que se aplica também ao estudo das funções trigonométricas. A relação entre esses dois temas está intimamente ligada ao conceito de razão trigonométrica. As demonstrações abaixo foram retiradas do livro "Matemática interligada: Trigonometria, fenômenos periódicos e programação".

Em termos simples, duas figuras são consideradas semelhantes se compartilham a mesma forma, mas não precisam ter o mesmo tamanho. Um exemplo comum é a ampliação ou redução de uma figura. A semelhança entre triângulos é estabelecida quando os ângulos correspondentes são iguais, e os lados correspondentes são proporcionais. Portanto, dois triângulos, ΔABC e ΔDEF, são semelhantes se somente se as proporções entre seus lados homólogos forem mantidas e seus ângulos correspondentes forem congruentes (ANDRADE, 2020, p. 18).

A figura 7 foi demonstrada a partir da criação de dois triângulos denominados ABC e DEF, logo após foi atribuído medidas proporcionais aos lados correspondentes e destacando essas relações. Quando usamos a ferramenta ângulo, em ambos os triângulos, verifica-se que os ângulos $A=D$, $B=E$, $C=F$ e os lados $\frac{AB}{DE}, \frac{AC}{DF}, \frac{BC}{EF} = K$, correspondentes proporcionais.

Figura 7 – Triângulos proporcionais



Fonte: Autor (2023).

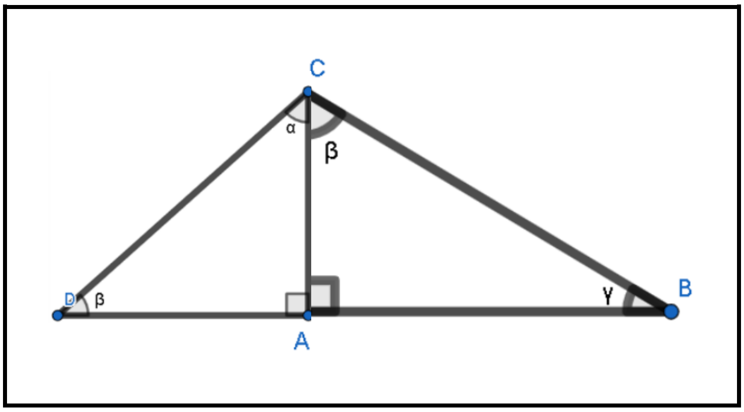
Por meio da semelhança de triângulos conseguimos verificar que:

$$ABC \sim DEF \;\leftrightarrow\; \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}$$

No contexto das funções trigonométricas, esse conceito é particularmente relevante quando se trata de triângulos retângulos. Considere um triângulo retângulo ABC, onde o ângulo agudo A é um dos ângulos agudos do triângulo.

Se traçarmos uma altura a partir do vértice do ângulo reto, ela divide o triângulo em dois triângulos menores: um triângulo maior com o ângulo A e dois triângulos menores, ambos semelhantes ao triângulo original.

Figura 8 – Dois triângulos



Fonte: Autor (2023).

A razão entre os lados desses triângulos, em relação ao ângulo A, está relacionada às funções trigonométricas. Definimos três funções principais: seno, cosseno, tangente.

Essas relações permanecem consistentes mesmo quando os triângulos são semelhantes, pois as razões dos lados continuam proporcionais. Essa é a base para a aplicação das funções trigonométricas em triângulos e é amplamente utilizada em trigonometria e cálculos relacionados a ângulos e distâncias em contextos geométricos.

3.2.2 Relações de seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo

Em um triângulo retângulo, definimos seno, cosseno e tangente como razões entre medidas de dois lados relativos a um determinado ângulo. As demonstrações a seguir foram retiradas da dissertação: "Uma proposta de ensino e aprendizagem de trigonometria em triângulos por meio do software GeoGebra" de Pescarolo (2018, p. 31-32).

O seno de um ângulo agudo é dado pela razão entre o cateto oposto sobre a hipotenusa:

$$Sen\ \alpha = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OA'}}$$

O cosseno de um ângulo agudo é dado pela razão entre o cateto adjacente sobre a hipotenusa:

$$Cos\ \alpha = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa} = \frac{\overline{OB'}}{\overline{OA'}}$$

A tangente de um ângulo agudo é dada pela razão entre o cateto adjacente sobre a hipotenusa:

$$Tg\ \alpha = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OB'}}$$

Estas funções são chamadas de funções trigonométricas e não e uma depende da outra. Duas relações aparecem naturalmente:

$$sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \text{ e } tg\ \alpha = \frac{sen\alpha}{cos\alpha}$$

Para demonstrar ambas, consideremos um ângulo α de vértice O e um triângulo OAB retângulo em B como mostra a figura 5. Chamando $\overline{OA} = a, \overline{OB} = b, \overline{AB} = c$ e utilizando o teorema 2.3:

Teorema 3 (Teorema de Pitágoras). Em um determinado triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. Temos que $a^2 = b^2 + c^2$.

$$sen^2\alpha + \cos^2\alpha = \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2 = \frac{b^2 + c^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1$$

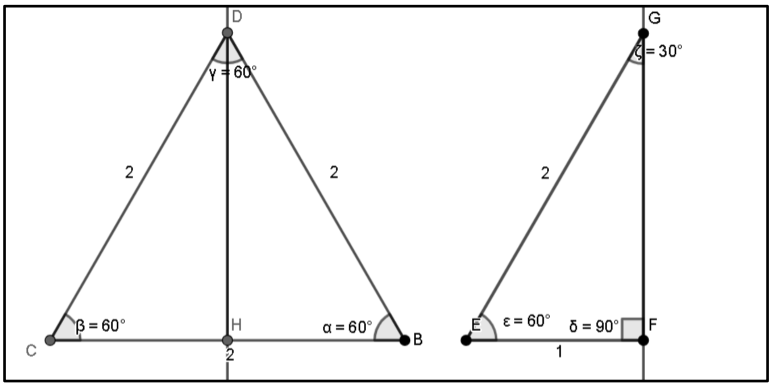
Para todo ângulo agudo α de um triângulo retângulo, outra relação é importante:

$$\frac{sen \propto}{cos \propto} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{b}{c} = tg \propto$$

3.2.3 Tabela de ângulos

Para entender as razões trigonométricas no contexto de um triângulo equilátero, é útil considerar um triângulo com todos os lados iguais e todos os ângulos internos também iguais a 60°.

Figura 9 – Triângulo equilátero



Fonte: Autor (2023).

Agora, vejamos a tabela 1 com algumas razões trigonométricas para um triângulo equilátero:

Tabela 1- Ângulos de 30º e 60º.

	$sen\ \theta$	$\cos \theta$	$tg\ \theta$
30 º	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
60 º	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Fonte: Autor (2023).

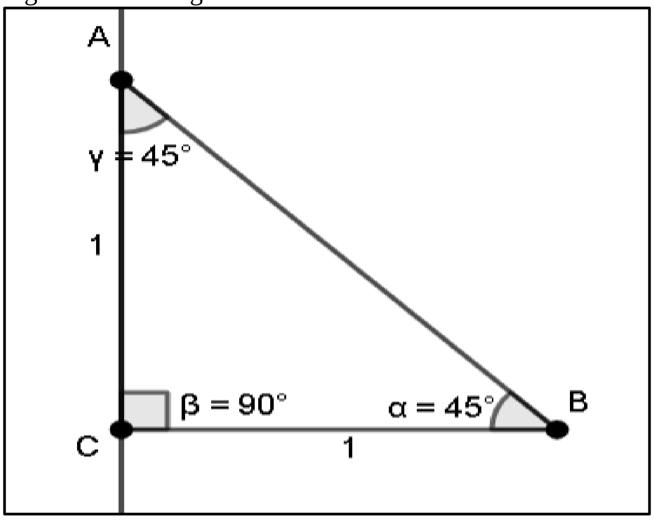
Seguindo o mesmo raciocínio para o triângulo isósceles, temos que:

Tabela 2 – Ângulo de 45º.

$\boldsymbol{\Theta}$	$\boldsymbol{sen}$	$\boldsymbol{cos}$	$\boldsymbol{tg}$
45 º	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1

Fonte: Autor (2023).

Figura 10 – Triângulo isósceles



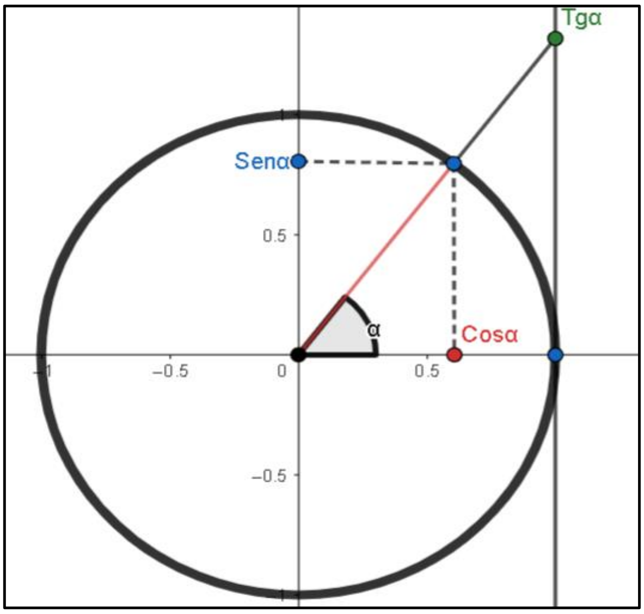
Fonte: Autor (2023).

Elas podem ser úteis em diversos contextos, especialmente quando lidamos com situações envolvendo ângulos notáveis $(30°, 45°, 60°)$, que são comuns em geometria e trigonometria (ANDRADE, 2020, p. 80).

3.3 Círculo trigonométrico

Considerando o estudo do círculo trigonométrico que é fundamentado por figuras geométricas planas: o círculo, e triângulo retângulo representado na figura 11. De modo geral, o estudo da trigonometria se baseia, primeiramente, na observação de uma figura que conduz às deduções diretas e indiretas que se pode observar depois e validar ou não a observação, sendo um processo semelhante ao da construção do conhecimento geométrico.

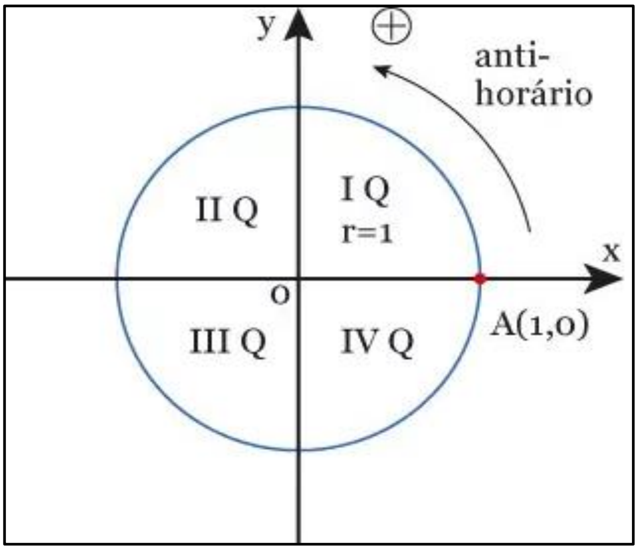
Figura 11 - Círculo unitário com eixos cartesianos



Fonte: Autor (2023).

Segundo Pedroso (2012, p.15), a trigonometria é um dos conteúdos mais ricos e importantes, por abranger conhecimentos relativos a álgebra e a Geometria, unindo esses dois ramos da Matemática: por exemplo, uma equação trigonométrica pode ser resolvida através da representação de suas possíveis soluções no círculo trigonométrico. O círculo unitário assim como no plano cartesiano é dividido em quatro quadrantes como ilustrado na figura 12, no sentido anti-horário, o primeiro quadrante vai de $0°\ a\ 90°$; segundo quadrante vai de $90°\ a\ 180°$; terceiro quadrante vai $de\ 180°\ a\ 270°$; quarto quadrante vai de $270°\ a\ 360°$.

Figura 12 - Identificação dos quadrantes no círculo unitário



Fonte: Oliveira (2018).

3.3.1 Funções trigonométricas

As funções trigonométricas ou circulares têm um papel muito importante e as suas aplicações são de extrema valia para o dia a dia até a parte mais complexa. As funções circulares constituem o objeto fundamental da trigonometria circular, elas também podem representar fenômenos naturais periódicos, como as variações da temperatura, o comportamento ondulatório do som, a pressão sanguínea no coração, os níveis de marés. Segundo os PCNEM, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos (BRASIL, 2000, p. 44).

3.3.2 Função Seno

Dado um determinado ângulo de medida x, a função seno é a relação associada ao x que pertence ao conjunto dos reais. A função seno é uma função periódica de imagem $-1 \leq sen\ (x) \leq 1$. A tabela 1, mostra os valores de seno de $0\ a\ 360º$ (ANDRADE, 2020, p. 80).

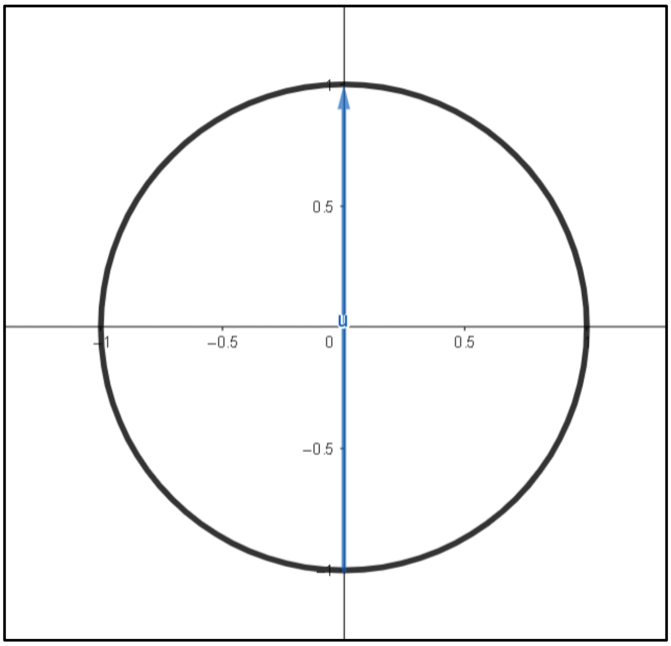
Tabela 1 – Intervalos de seno

$\boldsymbol{x}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	2π
$\boldsymbol{Sen\ x}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0

Fonte: Autor (2023).

O domínio da função é o próprio conjunto dos reais, sendo assim $sen(x)$ é definida para qualquer valor x, logo o $D = R$. A imagem da função $sen(x)$ assume o valor máximo igual a **1**, isso ocorre quando o valor de **x** representa um arco com primeira determinação $\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$**.** E o valor mínimo é igual a **-1**, quando **x** representa um arco com primeira determinação $\boldsymbol{\frac{3\pi}{2}}$ como representado na figura 13.

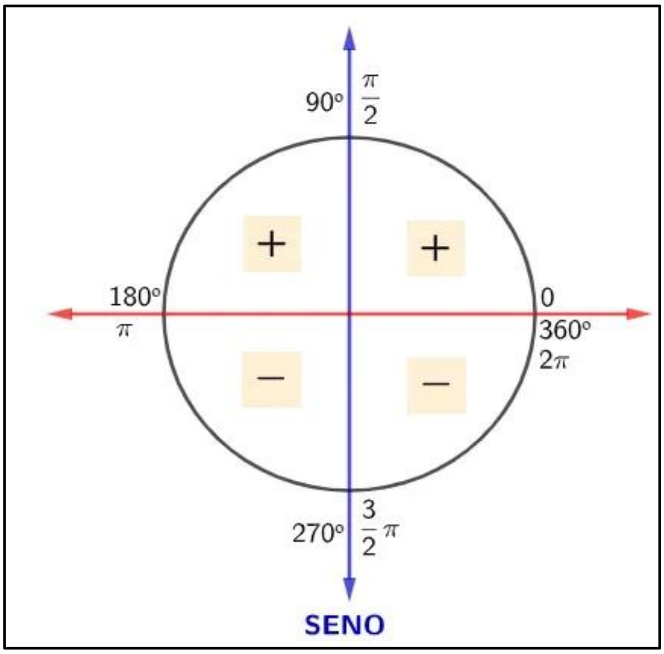
Figura 13 – Eixo do seno



Fonte: Autor (2023).

Nos quadrantes I e II a função seno é positiva e nos quadrantes III e IV é negativa, como visto na figura 14 (OLIVEIRA, 2018).

Figura 14 – Sinal da função seno

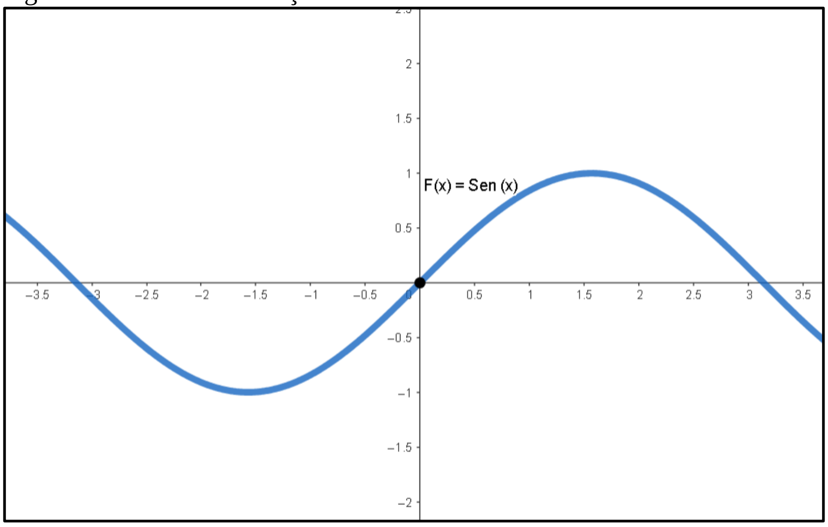


Fonte: Oliveira (2018).

Quando inserimos a função sen(x), no *GeoGebra*, obtemos a figura 15, que permite obter o gráfico da função em toda reta com repetidos períodos de magnitude 2π, vale ressaltar que a função representada é:

$$Sen\ (t + 2\pi) = sen\ t$$

Figura 15 – Gráfico da função seno



Fonte: Autor (2023).

3.3.3 Função Cosseno

A função cosseno também é uma função periódica que possui imagem para um **x** pertencente ao conjunto dos reais $1 \leq cos(x) \leq 1$ (ANDRADE, 2020, p. 80).

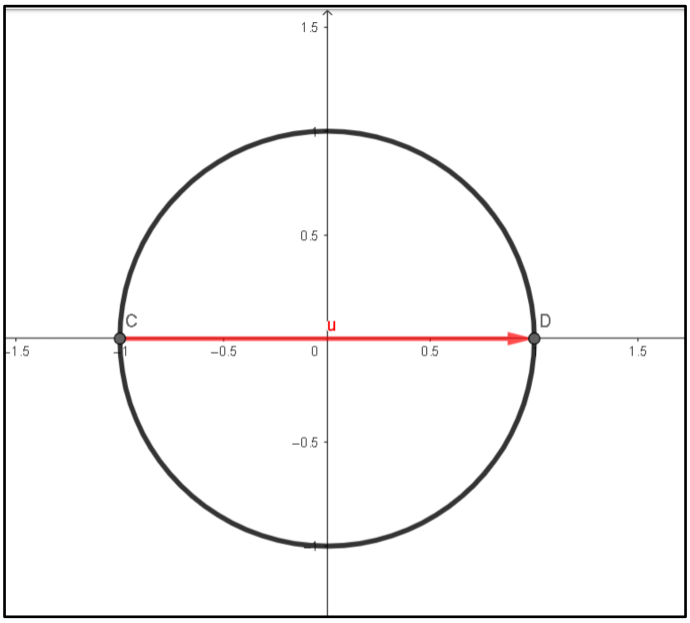
Tabela 2 – intervalos do cosseno

$\boldsymbol{x}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	2π
$\boldsymbol{Cos\ x}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	- 1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1

Fonte: Autor (2023).

O domínio da função cosseno é o conjunto dos números reais, isto é, $cos(x)$ é definido para qualquer x real, então o domínio de $f(x) = cos(x)$ é o conjunto dos reais. A função $cos(x)$ assume valor máximo igual a 1, ocorre quando o valor de x representa um arco com primeira determinação 0. E o valor mínimo igual a -1, quando x representa um arco com primeira determinação π.

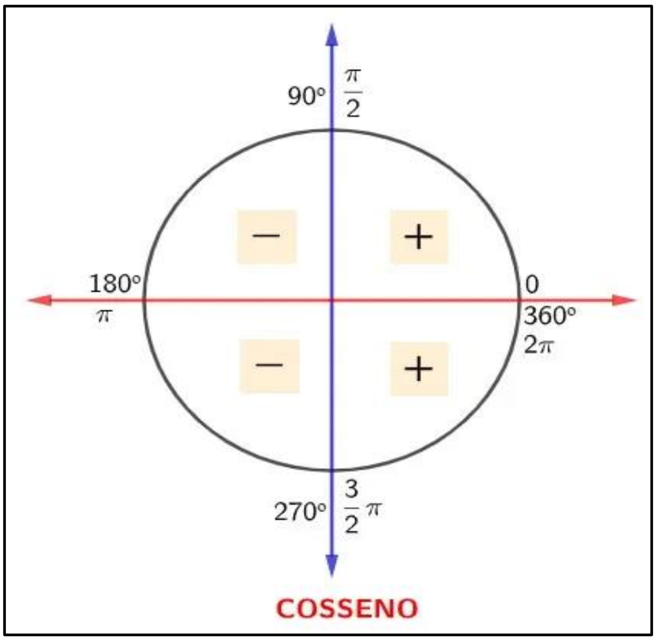
Figura 16 - Eixo do cosseno



Fonte: Autor (2023).

Nos quadrantes I e IV a função cosseno é positiva e nos quadrantes II e III é negativa, como visto na figura 17.

Figura 17 – Sinal da função cosseno

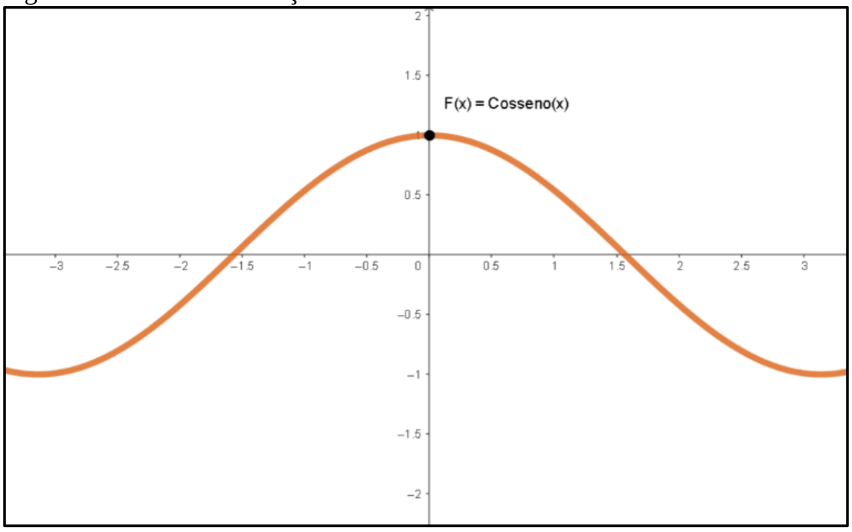


Fonte: Oliveira (2018).

Assim como a função seno, a função cosseno descrita no gráfico em toda reta se repete em períodos de magnitude 2π, vale ressaltar que a função representada é:

$$cos\ (t\ +\ 2\pi)\ =\ cos\ t$$

Figura 18 – Gráfico da função cosseno



Fonte: Autor (2023).

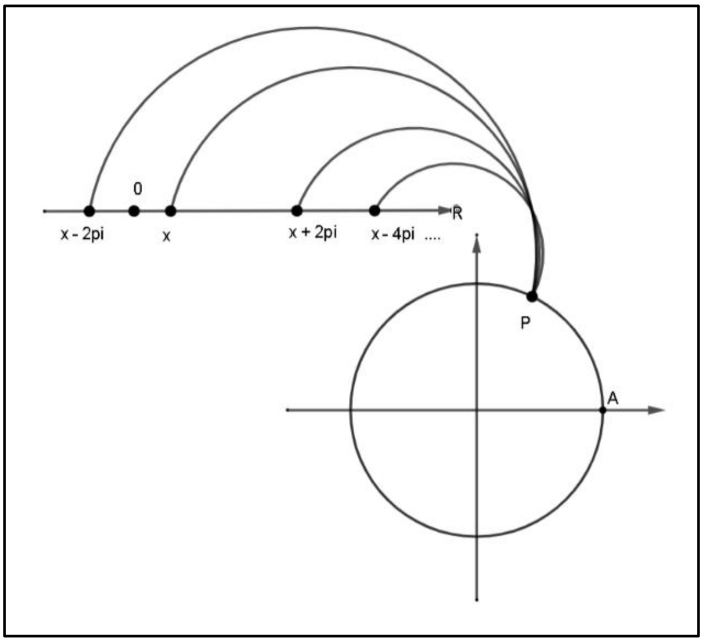
3.3.4 Periodicidade

As funções seno e cosseno são periodicamente repetitivas e têm um período de 2π radianos ou 360º. Isso significa que, ao longo de um intervalo de 2π radianos (ou 360º), os valores da função seno ou cosseno se repetirão. A fórmula geral é:

$$sen\ (\theta\ +2\pi n) = sen\ (\theta);\ \ co\,s(\theta + 2\pi n) = cos\ (\theta)$$

Onde n é um número de voltas completas ao redor de um círculo unitário. Isso ocorre porque as funções trigonométricas são periódicas, e um valor de n indica quantas vezes a função completa um ciclo ao longo de uma circunferência. Se n for um número inteiro positivo, indica voltas completas no sentido anti-horário, enquanto um valor negativo de n indica voltas completas no sentido horário.

Figura 19 – Arco AP $= x + 2\pi n$



Fonte: Autor (2023).

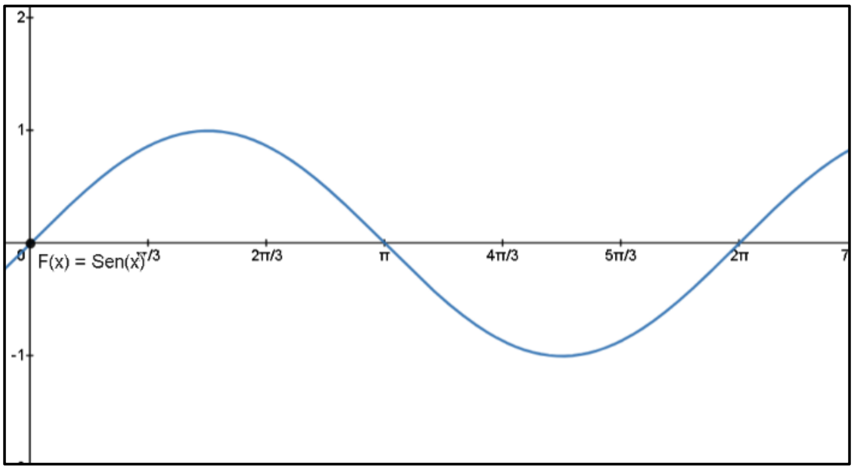
Naturalmente, para todo n inteiro, e para x real, $sen(\theta + 2\pi n) = sen\,\theta$ e $cos(\theta + 2\pi n) = cos\theta$. Este fato significa que as funções seno e cosseno são periódicas com período 2π, isto é, se conhecemos o comportamento destas funções no intervalo $[0, 2\pi]$, passamos a conhecer imediatamente como estas funções se comportam em todos os intervalos seguintes (ou anteriores) de comprimento 2π (CARMO; MORGADO; WAGNER, 2005, p. 35 -37).

3.3.5 Gráficos de funções

Ao analisar os gráficos das funções seno e cosseno, observamos padrões característicos, identificando pontos notáveis como máximos, mínimos e pontos de interceptação no eixo x. Destacamos a natureza periódica dessas funções, evidenciando como os gráficos se repetem a cada 2π radianos.

A função seno é uma onda periódica que oscila entre -1 e 1, formando um padrão característico ao longo do eixo y. O gráfico da função inicia-se no ponto (0, 0), estendendo-se positivamente e negativamente ao longo do eixo x. O período da função seno é 2π radianos (ou $360\ em\ graus$), indicando que a onda completa um ciclo ao percorrer essa distância angular como demonstrada na figura 20.

Figura 20 – Função seno (x)

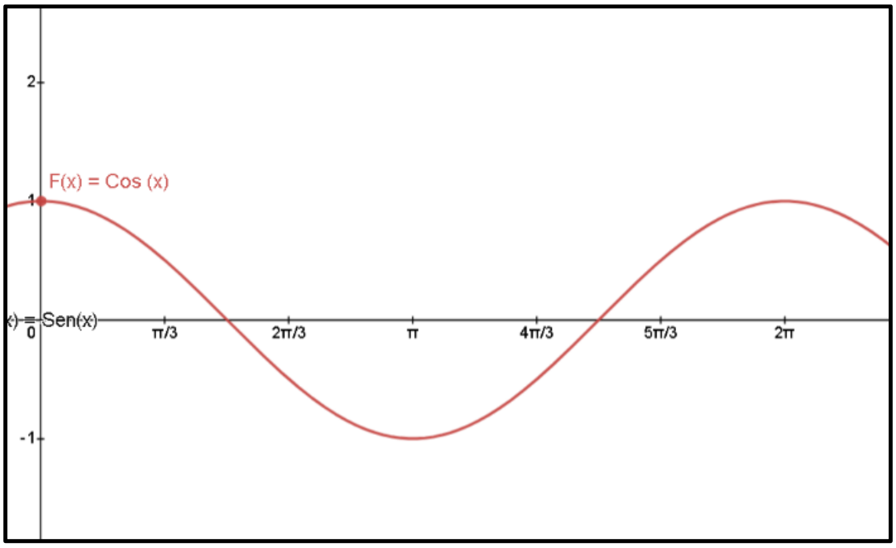


Fonte: Autor (2023).

Os pontos notáveis incluem os máximos e mínimos, atingindo a amplitude máxima de 1 e mínima de -1. Os cruzamentos do gráfico com o eixo x ocorrem nos múltiplos de π radianos, representando os pontos de interceptação.

Já o gráfico da função cosseno é semelhante ao do seno, oscilando entre -1 e 1. Entretanto, o cosseno inicia-se no ponto (0, 1), diferindo em sua fase inicial em relação à função seno. O período da função cosseno também é 2π radianos (ou $360\ em\ graus$), indicando que a onda completa um ciclo a cada 2π radianos.

Figura 21 – Função cosseno (x)



Fonte: Autor (2023).

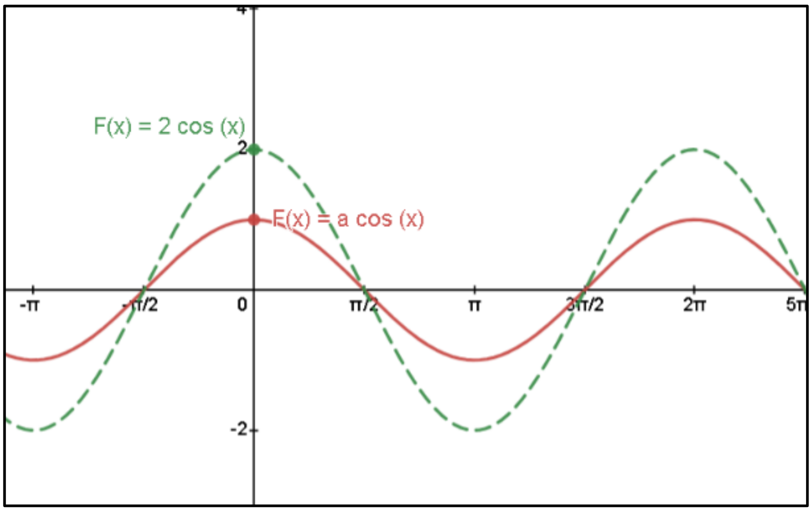
Pontos notáveis no gráfico incluem máximos, mínimos e cruzamentos com o eixo x. O valor máximo é 1, alcançado no ponto inicial, e o valor mínimo é -1, ocorrendo nos pontos de interceptação com o eixo x, assim como na função seno.

3.3.5.1 Dilatação vertical e horizontal

A dilatação vertical e horizontal são transformações fundamentais que podem ser aplicadas às funções seno ($y = a\, sin\,(bx)$) e cosseno ($y = a\, cos\,(bx)$), onde a e b são parâmetros que afetam a amplitude e o período das funções, respectivamente.

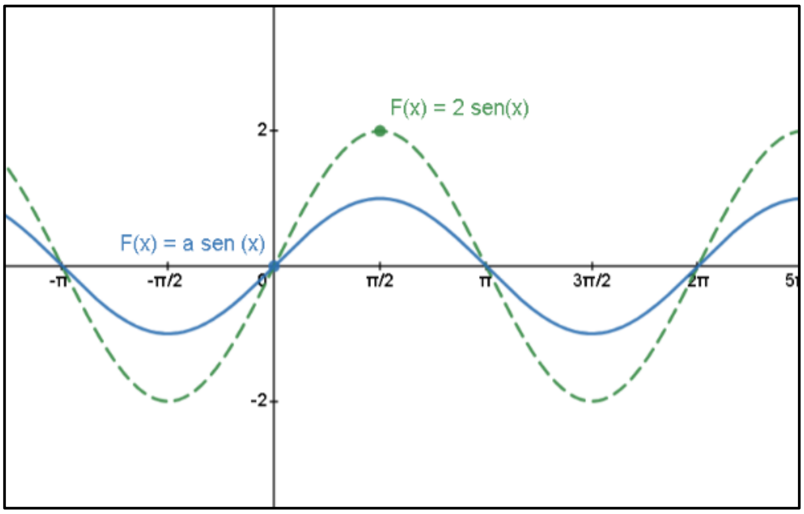
A dilatação vertical, representada pelo parâmetro a, modifica a amplitude da função. Se $|a| > 1$, a função é esticada verticalmente, aumentando a amplitude. Se $0 < |a| < 1$, ocorre uma compressão vertical, diminuindo a amplitude. Quando $a = -1$, há uma inversão vertical, refletindo a função em relação ao eixo x. Nas funções seno e cosseno a dilatação vertical afeta a amplitude da oscilação vertical, demonstrada quando $a = 2$, nas figuras 22 e 23.

Figura 22 - Dilatação vertical do sen (x)



Fonte: Autor (2023).

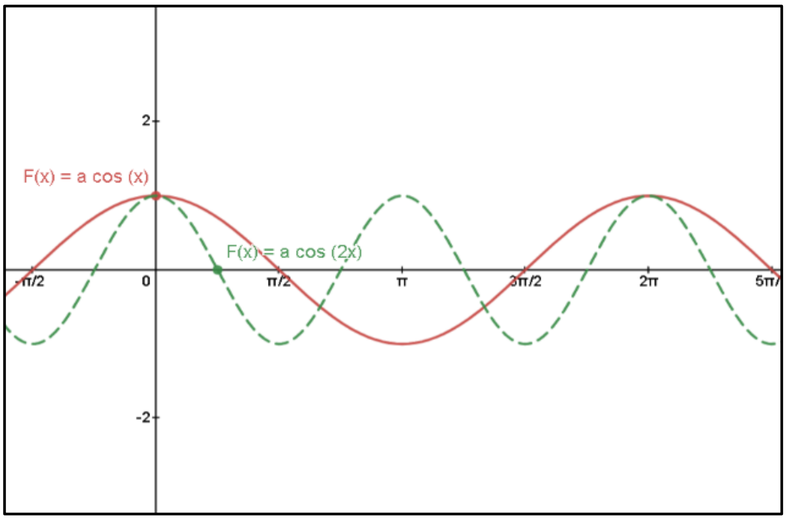
Figura 23 – Dilatação vertical do cos (x)



Fonte: Autor (2023).

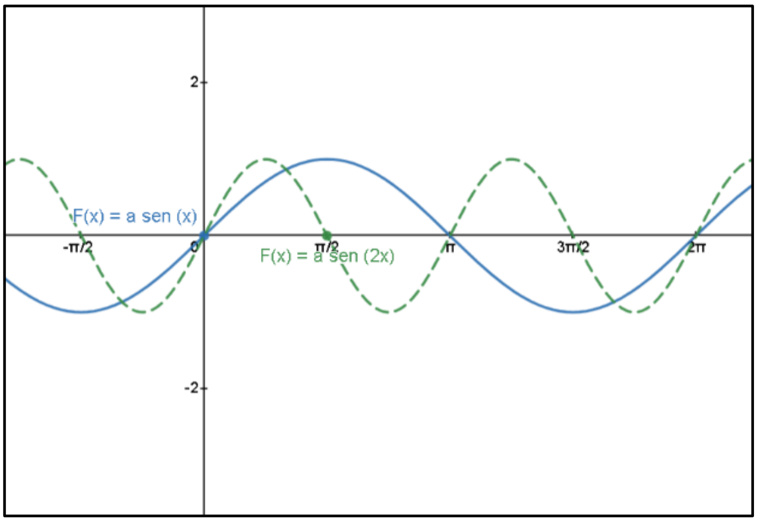
A dilatação horizontal é controlada pelo parâmetro b, que afeta o período da função. Se $|b| > 1$, ocorre uma compressão horizontal, reduzindo o período da função. Se $0 < |b| < 1$, há uma dilatação horizontal, aumentando o período. A direção da dilatação depende do sinal de b, sendo positivo para compressão e negativo para dilatação. Nas funções seno e cosseno a dilatação horizontal modifica a periodicidade da função, alterando a distância entre os ciclos demonstrada quando $b = 2$, nas figuras 24 e 25.

Figura 24 – Dilatação horizontal sen (x)



Fonte: Autor (2023).

Figura 25- Dilatação horizontal cos (x)



Fonte: Autor (2023).

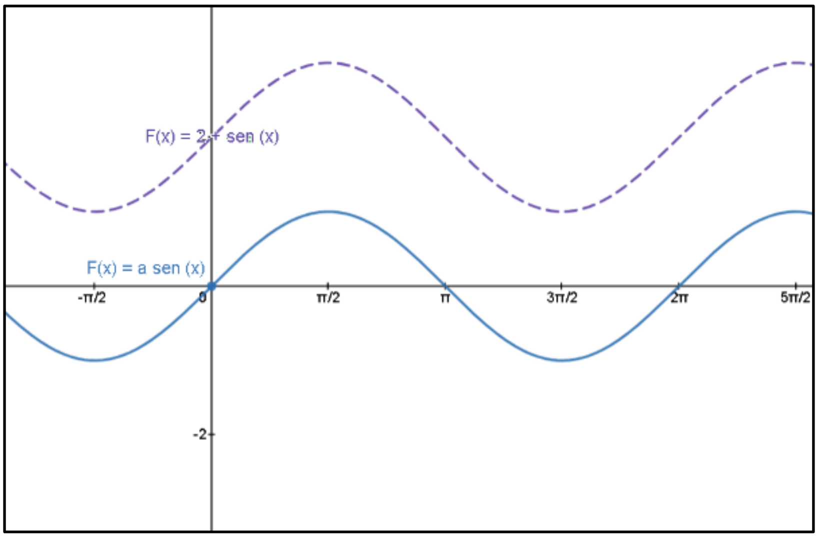
Ambas as dilatações são cruciais na modelagem matemática, permitindo ajustar as características das funções trigonométricas de acordo com as necessidades específicas de uma aplicação. O entendimento dessas transformações amplia a utilidade das funções seno e cosseno em diversos contextos.

3.3.5.2 Translação vertical e horizontal

A translação vertical é uma transformação que afeta a posição vertical de um gráfico ou função em um plano cartesiano. No contexto das funções trigonométricas, como o seno e o cosseno, a translação vertical envolve a adição ou subtração de uma constante ao resultado da função.

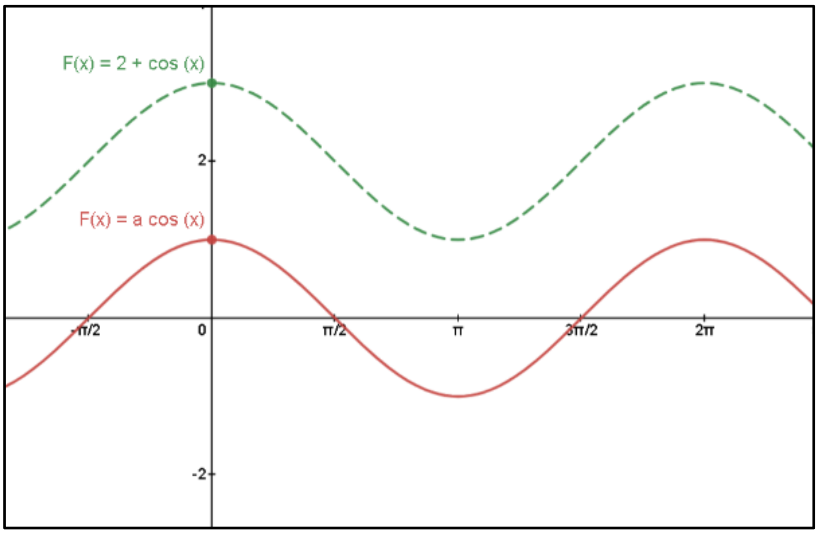
Para as funções seno e cosseno, a forma geral de uma translação vertical é $y = a\,sin(x) + C$ para o seno e $y = a\,cos(x) + C$ para o cosseno, onde a é a amplitude, $sin(x)$ e $cos\,(x)$ são as funções padrões e C é a constante vertical que controla a translação para cima ou para baixo, como mostrados quando $C = 2$, nas figuras 25 e 26 abaixo.

Figura 26- Translação vertical sen (x)



Fonte: Autor (2023).

Figura 27 – Translação vertical cos (x)



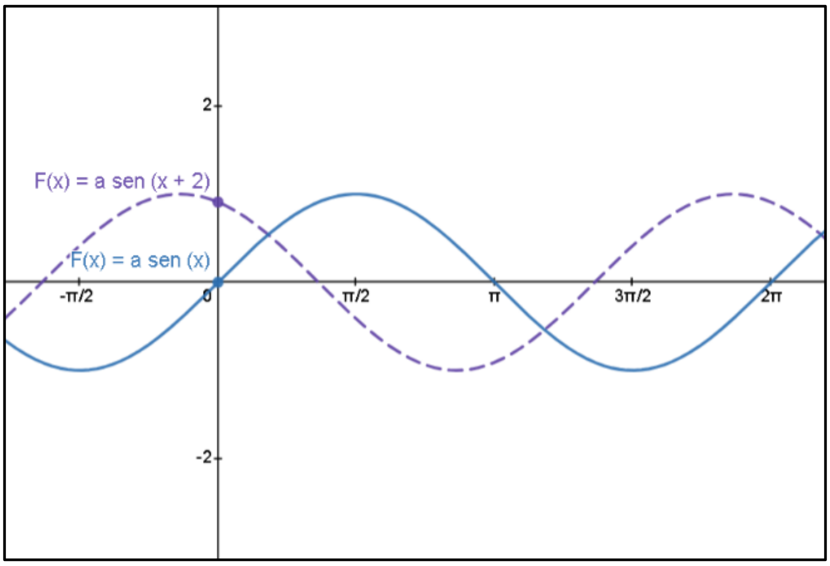
Fonte: Autor (2023).

Essa constante C, determina o quanto a função é deslocada verticalmente. Se C for positivo, a função será deslocada para cima, e se for negativo, a função será deslocada para baixo.

Já translação horizontal é uma transformação que afeta a posição horizontal de um gráfico ou função em um plano cartesiano. A translação horizontal envolve a adição ou subtração de uma constante ao argumento da função.

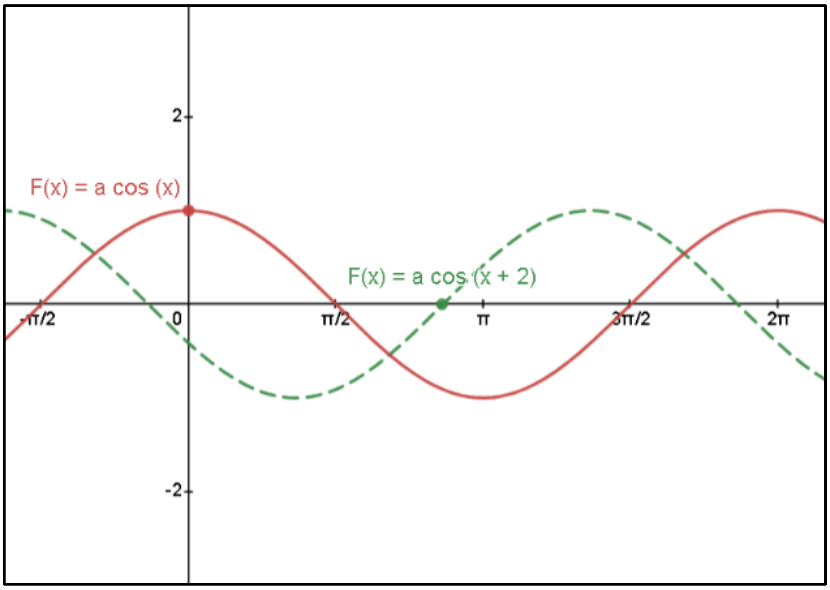
Para as funções seno e cosseno, a forma geral de uma translação horizontal é $y = a\,sen(x + D)$ e $y = a\cos(x + D)$, onde a é a amplitude, $sen(x)$ e $\cos(x)$ são as funções seno e cosseno padrão, e D é a constante horizontal que controla a translação, quando $D = 2$, temos a demonstração gráfica das figuras 27 e 28.

Figura 28 – Translação horizontal sen (x)



Fonte: Autor (2023).

Figura 29 – Translação horizontal cos (x)



Fonte: Autor (2023).

Essa constante D determina o quanto a função é deslocada horizontalmente. Se D for positivo, a função será deslocada para a direita, e se for negativo, a função será deslocada para a esquerda.

3.4 Funções Trigonométricas e o Currículo do Ensino Médio

Na vida cotidiana, a matemática está presente em várias situações, um dos ramos de grande relevância dentro dela é a trigonometria. Nessa área de estudo, exploramos coisas como distâncias e ângulos em triângulos, usando o teorema de Pitágoras para calcular lados e estudando relações específicas nos triângulos. Além disso, analisamos o ciclo trigonométrico e as funções trigonométricas, que são ferramentas úteis para entender e resolver problemas práticos em diferentes áreas. Mas neste trabalho, focaremos as aplicações nos movimentos cíclicos para explorar a cultura amapaense, a fim desenvolver no aluno o interesse pela matemática por meio do contexto no qual está inserido.

A educação básica tem alguns documentos que direcionam as instituições de ensino, que apontam o que o aluno deve estudar sobre algumas disciplinas de acordo com a série e o ciclo de ensino. A partir disso, focaremos dentro desses documentos somente na área de Matemática e com base no que eles falam sobre o tópico das funções seno e cosseno.

No ensino médio temos o documento direcionador que são os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Segundo o documento, na matemática é possível perceber como é enfatizado a questão da interdisciplinaridade, e a importância de não visar apenas os cálculos algébricos aplicados de forma excessiva, mas sim com o que o aluno entenda que matemática é parte do dia a dia. Segundo a BNCC do ensino médio “o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos” (BRASIL, 2000, p.44).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), destaca a relevância de considerar o contexto cultural dos alunos em sua totalidade. Para alcançar esse objetivo, o documento propõe uma abordagem mais interconectada dos conhecimentos previamente explorados. Isso visa permitir que os estudantes construam uma visão mais abrangente da Matemática, com ênfase na sua aplicação e na integração com a realidade cotidiana (BRASIL, 2018, p. 527).

Relacionado à trigonometria, é no ensino médio que o estudo dela é vivenciado. Para essa etapa da educação básica, a BNCC coloca cinco competências específicas, que por meio delas são desenvolvidas as habilidades que devem ser realizadas no decorrer dos três anos do ensino médio. Esse conteúdo é citado na competência 3:

> (EM13MAT306) resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria. (BRASIL, 2018, p. 528)

A partir dessa habilidade, podemos ver a relevância e a necessidade de trabalhar com as metodologias ativas, seja por um aplicativo para auxiliar a compreensão do conteúdo ou a construção do objeto concreto, pois a aplicabilidade no contexto do aluno é de grande relevância para o processo de aprendizagem do educando, além disso, a importância do ciclo trigonométrico como uma base para se estudar e entender as funções seno e cosseno, e o comportamento do gráfico.

Já no referencial curricular amapaense do novo ensino médio, na área da matemática, deve se levar em consideração aplicações de diferentes conceitos matemáticos em vários contextos sociais e de trabalho, estruturando assim arranjos curriculares que permitam estudos em resolução de problemas e análises complexas, funcionais e não-lineares, geometria, robótica, sistemas dinâmicos, dentre outros, considerando o contexto local e as possibilidades de oferta pelas instituições de ensino.

> As aprendizagens essenciais são as que desenvolvem competências e habilidades entendidas como conhecimentos em ação, com significado para a vida, expressas em práticas cognitivas, profissionais e sócio emocionais, atitudes e valores continuamente mobilizados, articulados e integrados, para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do exercício da cidadania e da atuação no mundo do trabalho. (AMAPÁ, 2020).

No currículo focal amapaense, destaca-se a importância da habilidade relacionada à trigonometria, focando no estudo das principais funções trigonométricas para interpretar e modelar fenômenos periódicos. Essa habilidade requer o conhecimento das razões trigonométricas, especialmente ao transpor essas razões para o círculo trigonométrico. No Ensino Médio, a ênfase na periodicidade aumenta, e é aconselhável desenvolvê-la gradualmente. O currículo focal amapaense nos afirma que inicialmente, é crucial identificar os elementos que indicam a repetição de um fenômeno e representá-los graficamente. A visualização gráfica é essencial para reconhecer padrões e compreender o contexto estudado (AMAPÁ, 2022, p. 20).

3.5 Metodologia ativa com a sequência Fedathi

O conceito de metodologia ativa surgiu na década 80 com o intuito de transformar a educação constituída pela aprendizagem passiva, que tinha como característica a apresentação oral dos conteúdos, por intermédio do professor. Sendo assim, o professor é somente um facilitador e não mais o detentor do conhecimento desse processo e intervindo se caso for necessário para chegar ao objetivo, e o aluno o protagonista.

O estudante que irá criar soluções para chegar ao produto final, pois, o que realmente importa nesse caso é o processo a ser percorrido, tornando o ensino e aprendizagem uma via de mão dupla e o educando um ser autônomo.

Com o advento das tecnologias nas últimas décadas, o público nas escolas tornou- se cada vez mais exigente, modificando as aulas em mais dinâmicas e interativas com o objetivo de facilitar o conhecimento. As novas tecnologias têm feito parte da vida do aluno, sendo no cotidiano através das mídias sociais, banco etc. O acesso a estes meios se tornou essenciais no dia a dia, quando esses alunos frequentam a escola se deparam com uma situação diferente da vivenciada, e acabam perdendo o interesse nas aulas.

> O docente agrega a função de ajudar os estudantes a se superarem, a se motivarem e a significarem os conteúdos. O professor precisará teorizar e problematizar o conteúdo, lançar desafios, avaliar resultados e desempenhos (seu e dos alunos), diagnosticar dificuldades e propor caminhos (SILVA; CECÍLIO, 2007).

O ensino da matemática na maioria das vezes foi definido como algo de difícil aprendizagem pela maioria dos alunos por meio da educação tradicional que contribuiu para que essa ideia errônea se concretizasse na mente dos alunos. Segundo os PCNEM "acredita-se que o aluno sozinho seja capaz de construir as múltiplas relações entre conceitos e formas de raciocínio envolvidas nos diversos conteúdos; no entanto, o fracasso escolar e as dificuldades dos alunos frente à matemática mostram claramente que isso não é verdade" (BRASIL, 2000, p. 43). Entende-se que a matemática não é só uma reprodução passada de geração a geração, "A aprendizagem de pares de sílabas sem sentido é um exemplo típico de aprendizagem mecânica, porém a simples memorização de fórmulas, leis e conceitos, em Física, pode também ser tomada como exemplo, embora se possa argumentar que algum tipo de associação ocorrerá nesse caso" (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 9). Talvez falte apresentar as aplicações matemáticas no cotidiano, fazer com que o aluno a perceba na sua vida e a grande importância que ela tem. Uma das soluções para fazer com que as aulas de matemática sejam mais atrativas é usar os recursos tecnológicos como ferramenta, pois por meio deles podem-se desenvolver inúmeros exercícios que possibilitem a pesquisa e o desenvolvimento de métodos próprios para resolver situações envolvendo matemática.

> Sabe-se que a típica aula de matemática a níveis de primeiro, segundo ou terceiro grau ainda é aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julgar importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. (D'AMBROSIO, 1989, p. 15)

A matemática não pode ser vista como um conjunto de técnicas ou regras a serem obedecidas, mas, sim despertar no aluno o desejo de descobrir as respostas, desenvolver métodos próprios, deve promover a criatividade, instigar o raciocínio, o professor traça caminhos para que essas habilidades sejam alcançadas, onde os discentes possam aplicar a teoria, de forma que os conceitos aprendidos se transformem em conhecimento, pois o aluno vivencia certa situação, ele absorve os conteúdos com facilidade, pois a situação problema ele próprio terá que resolver. "Um dos maiores trabalhos do professor consiste, então, em auxiliar o aluno a assimilar a estrutura das disciplinas e a reorganizar sua própria estrutura cognitiva, mediante a aquisição de novos significados que podem gerar conceitos e princípios" (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 41).

3.5.1 Sequência Fedathi

A sequência Fedathi é um método criado para ensinar matemática em salas de aula, fundamentado na ideia de Ausubel de que o elemento mais crucial que impacta a aprendizagem é o conhecimento prévio do aprendiz. Embora a ideia seja simples, a explicação detalhada de como e por que essa ideia é válida pode ser complexa (NOVAK, 1977). Tomando como base as etapas da Sequência Fedathi: Tomada de Posição, Maturação, Solução e Prova. Borges Neto e Dias (1999, p. 1) afirmam que o aluno reproduz ativamente os estádios que a humanidade percorreu para compreender os ensinamentos matemáticos, sem que, para isso, necessite dos mesmos milênios que a história consumiu para chegar ao momento atual. Nessa metodologia de ensino o professor é a peça principal para que o processo de ensino aconteça.

A relevância de recriar esse ambiente na sala de aula reside na capacidade que o professor tem de permitir que os alunos construam significados para os conceitos através da resolução de problemas. As criações dos alunos durante esse processo se tornam o ponto central para a orientação do professor, que busca mediar a construção do conhecimento. Durante esse processo, é crucial que o educador leve em consideração as experiências prévias e os conhecimentos que os alunos têm em relação às atividades realizadas, incorporando esses elementos na abordagem pedagógica. A figura 30 mostra o processo do conhecimento adquirido fundamentado em Fedathi.

Figura 30 – Relação professor-aluno em Fedathi

Fonte: Borges *et al.* (2001).

A ideia da Figura 30, detalha os passos que o ensino percorre em Fedathi, segundo Souza e Borges Neto (2012, p. 4), o ensino começa com o professor (1) escolhendo um problema relacionado ao conhecimento a ser ensinado, podendo também partir de uma situação proposta pelo aluno. Em seguida (2), o professor apresenta o problema aos alunos usando uma linguagem apropriada. Com o problema em mãos (3), os alunos exploram possíveis soluções, e a solução encontrada é analisada em conjunto com o professor (4). Os processos 3 e 4 envolvem um debate sobre a solução, visando à construção do conhecimento pelo aluno (5). Esse momento representa a mediação entre o professor, o conhecimento e o aluno.

A Sequência Fedathi (SF) critica a prática comum de professores apresentarem um problema e resolvê-lo imediatamente, privando os alunos da oportunidade de experimentação. Segundo Machado (2023, p. 46), isso vai contra os princípios fundamentais da SF, que enfatiza etapas específicas: tomada de posição, maturação, solução e prova. Essa metodologia divide as responsabilidades entre professor e aluno na sala de aula. Cada fase representa um passo no processo de organizar e sistematizar ideias e ações à medida que avança em direção ao objetivo do ensino.

Tabela 5 – Etapas da sequência Fedathi

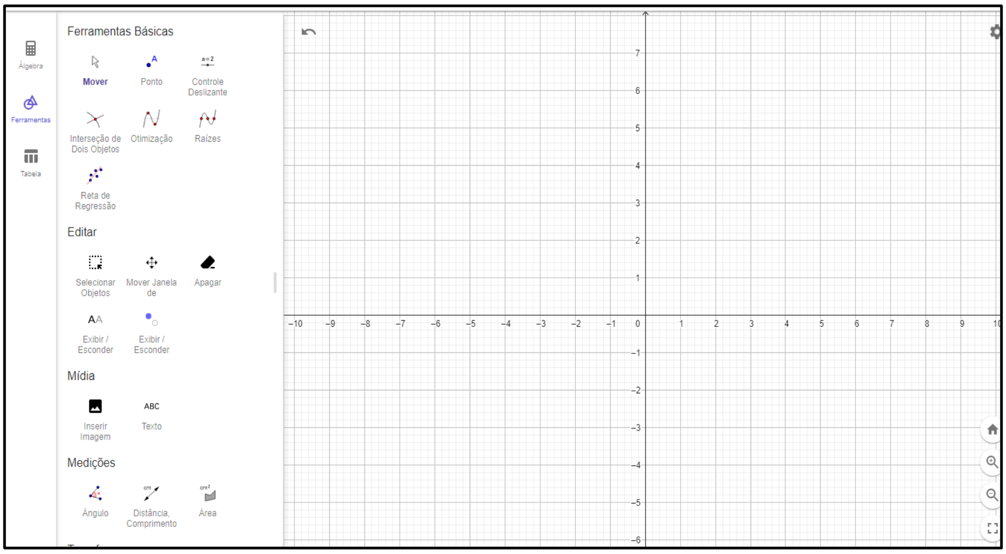
Tomada de posição	Nessa etapa o professor apresenta o problema para o aluno, partindo do problema geral para o específico. A compreensão genuína de um conceito ou posição implica a posse de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis. (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 14).
Maturação	Esta etapa é direcionada à conversa entre o docente e a turma a respeito do problema apresentado na primeira etapa; os alunos devem buscar compreender o problema e tentar descobrir os possíveis caminhos que possam levá-lo a uma solução.
Solução	Nessa outra etapa, os alunos deverão organizar e apresentar modelos que possam conduzi-los a encontrar o que está sendo pedido pelo problema; esses modelos podem ser escritos em linguagem matemática, ou por meio de desenhos, gráficos, esquemas etc.
Prova	Após as rodas de conversas realizadas a respeito das soluções dos alunos, o professor deverá apresentar o novo conhecimento como meio prático e otimizado para levar a resposta do 30 problema. Nessa fase, a didática do docente será de extrema valia para obtenção do conhecimento por parte dos alunos, pois, além de ter que manter a atenção e motivação do grupo, o professor precisará fazer uma conexão entre os modelos apresentados e o modelo matemático a ser apreendido. A compreensão genuína de um conceito ou posição implica a posse de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis. (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 14).

Fonte: Autor (2024).

3.5.2 *GeoGebra* e o ensino da trigonometria

O software *GeoGebra* surgiu no ano de 2001, através da tese de Markus Hohenwarter na universidade de Salzburgo, também conhecida como Universidade Paris Lodron, com o intuito de ser usado como ambiente em sala de aula no ensino de matemática (GOMESL *et al*., 2013, p. 2). O software é uma ferramenta de acesso gratuito, que auxilia professores e alunos na construção geométrica através de pontos, segmentos etc. de funções como ilustrado na figura 31.

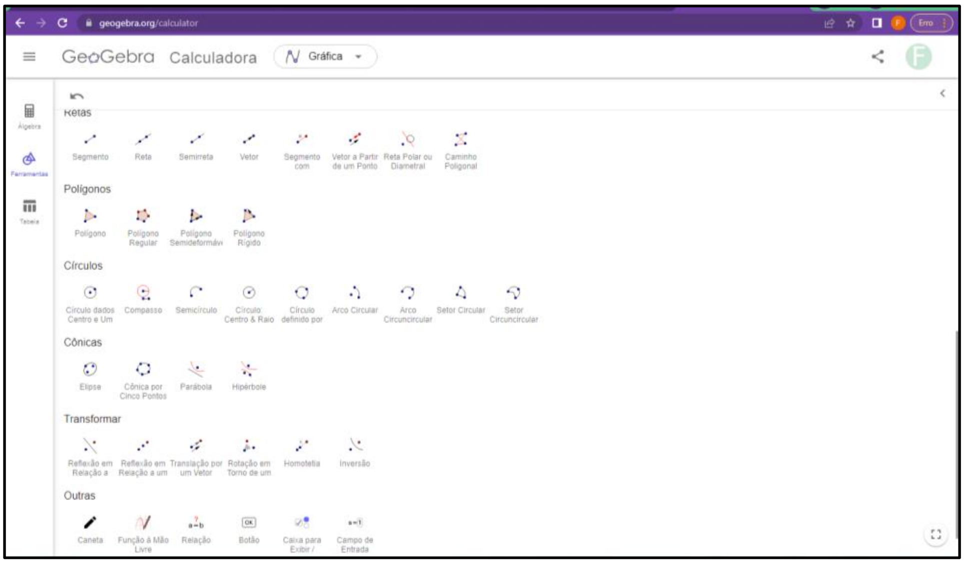
Figura 31 - Página inicial do *GeoGebra*.



Fonte: Autor (2024).

Tendo em vista que a matemática é abstrata em sua totalidade segundo Nogueira (2019, p. 2) os números só existem na abstração criada pelo ser humano, e as ferramentas tecnológicas são de grande relevância no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de matemática. Na visão de Poloni (2015, p. 221) o uso de ambientes informatizados pode gerar mudança de hábitos levando o aprendiz a uma postura investigativa ao aprender, produzindo conhecimentos, em situações que lhe permitam experimentar, interpretar, visualizar, generalizar e demonstrar. Nas figuras 32 e 33 a seguir, mostra as ferramentas que o *GeoGebra* disponibiliza na plataforma como a criação de polígonos, círculos, cônicos etc.

Figura 32 - Ferramentas do *GeoGebra*



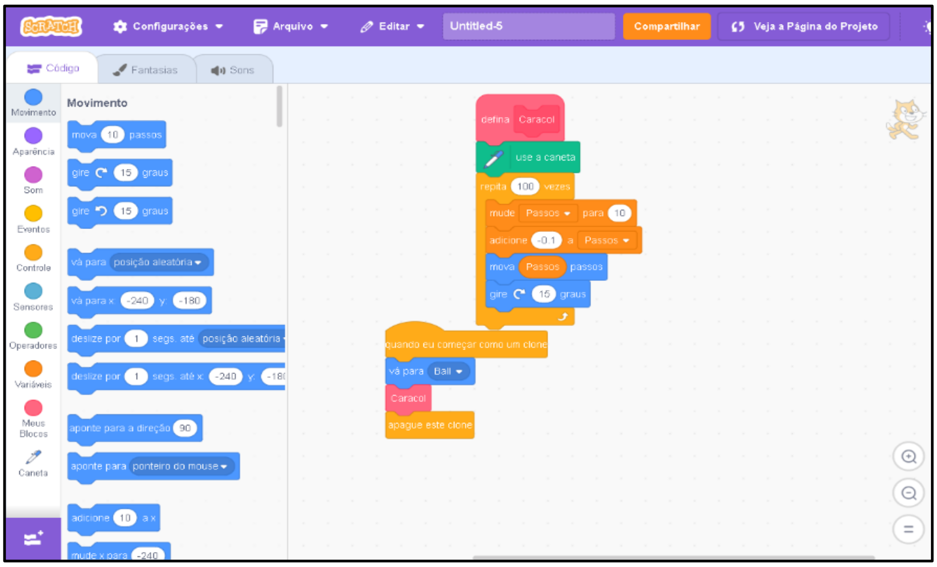
Fonte: Autor (2024).

A integração do *GeoGebra* como metodologia ativa no ensino de funções trigonométricas proporciona uma abordagem dinâmica e visual para a compreensão desses conceitos matemáticos (PEDROSO, 2012, p. 51). A ferramenta permite a visualização instantânea de gráficos, a manipulação direta de parâmetros e a criação de animações interativas que facilitam a exploração das relações trigonométricas. Além disso, o *GeoGebra* viabiliza a modelagem de fenômenos do mundo real, a exploração de identidades trigonométricas e a colaboração em projetos entre os alunos (SANTOS, 2021, p. 30). Sua aplicação promove uma aprendizagem mais envolvente, participativa e eficaz, possibilitando aos estudantes uma compreensão mais profunda e prática das funções trigonométricas.

3.5.3 *Scratch* como ferramenta no ensino da matemática

Scratch é uma linguagem de programação visual e uma comunidade online desenvolvida pelo MIT Media Lab. Criada para ser acessível e amigável para iniciantes, especialmente crianças e adolescentes, *Scratch* utiliza uma interface de blocos gráficos que representam diferentes comandos de programação (MARJI, 2014, p. 4).

Figura 33 – Interface de blocos

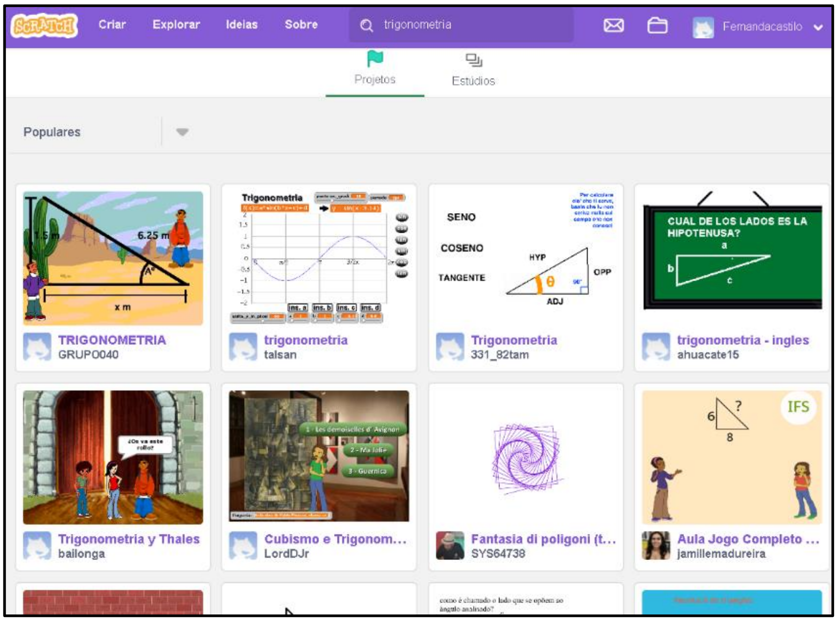


Fonte: Autor (2024).

Esses blocos são arrastados e encaixados para criar scripts, facilitando a compreensão de conceitos de programação. A plataforma promove a participação ativa dos usuários por meio da manipulação de sprites[1] e cenários, incentivando a criatividade e o pensamento lógico.

Além disso, a comunidade online do *Scratch* possibilita o compartilhamento de projetos, colaboração e remixagem, estimulando a aprendizagem colaborativa.

Figura 34 – Ambiente online do *scratch*



Fonte: Autor (2024).

[1]Sprites: Objetos utilizados no processo de criação dos jogos, como exemplo a imagem de um personagem.

A integração do *Scratch* como uma metodologia ativa no ensino de funções trigonométricas: seno e cosseno, busca promover uma abordagem prática e criativa no processo de aprendizagem. Partindo da premissa de que a programação pode ser uma ferramenta eficaz para a compreensão de conceitos matemáticos, explorando como o *Scratch* pode ser incorporado de maneira significativa no contexto da sala de aula. São abordados aspectos como a criação de projetos que envolvem conceitos matemáticos, a resolução de problemas por meio da programação e a colaboração entre os alunos (KLEINUBING, 2016, p. 21).

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo, será discutida a metodologia adotada na pesquisa, que segundo Minayo *et al.* (2002, p.16), é o caminho do pensamento e a prática exercida na abordagem da realidade, fornecendo assim detalhes sobre cada fase do processo. Isso incluirá a elaboração da sondagem, a implementação da sequência Fedathi, as intervenções realizadas e os procedimentos de coleta de dados.

4.1 Objeto de estudo

O interesse e a escolha por esse tema surgiram por meio das observações no estágio supervisionado, com as dificuldades encontradas pelos alunos quanto ao assunto, então surgiu a proposta de aplicação do tema utilizando ferramentas tecnológicas.

> Estudar matemática, na maioria das escolas, é considerado um desafio pelos estudantes. Enquanto alguns se destacam, muitos têm dificuldades para compreender determinados tópicos e desenvolver habilidades necessárias para a resolução de problemas, à medida que esses vão ficando mais complexos e exigindo mais do estudante. Assim, o principal objetivo de incorporar as tecnologias de informação, nesse processo, é minimizar as dificuldades proporcionando o entendimento dos temas apresentados com ferramentas alternativas. (PEREIRA *et al.*, 2012, p.7)

Lima (2009, p. 36), afirma que ao explorar as potencialidades do ensino com o computador, o objetivo central é enfatizar a versatilidade das ferramentas tecnológicas, proporcionando aos alunos a oportunidade de agir como pesquisadores. Eles podem se envolver ativamente na investigação de problemas matemáticos propostos pelo professor, construindo soluções por conta própria, em vez de dependerem estritamente de um modelo predefinido a ser seguido.

Em primeiro momento, realizou-se a aplicação de uma sondagem com os alunos do 2º ano do Ensino médio, para que tivéssemos o embasamento para montar a sequência como proposta de oficina. Em seguida construímos com base na sondagem um questionário para os professores com intuito de relacionar as respostas de ambos.

Como alternativa ao ensino tradicional, as atividades das oficinas estão sendo desenvolvidas para serem aplicadas no laboratório de informática, fazendo uso de computadores e do *software* de geometria dinâmica *GeoGebra* e de linguagem de bloco *Scratch*. Este formato inovador proporcionará uma abordagem mais interativa e prática, enriquecendo o processo de aprendizagem e tornando o ensino de funções trigonométricas mais acessível e interessante para os estudantes (SANTOS, 2021, p. 24). Alves *et al*. (2023, p. 3), reforçam a importância dessa integração do computador com a Internet oferecendo oportunidades para implementar abordagens que aproximam professores, alunos e conhecimentos construídos ao longo da história.

> Possibilitar a participação de todos os alunos nas diferentes atividades, mesmo que os níveis de competência, conhecimento e interesses forem distintos. O GeoGebra propicia essa participação de todos os alunos, pois em uma dada tarefa o professor pode sugerir que todos os alunos deem suas contribuições, mesmo aqueles alunos em que o nível de aprofundamento seja muito diferenciado dos demais, pode e deve colaborar com a criação em conjunto do material proposto pelo professor. (ALVES *et al*., 2023, p.8)

O presente trabalho adotou uma abordagem quali-quantitativa, integrando métodos qualitativos e quantitativos para explorar o ensino das funções trigonométricas. A coleta de dados qualitativos será realizada por meio de observações feita em encontros com os alunos, visando uma compreensão aprofundada dos contextos e significados subjacentes ao fenômeno (SCHNEIDER *et al*., 2017, p. 571).

Simultaneamente, a coleta de dados quantitativos ocorreu por meio de sondagem feitas por questionários, proporcionando uma visão numérica e estatística das variáveis em análise. A amostra foi selecionada considerando o conhecimento prévio dos alunos para garantir representatividade tanto na análise qualitativa quanto na quantitativa. (SEVERINO, 2009, p. 16).

4.2 Lócus da pesquisa

O local da aplicação desta pesquisa foi o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá (IFAP), *Campus* Macapá, que está situado na Rodovia Br 210 km 3, s/n, Bairro: Brasil Novo, CEP: 68909-398, Município de Macapá, no estado do Amapá. Em síntese, é uma instituição de ensino superior, técnico e tecnológico, o IFAP tem como missão oferecer educação de qualidade em diversos níveis, desde o ensino médio até a formação superior, aliando teoria e prática nas áreas de ciência, tecnologia e educação.

Além disso, o instituto busca promover a pesquisa, extensão e inovação, contribuindo para o desenvolvimento socioeconômico da região e formando profissionais capacitados para atuar no mercado de trabalho. A escolha deste local se deu pela sua infraestrutura adequada e pela disponibilidade do espaço físico com materiais necessários como computadores conectados à internet, quadro branco, e projetor multimídia.

4.3 Público-alvo

Inicialmente, a pesquisa foi direcionada aos estudantes do 2º ano do Ensino Médio, escolha motivada pelo pressuposto de que esses alunos já possuíam conhecimentos prévios sobre funções trigonométricas. O propósito era oferecer uma ferramenta adicional que os auxiliasse na análise e resolução de problemas relacionados a essa temática. As turmas envolvidas foram dos Cursos Técnicos na forma integrada em redes de computadores, mineração, edificação e química e professores do ensino básico.

5 APRESENTAÇÃO E COLETAS DE DADOS

Este capítulo apresenta os dados obtidos por meio de dois questionários abertos (Apêndices A e B). Esses questionários foram direcionados ao público-alvo da pesquisa, abordando os conhecimentos específicos sobre os conteúdos de trigonometria, em especial os de funções trigonométricas seno e cosseno. Além disso, buscamos avaliar por meio dos questionários o impacto dos usos de softwares educacionais durante as aulas de matemática. Os questionários foram respondidos por professores e alunos. Sendo os dos estudantes divididos em duas partes com questões relacionadas a tabela inicial do questionário, aplicado antes da realização da oficina. Para Moreira e Massini (1982, p. 12) as sondagens têm uma função fundamental no processo de ensino e aprendizagem, pois exerce seu papel principal que é superar os limites entre o que o aluno já sabe e aquilo que ele precisa saber, antes de poder aprender a tarefa apresentada.

5.1 Questionários de sondagem dos professores

Do questionário destinado aos professores, foram selecionadas 18 perguntas para análise nesse estudo, pois as demais eram mais focadas no ensino específico de trigonometria, conforme estabelecido pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o ensino médio. Esse conteúdo é abordado no segundo ano e reforçado no terceiro ano do ensino médio (BRASIL, 2018, p. 527).

Na pesquisa, 14 professores de escolas no município de Macapá foram envolvidos. No início do questionário destinado aos docentes, nos detemos a conhecer o perfil do professor dos entrevistados, 2 possuíam apenas a graduação em licenciatura em matemática, enquanto os outros 12 detinham titulações superiores à graduação. Essas titulações incluíam especializações, mestrados ou doutorados em áreas relacionadas à educação ou matemática. O envolvimento de profissionais com níveis mais elevados de formação pode indicar uma diversidade de experiências e especializações, contribuindo para uma análise abrangente na pesquisa educacional (CARNEIRO; PASSOS, 2009, p. 9).

Foi mencionado em relação à idade dos professores, a maioria se concentra nas faixas etárias de 41 a 45 anos e 46 anos ou mais, representando 12 dos 14 docentes entrevistados. Isso indica que aproximadamente a maior parte dos docentes têm mais de 41 anos, evidenciando uma maioria de profissionais maduros e experientes, tanto na sala de aula quanto na vida (CANDAU, 1997, p. 57). Que pode ou não ser um ponto positivo no processo de ensino e aprendizagem, pois segundo Libâneo (2008, p. 26), o que definirá essa questão é se o docente possui uma formação profissional contínua, pois a educação está constante mudança.

Em relação ao tempo de serviço, 85,75% dos educadores, tem mais de 10 anos de serviço como professor. De acordo com Tardif e Raymond (2000, p.210), “o trabalho modifica o trabalhador e sua identidade, modifica também, sempre com o passar do tempo, o seu saber trabalhar”. A maioria dos professores concentra-se em faixas de tempo mais longas, indicando uma força de trabalho com considerável experiência.

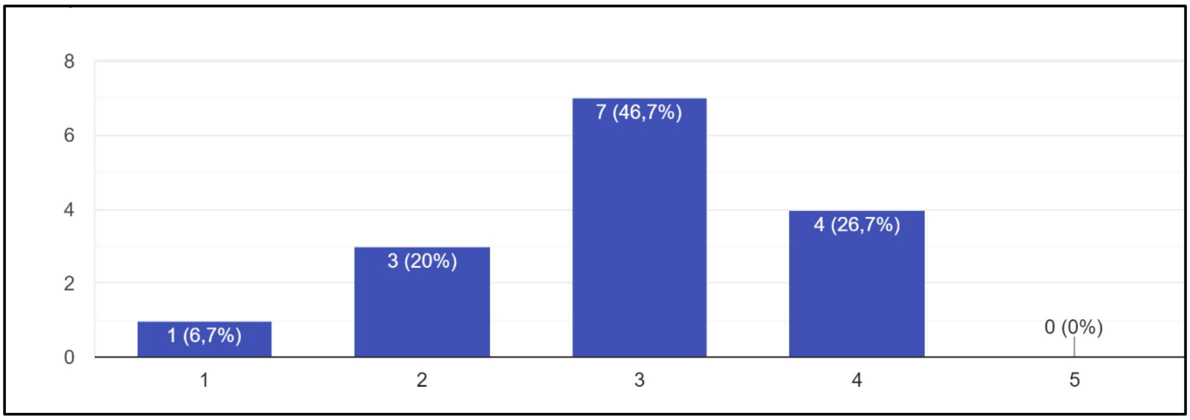
O próximo questionamento, retrata a presença de disciplinas sobre o ensino de funções trigonométricas durante o período de graduação dos professores, ou se foi abordado em algum momento acerca desse assunto. Revela-se que uma parcela significativa, sendo 13 dos participantes teve exposição a tais disciplinas, indicando uma ênfase educacional nesse tópico. No entanto, algumas lacunas persistem, sugerindo que apenas 1 dos indivíduos não tiveram essa abordagem específica em sua formação.

Em seguida buscou saber se os professores aplicam o conteúdo de funções trigonométricas com base em sua formação de graduação. Evidencia-se que uma parte substancial dos respondentes integra esse conhecimento em seu ensino, refletindo uma conexão prática com a formação acadêmica. Marcelo (2009, p. 15), afirma que na formação de professores tem-se dado uma especial atenção à análise das crenças que os professores em formação trazem quando iniciam o seu percurso profissional. No entanto, alguns professores não aplicam diretamente o aprendizado da graduação, Tavares (2008, p. 51) destaca que o educador, em aprendizagem constante, torna-se sujeito da sua formação, então se vê na necessidade de modificar o que foi tratado na graduação. E o currículo vai se adaptando ao que o aluno necessita.

Indagou-se aos educadores sobre como eles percebem a assimilação da trigonometria aplicada nas funções trigonométricas pelos alunos do 2º ano do ensino médio. As respostas revelaram que a maioria dos professores, totalizando 11 dos 14 entrevistados, avaliou essa assimilação como regular ou boa, constituindo um percentual significativo.

Esse conjunto de dados sugere uma perspectiva otimista por parte dos docentes em relação à transição dos alunos nesse conteúdo específico. O fato de a maioria dos professores expressar que a assimilação é regular ou boa indica que, de acordo com a visão deles, os estudantes enfrentam poucas dificuldades nessa transição da trigonometria para as funções trigonométricas.

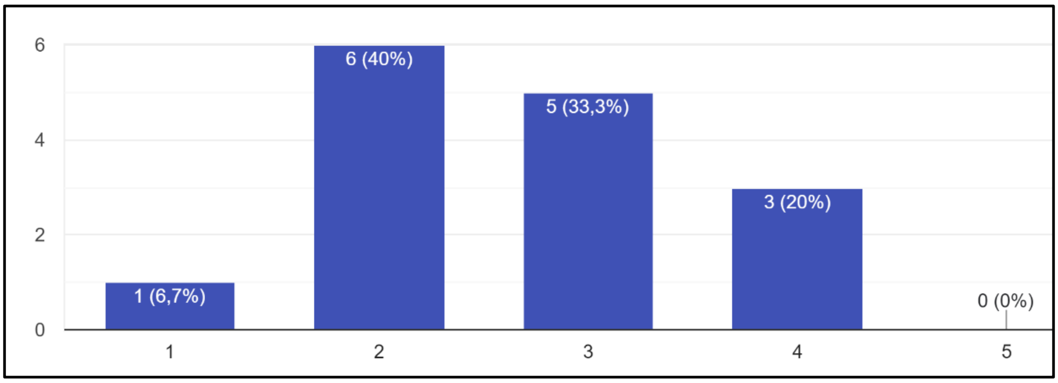
Gráfico 01 – Classificação do professor sobre assimilação do conteúdo de trigonometria



Fonte: Autor (2024).

Na questão posterior, os educadores foram questionados sobre a compreensão de alguns assuntos específicos de funções trigonométricas que são: altura, distância e movimento circular dos seus alunos do 2º ano do ensino médio.

Gráfico 02 – Compreensão na visão do professor sobre noções básicas de funções trigonométicas

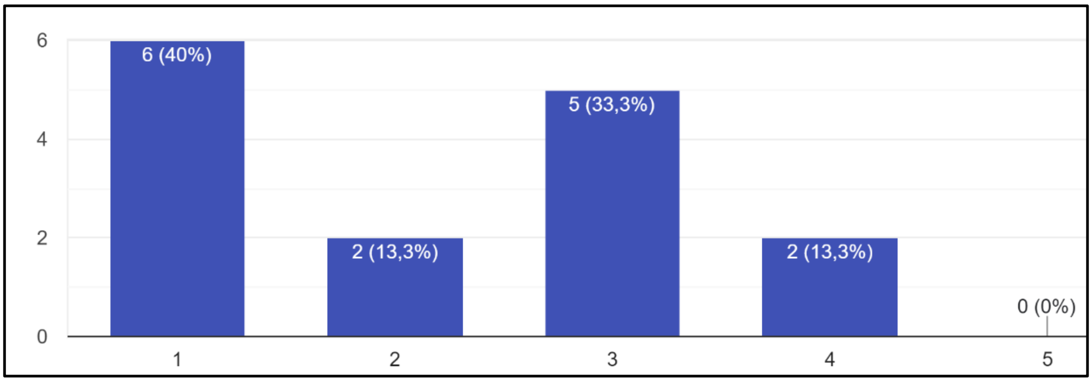


Fonte: Autor (2024).

As respostas indicaram que esses assuntos tem menos assimilação por parte dos alunos, sendo que os professores poderiam avaliar de 1 a 5, a maioria dos docentes classificaram como pouco satisfatório ou regular contabilizando 11 dos 14 entrevistados, o que representa uma proporção significativa nas dificuldade apresentadas pelos alunos, já em contrapartida nenhum dos entrevistados considerou a aprendizagem como muito satisfatória, considerando essa situação, como preocupante para o ensino de matemática, sendo conteúdos básicos para outras matérias como física e geografia (ALBANO, 2014, p. 25).

Na próxima questão ao questionar os professores sobre a familiaridade que eles percebem nas aulas de matemática em relação as identidades trigonométricas básicas e das habilidades para simplificar expressões trigonométricas, o Gráfico 8 demonstra que 6 deles afirmaram os alunos não tem familiaridade; 2 dos professores entrevistados disseram raramente perceber, 5 afirmaram que regularmente percebem essa familiaridade, e somente 2 deles afirmam perceberem essa familiaridade com facilidade

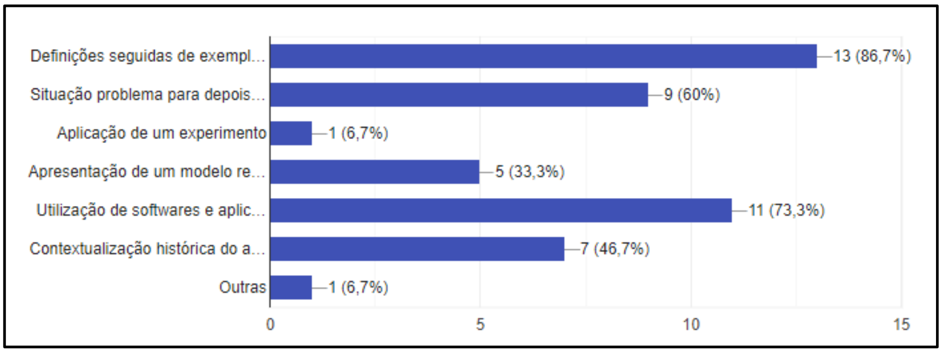
Grafico 03 – Compreensão dos alunos na visão do professor sobre identidades trigonométicas



Fonte: Autor (2024).

Na questão abaixo, foi perguntado em relação início das aulas do conteúdo de funções trigonométricas, alguns professores utilizam mais de uma forma para começar as suas aulas, para Santos e Castaman (2022, p. 340), a busca do professor por ajustar as estratégias pedagógicas para se alinhar ao ideal de ensino e facilitar a autonomia do aluno no processo de aprendizado não é uma novidade, sendo adaptada de acordo com as características específicas de cada público. Boa parte dos docentes que contabiliza 85,7% iniciam o assunto com a definição seguida de exemplos, sendo 57,1% começam com uma situação problema e após com a definição, 71,4% utilizam softwares e aplicativos e 50% com contextualização histórica do assunto, os maiores índices da questão da figura 36

Gráfico 04 – Início das aulas de matemática na visão do professor



Fonte: Autor (2024).

Quanto as questionamento do uso de ferramentas tecnológicas por professores durante suas aulas. As respostas indicam uma significativa adoção de tecnologia, com uma parcela expressiva de educadores empregando essas ferramentas. De acordo com Silva *et al*. (2019, p.1) o emprego da tecnologia na educação transforma a abordagem do ensino, sendo valioso para expandir e aprofundar o conhecimento. Além disso, destaca-se como um recurso fundamental para promover melhorias no aprendizado e buscar inovações no cenário educacional. No entanto, algumas lacunas persistem, sugerindo que uma parte dos professores ainda não incorpora tecnologia em suas práticas pedagógicas.

Para Oliveira (2007, p. 3) o professor competente deve não apenas saber manipular as ferramentas tecnológicas, mas incluir sempre em suas reflexões e ações didáticas a consciência de seu papel em uma sociedade tecnológica. Já para Carneiro e Passos (2009, p. 105), a incorporação de tecnologias digitais pelo professor implica em sair de sua "zona de conforto", caracterizada pela familiaridade e controle, e adentrar a "zona de risco". Essa transição é especialmente desafiadora devido a possíveis contratempos técnicos e à variedade de percursos e dúvidas que surgem quando os alunos utilizam um computador.

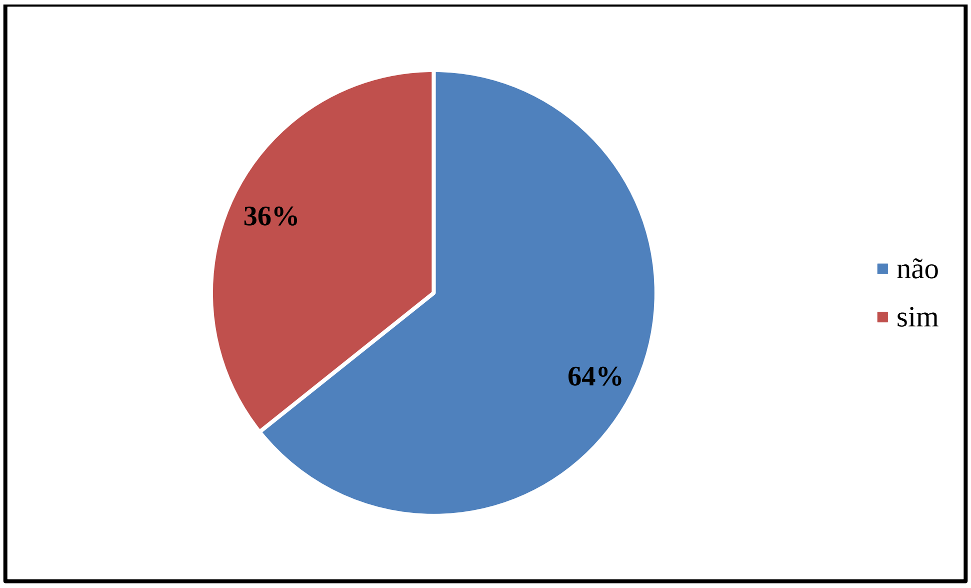
A pergunta final escolhida para este estudo foi dirigida aos que responderam positivamente à questão anterior. Nessa indagação específica, busca-se compreender que atividades o professor tem em mente ao planejar suas aulas de matemática utilizando ferramentas tecnológicas ou indicaria para outros docentes do conteúdo de funções trigonométrica.

Podemos observar que tivemos mais incidência na utilização do software *GeoGebra*, contabilizando 71,42% das respostas, Lopes (2013, p. 642), em seu estudo, concluiu que "[...] dentre as potencialidades apresentadas pelo software *GeoGebra* no ensino e na aprendizagem de trigonometria por meio de atividades investigativas estão, principalmente, a construção, o dinamismo, a investigação, visualização e argumentação. Sendo a ferramenta mais utilizada em sala por professores de matemática do ensino básico.

> O software GeoGebra pode substituir satisfatoriamente o caderno de desenho geométrico. Podemos utilizar sua interface gráfica e suas ferramentas para traçar retas, ângulos, circunferências etc. uma das vantagens do uso do GeoGebra é que as construções são dinâmicas, isto é, sem a perda dos vínculos geométricos. Isso permite que o usuário faça grande quantidade de experimentações que lhe possibilite construir proposições geométricas (GERÔNIMO *et al.*, 2010, p.11).

Quando questionados os professores sobre uso de alguma metodologia ativa em sala de aula. Obtivemos que 64% deles utilizam alguma metodologia, para Silva *et al.* (2022, p. 4), o uso das metodologias ativas permite que o aluno deixe de ser um agente passivo no processo de aprendizagem para ser o ativo, ou seja, ele participa efetivamente da construção do próprio conhecimento e 36% não utilizam nesta área da matemática.

Gráfico 05 – Uso de metodologias ativas em sala



Fonte: Autor (2024).

Na coleta de dados junto aos professores que afirmaram ter empregado metodologias ativas no ensino de funções trigonométricas, foi solicitado que detalhassem essas abordagens no campo discursivo. Dentre as metodologias mencionadas, destacam-se a gamificação, a aprendizagem baseada em problemas e a utilização de materiais concretos. A gamificação refere-se à incorporação de elementos de jogos para engajar os alunos no aprendizado, enquanto a aprendizagem baseada em problemas destaca-se por desafiar os estudantes com situações práticas e complexas. Já a utilização de materiais concretos envolve o emprego de recursos tangíveis para tornar os conceitos mais palpáveis e compreensíveis (SILVA *et al*., 2022, p. 10).

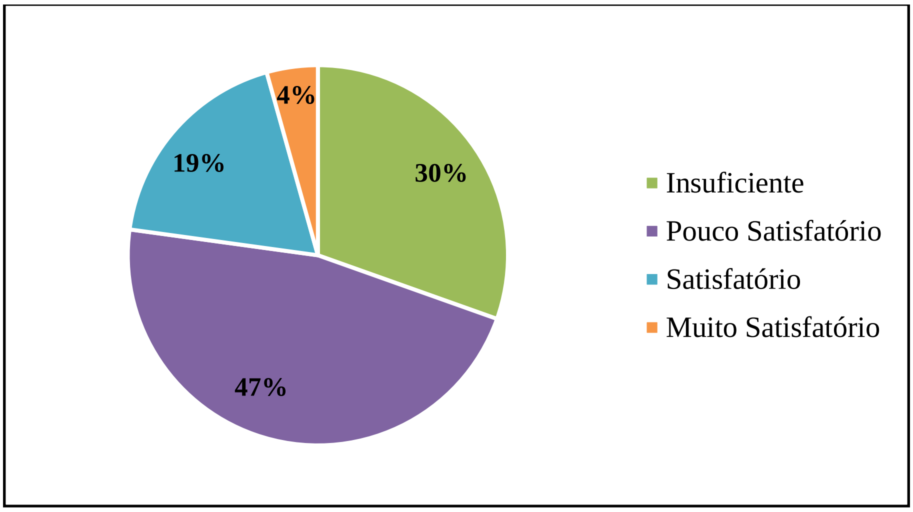
5.2 Questionários de sondagem dos Alunos

Iniciamos a coleta de dados sobre o ensino das funções trigonométricas aos alunos. Nosso objetivo é entender melhor as percepções e desafios enfrentados por eles nesse contexto. Essa análise será crucial para aprimorar as estratégias de ensino, promovendo uma compreensão mais eficaz das funções trigonométricas. Os questionários foram realizados com 92 alunos do IFAP.

Por meio do questionário de sondagem, verificamos que a maioria dos alunos responderam que ingressaram no ano de 2022, na instituição de ensino, contabilizando 94% e 6% ingressaram no ano de 2021.

A análise da questão 2 do questionário 1 dos alunos, ilustrada no gráfico 11, revela que, durante o período pandêmico, 47% dos alunos classificam o aprendizado de matemática como pouco satisfatório, enquanto 30% o consideram insuficiente. Isso indica que a maioria (77%) expressa insatisfação com a abordagem educacional, enquanto 23% mostram uma satisfação ligeiramente maior, mas ainda insatisfatória. Podemos notar que a maior parte dos alunos consideram o ensino de matemática no período pandêmico como não proveitoso, sendo por *n* motivos e Sun *et al*. (2020), afirma que dentre esses motivos relacionados às aulas online, pode citar as distrações, falta de disciplina, conexões instáveis e ambientes inadequados, podendo influenciar essas percepções.

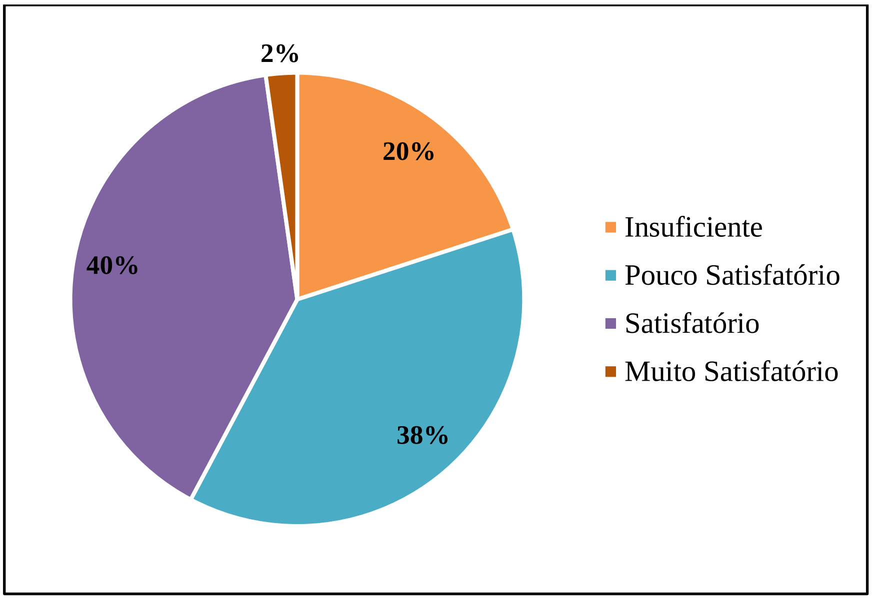
Gráfico 06 – Ensino de matemática no período pandêmico



Fonte: Autor (2024).

A próxima questão aborda a avaliação intimista em trigonometria adquiridas durante o ensino médio. Cerca de 40% dos respondentes consideram suas habilidades satisfatórias, enquanto 38% as classificam como pouco satisfatória, 20% como insuficiente e 2% como muito satisfatório. Isso sugere uma distribuição variada de percepções quanto à competência em trigonometria, refletindo a diversidade de experiências dos alunos durante sua formação no ensino médio. Para Pescarolo (2018, p. 23), “o ensino da trigonometria nas escolas tem se mostrado, muitas vezes, desinteressante para os alunos”. Comparando com as respostas da maioria dos docentes os resultados são semelhantes tendo apenas uma pequena variação, pois, uma parcela acredita que assimilação do conteúdo de trigonometria por parte do aluno tende a não ser satisfatória.

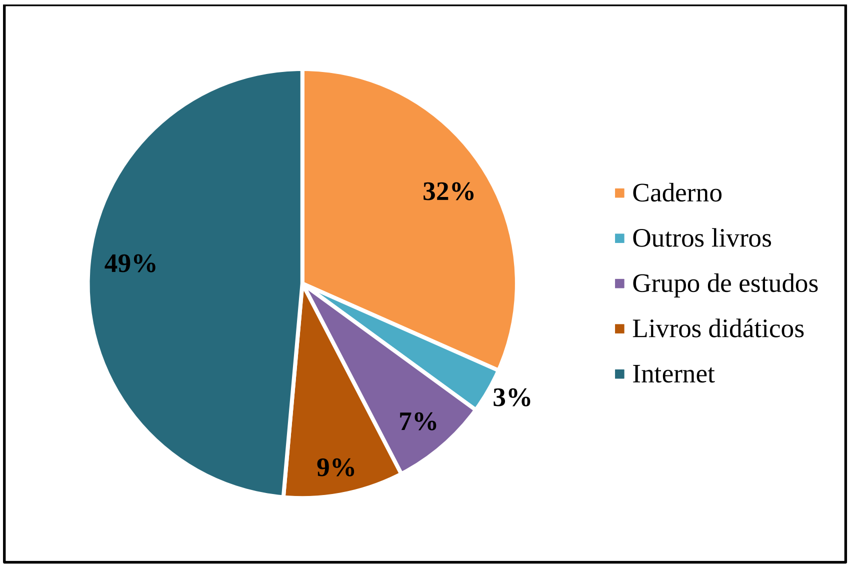
Gráfico 07 - Ensino de trigonometria



Fonte: Autor (2024).

Outra questão foi sobre as preferências dos estudantes em relação aos materiais que eles utilizam para estudo ou para revisão do conteúdo visto em sala, destacando que 49% usam a internet como principal recurso, seguidos por 32% que preferem cadernos, 9% optam por livros didáticos, 7% participam de grupos de estudos, e apenas 3% escolhem outros livros, assim ilustrado no gráfico 11. Essa diversidade evidencia a predominância do uso da internet como recurso primário. É crucial que os educadores estejam atentos, pois, conforme alertado por Silva *et al*. (2019, p. 7), "A internet, sem sombra de dúvida, contém um número assustador de informações incorretas, textos mal escritos, reportagens tendenciosas e outras mídias que podem acabar prejudicando os alunos com senso crítico em desenvolvimento".

Gráfico 08 – Materiais utilizados de estudos por alunos

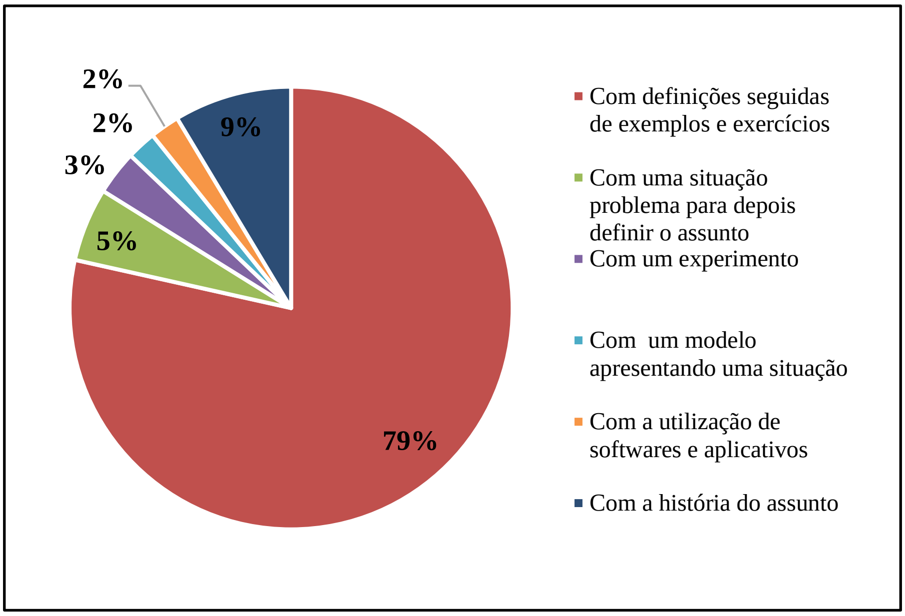


Fonte: Autor (2024).

Em relação, a participação dos alunos nas aulas de matemática, o gráfico 13 revela que 46,73% preferem esclarecer dúvidas com colegas, enquanto 14,13% fazem perguntas diretamente. Uma parcela de 17,39% realiza ambos os métodos, enquanto 17% participam das aulas de forma limitada. Aqueles que raramente participam, mas interagem com colegas para tirar dúvidas, representam 2,17%. Na visão de Silva *et al*. (2023, p.6), a produção colaborativa ainda é pouco comum, possivelmente devido ao enfoque predominante na individualidade e competição, em detrimento da promoção da colaboração entre os pares.

A questão posterior, aborda o início das aulas de matemática do conteúdo de funções trigonométricas que revela 79% dos estudantes recordam que as aulas começavam com definições seguidas de exercícios práticos. Em contrapartida, 9% mencionam que o início era dedicado à história do assunto, 5% relembram que as aulas começavam com uma situação problema para depois definição do assunto, 3% afirmam que a introdução da matéria era com um experimento e 4% dizem que a apresentação da disciplina se dava por meio de softwares, aplicativos e com um modelo apresentando uma situação. Conforme argumentado por Silva *et al*. (2019, p. 4), a abordagem educacional deve considerar novas dinâmicas sociais, incorporando estratégias emocionais e cognitivas inovadoras. Propõem a integração dos jovens no mundo digital por meio de uma abordagem dialógica e pedagogias atualizadas. O que afirma as respostas dos professores em relação ao início de suas aulas, a maior parte dos professores começam suas aulas com a definição e logo após os exemplos.

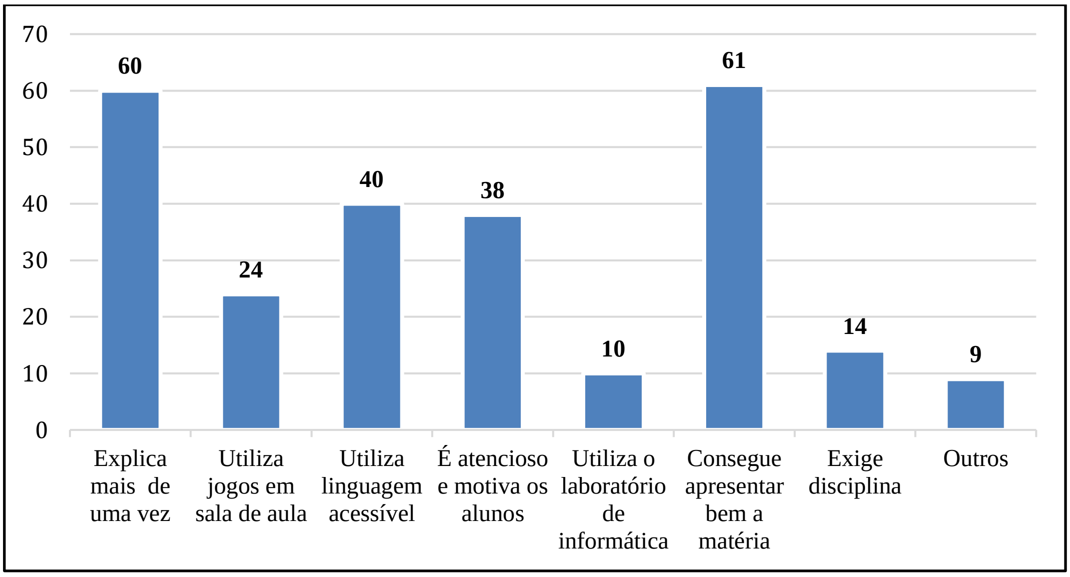
Gráfico 09 – Começo das aulas de funções trigonométricas



Fonte: Autor (2024).

A seguinte questão, revela as preferências dos alunos em relação aos procedimentos dos professores em sala de aula para promover uma maior aprendizagem. Destacam-se as seguintes porcentagens: utilização do laboratório de informática (10,86%), atenção e motivação (41,30%), linguagem acessível (43,47%), uso de jogos em sala de aula (26,08%), explicação repetida (65,21%), clareza na explicação da matéria (61,30%), exigência de disciplina (15,21%), e outros métodos (9,78%).

Gráfico 10 – Procedimentos utilizados em sala



Fonte: Autor (2024).

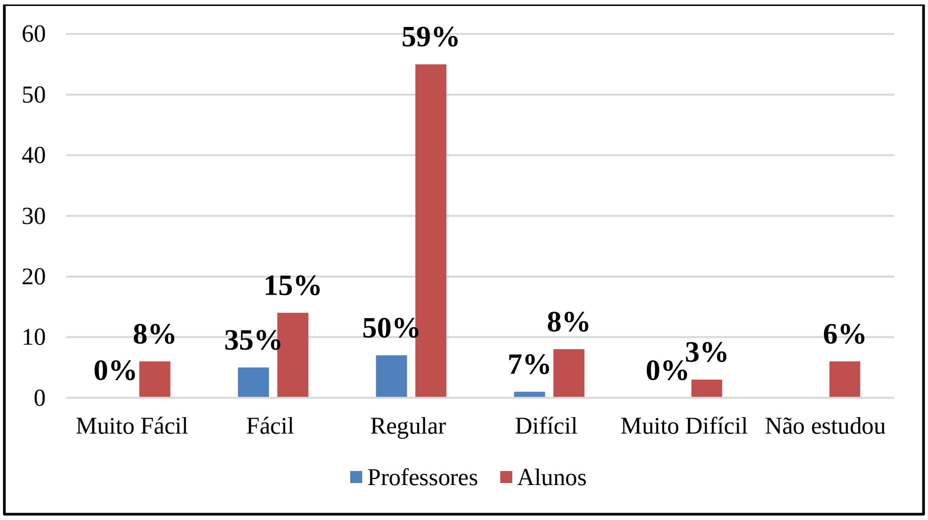
5.3 Comparação Professor *versus* Alunos

Com base nos resultados da pesquisa com professores e alunos, realizamos comparações nas respostas comuns da tabela inserida nos dois questionários. Nosso objetivo é validar e identificar possíveis contradições entre as percepções do professor e do aluno, proporcionando uma análise mais robusta sobre os conteúdos que são bases das funções trigonométricas.

Em relação aos conhecimentos e habilidades adquiridas pelos alunos e ensinada pelos professores sobre trigonometria, especialmente sobre funções trigonométricas seno e cosseno.

Ao avaliarem os temas de razões trigonométricas no triângulo, os alunos demonstram uma assimilação consistente. No caso das razões trigonométricas, 59,78% dos alunos consideram o assunto como regular, e 15,21% o classificam como fácil. Em contraste, os professores atribuem 50% de regular e 35,71% de fácil para o mesmo tema. A proximidade nos percentuais de classificação como regular e fácil sugere uma compreensão geral satisfatória das razões trigonométricas, especialmente seno e cosseno, indicando uma boa assimilação desses conteúdos na instituição.

Gráfico 11 – Razões trigonométricas no triângulo retângulo

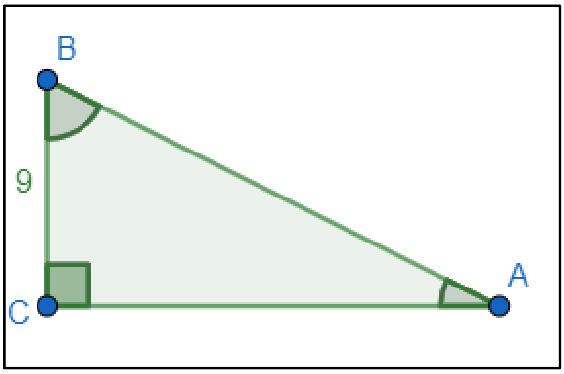


Fonte: Autor (2024).

A seguir será apresentado algumas perguntas dos questionários e as respostas de alguns alunos que aqui estão identificados por uma letra A, B, C e assim por diante. Exemplo: Aluno A, Aluno B etc.

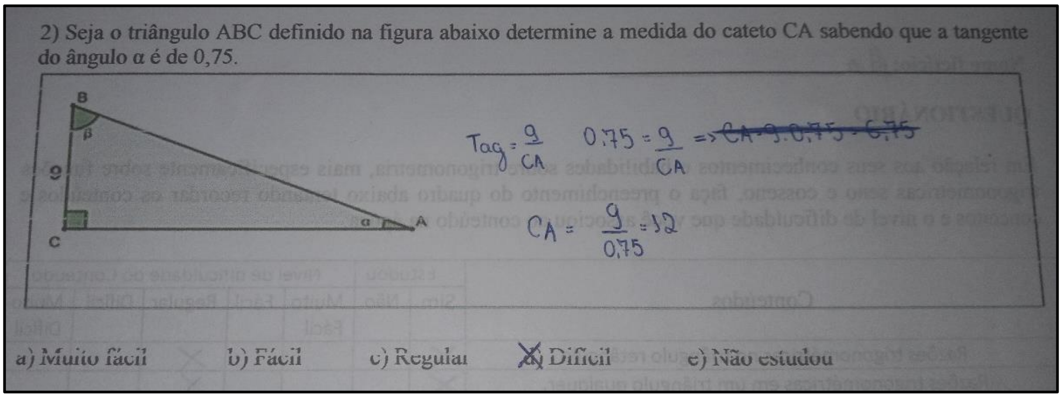
Pergunta 2: Seja o triângulo ABC definido na figura abaixo determine a medida do cateto CA, sabendo que a tangente do ângulo α é de 0,75.

Figura 35 – Questão 02: Triângulo retângulo



Fonte: Autor (2023).

Figura 36 - Resposta do aluno a questão 2

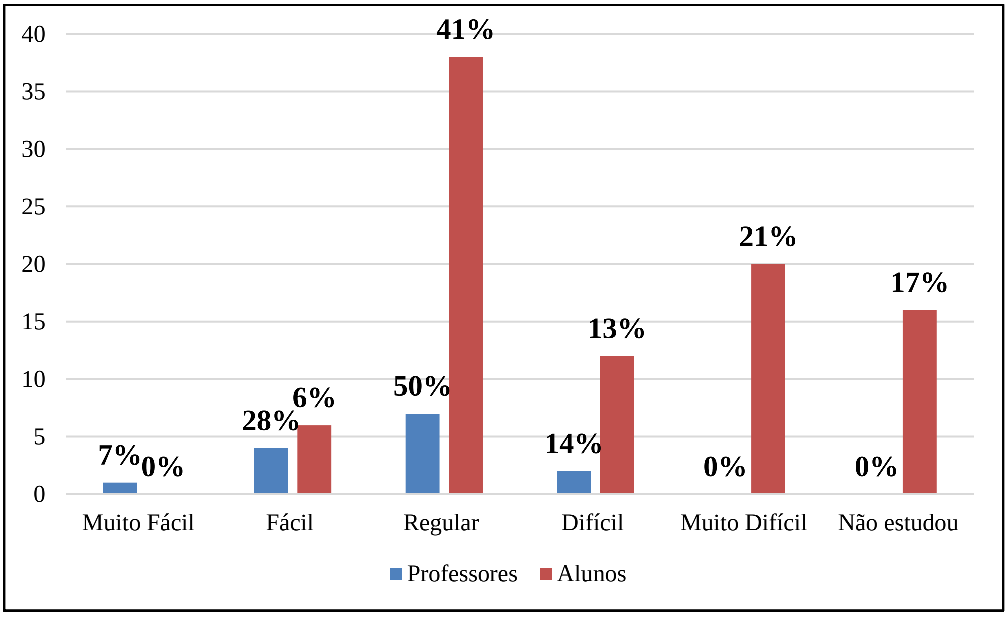


Fonte: Autor (2024).

Na Figura 36, o Aluno A respondeu de forma correta o que se pedia, demonstrando o reconhecimento das razões trigonométricas no triângulo. Isso está alinhado com a habilidade EM13MAT308 da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que envolve a resolução de problemas em diferentes contextos, incluindo triângulos nos quais se aplicam relações métricas, congruência e semelhança (BRASIL, 2018, p. 529).

Com relação ao assunto de relação fundamental da trigonometria, vemos um aumento nas classificações dos alunos de difícil, muito difícil e não estudado, indicando que esses alunos enfrentam desafios significativos na compreensão do tema. Isso pode sugerir a necessidade de intervenções específicas, como revisão do material, métodos de ensino diferenciados ou apoio adicional, visando melhorar a assimilação do conteúdo e o desempenho dos alunos.

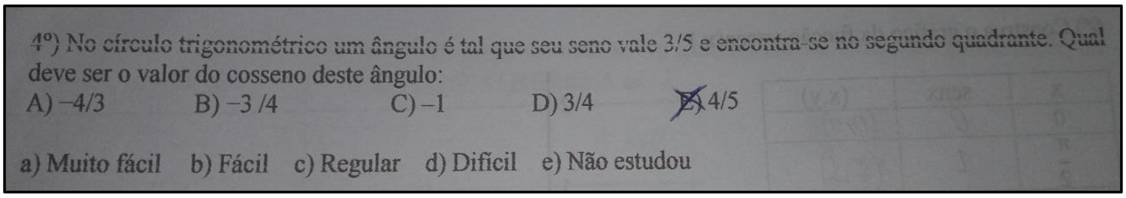
Gráfico 12 – Relação fundamental da trigonometria



Fonte: Autor (2024).

Pergunta 4: No círculo trigonométrico um ângulo é tal que seu seno vale $\frac{3}{5}$ e encontra-se no segundo quadrante. Qual deve ser o valor do cosseno deste ângulo:

Figura 37 - Resposta do aluno a questão 4



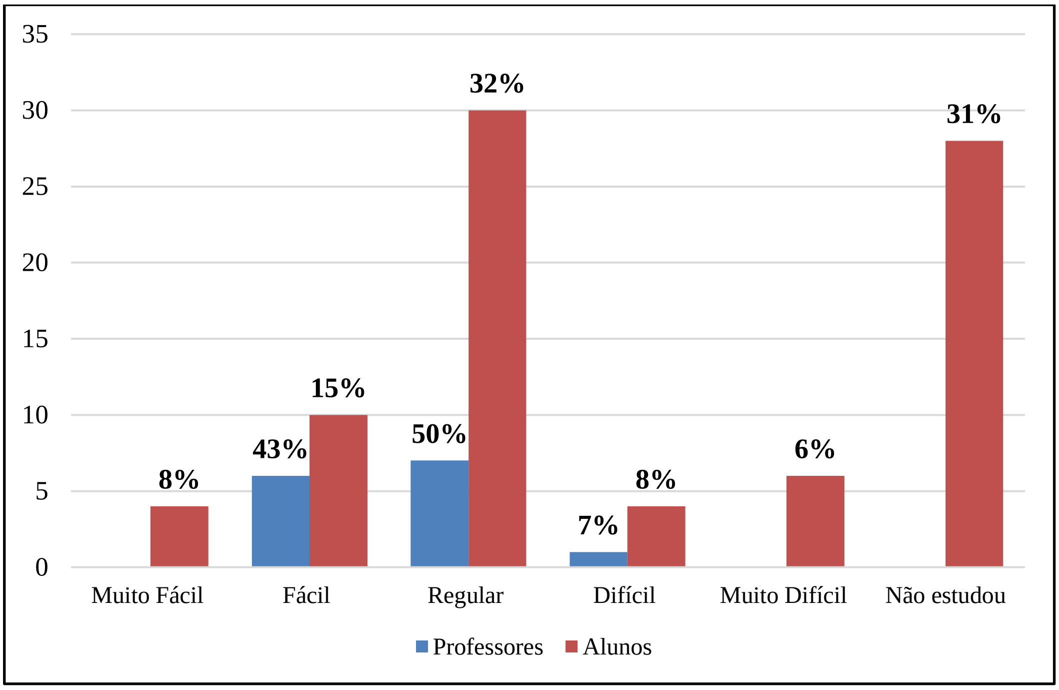
Fonte: Autor (2024).

Na figura 39, o aluno B determinou que, no círculo trigonométrico, o ângulo com seno 3/5 no segundo quadrante possui cosseno igual a 4/5. Ele aplicou a relação fundamental da trigonometria ($sen^2\theta + cos^2\theta = 1$) e considerou o sinal do cosseno no segundo quadrante, resultando em uma resposta final de 4/5 para o valor do cosseno desse ângulo.

Em conformidade com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) de Matemática, a abordagem educacional visa não apenas ao desenvolvimento formativo, mas também destaca a matemática como uma ciência. Os PCNEM ressaltam a importância de os alunos perceberem que definições, demonstrações e raciocínios lógicos são fundamentais para construir novos conceitos e estruturas a partir de outros. Além disso, enfatizam que esses elementos têm o propósito de validar intuições e conferir significado às técnicas aplicadas no estudo da disciplina (BRASIL, 2000, p. 40-41).

Ao serem perguntados quanto aos níveis de complexidade do assunto de ciclo trigonométrico de raio unitário, a maioria dos professores classificaram o conteúdo como fácil, contrastando com respostas mais diversas dos alunos. Aproximadamente 30,43% dos alunos não estudaram o tema ou não conseguiram associar o conteúdo estudado em sala, é comum que no processo de assimilação, a aquisição de conhecimento não está apenas vinculada à retenção de significados, mas também envolve um mecanismo subjacente de esquecimento das ideias ou conteúdos adquiridos. (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 17) e 10,86% deles consideraram difícil ou muito difícil, enquanto apenas 7,14% dos professores indicaram dificuldade como ilustrado no gráfico 13.

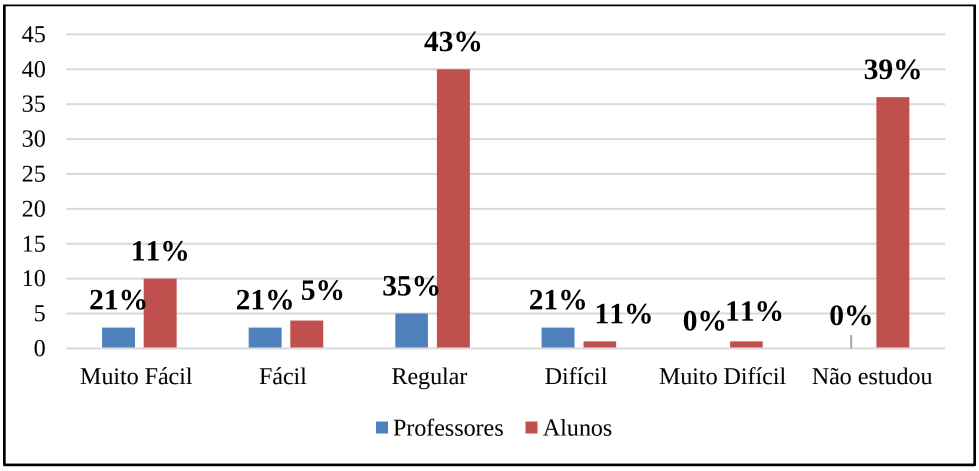
Gráfico 13 – Ciclo trigonométrico de raio unitário



Fonte: Autor (2024).

O próximo questionamento foi acerca do conteúdo de redução ao primeiro quadrante, enquanto a maioria dos alunos classifica como regular, os professores distribuem suas avaliações entre fácil, regular e difícil. Cerca de 39,13% dos alunos admitiram não ter estudado o tema, comparando ao anterior (gráfico 12), houve um aumento nesta classificação, podendo gerar uma barreira do ensino de trigonometria para esses alunos, de acordo Lima (1995, p. 28), a trigonometria tem um aspecto particular de dependência acumulada dos assuntos matemáticos, que necessita dessa sequência.

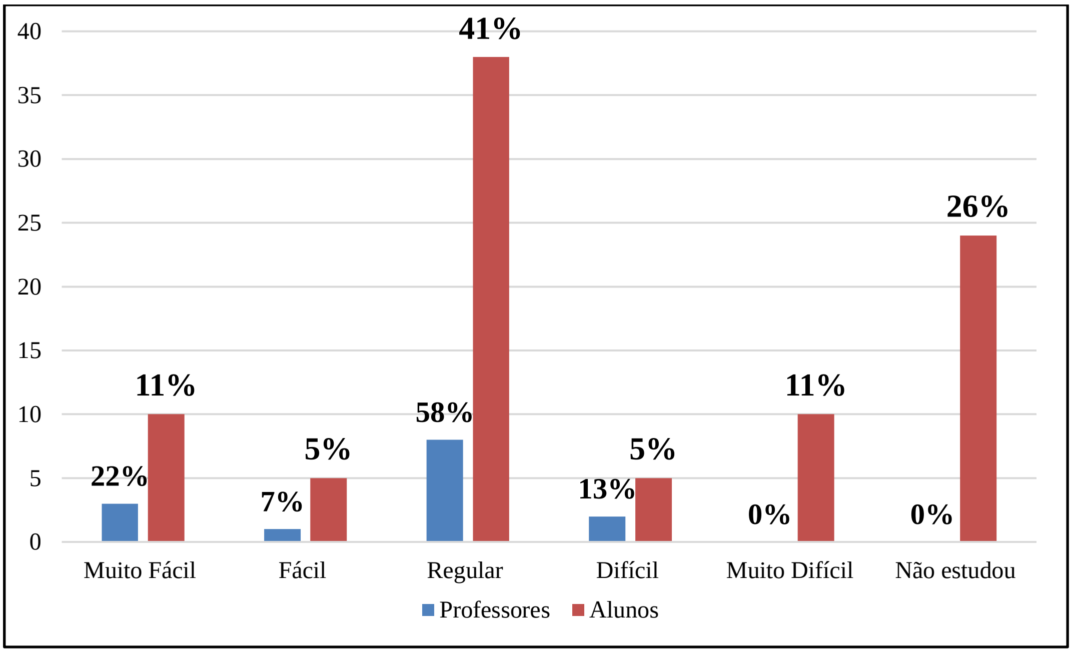
Gráfico 14 – Redução ao primeiro quadrante



Fonte: Autor (2024).

A análise comparativa da questão de identificação no ciclo trigonométrico com valores notáveis de sen(x) e cos(x), representadas no gráfico 20, indicam que boa parte dos discentes consideram a assimilação do conteúdo como regular, igualando com as respostas dos professores contabilizando aproximadamente 36%. Considerando que desses alunos de 26,08% disseram que não estudaram o tema.

Gráfico 15 – Identificação no ciclo trigonométrico valores notáveis de sen(x) e cos(x)

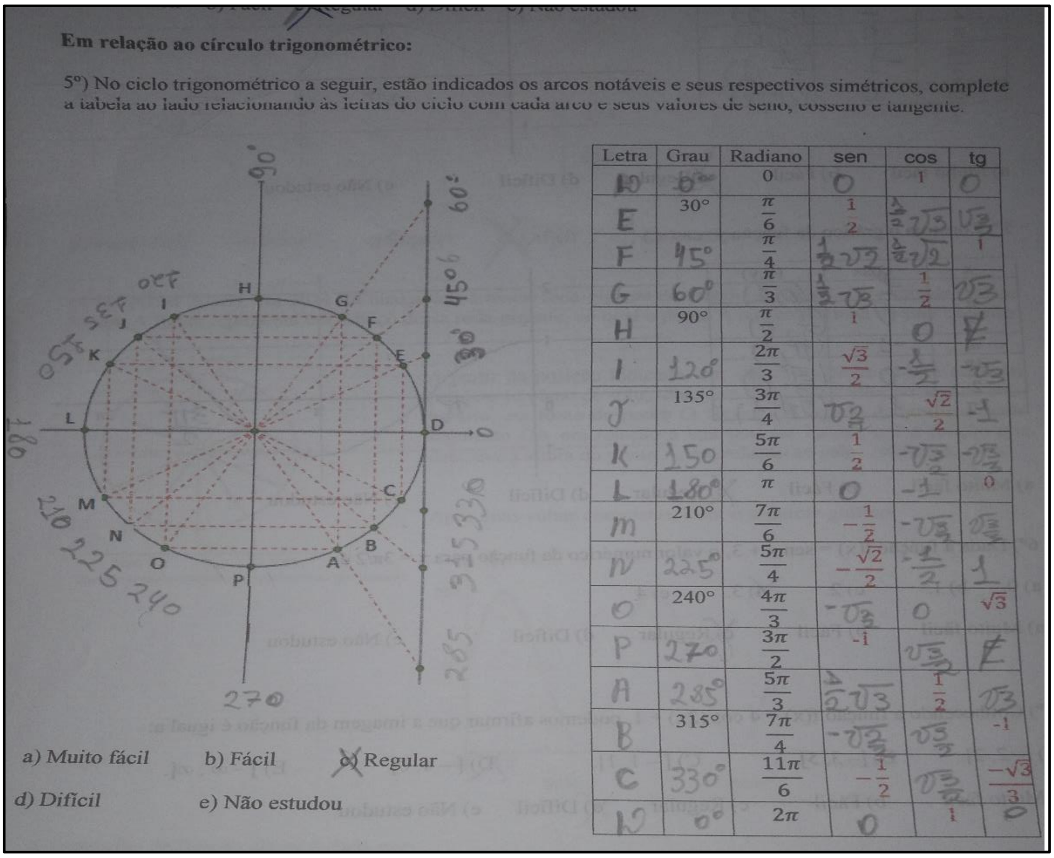


Fonte: Autor (2024).

Pergunta 5: No ciclo trigonométrico a seguir, estão indicados os arcos notáveis e seus respectivos simétricos, complete a tabela ao lado relacionando as letras do ciclo com cada arco e seus valores de seno, cosseno e tangente.

Nesta questão, abordaram-se diversos tópicos de trigonometria, incluindo conceitos de geometria, utilização da tabela de ângulos notáveis e a compreensão da simetria nas funções trigonométricas. De acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio “é preciso atenção à transição do seno e do cosseno no triângulo retângulo, para o seno e o cosseno, definidos como as coordenadas de um ponto que percorre um arco do círculo de raio unitário com medida em radianos” (BRASIL, 2006, p. 74).

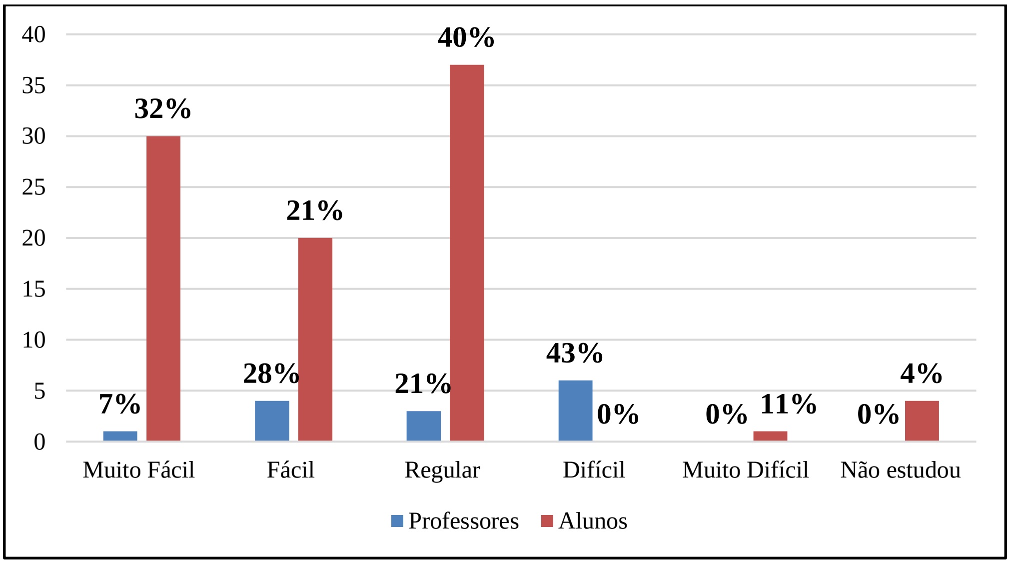
Figura 38 – Resposta do aluno a questão 5



Fonte: Autor (2024).

A análise do gráfico no ciclo trigonométrico e da tabela permitiu que os alunos explorassem a variação de seno e cosseno em ângulos notáveis, destacando a periodicidade e inter-relação. O aluno C, construiu a tabela e conseguiu encontrar, por meio dos ângulos notáveis, os ângulos restantes, identificando pelas letras do alfabeto cada arco. Embora a maioria tenha resolvido a questão sem grandes dificuldades, sua extensão e abordagem de múltiplos aspectos da trigonometria exigiram mais tempo para conclusão.

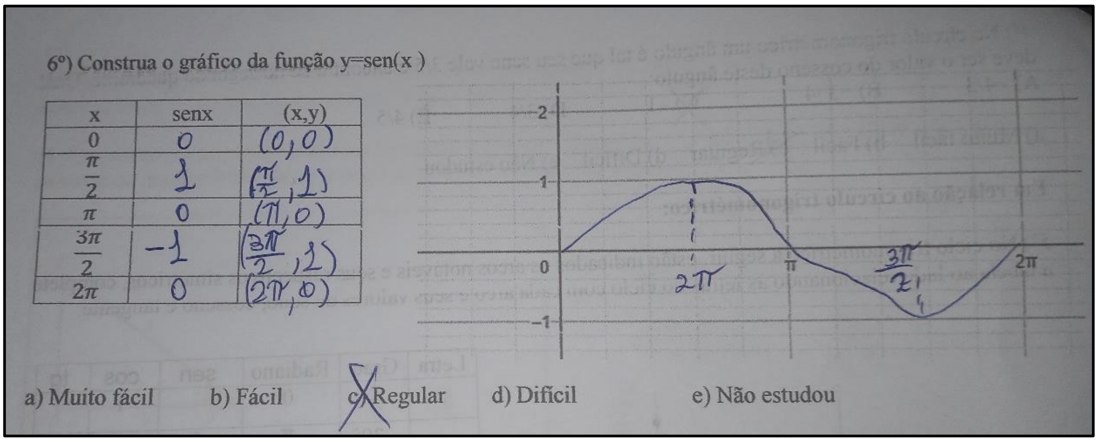
Gráfico 16 – Esboço do gráfico das funções f(x)=senx e g(x)=cosx



Fonte: Autor (2024).

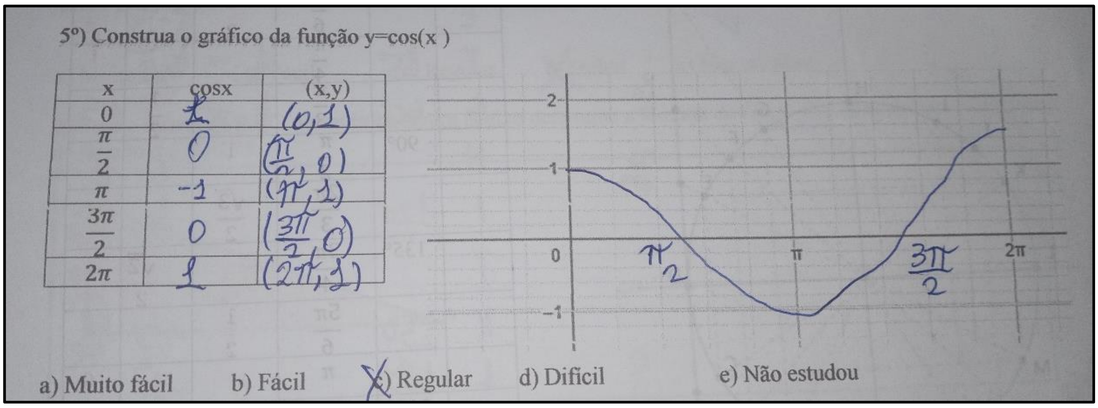
Quanto ao esboço dos gráficos das funções f(x) = sen(x) e g(x) = cos(x), revelaram diferentes níveis de compreensão. Verificamos que é um assunto bastante trabalhado em sala por professores e de maior assimilação por parte dos alunos. A assimetria entre os grupos sugere que o entendimento profundo das propriedades das funções seno e cosseno pode exigir uma abordagem mais didática e apoio adicional para os estudantes.

Figura 39 – Resposta do aluno a questão 6



Fonte: Autor (2024).

Figura 40 – Resposta do aluno a questão 7



Fonte: Autor (2024).

Pergunta 6 e 7: Construa o gráfico da função y=sen (x) e y= cos (x).

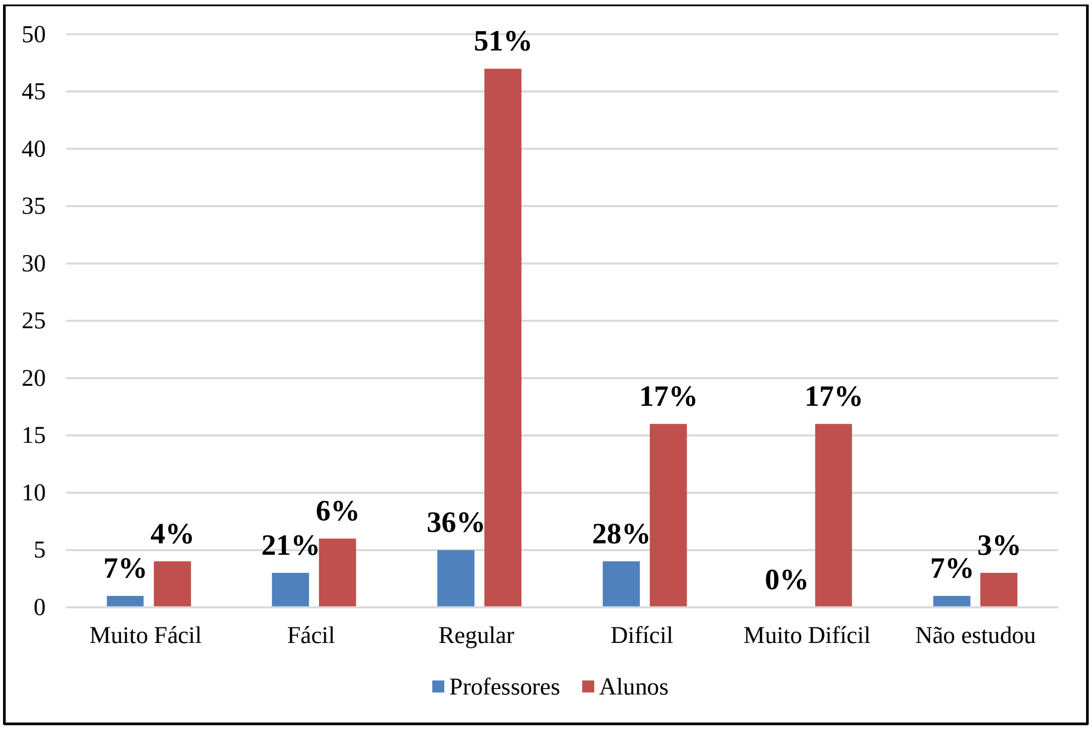
A análise das figuras 41 e 42, trata-se de construções de gráficos das funções seno e cosseno revela a representação visual das funções trigonométricas. A oscilação periódica e simetria evidenciam a natureza cíclica dessas funções.

Nestas duas questões o aluno D, conseguiu esboçar o gráfico, por meio dos domínios e imagens, sabendo que a função é cíclica, os valores do domínio não serão alterados. Conforme as Orientações Curriculares para o Ensino Médio "Os alunos devem ter a oportunidade de traçar gráficos referentes às funções trigonométricas, aqui se entendendo que, quando se escreve f (x) = seno (x), usualmente a variável x corresponde à medida de arco de círculo tomada em radianos" (BRASIL, 2006, p. 75).

Quando questionados sobre a assimilação do conteúdo de período das funções sen (x) e cos (x), 4 (4,34%) dos alunos consideram muito fácil ou satisfatória; 6 (6,52%) fácil; 47 (51,08%), regular; 16 (17,39%), difícil; 16 (17,39%), muito difícil; e 3 (3,26%) não estudaram o conteúdo. Dos docentes entrevistados, 1 (7,14%) afirmaram que a assimilação do conteúdo foi muito satisfatória, enquanto 3 (21,42%) satisfatória; 5 (35,71%), regular; 4 (28,57%), difícil; somente 1 (7,14%), não trabalham em sala o conteúdo.

Verifica-se que a maioria dos professores e alunos consideram o assunto de fácil e médio entendimento.

Gráfico 17 – Período das funções f(x)= senx e g(x)= cosx

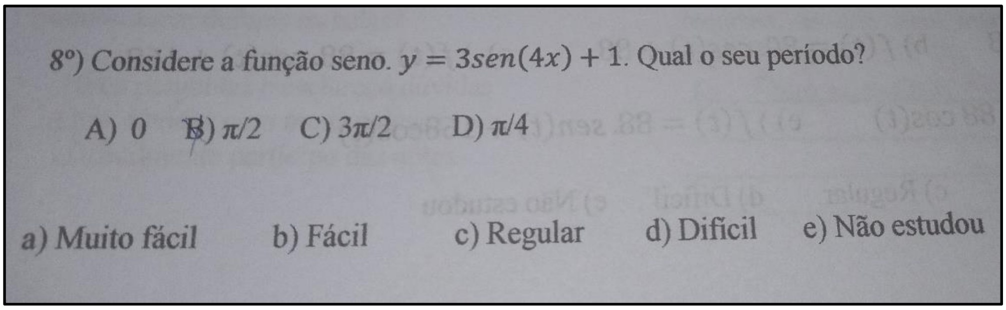


Fonte: Autor (2024).

Pergunta 8: Considere a função seno $y = 3sen(4x) + 1$. Qual o seu período?

A escolha da resposta foi baseada no percentual do grafico 17, que abordar que a maior parte dos alunos marcaram a letra B, o que é de grande valia para a questão que procede essa, na qual aborda os sinais nos quadrantes das funções seno e cosseno, conhecer a definição de período é essencial para levar a resposta correta. Na resposta representada na figura 42 do aluno E sobre o período da função trigonométrica, observamos uma compreensão clara do conceito de período, indicando a distância ao longo do eixo x necessária para uma completa repetição do padrão da função. O aluno E marcou a alternativa b, destacando o conhecimento sobre a regularidade e a periodicidade das oscilações da função, evidenciando um entendimento sólido sobre como a função se comporta ao longo do eixo horizontal. Nessa questão, o aluno não necessariaamente precisava esboça o grafico para resolver, mas, saber o conceito de período dado T $= \frac{2\pi}{b}$, sendo assim, $T = \frac{2\pi}{4}$, chegando a resposta correta. A resposta sugere uma aplicação prática do conceito, enfatizando a repetição consistente do comportamento da função ao longo de intervalos específicos.

Figura 41- Resposta do aluno a questão 8



8º) Considere a função seno. $y = 3sen(4x) + 1$. Qual o seu período?

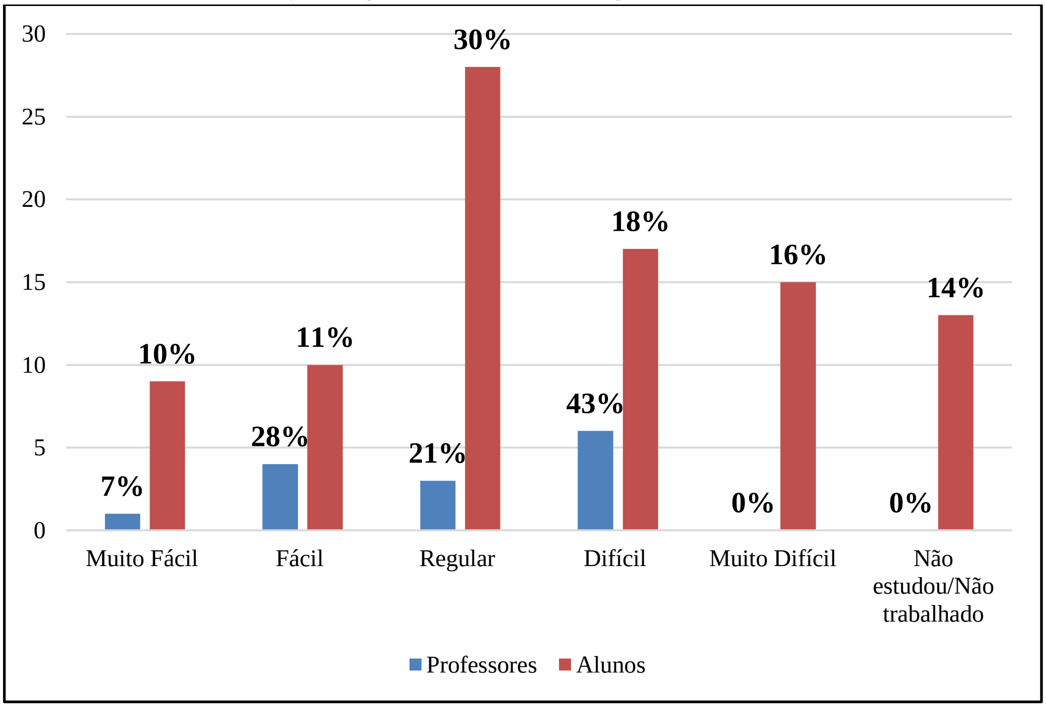
A) 0   B) $\pi/2$ C) $3\pi/2$ D) $\pi/4$

a) Muito fácil   b) Fácil   c) Regular   d) Difícil   e) Não estudou

Fonte: Autor (2024).

Quanto à compreensão dos sinais das funções seno e cosseno em cada quadrante, os alunos apresentaram respostas variadas, sendo 30,43% regulares, 18,47% difíceis e 16,30% muito difíceis. Em contraste, a experiência dos professores indica que 42,85% consideram difícil a assimilação desse conteúdo pelos alunos demonstrada no gráfico 18. A utilização de estratégias de ensino diversificadas, como gráficos, exemplos práticos e interatividade, pode ter um impacto positivo na compreensão do conteúdo por ambos os grupos.

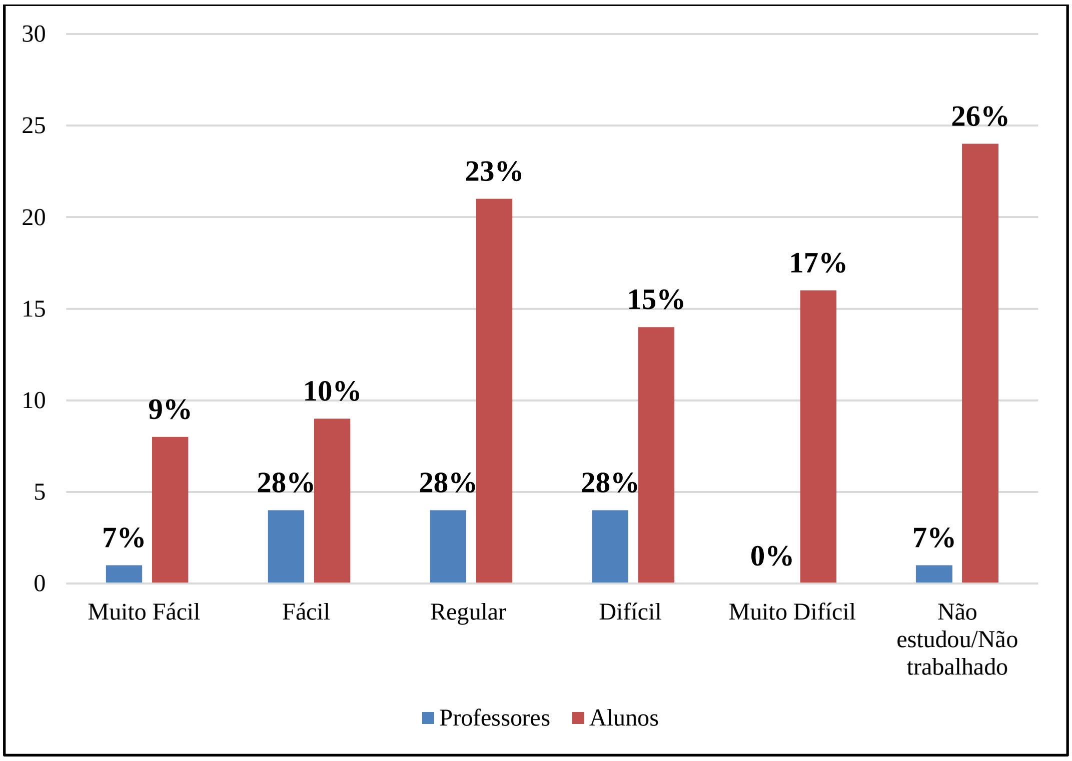
Gráfico 18 – Sinal das funções trigonométricas em cada quadrante



Fonte: Autor (2024)

Por outro lado, os alunos podem exibir gráficos com variações na precisão, refletindo diferentes níveis de compreensão, boa parte considera o assunto complexo ou difícil, sendo somente uma parcela que considera fácil. A análise dessas diferenças proporciona uma oportunidade valiosa para feedback construtivo, permitindo aos professores identificar áreas que necessitam de reforço e orientar os alunos para uma melhor assimilação do conteúdo (BRASIL, 2000, p. 44).

Gráfico 19 - Valores de máximo e mínimo das funções f(x)= senx e g(x)= cosx

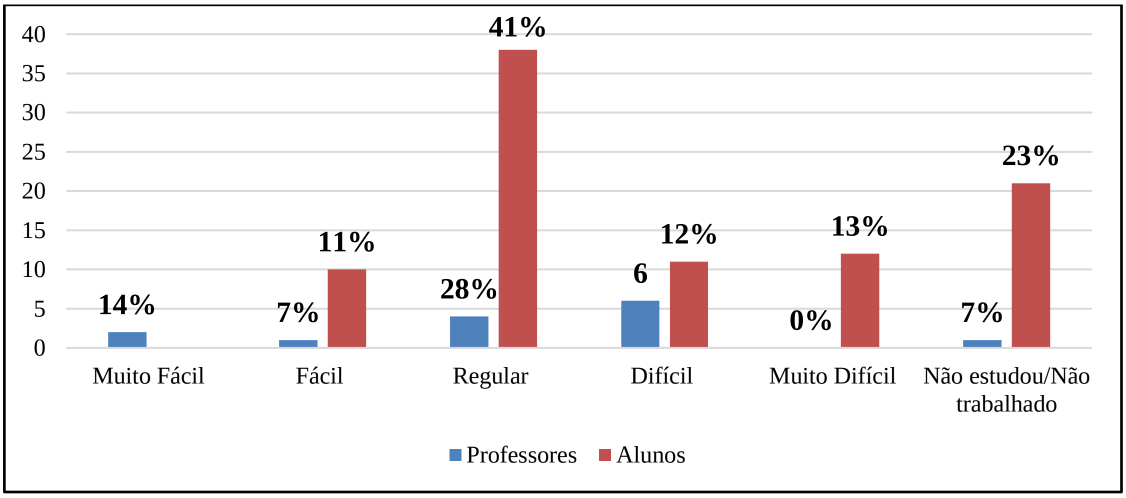


Fonte: Autor (2024).

Nesta próxima comparação entre professores e alunos acerca da compreensão dos valores máximos e mínimos das funções seno e cosseno, é possível identificar discrepâncias nas representações. O Gráfico 19 revela que a maioria dos professores expressa a percepção de que o ensino do conteúdo é bem assimilado pelos alunos. Para Libâneo (2008, p. 53), a comunicação eficaz entre professores e alunos, por meio de feedback construtivo, é essencial para que o processo de ensino e aprendizagem ocorra.

No que diz respeito aos desafios encontrados na resolução de situações-problema, a maioria aponta para dificuldades de interpretação durante o processo, alinhando-se às ideias de Beck e Langwinski (2021, p. 2). Eles destacam que, dentre as diversas dificuldades matemáticas dos alunos, a habilidade de ler e interpretar corretamente uma situação-problema se destaca, frequentemente conduzindo a maioria dos estudantes a equívocos em suas resoluções.

Gráfico 20 - Resolução de situações-problema e interpretação gráfica de funções f(x)=senx e g(x)=cosx



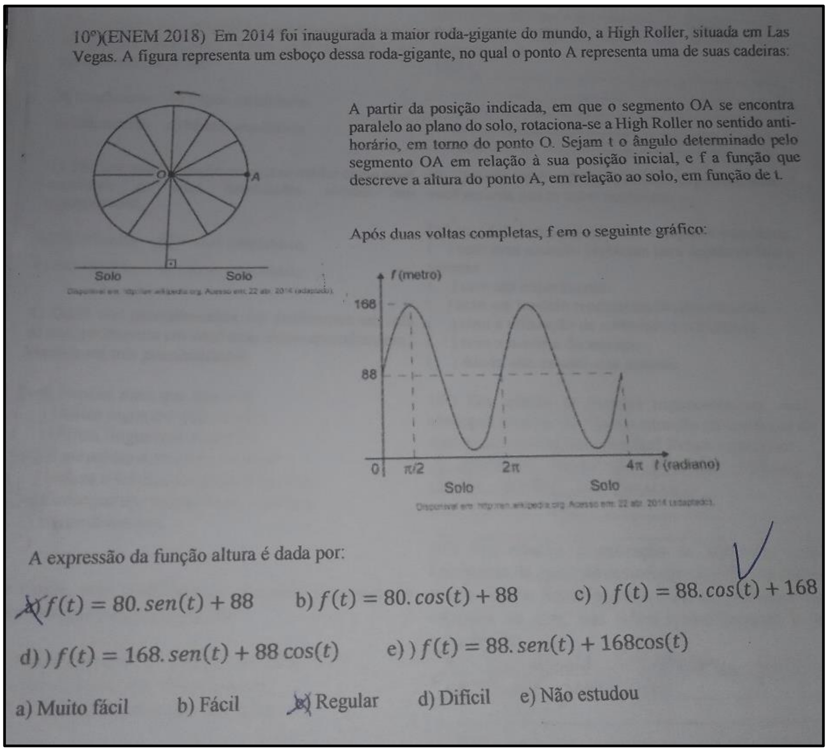
Fonte: Autor (2024).

A última pergunta do instrumento procurou abordar a aplicação no cotidiano das funções trigonométricas ensinados durante as aulas de matemática. O Gráfico 20 mostra as respostas dos alunos e professores apresentadas e, é possível verificar que existe uma contradição ao nível de dificuldade, a maior parte dos alunos consideram o assunto como regular, em contrapartida os professores classificam a assimilação como difícil. Essa disparidade sugere uma possível lacuna na compreensão prática dos alunos, mesmo que percebam o tema como regular. Esses resultados destacam a importância de estratégias pedagógicas que promovam uma compreensão mais profunda e aplicada das funções trigonométricas (BRASIL, 2006, p. 73-75).

Ao analisar os dados apontados pelos alunos através das respostas dadas ao questionário, é preciso aprimorar alguns pontos no ensino da matemática para favorecer a aprendizagem. Se faz necessário valorizar o enfoque interdisciplinar e mostrar conexões entre as disciplinas, para que os alunos possam obter resultados positivos em todas elas e saibam da real importância dos conceitos matemáticos.

Pergunta 10: (ENEM 2018) Em 2014 foi inaugurada a maior roda-gigante do mundo, a *High Roller*, situada em Las Vegas. A partir da posição indicada, em que o segmento AO se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a *High Roller* no sentido anti-horário, em torno do ponto O. Sejam t o ângulo determinado pelo segmento AO em relação a sua posição inicial, e f a função que descreve a altura do ponto A, em relação ao solo, em função de t. A expressão da função altura dada é:

Figura 42 – Resposta do aluno a questão 10


10º)(ENEM 2018) Em 2014 foi inaugurada a maior roda-gigante do mundo, a High Roller, situada em Las Vegas. A figura representa um esboço dessa roda-gigante, no qual o ponto A representa uma de suas cadeiras:

A partir da posição indicada, em que o segmento OA se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a High Roller no sentido anti-horário, em torno do ponto O. Sejam t o ângulo determinado pelo segmento OA em relação à sua posição inicial, e f a função que descreve a altura do ponto A, em relação ao solo, em função de t.

Após duas voltas completas, f em o seguinte gráfico:

A expressão da função altura é dada por:

a) $f(t) = 80.sen(t) + 88$ b) $f(t) = 80.cos(t) + 88$ c)) $f(t) = 88.cos(t) + 168$

d)) $f(t) = 168.sen(t) + 88\cos(t)$ e)) $f(t) = 88.sen(t) + 168\cos(t)$

a) Muito fácil b) Fácil c) Regular d) Difícil e) Não estudou

Fonte: Autor (2024).

A análise da figura 43, trata-se de uma situação problema de funções trigonométricas, envolve dilatação e do gráfico, período.

Nesta questão o aluno F, tinha que resolver a questão por meio dos gráficos dados em que a altura do ponto A em relação ao solo, é representada pela função f(t), varia senoidalmente com o ângulo de rotação t. O termo 80 sen(t) descreve a variação senoidal com amplitude de 80 unidades, e o termo constante +88 desloca a função verticalmente para cima, sendo assim a resposta correta a letra A.

Ao analisar os dados apontados pelos alunos através das respostas dadas aos questionários, é preciso aprimorar alguns pontos no ensino da matemática para favorecer a aprendizagem. Se faz necessário valorizar o enfoque interdisciplinar e mostrar conexões entre as disciplinas, para que os alunos possam obter resultados positivos em todas elas e saibam da real importância dos conceitos matemáticos (REZENDE *et al.*, 2004).

5.4 Proposta da sequência Fedathi para o ensino de funções trigonométricas: seno e cosseno

Nesta seção, após estabelecermos nossos objetivos e justificativa, e discorrermos sobre o ensino e aprendizagem de funções trigonométricas, analisamos os resultados dos questionários aplicados e identificamos um significativo índice de dificuldade dos alunos em relação a conceitos-chave, como o ciclo trigonométrico de raio unitário, redução ao primeiro quadrante, valores de máximo e mínimo das funções, identificação de valores notáveis de sen(x) e cos(x) no ciclo trigonométrico, além da resolução de situações-problema e interpretação gráfica das funções seno e cosseno.

Esses dados fundamentaram a elaboração de uma Sequência Didática (Apêndice D), alinhada às necessidades específicas das turmas. Optamos por adotar como referência a sequência Fedathi para o ensino de funções trigonométricas. Essa escolha se baseia na eficácia comprovada desse método e na sua capacidade de abordar de maneira clara e progressiva os tópicos nos quais os alunos demonstraram maior dificuldade. Ao direcionar nossa prática de ensino de matemática por meio dessa sequência, buscamos proporcionar uma aprendizagem mais efetiva e significativa, visando superar os desafios identificados.

A SD apresentada, foi desenvolvida levando em consideração quatro etapas: a primeira consiste no diagnóstico com o objetivo de verificar os conhecimentos prévios dos estudantes e, em seguida, fazer com que eles retomem alguns conceitos antes visto. Na segunda, terceira e quarta etapa o trabalho é voltado para resoluções de situações problemas sobre trigonometria com foca nas funções trigonométricas, e finalizamos cada encontro com aplicações nos *softwares GeoGebra* ou *Scratch*.

Tal proposta de sequência, pode ser aplicada individualmente ou em grupo, sendo que na etapa de solução, o aluno ou o grupo possa fazer uma apresentação de como resolveram as tarefas, por meio de esquemas, desenhos, textos e comunicação oral. De acordo com Pais (2008, p. 67), o propósito da educação matemática é capacitar o aluno a adquirir autonomia intelectual, permitindo que o conhecimento escolar obtido o habilite a compreender e participar ativamente do seu ambiente e sociedade. Nesse momento, o foco é trabalhar com a socialização das atividades por parte dos alunos, e verifica outros possíveis caminhos que levam a mesma resposta, sem interferência direta do professor. Após essa etapa o docente juntamente com os alunos construirá as definições dos conteúdos abordados.

Seguem as atividades propostas correlacionadas na Sequência Didática:

Problema 1: Observe a tirinha:

Figura 43 – Questão do problema 1

Fonte: Andrade (2020).

a) Quantos graus correspondem ao giro sugerido pelo personagem?

b) Por que o personagem não sugeriu um giro de uma volta completa?

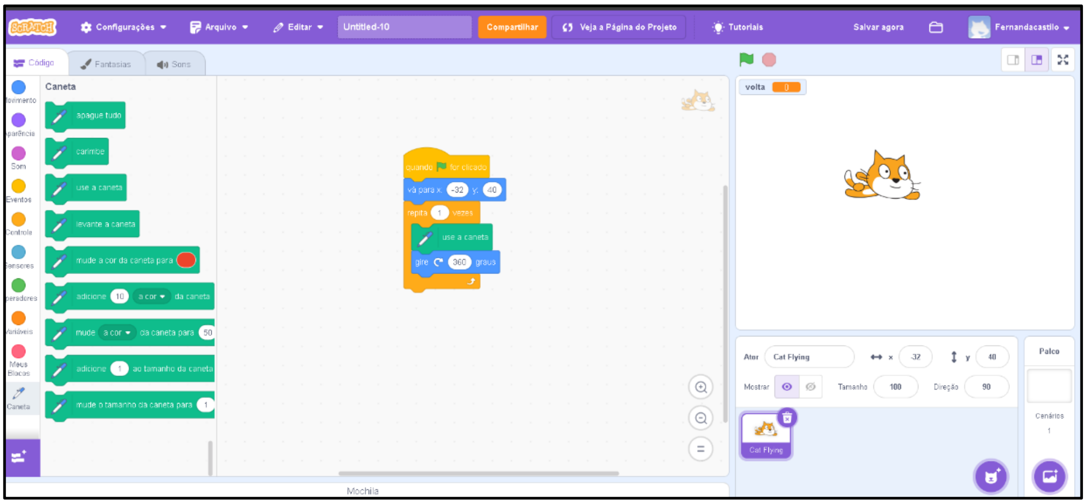
Na segunda etapa (Tomada de decisão e maturação), é proposto uma situação problema por meio de uma charge, no qual os alunos terão que discutir entre si, para que possa encontrar caminhos que leve a resposta. O problema orienta o protagonismo dos discentes e produz uma relação distinta entre ensino e aprendizagem, porque de maneira oposta ao método tradicional de ensino, o movimento é dirigido pelos próprios estudantes. Para Lopes (2013, p. 636) "as investigações matemáticas podem apresentar um grande potencial educativo, mostrando-se importantes no desenvolvimento da criatividade do aluno para obter o resultado esperado". A etapa da maturação ocorre quando os estudantes se dedicam à compreensão e resolução do problema proposto. Nesse momento, o professor não interfere diretamente, mas incentiva a liberdade de ideias, o trabalho em equipe e o compartilhamento de conhecimento entre os colegas.

Já na terceira etapa (Solução), é o momento de reunir as hipóteses, as soluções encontradas e formalizar um modelo que seja satisfatório. Para esse momento propomos os seguintes objetivos: Definir os passos que serão seguidos para a resolução da questão investigada; realizar os cálculos pertinentes; formalizar a resolução do problema. A aula terá início com a reunião dos grupos para a sistematização dos resultados. Chegando aqui, entende-se que os momentos anteriores foram suficientes para o entendimento da proposta, retirada das dúvidas sobre a proposta, construção dos conhecimentos adequados. Desse modo, o andamento dessas aulas será voltado para a resolução do problema, é a hora de utilizar tudo que foi coletado e construído até o momento para responder o problema enunciado no início das atividades. Nesse ambiente, o papel do professor ficará como observador e orientador do trabalho dos grupos.

Por fim na ultima etapa (prova) da sequência Fedathi, é indicado que o professor formalize a resolução adequada para o problema. No entanto, como os modelos obtidos podem ser diversos, a presente aula levará em consideração as resoluções desenvolvidas por todos os grupos. Aqui temos os seguintes objetivos: Apresentar oralmente os modelos desenvolvidos; realizar a validação dos modelos; comparar os diferentes modelos; analisar criticamente os modelos, retornando à questão geradora, terminando com a aplicação no *Scratch*.

A BNCC afirma "o uso de tecnologias possibilita aos estudantes aprofundar sua participação ativa nesse processo de resolução de problemas" (BRASIL, 2018, p. 526).

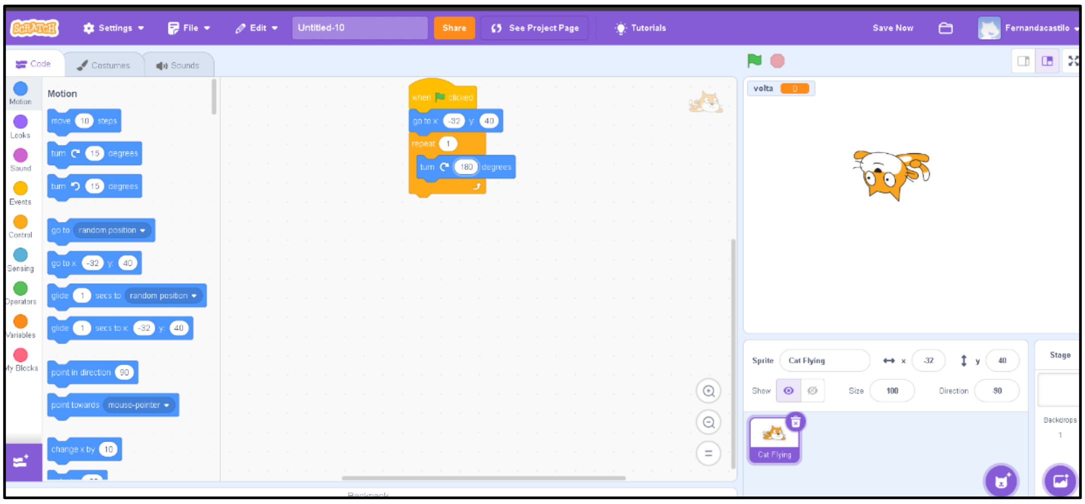
Figura 44 – Aplicação do problema 1 (360º)



Fonte: Autor (2024).

No projeto no *Scratch*, abordamos o círculo trigonométrico. No primeiro problema ilustrado na figura 46, exploramos o conceito do período que a circunferência percorre. O objetivo era que o aluno percebesse o evento de retorno ao ponto de origem quando o gato completasse uma volta completa (360º).

Figura 45 – Aplicação do problema 1 (180º)



Fonte: Autor (2024).

No segundo caso representado na figura 47, ao girar o objeto pela metade (180º), o aluno observa uma mudança na orientação. Essa ideia é ilustrada quando, no primeiro quadro da charge, o personagem sugere dar meia volta para equilibrar o barco e evitar que todos caiam.

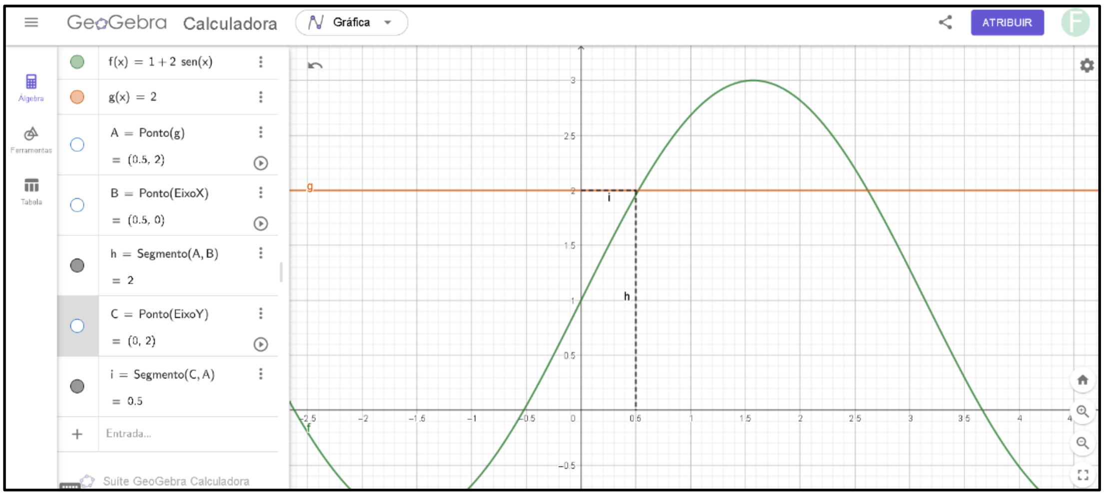
Problema 02 - Seja f(x) = 1 + 2cos(x), qual deve ser o valor de x, sabendo que ele é um ângulo do 1º quadrante, que faz com que f(x) = 2:

Na fase de Tomada de Decisão e Maturação, apresentamos uma situação-problema envolvendo ângulos notáveis, quadrantes. Os alunos trabalhando em grupo, discutem para encontrar soluções. A maturação ocorre quando se dedicam à compreensão e resolução do problema proposto.

Já na terceira etapa (Solução), os alunos terão que formalizar as respostas, seja por desenhos, esquemas, de forma oral ou uma síntese com as possíveis soluções discutidas em grupo.

Nesta ultima etapa, após a formalização do conteúdo por meio das soluções dos alunos, será feito uma aplicação no *GeoGebra*, segundo Lopes (2013, p. 10), “dentre as potencialidades apresentadas pelo software *GeoGebra* no ensino e na aprendizagem de trigonometria por meio de atividades investigativas estão, principalmente, a construção, o dinamismo, a investigação, visualização e argumentação”.

Figura 46 – Aplicação do problema 2



Fonte: Autor (2024).

Na aplicação, a compreensão do funcionamento torna-se evidente ao inserirmos a função fornecida. Podemos observar a periodicidade e comportamento por meio da análise gráfica. Ao introduzirmos o valor da imagem, analisamos o domínio, e no caso específico, o valor correspondente é 0.5, equivalente a um ângulo de 30 graus.

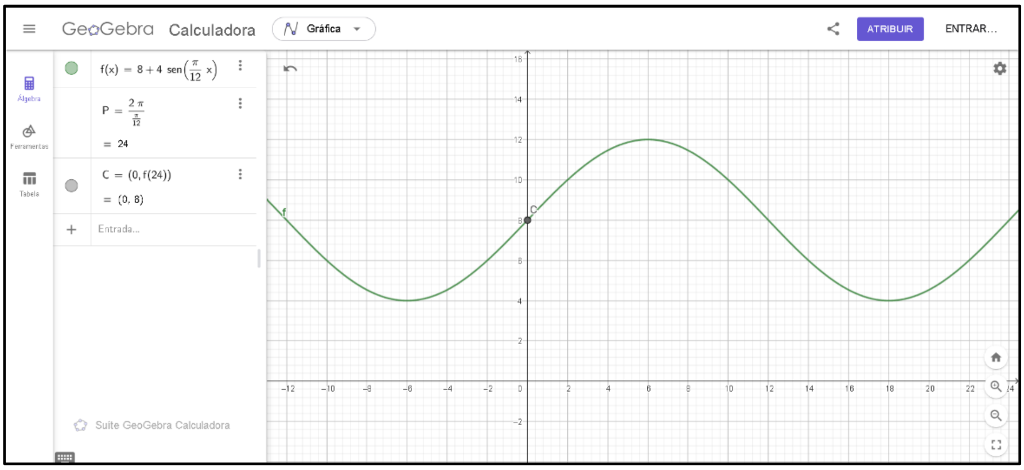
Problema 03 – Para determinada maré, a altura h, medida em metros, acima do nível médio do mar, é definida, aproximadamente, por $h(t) = 8 + 4\,sen\,(\frac{\pi}{12}t)$, ilustrada na figura abaixo, em que t é o tempo medido em horas. Com base nas informações, determine o período de variação da altura da maré.

Figura 47 – Função seno nas ondas

Fonte: Autor (2024).

Iniciando a fase de Tomada de Decisão e Maturação, propõe-se uma situação-problema centrada em período e análise de gráficos. Os alunos serão desafiados a buscar soluções e explorar caminhos por meio de discussões colaborativas. Na etapa seguinte, os alunos formalizarão suas respostas utilizando esquemas e mapas mentais, culminando em apresentações orais das soluções, tanto aquelas discutidas em grupo quanto as individuais. Para encerrar a atividade, o professor formalizará os conteúdos abordados e esclarecerá dúvidas sobre as soluções propostas pelos estudantes. Em seguida, será conduzida uma aplicação prática no *GeoGebra*, proporcionando uma abordagem interativa e visual para consolidar os conceitos discutidos.

Figura 48 – Aplicação do problema 3



Fonte: Autor (2024).

Ao usar a função fornecida na aplicação, fica evidente o entendimento do seu funcionamento. Através da análise gráfica, percebemos a periodicidade do fenômeno. Introduzindo a fórmula do período, identificamos que o valor é 24, indicando que ocorre um novo ciclo a cada 24 horas.

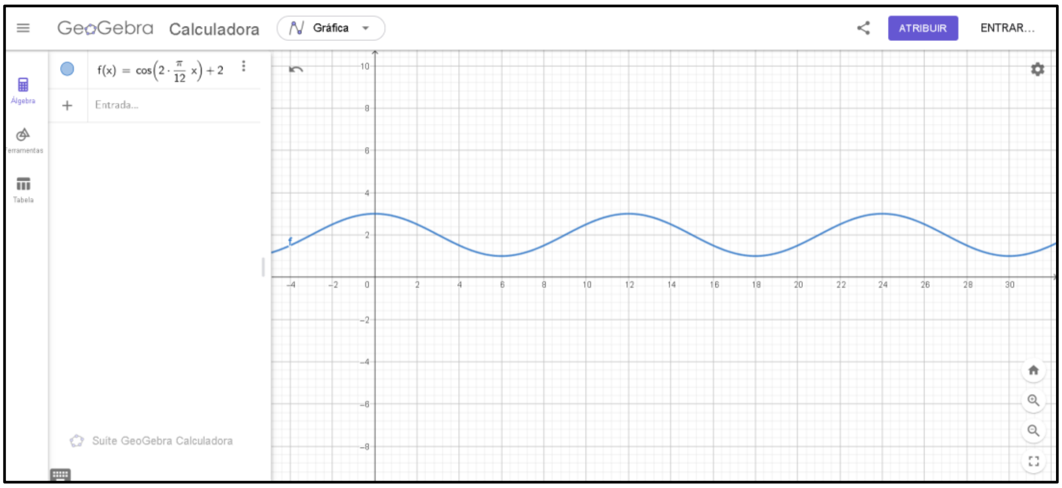
Problema 04 - Durante um estudo sobre as marés, alguns alunos de matemática descobriram que a altura da maré em Macapá segue um padrão cíclico que pode ser modelado por uma função trigonométrica. Eles observaram que a altura da preamar do rio amazonas às 13h, atinge 3 metros. A baixa-mar ocorre 7 horas depois, atingindo 1 metro. Este ciclo se repete a cada 12 horas. Com base nessas informações, qual é a função trigonométrica que melhor representa a variação da altura da maré em função do tempo?

Em primeiro momento trabalhando em grupo, discutem para encontrar soluções. A maturação ocorre quando se dedicam à compreensão e resolução do problema proposto.

Já na terceira etapa (Solução), os alunos terão que formalizar as respostas, seja por desenhos, esquemas, de forma oral ou uma síntese com as possíveis soluções discutidas em grupo.

Nesta fase final, semelhante às atividades anteriores, o professor formalizará o conteúdo, mas, de maneira distinta, os alunos assumirão a responsabilidade de conduzir a atividade no *GeoGebra* com pouca intervenção do docente. Isso visa promover a autonomia dos alunos, conforme destacado por Libâneo (2008, p. 104), da importância do estudo ativo envolvendo observação, compreensão de fatos cotidianos relacionados à matéria, atenção à exercícios e discussões em grupo.

Figura 49 – Aplicação do problema 4



Fonte: Autor (2024).

A proposta dessa aplicação aos alunos ilustrada na figura 51, traz a ideia de se trabalhar as marés em Macapá, identificando um padrão cíclico na variação da altura, modelado por uma função trigonométrica dentro do *GeoGebra*. Observa-se que a preamar atinge 3 metros às 13h, seguida pela baixa-mar, atingindo 1 metro, 7 horas depois. Este ciclo se repete a cada 12 horas. A função trigonométrica escolhida para representar a variação é $h(t) = \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$, onde t é o tempo decorrido desde o início da observação, e $h(t)$ é a altura da maré em função do tempo.

Destacamos, por fim, a atenção e participação ativa dos estudantes durante a explicação, resultando na reinterpretação do tópico e uma compreensão aprimorada da investigação iniciada na fase inicial. Esse diagnóstico foi formulado observando o comportamento dos participantes ao longo de toda a pesquisa, fornecendo insights valiosos para futuras proposições e desenvolvimento da investigação.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo busca trazer uma contribuição para o aprimoramento do ensino das funções seno e cosseno, propondo uma abordagem que integra a sequência Fedathi e faz uso das plataformas *GeoGebra* e *Scratch.* O ponto de partida para esta pesquisa foi a realização de uma coleta de dados por meio de questionários qualitativos, permitindo uma análise abrangente das percepções tanto de alunos quanto de professores no que tange ao ensino de trigonometria no âmbito do ensino médio.

A análise desses dados revelou discrepâncias nas perspectivas de alunos e professores, indicando lacunas no entendimento de certos tópicos. Diante dessa identificação, desenvolvemos uma sequência didática específica, focada nos temas que os alunos demonstraram ter maior dificuldade de assimilação (SOUZA; BORGES NETO, 1999, p. 15). A proposta concebida tem como objetivo superar essas deficiências, incorporando a abordagem desafiadora e dinâmica da Sequência Fedathi. Além disso, ela se vale das potencialidades visuais e interativas proporcionadas pelas ferramentas *GeoGebra* e *Scratch*.

Apesar de ainda não ter sido implementada na prática, essa proposta surge como uma contribuição teórica valiosa para o campo educacional. Ao direcionar-se para as dificuldades identificadas nos questionários, ela enfatiza a necessidade premente de inovação pedagógica e da adaptação às características específicas dos alunos e do ambiente escolar (BORGES; DIAS, 1999, p. 5).

A ausência de aplicação prática destaca os desafios intrínsecos à introdução de métodos de ensino alternativos. Portanto, sugerimos que pesquisas futuras concentrem seus esforços na identificação de estratégias eficazes para superar esses desafios, garantindo a implementação bem-sucedida de propostas inovadoras e proporcionando experiências educacionais verdadeiramente enriquecedoras para os estudantes (LIBÂNEO, 2008, p. 103-105).

Em última análise, este estudo ressalta a contínua necessidade de evolução e aprimoramento no ensino da trigonometria. Espera-se que este trabalho contribua para pesquisas subsequentes sobre a temática, encorajando a experimentação e avaliação prática de abordagens mais dinâmicas no processo educacional.

REFERÊNCIAS

ALBANO, S. B. **Dificuldades para ensino e aprendizagem da matemática**: a realidade em salas de aula. Medianeira: UTFPR, 2014. p. 13-27.

ALVES, Tatiana da Silva *et al*. O uso do geogebra em uma perspectiva colaborativa: Uma proposta para o ensino do teorema de Pitágoras à luz do sócio-construtivismo. **Revista Eletrônica de Educação Matemática,** Florianópolis, v.18, p. 01-20, jan./dez. 2023. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/93570/54679. Acesso em: 09 jan. 2024.

AMAPÁ. **Referencial Curricular Amapaense – RCA/EM**. Macapá, 2020. Disponível em: https://observatoriodeeducacao.institutounibanco.org.br/cedoc/detalhe/tf-referencial-curricular-amapaense-ensino-medio,1d49fb0e-6eb4-470e-a21d-acbc312dcc3c. Acesso em: 13 maio 2023.

AMAPÁ. **Currículo Focal Amapaense**. Macapá, 2022. Disponível em: https://nte.seed.ap.gov.br/aprendizagememcasa/uploads/arquivos/Curriculo_Focal_AmapaenseV4.pdf. Acesso em: 20 maio de 2023.

ANDRADE, Débora. **Análise de recursos do Geogebra para o ensino e aprendizagem de trigonometria**: Possibilidades e limites dos aplicativos sobre o Ciclo Trigonométrico. 2021. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2021.

ANDRADE, Thais M. **Matemática interligada:** trigonometria, fenômenos periódicos e programação. 1.ed. São Paulo, 2020. 160 p.

BARROS, Victor S. *et al*. Análise de problemas matemáticos baseados em resolução de problemas. CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 7., 2020, Maceió. **Anais**... Maceió: UFPE, 2020. p. 1-11.

BECK, Cássia E.; LANGWINSKI, Luani G. Dificuldades na leitura e interpretação das situações-problemas em trabalhos do XIII encontro nacional de educação matemática. ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2021, Pelotas. **Anais**...Pelotas: Univates, 2021. p. 1-11.

BORGES NETO, H.; DIAS, A. M. I. Desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático no 1º Grau e Pré-Escola. **Cadernos da Pós-Graduação em Educação**: Inteligência–enfoques construtivistas para o ensino da leitura e da matemática. Fortaleza, UFC, 1999, v. 2

BOYER, Carl Benjamin; MERZBACH, Uta Caecilia. **História da matemática**. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2012. 504 p. Tradução da 3.ª edição americana.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais** - Ensino Médio: Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. MEC, 2000. Disponível

em: http://www.basenacionalcomum.mec.gov.br/images/pcn/blegais.pdf. Acesso em: 15 maio 2023.
BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio:** Ciências da natureza, Matemática e suas Tecnologias. MEC, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 01 jan. 2024.

CAIUSCA, Alana. **Trigonometria.** Educa mais Brasil, 2018. Disponível em: https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/trigonometria. Acesso em: 16 maio 2023.

CANDAU, V. M. Formação continuada de professores: tendências atuais. *In*: **Magistério**: construção cotidiana. Petrópolis: Vozes, 1997. p.51-68.

CARMO, Manfredo Perdigão do; MORGADO, Augusto César; WAGNER, Eduardo. **Trigonometria**: Números complexos. 3.ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005. p. 1-45.

CARNEIRO, Reginaldo Fernando; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. **Vivências de professores de matemática em início de carreira na utilização das tecnologias da informação e comunicação**. Revista eletrônica ZETETIKE-Cempem-FE-Unicamp. v. 17, n.32, 2009. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/artice/vi ew/8646707/130609. Acesso em: 10 jan. 2024.

CORRÊA, Iran C. S. Breve história da trigonometria. **Museu de Topologia prof. Laureano Ibrahim Chaffe**. Porto Alegre, UFRGS, 2009. p. 1-3. Disponível em: https://museudetopografia.ufrgs.br/museudetopografia/images/acervo/artigos/Breve_histria _da_trigonometria.pdf. Acesso em: 15 maio 2023.

COSTA *et al*. **História da trigonometria.** São Paulo: IME-USP, 2018. 9p.

COSTA, Nielce M. L. A história da trigonometria. **Espmat**. São Paulo, PUCSP, 2019. p. 1-18. Disponível em: https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/modulo3/mod3_pdf/hist oria_triogono.pdf. Acesso em: 20 maio 2023.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?:** temas e debates. SBEM. Ano II. N2. Brasilia. 1989. P. 15-19.

DESMOS. Disponível em: https://www.desmos.com/calculator?lang=pt-BR. Acesso em: 17 out. 2023.

EVES, H. **Introdução à história da matemática,** [*S.l*]: UNICAMP, 1995.

FETZER, Fernanda; BRANDALISE, Mary A. T. **Processo de ensino-aprendizagem de matemática**: o que dizem os alunos?, [*S.l*]: PUCRS, [*S.d*].

GEOGEBRA. Disponível em: https://www.geogebra.org/t/trigonometry. Acesso em: 16 maio 2023.

GERÔNIMO, João Roberto *et al*. **Geometria euclidiana** – um estudo com o software GeoGebra. Maringá: EDUEM, 2010.

GOMESL, M. F. *et al*. O GeoGebra Como Ferramenta de Suporte no Processo de Ensino – Aprendizagem Envolvendo Conceitos e Cálculos de Área de Figuras Planas. 7ª Jornada Acadêmica, 2013, Santa Helena de Goiás. **Anais** ... Santa Helena de Goiás: UEG – UnU, 2013. p. 1-5.

GONDAR, J. L. CIPOLATTI, R. **Iniciação à Física Matemática:** modelagem de processos e métodos de solução. Rio de Janeiro: IMPA, (2016).

GOVERNO DO ESTADO DO AMAPÁ. Conselho Estadual da Educação. **Resolução nº 103/2021**, **de 24 de janeiro de 2022**. Dispõe sobre normas complementares para a implementação do novo ensino médio. Macapá: Conselho Estadual da Educação, 2022. Disponível em: https://editor.amapa.gov.br/arquivos_portais/publicacoes/CEE_e7c304cb4b897ebd985ff1a233456e4a.pdf. Acesso em: 16 maio 2023.

KILHIAN, Kleber. **O seqt de uma pirâmide**. [*S.l*]: O baricentro da mente, 2010. Disponível em: https://www.obaricentrodamente.com/p/sobre.html. Acesso em: 20 maio 2023.

KLEINUBING, Jorge J. **Utilizando o Scratch para o ensino da matemática**. Francisco Beltrão: UTFPR, 2016. p. 20-23.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. São Paulo: Cortez, 2008.

LIMA, Elon Lages. Sobre o ensino da matemática. **Revista do professor de matemática**. São Paulo, n.28, p.1-28, 1995.

LIMA, Luciano Feliciano de. **Grupo de estudos de professores e a produção de atividades matemáticas sobre funções utilizando computadores**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/4f95ee43-8ba2-4cc29daa3606bf77ce
de/content. Acesso em: 27 dezembro 2023. Acesso em: 13 maio 2023.

LOPES, M. M. Sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software GeoGebra. **Boletim de Educação Matemática**, v. 27, n. 46, 2013.

LUBACHEWSKI, Gesseca Camara; CERUTTI, Elisabete. **Metodologias ativas no ensino da matemática nos anos finais:** Aprendizagem por meio de jogos, Campinas (SP), v. 6, p. 1-11, 8 out. 2019. DOI 10.20888. Disponível em: https://econtents.bc.unicamp.br/inpec/index.php/ridphe/article/download/9923/9748#:~:text=Dentre%20as%20Metodologias%20Ativas%2C%20est%C3%A1,professor%20criar%20situa%C3%A7%C3%B5es%20de%20integra%C3%A7%C3%A3o. Acesso em: 2 maio 2023.

MACHADO, Jefferson T. **A metodologia de ensino sequência Fedathi:** uma abordagem da geometria Euclidiana plana na 1ª série do ensino médio. Redenção: UNILAB, 2023. p. 44-49.

MARCELO, Carlos. A identidade docente: constantes e desafios. **Revista Brasileira De Pesquisa Sobre Formação Docente**, v. 1, n. 1, p. 1-23. 2009.

MARJI, Majed. **Aprenda a programa com o Scratch**. 1 ed. São Paulo: Novatec, 2014.

MINAYO, Maria Cecília de Souza *et al*. **Pesquisa social:** teoria, método e criatividade. Rio de Janeiro, RJ: Vozes, 2002, p. 16 -21.

MOREIRA, Marco; MASINI, Elcie. **Aprendizagem significativa:** a teoria de David Ausubel. Ed.18. São Paulo: Editora Moraes, 1982. p. 1-60.

MOREIRA, Marli D. D. Revisitando o teorema de Pitágoras. **Departamento de Matemática**. Viçosa, UFV, 2017. p. 1-7. Disponível em: http://www.dma.ufv.br/downloads /MAT%20208/2017II/textos/Revisitando%20o%20Teorema%20de%20Pitagoras%20-%20MAT%20208%20-%202017-II.pdf. Acesso em: 20 maio 2023.

NOGUEIRA, Flavia. **Priscila Monteiro**: Matemática é sempre abstrata. Nova Escola, 2019. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/18694/priscila-monteiro-matematica-e-sempre-abstrata. Acesso em: 15 maio 2023.

NOVAK, J. D. **A theory of education**. Ithaca, N.Y.: Cornell University Press, 1977.

OLIVEIRA, Edvaldo R; CUNHA, Douglas S. O uso da tecnologia no ensino da Matemática: contribuições do software GeoGebra no ensino da função do 1º grau. **Revista educação pública**. v. 21, n. 36, set., 2021. Disponível em: https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/36/o-uso-isoftwarei-geogebra-no-ensino-da-funcao-do-1-grau. Acesso em: 15 jan. 2024.

OLIVEIRA, M. M. **Como fazer pesquisa qualitativa**. Petrópolis, Vozes, 2007.

OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. **Exercícios sobre funções trigonométricas**. [*S.l.*]: Mundo educação, 2021. Disponível em: https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-funcoes-trigonometricas.htm. Acesso em: 16 maio 2023.

OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. **Funções trigonométricas**: O que são? função do seno e cosseno. [*S.l.*]: Mundo educação, 2018. Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/funcoes-trigonometricas.htm. Acesso em: 16 maio 2023.

OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. **Trigonometria**. [*S.l*]: Brasil Escola. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/trigonometria.htm. Acesso em: 24 maio 2023.

PAIS, L. C. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008

PEDROSO, L. W. **Uma proposta de ensino de Trigonometria com o uso do software GeoGebra**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

PESCAROLO, Henrique**. Uma proposta de ensino aprendizagem de trigonometria em triângulos por meio do software geogebra**. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (licenciatura em matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, 2018.

POLONI, Marinês Yole. **Formação Continuada de professores de matemática:** Recursos didáticos para o ensino de trigonometria. São Paulo, SP, 2015. Disponível em: https://repositorio.pgsscogna.com.br/handle/123456789/32060. Acesso em: 01 jan. 2024.

QUILLES, Anderson *et al*. **Trigonometria:** Funções Trigonométricas Circulares. [*S. l.*], 29 jul. 2020. Disponível em: http://www.uel.br/projetos/matessencial/basico/trigonometria/trigo07.html. Acesso em: 24 maio 2023.

SANTOS, Danielle Fernandes Amaro dos; CASTAMAN, Ana Sara. Metodologias ativas: uma breve apresentação conceitual e de seus métodos. **Revista Linhas**. Florianópolis, v. 23, n. 51, p.334-357, jan/abr. 2022.

SANTOS, Gutemberg T. **Resistencia dos materiais na engenharia**: o uso do geogebra para o ensino de flexão em estruturas. Lajeado: Univates, 2021. p. 27-31.

SAUTOY, Marcus D. Como a Índia revolucionou a matemática séculos antes do Ocidentes. **BBC News Brasil**. São Paulo, 2019. Disponível em: https://www.bbc.com/portuguese/geral-47487130. Acesso em: 21 maio 2023.

SCHNEIDER, Eduarda M. *et al*. Quali-quantitative research: Contributions to research in Science teaching. **Revista pesquisa quantitativa**, São Paulo, v. 5, n. 9, p. 560-582, dez. 2017.

SEVERINO, Antônio Joaquim. Pós-graduação e pesquisa: o processo de produção e sistematização do conhecimento. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 9, n. 26, p. 13-27, jan./abr. 2009.

SILVA, Leandro Palis; CECÍLIO, Sálua. A mudança no modelo de ensino e de formação na engenharia. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 45, n. 1, p. 61-80, jun. 2007.

SILVA, Márcia Belarminio Da *et al*. **A eficácia das metodologias ativas no ensino aprendizagem**. João Pessoa, PB, 2022. Disponível em: https://www.iesp.edu.br/sistema/uploads/arquivos/publicacoes/a-eficacia-das-metodologias-ativas-no-ensino-aprendizagem-autor-silva-marcia-belarminio-da-.pdf. Acesso em: 10 jan. 2024.

SILVA, Paulina Gessika Ferreira Da *et al*. **A importância do uso das tecnologias em sala de aula como mediadora no processo de ensino-aprendizagem**. Anais VI CONEDU... Campina Grande: Realize Editora, 2019. Disponível em: https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/58515. Acesso em: 19 jan. 2024.

SOUSA, Juliana. **Funções Trigonométricas e suas aplicações no cálculo de distâncias inacessíveis.** 2017. 123p. Dissertação - Instituto de Ciências Matemáticas e Computação, 2017.

SOUZA, Kellcia *et al*. **Abordagem quanti-qualitativa:** superação da dicotomia quantitativa-qualitativa na pesquisa em educação. Educação e Filosofia, v. 31, n. 61, p. 1-44, jan/abr. 2017. Disponível em: https://doi.org/10.14393/REVEDFIL.issn.0102-6801.v31n61a2017-p21a44. Acesso em: 15 jan. 2024.

SOUZA, Maria; BORGES NETO, Hermínio. **Sequência de fedathi:** apresentação e caracterização. Ceará, 1999. Disponível em: https://proativa.virtual.ufc.br/sipemat2012/pape rs/679/submission/director/679.pdf. Acesso em: 22 maio 2023.

SUN, Litao *et al*. Coronavirus pushes education online. [*S. l.*]. **Nature materials**, n.19, 687 p. 2020. Disponível em: https://doi.org/10.1038/s41563-020-0678-8. Acesso em: 10 jan. 2024.

TAVARES, Cristina Zukowski. **Formação em avaliação**: A formação de docentes no enfrentamento de um processo de avaliação a serviço da aprendizagem. São Paulo, SP, 2008. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010.pdf. Acesso em: 10 jan. 2024.

TARDIF, Maurice; RAYMOND, Danielle. Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério. **Scielo**, n.73, p. 209-222, 2000.

UM pouco da história da trigonometria. **Ecalculo usp**. 2018. Disponível em: http://ecalculo.if.usp.br/historia/historia_trigonometria.htm. Acesso em: 22 maio 2023.

VASSALO, Victor. **Razões trigonométricas:** Uma abordagem do cotidiano. 2017. 49f. Dissertação PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2017.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIOS DOS PROFESSORES

QUESTIONÁRIO PARA PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO

Prezado(a) professor(a),

Na condição de graduanda do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Amapá (IFAP), estou desenvolvendo uma pesquisa com vistas a elaboração de meu trabalho de conclusão de curso (TCC), sobre o tema: " O USO DE METODOLOGIASS ATIVAS COMO FERRAMENTASS PARA O ESTUDO DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO: uma abordagem com aplicações no segundo ano do Ensino médio". Sob orientação do professor Me. André Luiz dos Santos Ferreira. Este instrumento visa o levantamento de dados relacionados ao Ensino e Aprendizagem dos conceitos básicos de funções trigonométricas. Nesta etapa estaremos propondo aos professores um questionário referente às suas práticas e metodologias de sala de aula. Neste sentido, a sua participação ao responder este questionário, será de grande importância para conclusões da pesquisa, sendo garantido o sigilo de sua identidade. Desde já agradecemos a sua colaboração com a nossa pesquisa.

1º) Quanto a sua formação, marque as opções nas quais você se enquadra. *

- ☐ Licenciado(a) em Matemática.
- ☐ Especialista
- ☐ Mestre
- ☐ Doutor(a)
- ☐ Outra graduação

2º) Indique em qual intervalo de faixa etária você está incluído. *

- ◯ 21 a 25 anos
- ◯ 26 a 30 anos
- ◯ 31 a 35 anos
- ◯ 36 a 40 anos
- ◯ 41 a 45 anos
- ◯ 46 ou +

3º) Qual o seu tempo de atuação como professor do ensino Básico?(em anos) *

Sua resposta

4º)Indique o tipo de instituição que vc já trabalhou ou trabalha atualmente. *

- ☐ Pública municipal.
- ☐ Pública estadual.
- ☐ Pública federal.
- ☐ Privada.

5º) Durante o seu período de formação foi trabalhada alguma disciplina que tratasse sobre o Ensino de funções trigonométricas? *

- ◯ SIM
- ◯ NÃO

6º)Você trabalha(trabalhava) com os seus alunos o conteúdo de funções trigonométricas com base no que foi visto em sua formação de graduação? *

- ◯ Sim
- ◯ Não

7º) Ao abordar o conteúdo de Funções trigonométricas você já utilizou algum experimento didático? Se sim qual ?

Sua resposta

8º) Considerando uma escala de 1 a 5, você poderia classificar o nível de entendimento de seus alunos do 2º ano do Ensino Médio, após a explanação dos conteúdos de trigonometria, quanto às funções trigonométricas. *

	1	2	3	4	5	
INSATISFATÓRIO	○	○	○	○	○	MUITO SATISFATÓRIA

9º) Considerando uma escala de 1 a 5 indique o nível de entendimento que você acredita que os alunos têm alcançado, ao final do ensino médio, quando tratamos de aplicações de funções trigonométricas para resolver problemas do mundo real, como problemas de altura, distância, e movimento circular. *

	1	2	3	4	5	
INSATISFATÓRIO	○	○	○	○	○	MUITO SATISFATÓRIO

10º) Em uma escala de 1 a 5 indique o nível de familiaridade que você percebe em seus alunos considerando as identidades trigonométricas básicas, como a identidade fundamental da trigonometria e se eles conseguem usar essas identidades para simplificar expressões trigonométricas. *

	1	2	3	4	5	
INSATISFATÓRIO	○	○	○	○	○	MUITO SATISFATÓRIO

11º) Considere as metodologias abaixo e indique as que você utiliza nas suas aulas de introdução para os conteúdos de funções trigonométricas. *

- [ ] Definições seguidas de exemplos e exercícios.
- [ ] Situação problema para depois definir o assunto
- [ ] Aplicação de um experimento
- [ ] Apresentação de um modelo representando uma situação
- [ ] Utilização de softwares e aplicativos
- [ ] Contextualização histórica do assunto
- [ ] Outras

12º) Em uma escala de satisfação considerando a abordagem dos livros didáticos escolhidos em sua escola, referente ao conteúdo de funções trigonométricas. Como você avalia as últimas experiências quanto a organização didática, organização matemática e adequação às habilidades da BNCC. *

	1	2	3	4	5	
INSATISFATÓRIO	○	○	○	○	○	MUITO SATISFATÓRIO

13º) Em uma escala de 1 a 5, indique o nível de entendimento o qual acredita que os alunos têm alcançado quando são avaliados quanto a construção de gráficos das funções seno e cosseno, considerando os parâmetros que auxiliam na construção dos gráficos, como amplitude e período? *

	1	2	3	4	5	
INSATISFATÓRIO	○	○	○	○	○	MUITO SATISFATÓRIO

14º) Em uma escala de 1 a 5, indique o nível no qual acredita que os alunos têm conseguido abordar problemas trigonométricos de maneira crítica, usando estratégias de resolução de problemas além de formular estratégias próprias para resolver problemas desafiadores? *

	1	2	3	4	5	
INSATISFATÓRIO	○	○	○	○	○	MUITO SATISFATÓRIO

15) Você usa alguma ferramenta tecnológica em suas aulas? *

○ sim

○ Não

16º) Se sim, quais ferramentas tecnológicas você utiliza, ou indicaria para as aulas de funções trigonométricas?

Sua resposta

17º) Você trabalha alguma metodologia ativa em sala? *

○ sim

○ não

18º) Se sim foi sua resposta à pergunta anterior, quais metodologias ativas você utiliza?

Sua resposta

Questionário 2

Nesta seção faremos uma consulta sobre a sua concepção e expectativas quanto alguns conteúdos e questões possivelmente apresentados a alunos do segundo ano do ensino médio, e tomando como base o entendimento médio dos seus alunos após a explanação de conteúdos responda as questões a seguir:

Em relação aos conhecimentos e habilidades adquiridas pelos seus alunos sobre trigonometria, em seu parecer, especialmente sobre funções trigonométricas seno e cosseno, Faça o preenchimento do quadro relacionando sua expectativa quanto ao nível de entendimento da turma considerando o conteúdo trabalhado: *

	Não trabalhado.	Difícil Assimilação.	Mediana.	Satisfatória	Muito Satisfatória
Razões trigonométricas no triângulo retângulo	☐	☐	☐	☐	☐
Razões trigonométricas em um triângulo qualquer	☐	☐	☐	☐	☐
Relação fundamental da trigonometria	☐	☐	☐	☐	☐

Ciclo trigonométrico de raio unitário	☐	☐	☐	☐	☐
Redução ao primeiro quadrante	☐	☐	☐	☐	☐
Identificar no ciclo trigonométrico valores notáveis de senx e cosx	☐	☐	☐	☐	☐
Esboçar o gráfico das funções f(x)=senx e g(x)= cosx	☐	☐	☐	☐	☐
Domínio das funções f(x)= senx e g(x)= cosx	☐	☐	☐	☐	☐
Imagem das funções f(x)= senx e g(x)= cosx	☐	☐	☐	☐	☐
Período das funções f(x)= senx e g(x)= cosx	☐	☐	☐	☐	☐

Sinal das funções f(x)= senx e g(x)= cosx	☐	☐	☐	☐	☐
Sinal das funções trigonométricas em cada quadrante	☐	☐	☐	☐	☐
Valores de máximo e mínimo das funções f(x)= senx e g(x)= cosx	☐	☐	☐	☐	☐
Domínio, imagem e período das funções f(x)= senx e g(x)= cosx a partir do gráfico	☐	☐	☐	☐	☐
Problemas relacionados a (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, fenômenos das mares, entre outros)	☐	☐	☐	☐	☐
Resolver problemas envolvendo as funções f(x) =senx e g(x)=cosx	☐	☐	☐	☐	☐
Resolver situações-problema nas quais é necessária a interpretação gráfica de funções f(x)=senx e g(x)=cosx	☐	☐	☐	☐	☐

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIOS DOA ALUNOS

INSTITUTO FEDERAL Amapá Campus Macapá

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO AMAPÁ
Campus Macapá

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Turma/Série:______________________

Letra e Símbolo:____________________

Questionário 01

1) Em que período você iniciou o ensino médio?

a) Em 2022 b) Em 2021 c) Em 2020

d) Em 2019 e) Antes de 2019

2) Em relação aos conteúdos ensinados de matemática no período pandêmico, como você considera seu aprendizado adquirido:

a) Insuficiente b) Pouco satisfatório

c) Satisfatório d) Muito satisfatório

3) Durante sua formação no ensino médio como você considera as suas habilidades obtidas em trigonometria:

a) Insuficiente b) Pouco satisfatório

c) Satisfatório d) Muito satisfatório

4) Quais dos procedimentos dos professores em sala de aula promovem em você uma maior aprendizagem? Marque até três possibilidades:

( ) Explica mais que uma vez.
( ) Utiliza jogos em sala de aula
( ) Utiliza linguagem acessível.
( ) É atencioso e motiva os alunos
( ) Utiliza o laboratório de informática
( ) Consegue apresentar bem a matéria
( ) Exige disciplina
( ) _____________________

5) Como você participa do processo de ensino e aprendizagem durante as aulas?

( ) faço perguntas e esclareço dúvidas
( ) tiro dúvidas com meus colegas
( ) Dificilmente participo das aulas

6) Que tipo de materiais você utiliza para estudar?

( ) Caderno ( ) Livro didático da escola
( ) Outros livros ( ) Internet
( ) Grupo de estudos

7º) Em relação às razões trigonométricas no triângulo retângulo, você consegue lembrar de alguma situação do cotidiano na qual seria possível aplica-las? Relate a situação:

____
____
____
____

8º) Em relação aos conhecimentos referentes à circunferência trigonométrica que é utilizada para representar números reais relacionados a ângulos você pode relatar alguma forma de aplicar esse conhecimento?

____
____
____
____
____

9º) Quando você estudou Funções trigonométricas, você recorda que as aulas iniciavam:

( ) com definições seguidas de exemplos e exercícios.
( ) com uma situação problema para depois definir o assunto
( ) com um experimento
( ) com um modelo representando uma situação
( ) com a utilização de softwares e aplicativos
( ) com a história do assunto
( ) Ainda não estudei este assunto

10º) Em relação às funções trigonométricas, você consegue lembrar de alguma situação do cotidiano na qual seria possível encontrá-las? Relate a situação:

____
____
____
____

10º) Em relação a utilização de softwares como ferramenta de apoio ao ensino, em algum momento do ensino médio houve alguma aula que utilizasse tais recursos, se sim, nos relate resumidamente a sua experiência:

____
____
____
____

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO AMAPÁ
Coordenação do curso de Licenciatura em Matemática
Campus Macapá

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Orientador Me. André Luiz dos Santos Ferreira.

Orientanda: Fernanda Castilo Nascimento.

Prezado(a) estudante,

Parabéns por participar conosco desta pesquisa, você está colaborando para compreendermos melhor sobre os processos de ensino e aprendizagem de trigonometria, mais especificamente sobre o conteúdo de funções trigonométricas.

Hoje iremos preencher um questionário de sondagem para avaliarmos qual é o seu nível de interação com o conteúdo e o que poderíamos propor como atividade de resgate de conteúdo. Escolha uma letra e um símbolo para podermos fazer a avaliação qualitativa das respostas utilizando uma identidade fictícia caracterizando a impessoalidade de nossa pesquisa.

Nome fictício:__________________________

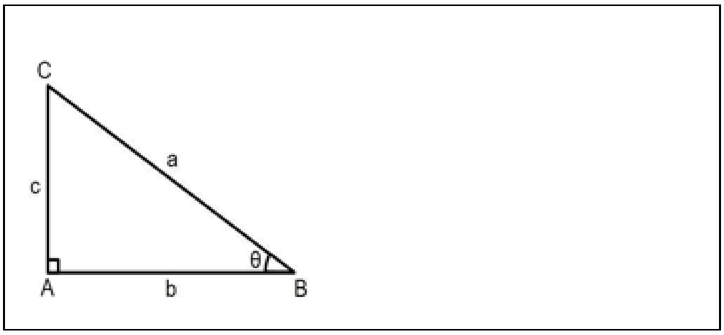
QUESTIONÁRIO

Em relação aos seus conhecimentos e habilidades sobre trigonometria, mais especificamente sobre funções trigonométricas seno e cosseno, faça o preenchimento do quadro abaixo tentando recordar os conteúdos e conceitos e o nível de dificuldade que você associou ao conteúdo na época:

Conteúdos	Estudou		Nível de dificuldade do Conteúdo				
	Sim	Não	Muito Fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
Razões trigonométricas no triângulo retângulo							
Razões trigonométricas em um triângulo qualquer.							
Relação fundamental da trigonometria.							
Ciclo trigonométrico de raio unitário.							
Redução ao primeiro quadrante.							
Identificar no ciclo trigonométrico valores notáveis de senx e cosx							
Esboçar o gráfico das funções f(x)= senx e g(x)= cosx							
Domínio das funções f(x) = senx e g(x)= cosx							
Imagem das funções f(x) = senx e g(x)= cosx							
Período das funções f(x) = senx e g(x)= cosx							
Sinal das funções f(x) = senx e g(x)= cosx							
Sinal das funções trigonométricas em cada quadrante							
Valores de Máximo e Mínimo das funções f(x) = senx e g(x)= cosx							
Domínio, imagem e período das funções f(x) = senx e g(x)=cosx a partir do gráfico							
Problemas relacionados a (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, fenômenos das marés, entre outros)							
Resolver problemas envolvendo as funções f(x) = senx e g(x)= cosx							
Resolver situações-problema nas quais é necessária a interpretação gráfica de funções f(x) = senx e g(x)=cosx							

Ao final de cada pergunta haverá um questionamento quanto ao nível de complexidade considerando seu ponto de vista e a habilidade requerida na questão.

1) Considerando as razões trigonométricas no triângulo retângulo, as relações de seno, cosseno e tangente partindo do ângulo ϴ são dadas a partir das razões indicadas na alternativa:

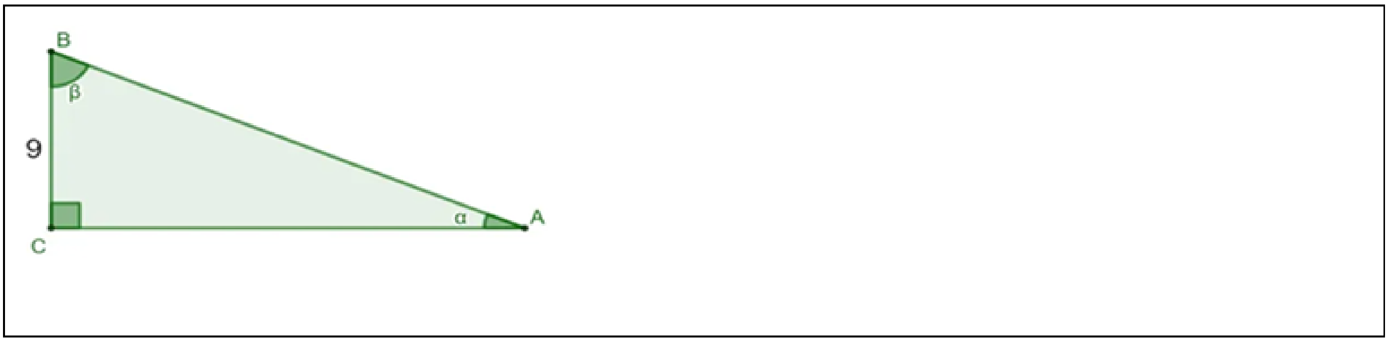


A) $\frac{c}{a}, \frac{b}{a}, \frac{c}{b}$ B) $\frac{b}{a}, \frac{c}{a}, \frac{a}{b}$

C) $\frac{b}{a}, \frac{c}{a}, \frac{c}{b}$ D) $\frac{a}{c}, \frac{a}{b}, \frac{b}{c}$

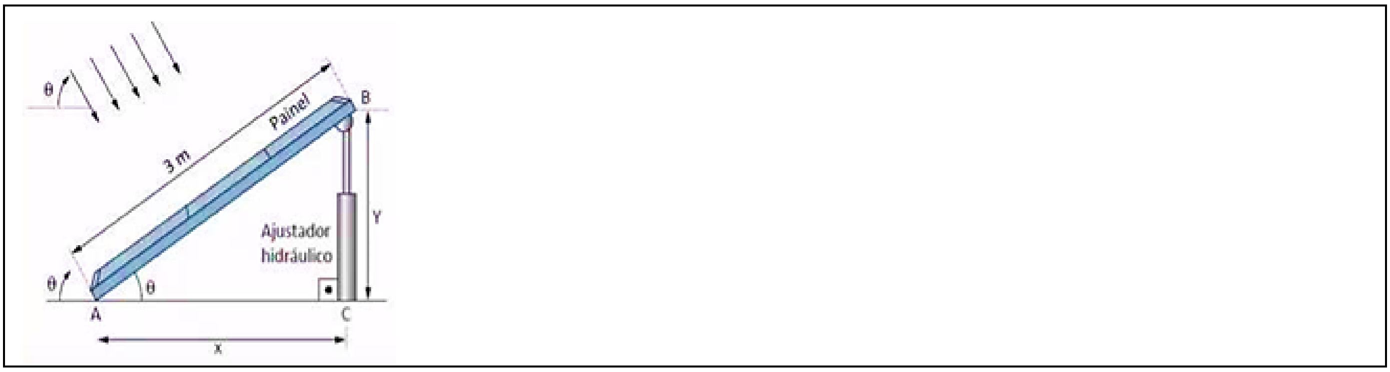
a) Muito fácil b) Fácil c) Regular d) Difícil e) Não estudou

2) Seja o triângulo ABC definido na figura abaixo determine a medida do cateto CA sabendo que a tangente do ângulo α é de 0,75.



a) Muito fácil b) Fácil c) Regular d) Difícil e) Não estudou

3) A figura a seguir mostra um painel solar de 3 metros de largura equipado com um ajustador Hidráulico. À medida que o sol se eleva, o painel é ajustado automaticamente de modo que os raios do Sol incidam perpendicularmente nele. Para o ângulo ϴ= $\frac{\pi}{3}$ rad, o valor de x (em metros) é:



A) $3\sqrt{3}$ B) 5/2 C) 3/2 D) 3

a) Muito fácil b) Fácil c) Regular d) Difícil e) Não estudou

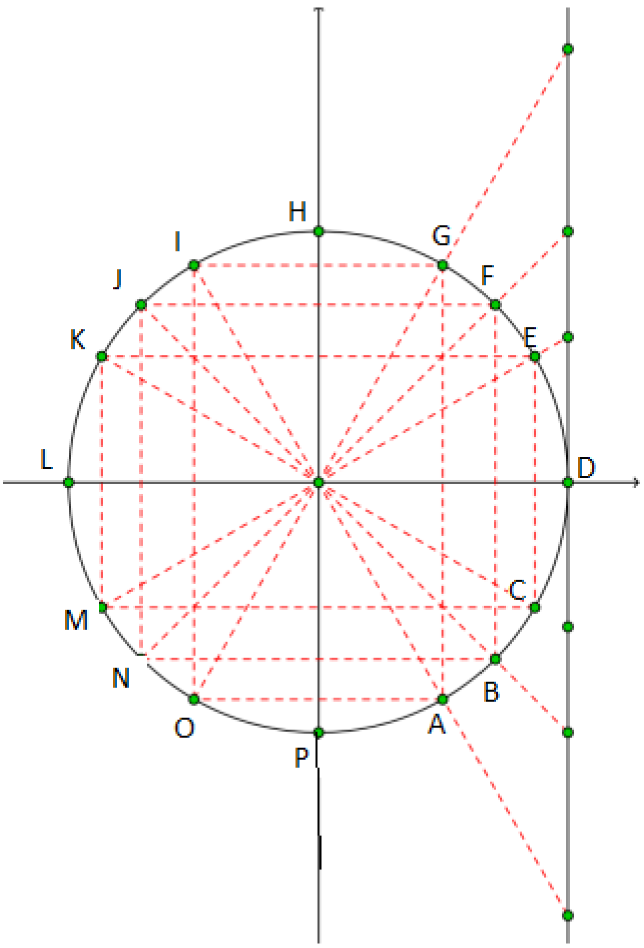
4º) No círculo trigonométrico um ângulo é tal que seu seno vale 3/5 e encontra-se no segundo quadrante. Qual deve ser o valor do cosseno deste ângulo:

A) −4/3 B) −3 /4 C) –1 D) 3/4 E) 4/5

a) Muito fácil b) Fácil c) Regular d) Difícil e) Não estudou

Em relação ao círculo trigonométrico:

5º) No ciclo trigonométrico a seguir, estão indicados os arcos notáveis e seus respectivos simétricos, complete a tabela ao lado relacionando às letras do ciclo com cada arco e seus valores de seno, cosseno e tangente:



Letra	Grau	Radiano	sen	cos	tg
		0		1	
	30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$		
		$\frac{\pi}{4}$			1
		$\frac{\pi}{3}$		$\frac{1}{2}$	
	90°	$\frac{\pi}{2}$	1		
		$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$		
	135°	$\frac{3\pi}{4}$		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	
		$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$		
		π			0
	210°	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$		
		$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		
	240°	$\frac{4\pi}{3}$			$\sqrt{3}$
		$\frac{3\pi}{2}$	-1		
		$\frac{5\pi}{3}$		$\frac{1}{2}$	
	315°	$\frac{7\pi}{4}$			-1
		$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$		$\frac{-\sqrt{3}}{3}$
		2π		1	

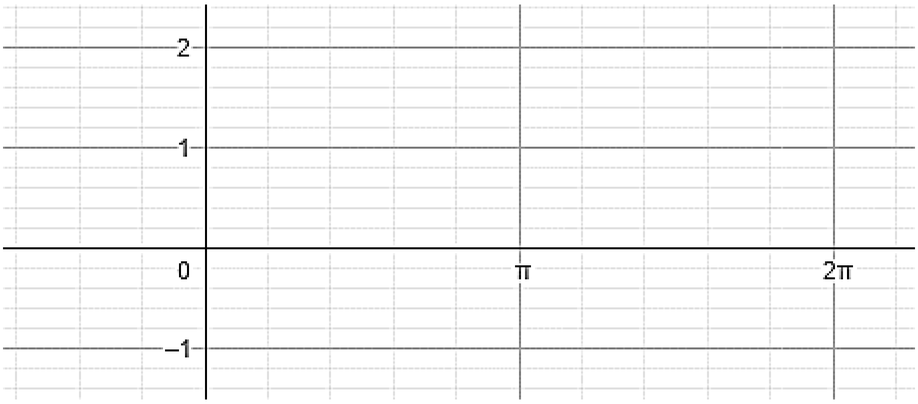
a) Muito fácil b) Fácil c) Regular

d) Difícil e) Não estudou

Considerando o os valores preenchidos na tabela e relacionados com o ciclo trigonométrico, quais relações você poderia destacar?

6º) Construa o gráfico da função y=sen(x)

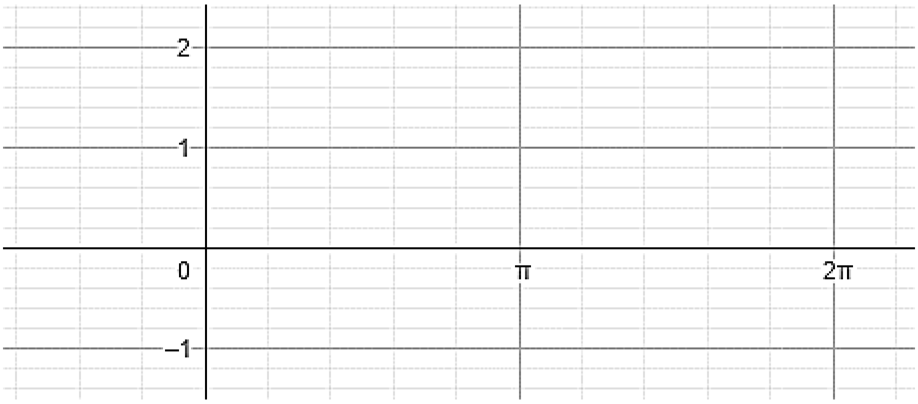
x	senx	(x,y)
0		
$\frac{\pi}{2}$		
π		
$\frac{3\pi}{2}$		
2π		



a) Muito fácil b) Fácil c) Regular d) Difícil e) Não estudou

5º) Construa o gráfico da função y=cos(x)

x	cosx	(x,y)
0		
$\frac{\pi}{2}$		
π		
$\frac{3\pi}{2}$		
2π		



a) Muito fácil b) Fácil c) Regular d) Difícil e) Não estudou

6º) Dada a função f(x) = sen x + 3, o valor numérico da função para x = 3π/2 é:

a) 0. b) 1. c) 2. d) 3. e) 4

a) Muito fácil b) Fácil c) Regular d) Difícil e) Não estudou

7º) Conhecendo a função f(x) = 4 cos (2x) + 1, podemos afirmar que a imagem da função é igual a:

A) [– 2, 2]. B) [– 3, 5]. C) [– 1, 1]. D) [– 4, 8]. E)] – ∞ , ∞[.

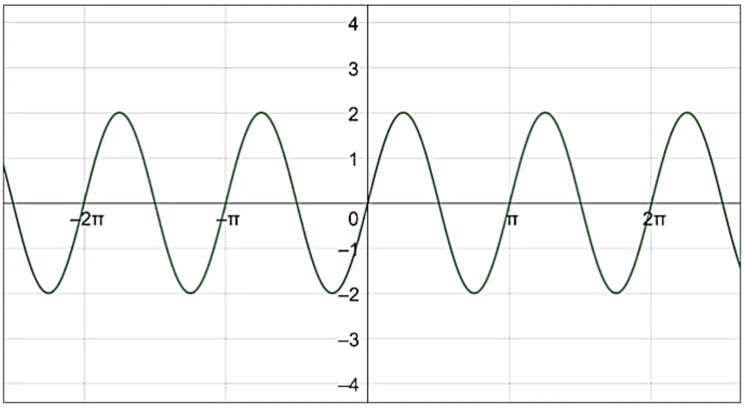
a) Muito fácil b) Fácil c) Regular d) Difícil e) Não estudou

8º) Considere a função seno. $y = 3sen(4x) + 1$. Qual o seu período?

A) 0 B) π/2 C) 3π/2 D) π/4

a) Muito fácil b) Fácil c) Regular d) Difícil e) Não estudou

09) Uma função periódica se repete ao longo do eixo x. No gráfico abaixo temos a representação de uma função do tipo: $f(x) = A.sen(\omega x)$. O produto A ω. é:



a) 2

b) 6

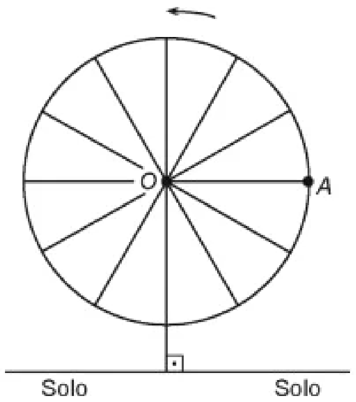
c) 2 π

d) 4

e) 4 π

a) Muito fácil   b) Fácil   c) Regular   d) Difícil   e) Não estudou

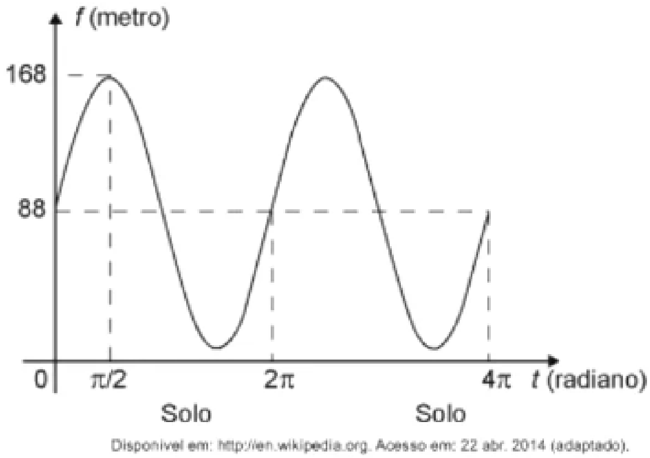
10º)(ENEM 2018) Em 2014 foi inaugurada a maior roda-gigante do mundo, a High Roller, situada em Las Vegas. A figura representa um esboço dessa roda-gigante, no qual o ponto A representa uma de suas cadeiras:



Disponível em: http://en.wikipedia.org. Acesso em: 22 abr. 2014 (adaptado).

A partir da posição indicada, em que o segmento OA se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a High Roller no sentido anti-horário, em torno do ponto O. Sejam t o ângulo determinado pelo segmento OA em relação à sua posição inicial, e f a função que descreve a altura do ponto A, em relação ao solo, em função de t.

Após duas voltas completas, f em o seguinte gráfico:



Disponível em: http://en.wikipedia.org. Acesso em: 22 abr. 2014 (adaptado).

A expressão da função altura é dada por:

a) $f(t) = 80.sen(t) + 88$ b) $f(t) = 80.cos(t) + 88$ c)) $f(t) = 88.cos(t) + 168$

d)) $f(t) = 168.sen(t) + 88\cos(t)$ e)) $f(t) = 88.sen(t) + 168\cos(t)$

a) Muito fácil   b) Fácil   c) Regular   d) Difícil   e) Não estudou

APÊNDICE C – TERMO DE ACEITE

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa intitulada: "O uso de metodologias ativas como ferramentas para o estudo de funções seno e cosseno: uma abordagem com aplicações na 2ª ano do Ensino médio". Esta pesquisa pretende aplicar as metodologias ativas como ferramentas auxiliares para o aprendizado de conceitos de funções seno e cosseno.

Nesta etapa estaremos propondo um questionário de sondagem para avaliarmos seus conhecimentos prévios relacionados ao conteúdo de funções trigonométricas, mais especificamente sobre as funções seno e cosseno, além dos questionamentos quanto ao conteúdo faremos algumas indagações quanto às metodologias empregadas nos processos de aprendizagem desses conteúdos.

A sua participação no referido estudo será de responder a dois questionários iniciais e caso tenha interesse também poderá participar de uma oficina do referido conteúdo na qual devem ser utilizadas metodologias ativas escolhidas com base nos resultados da sondagem inicial.

Durante a aplicação do questionário a previsão de riscos é mínima, podendo haver desconfortos ou riscos eventuais de natureza psicológica. Estou ciente que a minha privacidade será respeitada, ou seja, meu nome ou qualquer dado ou elemento que possa, de qualquer forma, me identificar será mantido em sigilo. E que não haverá utilização de imagem, gravação ou áudio. É assegurada a assistência durante toda a pesquisa, bem como me garantido o livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, enfim, tudo que eu queira saber antes, durante e depois da minha participação.

Declaro que fui informado(a) de que posso me recusar a participar do estudo, ou retirar meu consentimento a qualquer momento, sem precisar justificar, e se desejar sair da pesquisa não sofrerei qualquer prejuízo.

Declaro que li e entendi todas as informações presentes neste Termo e tive a oportunidade de discutir as informações nele contidas. Todas as minhas perguntas foram respondidas e estou satisfeito(a) com as respostas. Enfim, tendo sido orientado(a) quanto ao teor de todo o aqui mencionado e compreendido a natureza e o objetivo do já referido estudo, eu manifesto meu livre consentimento em participar, estando totalmente ciente de que não há nenhum valor econômico, a receber ou pagar considerando a minha participação.

Pesquisadores :
Professor: Me André Luiz dos Santos Ferreira,
Acadêmica: Fernanda Castilo Nascimento
Telefone para contato: 981330671
E-mail para contato: andre.ferreira@ifap.edu.br

____
Assinatura do aluno

____
Assinatura do responsável do aluno

Contato do responsável: (   )   e-mail:____________________________________

Macpá   /   / 2023

APÊNDICE D – PLANO DE AULA

Tabela 06 – Sequência didática

PLANO DE AULA
PROFESSOR: Fernanda Castilo Nascimento
SÉRIE: 2ª Ano do ensino médio
UNIDADE TEMÁTICA: Trigonometria
ÁREA DO CONHECIMENTO: Matemática
COMPONENTE CURRICULAR: Matemática
COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS: Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
HABILIDADES (BNCC): **(EM13MAT306)** Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativo de álgebra e geometria.
TEMPO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA: 8 horas (4 encontros de 2 horas).

SEQUÊNCIA DIDÁTICA
OBJETO DO CONHECIMENTO: Funções seno e cosseno- movimentos periódicos **AULA 01** **TOMADA DE DECISÃO E MATURAÇÃO:** Neste primeiro momento será proposto um problema de funções seno e cosseno em relação ao ciclo trigonométrico. Os alunos terão que pensar, tentar, errar e colaborar com seus colegas, em busca de soluções, atuando como matemáticos. **SOLUÇÃO:** Os alunos apresentarão as soluções encontradas, mostrando os caminhos que trilharam para na solução, por meio de esquemas, desenhos, textos e comunicação oral. **PROVA:** Neste momento, com a respostas encontradas, será construído uma solução com algumas definições matemáticas, que levarão ao estudo do ciclo trigonométrico e dos quadrantes das funções seno e cosseno, explicando os possíveis erros e finalizaremos com aplicação no geogebra do problema **Recursos da aula:** Computador; internet; quadro branco; marcador de quadro branco; folha a4, lápis e borracha.
AULA 02 **TOMADA DE DECISÃO E MATURAÇÃO:** Neste primeiro momento os alunos serão formados em grupos, será dado um problema de funções seno e cosseno em relação aos ângulos notáveis. Eles terão que pensar, tentar, errar e colaborar com seus colegas, em busca de soluções. **SOLUÇÃO:** Os alunos apresentarão as soluções encontradas, mostrando os caminhos que trilharam para na solução, por meio de esquemas, desenhos, textos e comunicação oral. **PROVA:** Neste momento, com a respostas encontradas, será construído uma solução com algumas definições matemáticas, que levarão ao estudo da tabela dos ângulos

notáveis das funções seno e cosseno, explicando os possíveis erros e finalizaremos com aplicação no geogebra do problema **Recursos da aula:** Computador; internet; quadro branco; marcador de quadro branco; folha a4, lápis e borracha.
AULA 03 **TOMADA DE DECISÃO E MATURAÇÃO:** Neste primeiro momento será proposto dois problemas das funções seno em relação ao período. Os alunos terão que pensar, tentar errar e colaborar com seus colegas, em busca de soluções. **SOLUÇÃO:** Os alunos apresentarão as soluções encontradas, mostrando os caminhos que trilharam para na solução, por meio de esquemas, desenhos, textos e comunicação oral. **PROVA:** Neste momento, com a respostas encontradas, será construído uma solução com algumas definições matemáticas, que levarão ao estudo do período das funções trigonométricas, explicando os possíveis erros e finalizaremos com aplicação no scratch do problema **Recursos da aula:** Computador; internet; quadro branco; marcador de quadro branco; folha a4, lápis e borracha.
AULA 04 **TOMADA DE DECISÃO E MATURAÇÃO:** Neste primeiro momento será proposto um problema de funções cosseno em relação a amplitude e lei de formação. Os alunos terão que pensar, tentar errar e colaborar com seus colegas, em busca de soluções. **SOLUÇÃO:** Os alunos apresentarão as soluções encontradas, mostrando os caminhos que trilharam para na solução, por meio de esquemas, desenhos, textos e comunicação oral. **PROVA:** Neste momento, com a respostas encontradas, será construído uma solução com algumas definições matemáticas, que levarão ao estudo da amplitude e da lei de formação valores máximos e mínimos das funções seno e cosseno, explicando os possíveis erros e finalizaremos com aplicação no geogebra do problema **Recursos da aula:** Computador; internet; quadro branco; marcador de quadro branco; folha a4, lápis e borracha.
RECURSOS
Computador, internet, quadro branco, marcador de quadro branco, folha A4, lápis, borracha, data show.
AVALIAÇÃO
Ficha de avaliação, avaliação prática (geogebra e scratch).
REFERÊNCIAS
Geogebra, kahoot. IEZZI, Gelson. et al. **Matemática:** ciência e aplicações. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016. v. 2.

Fonte: Autor (2024).

Problema 01- Observe a tirinha:

HAGAR, de Dik Browne. *Folha de S. Paulo*, São Paulo, 24 nov. 2005.

a) Quantos graus correspondem ao giro sugerido pelo personagem?

b) Por que o personagem não sugeriu um giro de uma volta completa?

Problema 02 - Seja f(x) = 1 + 2cos(x), qual deve ser o valor de x, sabendo que ele é um ângulo do 1º quadrante, que faz com que f(x) = 2:

Problema 03 – Para determinada maré, a altura h, medida em metros, acima do nível médio do mar, é definida, aproximadamente, por $h(t) = 8 + 4\,sen\,(\frac{\pi}{12}t)$, ilustrada na figura abaixo, em que t é o tempo medido em horas. Com base nas informações, determine o período de variação da altura da maré.

Problema 04 - Durante um estudo sobre as marés, alguns alunos de matemática descobriram que a altura da maré em Macapá segue um padrão cíclico que pode ser modelado por uma função trigonométrica. Eles observaram que a altura da preia-mar às 13h, atingindo 3 metros. A baixa-mar ocorre 7 horas depois, atingindo 1 metro. Este ciclo se repete a cada 12 horas. Com base nessas informações, qual é a função trigonométrica que melhor representa a variação da altura da maré em função do tempo?