INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA
E TECNOLOGIA DO AMAPÁ – IFAP
CAMPUS MACAPÁ
CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

AMANDA MACHADO GOMES
ROSIMARA DE ABREU REINALDO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE CORPOS REDONDOS NA PRÁTICA:
sequência didática com recursos

MACAPÁ - AP
2020

AMANDA MACHADO GOMES
ROSIMARA DE ABREU REINALDO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE CORPOS REDONDOS NA PRÁTICA:
sequência didática com recursos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso Superior de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá – IFAP, campus Macapá, como requisito avaliativo para obtenção de título de Licenciandos em Matemática.
Orientador: Prof. Dr. Carlos Alexandre Santana Oliveira.
Co-Orientador: Prof. Me. Márcio Abreu da Silva.

MACAPÁ - AP
2020

Biblioteca Institucional - IFAP
Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

G633e Gomes, Amanda Machado
Ensino e aprendizagem de corpos redondos na prática: sequência didática com recursos / Amanda Machado Gomes, Rosimara de Abreu Reinaldo. - Macapá, 2020.
49 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) -- Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá, Campus Macapá, Curso de Licenciatura em Matemática, 2020.

Orientador: Dr. Carlos Alexandre Santana Oliveira.
Coorientador: Me. Márcio Abreu da Silva.

1. Corpos Redondos. 2. Sequência Didática. 3. Ensino de Matemática. I. Reinaldo, Rosimara de Abreu. I. Oliveira, Dr. Carlos Alexandre Santana, orient. II. Silva, Me. Márcio Abreu da, coorient. III. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica do IFAP
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

AMANDA MACHADO GOMES

ROSIMARA DE ABREU REINALDO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE CORPOS REDONDOS NA PRÁTICA:

Sequência didática com recursos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso Superior de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá – IFAP, campus Macapá, como requisito avaliativo para obtenção de título de Licenciandos em Matemática.
Orientador: Prof. Dr. Carlos Alexandre Santana Oliveira.
Co-Orientador: Prof. Me. Márcio Abreu da Silva.

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Carlos Alexandre Santana Oliveira

____

Prof. Me Romaro Antônio Silva

____

Prof. Me. Márcio Abreu da Silva

Aprovado em 01, de dezembro de 2020.

Este trabalho é dedicado a todos os alunos que dizem não gostar de matemática.

AGRADECIMENTOS

À Deus pelo dom da vida, pelo talento na área de Matemática e pelo incentivo constante nos diversos momentos da vida;

Ao professor Me. André Luís dos Santos Ferreira por ser um admirável coordenador de curso, pois sempre busca oferecer as melhores oportunidades para que todos do colegiados se tornem grandes profissionais;

E, aos professores Carlos Alexandre Santana Oliveira e Márcio Abreu da Silva, pela orientação, apoio e confiança durante a elaboração deste projeto;

Aos familiares das autoras pela dedicação diária durante todo o progresso do curso, trazendo sempre um cuidado especial, em específico aos pais, os senhores Jose Arlindo Alcides Gomes e José Ronaldo Barbosa Reinaldo e as senhoras Rosilene Machado da Silva e Maria Eunice Dias de Abreu por todo carinho e paciência.

“Refrigera a minha alma; guia-me pelas veredas da justiça, por amor do seu nome. Ainda que eu andasse pelo vale da sombra da morte, não temeria mal algum, porque tu estás comigo; a tua vara e o teu cajado me consolam.”

Salmo 23; BÍBLIA SAGRADA

RESUMO

Esta pesquisa sugere sequências didáticas para o estudo de Geometria Espacial, em específico sobre corpos redondos, trazendo de maneira dinâmica e experimental as demonstrações algébricas por meio da modelagem matemática, almejando que os discentes tenham uma intimidade com a matemática, utilizando recursos didáticos que possam ser manipulados pelos alunos. Onde, objetiva-se que com essas sequências o pensamento criativo e diversificado da geometria seja desenvolvido, proporcionando uma aprendizagem de qualidade aos discentes e que o ensino seja feito em harmonia com a realidade, tornando, esse, um método a ser mais debatido pelo grupo escolar. Também, busca desmistificar o pensamento de que a matemática é uma disciplina totalmente abstrata.

Palavras-Chave: Modelagem. Sequência didática. Corpos redondos.

ABSTRACT

This research suggests didactic sequences for the study of Spatial Geometry, specifically on round bodies, bringing algebraic demonstrations dynamically and experimentally through mathematical modeling, aiming that students have an intimacy with mathematics, using didactic resources that can be used. handled by students. Where, it is intended that with these sequences the creative and diversified thinking of geometry be developed, providing quality learning to students and that teaching be done in harmony with reality, making this a method to be debated by the group school. It also seeks to demystify the thought that mathematics is a totally abstract discipline.

Keywords: Modeling. Didactic sequence. Round bodies.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O ensino da geometria deve se desenvolver buscando um trabalho adequado para que o estudante possa usar os moldes e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do seu ambiente social ao que está inserido, isso é, o que sugere os Parâmetros Curriculares Nacional. (BRASIL, 1997). Então, partindo dessa afirmação, iniciou-se o estudo das práticas educacionais na utilização dos recursos para a criação de sequências didáticas, variadas e dinâmicas, objetivando um ensino-aprendizagem correlacionado com o dia-a-dia do educando.

Portanto, esta pesquisa é pertinente para a formação do professor, pois se trata de uma sugestão de sequência didática, mais dinâmica, com o estudo de um método de abordagem do conteúdo de corpos redondos, com a experimentação, por meio de recursos manipuláveis. Já que, para Vale (1999), a implementação desta teoria nas escolas vai alterar o papel do professor e a natureza do ambiente na sala de aula. Assim, o professor torna-se menos "fornecedor de informação", e mais um facilitador da aprendizagem para o educando. Isto é, o educador será quem promoverá e guiará a aprendizagem da criança ao invés de deixar os conceitos da matemática se tornarem superficiais, pois usará da relação da demonstração dos sólidos e das fórmulas com objetos construídos por eles ou encontrados em seu cotidiano.

Ainda, segundo Vale (1999), esta ligação proporciona a oportunidade de trocar ideias, discutir e avaliar as suas próprias ideias e as dos outros, promovendo na criança uma visão mais crítica e realista de si mesmo, dos outros e da sociedade que a cerca. Assim, haverá uma socialização do conteúdo tanto entre o professor e o aluno, quanto com meio em que se vive.

Então, com a finalidade de entrelaçar o conteúdo com a experimentação e o manuseio de materiais fez se o uso de recursos didáticos manipuláveis. Assim, Chamorro (2003 apud Alves e Morais, 2006), afirmam que recursos didáticos são os meios que o professor usa dentro e fora da sala de aula, ou seja, como apoio a sua leccionação. Em outras palavras, é tudo aquilo que é usado durante a aula.

Sendo assim, os recursos didáticos aqui apresentados nas sequências foram diferenciados dos utilizados nas aulas formais. Desta forma, Alves e Morais (2006), falam que no contexto formal, por vezes, é difícil fazer com que a criança explore o mundo a sua volta. Ainda, de acordo com Alves e Morais (2006), se faz necessário a criação de um mundo artificial, que a criança possa explorar e que facilite a familiarização com os conceitos matemáticos. Partindo dessas afirmações serão abordados os sólidos geométricos circulares e suas particularidades, sendo eles, o cilindro, cone e esfera.

Neste estudo detalha-se um conjunto de sequência didática para o ensino de corpos redondos. Para Araújo (2013), Sequência Didática (SD) é um modo de o professor organizar as atividades de ensino em função de núcleos temáticos e procedimentais. Assim, foi organizado um conjunto com três sequências didáticas, uma para cada sólido e apresentado em forma de etapas, com sondagem e avaliação, para que após a aplicação da sequência o professor possa mensurar a aprendizagem e a eficácia do método.

Sendo assim, sugere-se sequências didáticas com utilização de recursos manipuláveis e encontrados no dia-a-dia, usando da álgebra geométrica dos corpos redondos com aplicações nessa experimentação. De forma que a construção do conhecimento aconteça de maneira mútua entre o professor e o aluno. Portanto, toda esta pesquisa e estudo se baseou na ideia de buscar um ensino-aprendizagem que ocorresse de maneira fluida, satisfatória e que possibilitasse demonstrar aos alunos que descrever fenômenos por meio da matemática pode ser divertido e simples.

Nessa perspectiva, a geometria espacial é tratada de maneira diferenciada do cotidiano em específico em relação às suas demonstrações da matemática pura, no contexto da aula formal onde o professor é apenas um mero transmissor e repetidor de conteúdo. Assim chegou-se ao seguinte problema de pesquisa: de que maneira se pode dinamizar o ensino da geometria espacial em específico corpos redondos e o correlacionar com o cotidiano buscando um método de aprendizado em conjunto professor-aluno?

Na busca por respostas a essa indagação, foi desenvolvido o seguinte objetivo geral: Estudar os conteúdos e práxis educacionais das figuras circulares, buscando desenvolver métodos práticos para uma melhor aprendizagem, criando situações e experiências através de materiais.

E como objetivo específico, temos: Pautar e salientar a importância dos recursos didáticos no estudo de corpos redondos; Sugerir sequências didáticas para o ensino de corpos redondos.

Sendo assim, almeja-se que a ideia de que a matemática não deve ser apenas abstrata e pura e que em várias fases do ensino e vários conteúdos é possível utilização de materiais e experimentos para que se possa conceber as fórmulas e expressões envolvendo corpos redondos não são meras abstrações e que os alunos tenham o pensamento de que pode ser aplicado em seu cotidiano.

A matemática é o ramo da ciência que por diversas vezes é vista com uma disciplina abstrata, e uma de suas partes é a teórica, com as demonstrações das fórmulas de geometria espacial, que ocorre pouco interesse pelos alunos devido à pouca aplicação no momento de se transmitir o conhecimento. Estas sequências didáticas objetivas devem trazer um método de ensino de qualidade e sensível, para que os discentes desenvolvam um pensamento investigativo, criativo e dinâmico em relação à matemática.

Assim, esta pesquisa traz a geometria espacial, no estudo de figuras circulares, para demonstrar a praticidade que se pode ter em sala de aula com o conteúdo. Buscando assim, a dinamização do ensino e tornando o aprendizado mais produtivo e significativo. Também, que possa instigar o debate da construção do conhecimento em conjunto, professor e aluno.

A relevância deste estudo está em fazer a ligação do ensino com o cotidiano do discente buscando um olhar sensível para o mundo ao seu redor e destacando que a matemática está em tudo.

Nos próximos capítulos deste estudo, apresentamos as revisões bibliográficas e a fundamentação teórica, que serviram de embasamento para este estudo. E em seguida a metodologia e as propostas de sequências didáticas para o ensino de corpos redondos, bem como, os resultados esperados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Faz-se a seguir a revisão bibliográfica e fundamentação teórica dos principais tópicos que serviram de embasamento para a pesquisa. O primeiro tópico trata sobre os recursos didáticos disponíveis no ensino da matemática e o segundo aborda os corpos redondos, suas características, fórmulas e como devem ser trabalhados pelo professor, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

2.1 Recurso didáticos disponíveis no ensino da matemática

A matemática por muitas vezes é trabalhada pelo professor de forma abstrata, afirma Alves e Morais (2006). Esse tipo de aula acaba sendo formal e se limita ao uso de giz e lousa, e isso aumenta a ideia de uma disciplina árida e monótona. No entanto, ainda de acordo com Alves e Morais (2006), projetos e oficinas podem ser desenvolvidos ao longo dos anos buscando uma dinamização do ensino.

Ainda, Alves e Morais (2006), comentam que no contexto formal é difícil a criança relacionar a matemática com o cotidiano e, a partir disso, é necessário a criação de situações artificiais para que haja uma familiarização com conceitos matemáticos. A modelagem matemática pode ser uma alternativa para representar uma situação real ou não, através de figuras ou equações.

Assim, todos os recursos didáticos utilizados no decorrer das aulas, devem auxiliar e possibilitar um processo de ensino e aprendizagem (CERQUEIRA; FERREIRA, 2007). A seguir, constam os recursos de maneira genérica e, ainda, sua classificação**:**

- Recursos pedagógicos: São aqueles disponibilizados pela escola tais como quadro, projetor multimídia, livros didáticos e manuais.
- Recursos manipuláveis: São aqueles que usam da experimentação de forma concreta almejando-se uma aprendizagem significativa por meio da interação direta e física. Para Vale (1999), os materiais possibilitam uma experiência na qual as crianças podem transferir as compreensões conceituais, progredindo do concreto para o abstrato. Alguns exemplos desses recursos são jogos, experimentos e objetos do cotidiano do educando. Veja a seguir.
    - Jogos: existem inúmeros jogos que possibilitam o entendimento da linguagem matemática. Um exemplo desses jogos é a Torre de Hanói, que consiste em um quebra-cabeça com três pinos e alguns discos de tamanhos diferentes, onde o

objetivo do jogo é mover a torre de discos com o menor número de movimento possível sem colocar um disco maior em cima de um menor. O intuito desse jogo é trabalhar de maneira lógica as possibilidades de combinações e traça a melhor estratégia.

- Experimentos: É possível encontrar diversos experimentos em sites e artigos com o intuito de dinamizar a aula de matemática. Como exemplo, foi apresentado um experimento retirado do website da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP): "A altura da árvore". Este experimento aborda conceitos trigonométricos, ângulos e altura, a partir da criação de um mecanismo capaz de medir ângulos verticais utilizando as sombras de objetos para este estudo.
- Objetos do cotidiano: Observando o dia-a-dia é provável que se encontre uma infinidade de objetos que, implicitamente, façam uso de figuras e fórmulas matemáticas. Por diversas vezes estes objetos passam despercebidos. Dito isso, um bom exemplo são as embalagens que a população utiliza e em suas configurações físicas podem ser encontrados sólidos como o prisma, cilindro, cubo, entre outros.

- Recursos virtuais: O processo de ensino e aprendizagem deve ser atual e acompanhar o desenvolvimento tecnológico já que este faz parte do cotidiano do aluno. De acordo com Lopes (2004), a tecnologia nos causa mudança no que fazemos e no nosso comportamento, na forma como elaboramos nosso conhecimento e nossa relação com o mundo. Sendo assim, se faz necessário estreitar a relação da tecnologia e o ensino por meio dos recursos tecnológicos, que são todos os métodos que trazem uso de aplicativos e softwares de forma móveis e computacionais. Referindo-se a matemática é possível encontrar diversos aplicativos que simulam jogos bastante conhecidos no ensino, tais como torre de Hanói e o Sudoku, além de inovações na questão de criações de figuras, o Geogebra é um desses recursos que podem ser encontrados em forma de aplicativo móvel e em forma de software.
- Recursos artísticos-culturais: É possível, por meio do uso de recursos culturais e artísticos, incentivar e proporcionar uma forma mais criativa de aprender e de ensinar. Segundo Antoniazzi (2005), diversos conceitos matemáticos influenciaram muitos artistas ao longo dos séculos. Antoniazzi (2005), também diz que vincular a arte a matemática poderia levar os estudantes a encarar a matemática como uma obra

construída pelo espírito humano. Os principais recursos que podem ser utilizados, são a música e a arte plástica, por exemplo.

2.2 Geometria de corpos redondos

A palavra geometria advém do grego "*geo*", que significa terra e "*metria*", medir. Essa palavra é designada para o estudo de figuras planas e espaciais. Portanto, neste estudo tratar-se-á apenas da geometria espacial, com foco nos corpos redondos. Então, sabe-se que corpos redondos são sólidos geométrico que se originam de figuras circulares. Segundo Dante (2016), os corpos redondos são formados pelo cilindro, cone e esfera.

Nos PCNs, o ensino de corpos redondos deve contemplar o conhecimento e desenvolver as habilidades do aluno sobre o tema. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio (BNCC), deve-se solucionar e criar enigmas que abrangem o cálculo de áreas totais e de volumes de corpos redondos (cilindro e cone) em contextos reais, como o resultado do gasto de instrumento para forrações ou pinturas de materiais cujos modelos sejam formações dos sólidos estudados. Nesse âmbito, entender essa temática é essencial no ensino aprendizagem da matemática básica.

Ainda, em relação aos Parâmetros Curriculares Nacional, é proposto que as habilidades de percepção, ilustração, fundamentação lógica e de prática na busca de resolver questões a serem desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o estudante possa usar os moldes e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do seu ambiente social. Dessa forma, é de grande relevância a aprendizagem do assunto de corpos redondos.

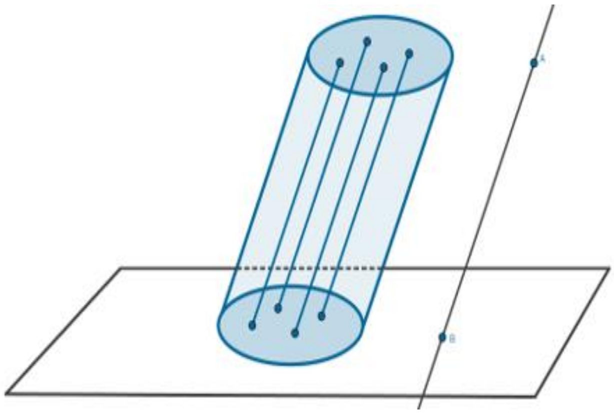
Então, entender os sólidos geométricos, em específico o cone, esfera e cilindro, é também relevante no início da educação básica. Dumont e Bairral (2008), comentam que averiguações em educação matemática têm destacado a importância da geometria no currículo escolar. Na Educação Básica, estudiosos sublinham o valor de um trabalho experimental no qual devem ser pesquisadas e elaboradas as experiências das crianças e suas relações com o meio ambiente. Essas verificações permitem que as crianças compreendam e identifiquem as formas geométricas presentes no mundo que as cerca.

2.2.1 O Cilindro

O primeiro sólido geométrico a ser considerado é o cilindro. Sua definição, elementos, área e volume serão tratados de forma sucinta e de acordo com alguns autores.

Assim, Iezzi (et al, 2010, p. 218), afirma que utilizando um círculo, em um plano, e um segmento de reta, cuja reta secciona o plano. Tomando segmentos de reta com início em um ponto do círculo e com a outra extremidade no plano. Iezzi (2010), também comenta que a reunião de todos esses segmentos é um sólido chamado cilindro. Sua representação consta na figura 1.

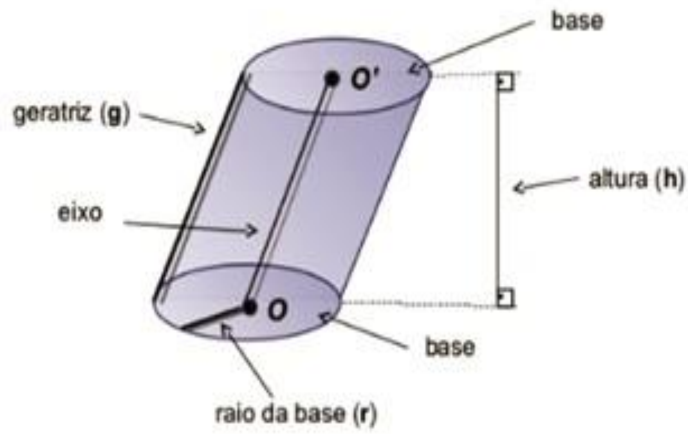
Figura 1 – O cilindro.



Fonte: Mundo Educação UOL, (2020).

Iezzi (2010), também descreve os quatro elementos do cilindro: o primeiro são os círculos de raio (r), localizados em planos paralelos denominado de bases do cilindro; o segundo são os segmentos com extremidade em pontos das circunferências da base, são chamados de geratrizes do cilindro; o terceiro é a reta que liga o centro (O) ao outro centro (O’) tem o nome de eixo; e o quarto, a distância (h) como altura do cilindro. Os quatro elementos do cilindro constam na figura 2.

Figura 2 – Elementos do Cilindro.



Fonte: PROENEM, (2020).

A área da base (Ab) e área lateral (Al), de acordo com Iezzi (2010), são calculadas em função do raio (r) e descritas a partir das equações a seguir:

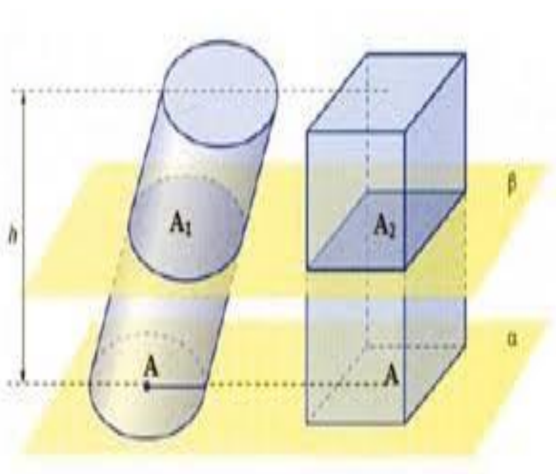
$$Ab = \pi r^2 \tag{2.1}$$

e

$$Al = 2\pi rh \tag{2.2}$$

De acordo com Iezz (2010), qualquer plano paralelo a outro plano que divide o sólido também dividi o prisma, como resultado os dois tem o mesmo volume. A figura 3 mostra o cálculo do volume do cilindro a partir do volume do prisma.

Figura 3 – Volume do cilindro.



Fonte: PROENEM, (2020).

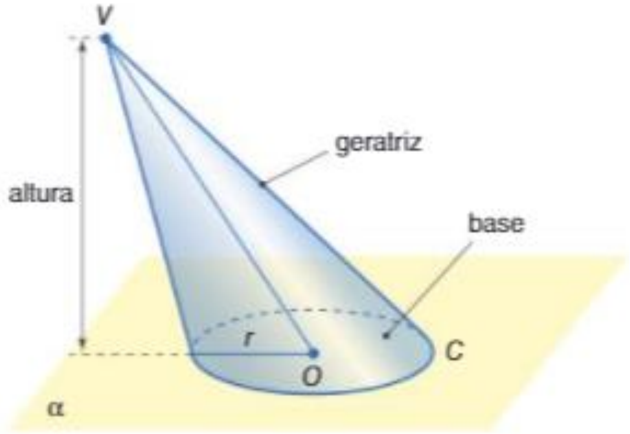
O volume (V) de um cilindro é igual a área da base, multiplicado pela medida da altura (h):

$$V = Ab \, . \, h \qquad (2.3)$$

2.2.2 O Cone Circular

É possível encontrar uma forma de figura alongada, redonda e afunilada em diversos objetos do cotidiano, seja uma casquinha de sorvete ou em grandes estruturas da engenharia. Paiva (2015), a definição consiste em considerar um círculo (C), de centro (O), contido em um plano (α) e um ponto (V) não pertence a (α). Assim, cone é a reunião de todos os segmentos de reta que possuem um extremo pertencente ao círculo (C) e outro ao ponto (V). Observando a figura 4 e de acordo com a definição de Paiva (2015) é possível listar as parte do cone.

Figura 4 – Partes do Cone Circular.



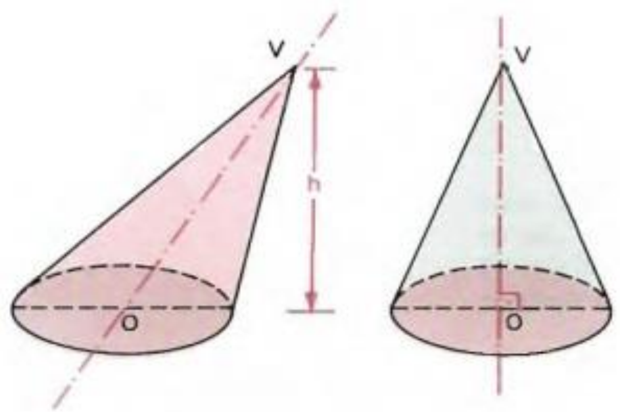
Fonte: Paiva, (2015).

- Base: Chama-se de base o círculo (C) pertencente ao plano.
- Vértice: É o ponto (V).
- Eixo: O eixo cone é a reta (OV).
- Raio da base: É o raio do círculo (C).
- Altura: É a distância entre o vértice e o plano da base.
- Geratriz: É todo segmento de reta que tenha um dos extremos no vértice e o outro em um ponto da circunferência.

- Superfície lateral: é a reunião da geratriz.
- Superfície total: é a reunião da geratriz mais à superfície do círculo (C).

Paiva (2015), classifica o cone de acordo com o eixo, ou seja, a reta (OV) em relação a base. Então, se a reta (OV) for oblíqua em relação ao plano da base terá um cone oblíquo, e se a reta (OV) for perpendicular terá um cone reto. Assim, é possível observar o cone circular oblíquo e o reto, respectivamente, na figura 5.

Figura 5 – Classificação do cone.

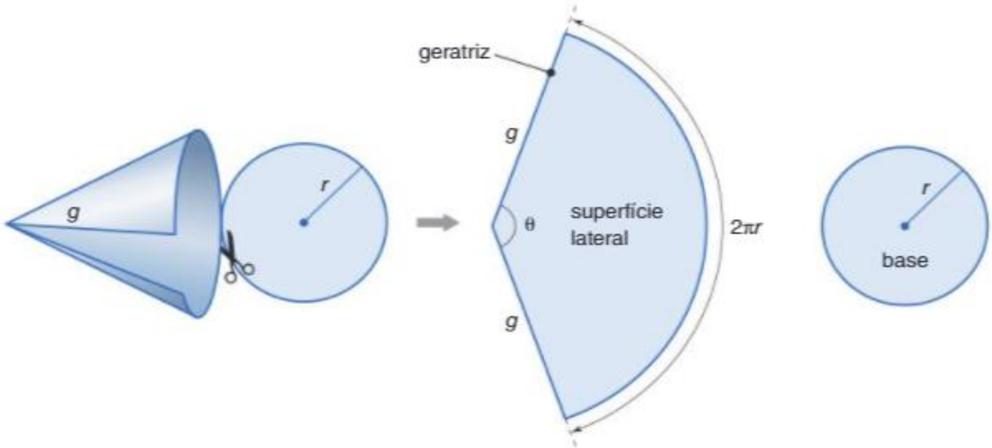


Fonte: Dolce e Pompeo, (1997).

Ainda em relação a classificação de cone, Dolce e Pompeo (1997), salientam que o cone circular reto é também chamado cone de revolução, pois é gerado pela rotação de um triângulo retângulo em torno de um eixo que contém um de seus catetos.

Portanto, partindo da planificação é possível calcular a área lateral e área total de um cone circular reto, veja figura 6, onde foi separada a base e feito um corte em uma das geratrizes.

Figura 6 – Planificação do cone reto.



Fonte: Retirada de Paiva (2015).

Observe que a superfície de um cone reto com o raio da base circular (r) - área da base πr^2 - e geratriz de medida (g), é o somatório de um círculo com raio (r) e um setor circular de raio g com arco comprimento $2\,\pi r^2$. De acordo com Paiva (2015), a superfície lateral vai ser igual a área de um setor circular, como a área do setor será proporcional ao comprimento do seu arco, pode-se usar a regra de três para calcular a área (A). A equação 2.4 representa a área lateral do cone.

$$2\pi g \leftrightarrow \pi g^2$$
$$2\pi \leftrightarrow A$$
$$A = \frac{2\pi r \times \pi g^2}{2\pi g} = \pi r g \tag{2.4}$$

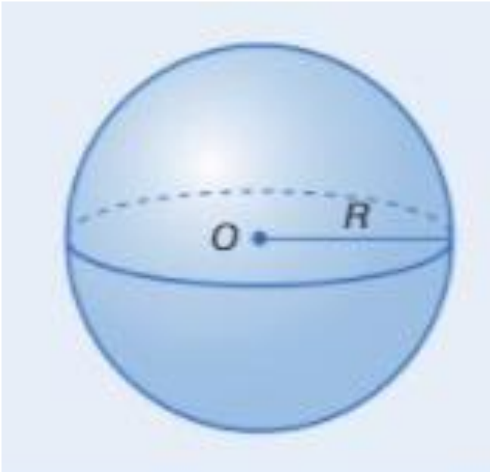
De acordo com Paiva (2015), o volume (V) de um cone circular é equivalente a $\frac{1}{3}$ do produto da área de sua base (πr^2), por sua altura. O volume do cone é calculado através da equação 2.5.

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \tag{2.5}$$

2.2.3 A Esfera

A forma esférica é bastante popular e admirada desde os povos antigos. Um exemplo dessa forma é a bola, conhecida pelos esportes e os planetas. Segundo Paiva (2015), chama-se esfera de centro (O) e raio (R), o conjunto de pontos cuja distância do espaço ao ponto (O) seja menor ou igual a (R). Essa definição está ilustrada na figura 7.

Figura 7 – Esfera.



Fonte: Paiva, (2015).

Considerando a definição de Paiva (2015), e a figura 2.7, é possível listar, abaixo, as partes da esfera.

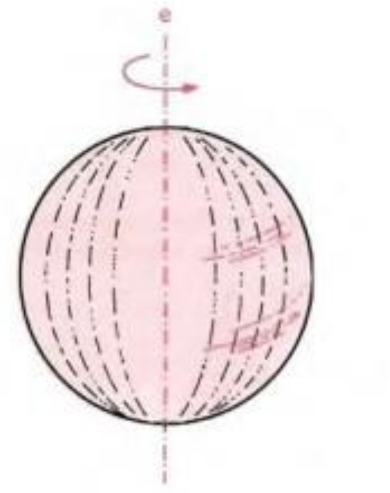
- Interior da esfera: é todo o conjunto de pontos em que a distância do espaço até (O) são menores que (R).
- Superfície da esfera: é o conjunto de todos os pontos em que a distância do espaço até (O) é igual a (R).
- Exterior da esfera: é o conjunto de todos os pontos em que a distância do espaço até (O) é maior que (R).

Assim, de acordo com a definição e partes, Paiva (2015), conclui que a esfera é maciça, enquanto a superfície esférica é apenas a “casca”. Ainda, segundo Paiva (2015), a área (A) da superfície de uma esfera é dada pela equação 2.6.

$$A = 4\pi R^2 \quad (2.6)$$

Vale salientar que a esfera é um sólido de revolução e, segundo Dolce e Pompeo (1997), a esfera é formada pela rotação de um semicírculo. A indicação da rotação do semicírculo consta na figura 8.

Figura 8 – Rotação de um semicírculo.



Fonte: Dolce e Pompeo, (1997).

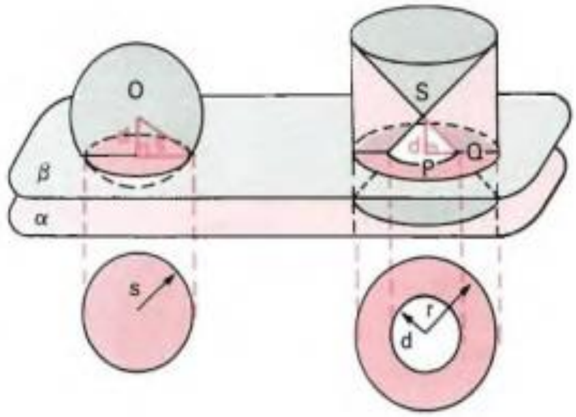
Para o cálculo do volume da esfera, Dolce e Pompeo (1997), comentam que é necessário considerar um cilindro equilátero de raio (r), com (2r) de altura e um ponto médio (S) e ainda, dois cones tendo como bases as do cilindro e (S) como vértice comum. Paiva (2015), pontua que a diferença entre o cilindro e os dois cones é o sólido chamado anticlepsidra e que o volume desse sólido irá auxiliar no cálculo do volume da esfera. Paiva (2015), também comenta que o volume (V) da anticlepsidra será a diferença entre o volume (V_1) de um cilindro reto de raio (R) e o volume (V_2) de dois cone de altura (R), demonstrado na equação 2.7.

$$V = V_1 - V_2 \Rightarrow V = 2\pi R^3 - \frac{2\pi R^3}{3}$$

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} \qquad (2.7)$$

Considerando as secções da esfera e de um sólido (x) (anticlepsidra) ilustrado na figura 9.

Figura 9 – Secções da esfera e da anticlepsidra.



Fonte: Dolce e Pompeo, (1997).

De acordo com Dolce e Pompeo (1997), partindo de que a esfera seja tangente a um plano (α), que o cilindro (que originou o sólido X) tenha base em (α) e que os dois sólidos, esfera e sólido (X) , estejam num mesmo semi-espaço dos determinados por (α), Dolce e Pompeo (1997), afirmam que qualquer plano secante (β), paralelo a (α), distância d do centro da esfera (e do vértice do sólido X), também secciona o sólido (X). Com isso, Dolce e Pompeo (1997), calculam a área das secções nas equações 2.7 e 2.8.

Área da secção da esfera (círculo):

$$A_e = \pi s^2 = \pi(r^2 - d^2) \qquad (2.8)$$

Área da secção do sólido X:

$$A_x = \pi r^2 - \pi d^2 = \pi(r^2 - d^2) \qquad (2.9)$$

Ainda, Dolce e Pompeo (1997), afirmam que, de acordo com o princípio de Cavalieri[1], como as aéreas das secções são iguais os volumes também serão iguais.

[1] De acordo com o website “Só Matemática”: Francesco Bonaventura Cavalieri foi um matemático e astrônomo italiano, nascido em 1598 na cidade de Milão. É conhecido principalmente pelo *Princípio de Cavalieri*, que auxilia no cálculo de volumes de sólidos.

2.3 Software

É possível identificar ferramentas que auxiliam o trabalho do professor em sala de aula, para melhor compreensão de um determinado conteúdo por parte dos alunos. E, com o avanço da tecnologia, o uso de softwares tem se tornado um meio diferenciado para trabalhar os conteúdos em sala. Entre os diversos recursos tecnológicos disponíveis estão os softwares educacionais, e em especial os softwares de geometria dinâmica" (Schmidt e Toledo, 2013). Esse termo é usado para indicar a geometria executada em um meio informatizado.

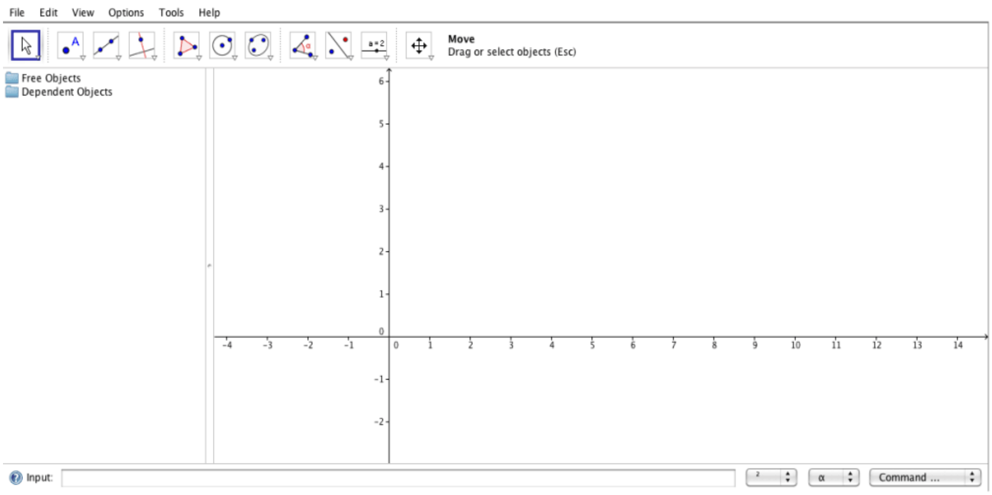
Para Schmidt e Toledo (2013), a fundamental qualidade dos softwares de geometria dinâmica é a alternativa de executar construções, que normalmente seriam realizadas com régua e compasso, com o privilégio de poder mover os objetos. Sendo assim, o visitante pode verificar e fazer várias manipulações e nesse caso, criar um roteiro para levar à sala de aula.

A seguir, serão apresentados os principais softwares livres disponíveis para o estudo de corpos redondos, com base em artigos e teses que trataram sobre o tema.

2.3.1 Geogebra

Leme (2017), afirma que "o Geogebra é um software gratuito, podendo ser instalado em computadores com sistemas operacionais Windows, Linux, Mac OSX, smartphones e tablets com Android, IOS ou Windows Phone". A finalidade do software é ilustrar as figuras com base nas coordenadas dos eixos x e y. A figura 10 representa a tela inicial do Geogebra.

Figura 10 – Tela inicial do geogebra.



Fonte: Geogebra softonic, (2020).

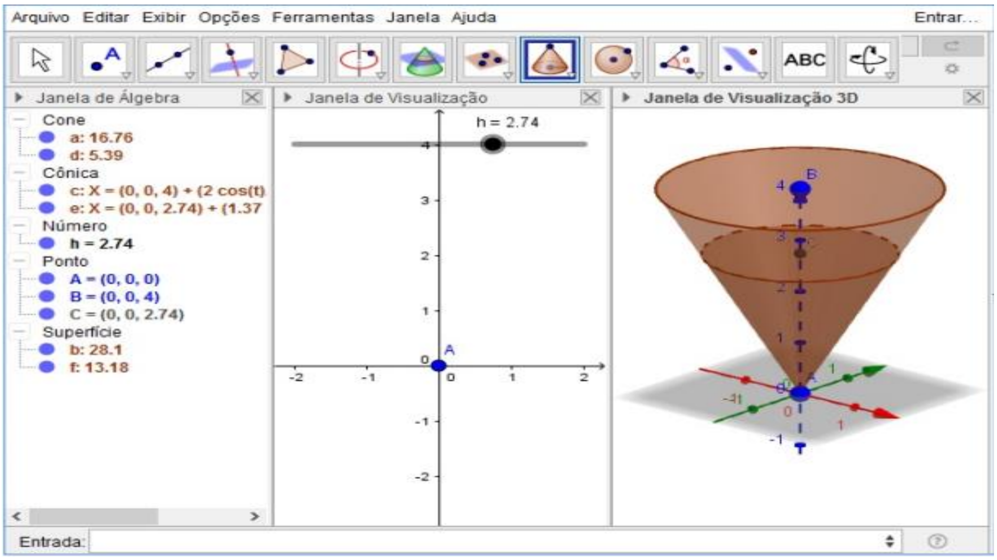
A figura 11 mostra a barra de ferramentas onde se pode trabalhar as figuras em 3D, no caso dos corpos redondos: o cilindro, o cone e a esfera.

Figura 11 – Barra de ferramentas 3D do Geogebra

Fonte: Plataforma.nie.iff.edu.br, (2020).

A figura 12 exibe um cone no plano tridimensional e foi construído no Geogebra com todas suas coordenadas e pontos definidos.

Figura 12 – Cone construído no Geogebra.

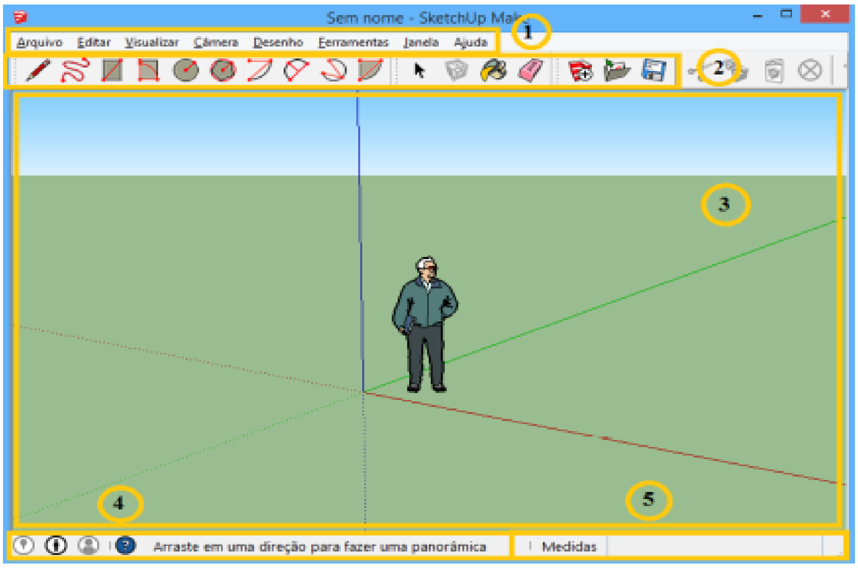


Fonte: Dia-a-dia Educaçao, (2020).

2.3.2 Sketchup

Sketchup é um software computacional de modelagem e de fácil manuseio (Santos, 2015). Ele está disponível na sua forma livre para *download* com o nome de *Sketchup Make*. A figura 13 mostra a janela de entrada do *Sketchup*.

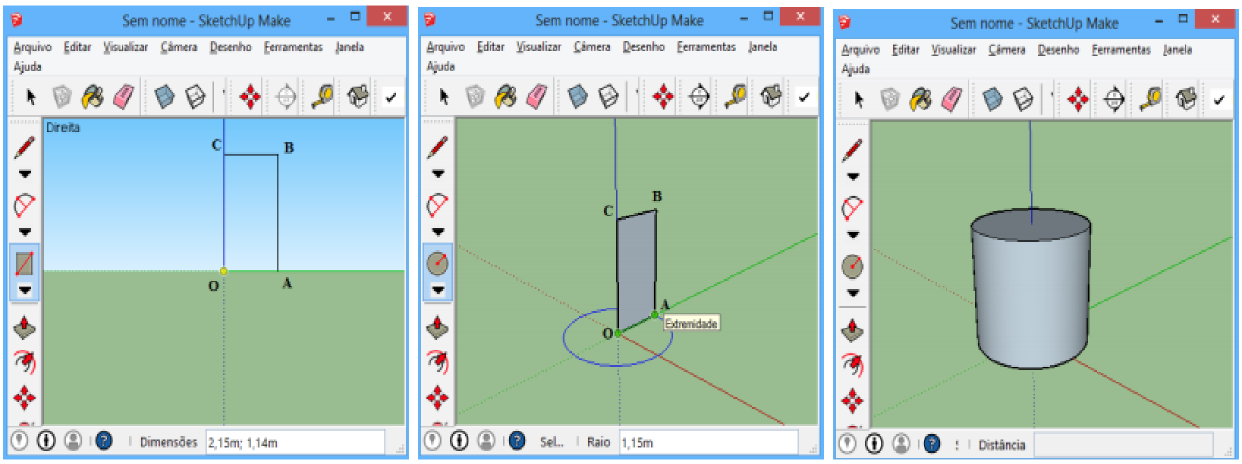
Figura 13 – Janela de entrada Sketchup.



Fonte: Retirada de Santos, (2015).

O Software tem a funcionalidade de trabalhar não somente com as figuras de corpos redondos, como também outras. Conforme o acesso ao mouse é possível ter a revolução das figuras. A figura 14 ilustra a revolução do cilindro.

Figura 14 – Revolução de cilindro no sketchup.

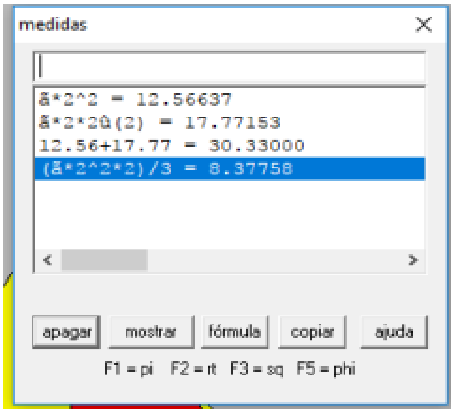


Fonte: Santos, (2015).

2.3.3 Wingeon

O software Wingeom é um aplicativo livre e de fácil utilização que somente é usado em computadores com sistema operacional Windows. Para Oliveira (2019), o software Wingeom permite criar formas geométricas bidimensionais e tridimensionais e ainda possibilita mais ações, pois permite ao usuário bastante controle sobre as construções realizadas, incluindo a possibilidade modificar diversas características de uma dada figura. Essas características são as cores e medidas dos sólidos que podem ser colocadas na barra de ferramentas de acordo com o comando, como na figura 15.

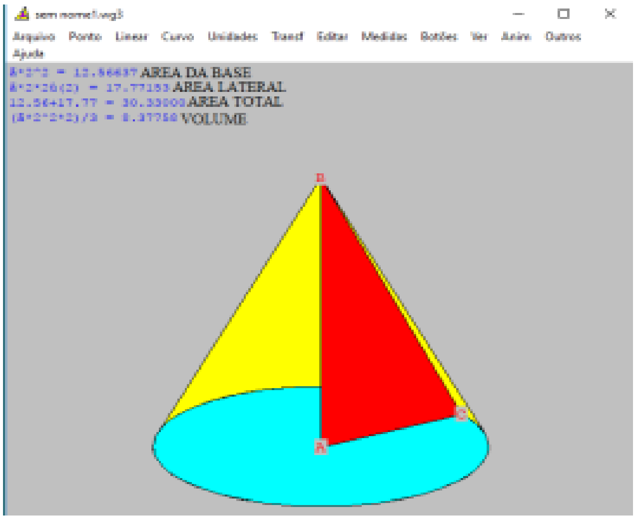
Figura 15 – Ferramenta medidas do Wingeon.



Fonte: Oliveira, (2019).

A figura 16 mostra o cone formado com o comando acima, (Figura 15), na aplicação do projeto de Oliveira (2019).

Figura 16 – Representação do cone no Wingeon.



Fonte: Oliveira, (2019).

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste trabalho foi apresentado um conjunto de sequências didáticas para o ensino de corpos redondos. De acordo com Zabala (1998, p.18), as sequências didáticas constituem um grupo de atividades organizadas, estruturadas e articuladas para a prática de certas finalidades educacionais, que têm um começo e um fim familiarizados tanto pelos professores como pelos alunos.

É fundamental que o professor tenha alguma informação sobre o conhecimento que os estudantes possuem em relação aos temas que serão tratados no decorrer das aulas, isso antes de elaborar uma sequência didática, como diz "é necessário efetuar um levantamento prévio dos conhecimentos dos alunos e, a partir daí, planejar uma variedade de aulas com desafios e/ou problemas diferenciados, jogos, análise e reflexão" (PERETTI; TONIN DA COSTA, 2013, p. 6).

Em relação ao ensino de geometria, Loureiro (2009), comenta que a criação de protótipos das figuras geométricas regula o pensamento geométrico da criança ao longo da sua vida. Nesse entendimento, o uso de material palpável é indispensável na elaboração de uma sequência didática como um recurso disponível.

Conforme Araújo (2013.p.324), a sequência didática não é somente uma maneira de organizar a aula com o estudo de gêneros, e sim, de fato, a direção metodológica de uma série de princípios teóricos sobre o percurso de ensino e aprendizagem.

Segundo o portal da educação E.Docente (2019), é crucial conferir a etapa final e contrapor com a etapa inicial de uma sequência didática. Para tanto, é necessário comparar os resultados da produção final dos alunos com o da produção inicial, aquela que demonstrou quais eram as dificuldades que precisavam ser combatidas para melhorar o aprendizado dos alunos. Além disso, o portal retrata que a sequência didática é dividida em: primeiro mostrar a proposta da sequência didática aos alunos; segundo é delimitar os objetivos dela; terceiro é decidir qual sequência ideal; e por último a produção final, que é o caso de comparar dados e verificar quais metas precisam ainda ser atingidas no processo de aprendizagem dos alunos.

No capítulo 4, constam as sequências didáticas sugeridas para o ensino de corpos redondos. Elas foram elaboradas a partir da sondagem bibliográfica e das experiências obtidas no período de estágio docente.

4 SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS CONSTRUÍDAS

As sequências didáticas que serão descritas a seguir, têm por objetivo trabalhar os corpos redondos na 3ª ano do ensino médio. Na qual, pretende-se criar maneiras para que o aluno compreenda adequadamente os principais conceitos da geometria espacial, sobretudo os relacionados à corpos redondos.

Cada sequência didática tem uma duração média de dois encontros semanais para cada figura dos corpos redondos. A seguir, serão apresentadas as sequências didáticas para o estudo de Cilindro, Cone e Esfera.

4.1 Cilindro

Conteúdo envolvido:

Estudo da figura do Cilindro, bem como os tipos de cilindro, área, volume e sua revolução.

Objetivos:

- Ensinar a figura do cilindro e seus devidos cálculos como área e volume através de recursos pedagógicos e recursos virtuais, por meio do software Sketchup.
- O reconhecimento da figura do cilindro no dia-a-dia através de objetos.

Recursos didáticos:

- Pedagógicos: Quadro branco, projetor multimídia, pincel.
- Manipuláveis: Lata de refrigerante.
- Virtuais: Aplicativo Sketchup.

Dificuldades previstas:

Conforme a análise da sondagem inicial será possível verificar quais pontos podem ser reforçados.

Desenvolvimento:

1º ENCONTRO

- Etapa 1

Sondagem Inicial:

A) Saber se os alunos reconhecem a planificação do cilindro: Apresente aos alunos as imagens de planificação de diversas figuras e entre elas a do cilindro em folha impressa e solicite que identifiquem qual planificação corresponde a do cilindro.

B) Saber se o aluno consegue identificar a figura do cilindro no cotidiano: Mostre aos alunos figuras do cotidiano como lata de refrigerante, lata de leite, lixeiras e prédios em formato de cilindro e misture elas com outras em formato de poliedros. Peça ao final da situação que marque quais imagens tem o formato de cilindro.

- Etapa 2

Definição sobre cilindro:

Deve-se fazer uma explanação, no quadro, sobre o conceito de cilindro. Depois, com o auxílio da lata de refrigerante, fazer a identificação das partes de um cilindro para os alunos na aula. Mais adiante, introduzir os tipos de cilindros existentes.

2º ENCONTRO

- Etapa 3

Estudo do cilindro:

Continuação sobre o cilindro, volume de um cilindro. A partir disso, a utilização do software *Sketchup Make* para demonstrar a revolução de um cilindro reto.

- Etapa 4

Exercício proposto: Instigar aos alunos a resolver o desafio exposto na lousa sobre volume de cilindro, como o exemplo a seguir:

A) Qual é o volume de um cilindro cuja altura é igual ao dobro de seu raio?

Resposta: $2\pi r^3$

Atividade Avaliativa proposta:

A finalidade é ter essa atividade como um diagnóstico dos subtópicos estudados sobre o cilindro. Segue ela abaixo:

Questão 1 – (UECE) Um cilindro circular reto de altura 7 cm tem volume igual a 28π cm³. A área total desse cilindro, em cm², é:

a) 30π b) 32π c) 34π d) 36π

Resposta:

Para encontrar o valor da área total do cilindro reto, tem-se que encontrar primeiro o valor do raio através da fórmula do volume utilizando a equação 2.3:

Cálculo do valor do raio

$$V = \pi r^2 . h$$

$$28\pi = \pi r^2 . 7$$

$$\frac{28\pi}{7\pi} = r^2$$

$$4 = r^2$$

$$r = 2$$

Agora, utilizando a equação da Área total que é igual a duas vezes a área da base (Ab) mais a área lateral (Al) e substituindo o valor do raio encontrado, como mostra abaixo:

Cálculo da Área Total do Cilindro

$$At = 2. Ab + Al$$

$$At = 2(\pi . r^2) + 2\pi . r . h$$

$$At = 2(\pi . 2^2) + 2\pi . 2.7$$

$$At = 2. (\pi . 4) + 2\pi . 14$$

$$At = 8\pi + 28\pi$$

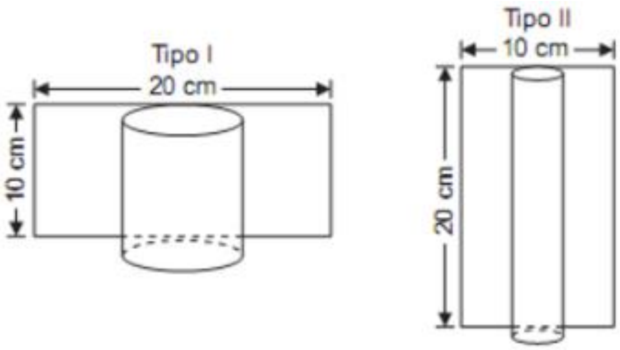
$$At = 36\pi$$

Resposta:

Alternativa d) 36 π

Questão 2 – (ENEM) Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20 m x 10 cm (conforme ilustram as figuras 4.1 abaixo). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina.

Figura 17 – Exercício de cilindro.



Fonte: Brasil escola.uol, (2020).

Supondo que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume da parafina empregado, o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da velado tipo II, será:

a) o triplo. b) o dobro. c) igual. d) a metade. e) a terça parte.

Resposta:

O comprimento do primeiro e segundo cilindros correspondem o tamanho de suas alturas. Fazendo o uso da equação do comprimento da circunferência para encontrar o raio, ficará assim:

Cálculo dos raios dos cilindros

$$C_1 = 2\pi . r_1$$

$$20 = 2\pi . r_1$$

$$r_1 = \frac{20}{2\pi}$$

$$r_1 = \frac{10}{\pi}$$

$$C_2 = 2\pi . r_2$$

$$10 = 2\pi . r_2$$

$$\frac{10}{2\pi} = r_2$$

$$r_2 = \frac{5}{\pi}$$

Já obtido os valores dos raios, é possível se ter os valores dos volumes dos cilindros substituindo os valores utilizando a equação 2.3:

Cálculo do volume do Cilindro1 e cilindro2

$$V_1 = \pi r_1^2 . h_1$$

$$V_1 = \pi(10/\pi)^2 .10$$

$$V_1 = \frac{1000}{\pi}$$

$$V_2 = \pi r_2^2 . h_2$$

$$V_2 = \pi . \left(\frac{5}{\pi}\right)^2 . 20$$

$$V_2 = \frac{500}{\pi}$$

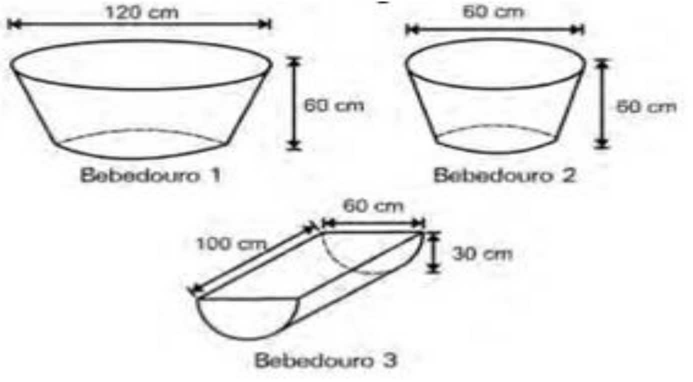
Logo, o volume do cilindro 1 equivale ao dobro do volume do cilindro 2, ou seja, o custo da vela do tipo 1 é igual ao dobro da vela do tipo 2.

Resposta:

Alternativa B) o dobro.

Questão 3 – (Questão 138/ENEM 2010) Alguns testes de preferência por bebedouros de água foram realizados com bovinos, envolvendo três tipos de bebedouros, de formatos e tamanhos diferentes. Os bebedouros 1 e 2 têm a forma de um tronco de cone circular reto, de altura igual a 60 cm, e diâmetro da base superior igual a 120 cm e 60 cm, respectivamente. O bebedouro 3 é um semicilindro, com 30 cm de altura, 100 cm de comprimento e 60 cm de largura. Os três recipientes estão ilustrados na figura.

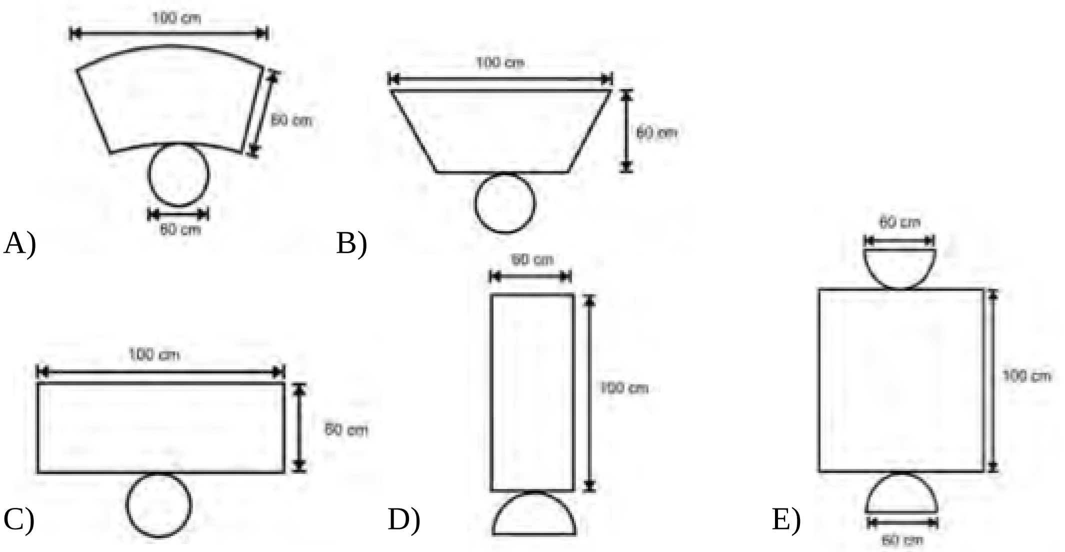
Figura 18 – Exercício cilindro bebedouro.



Fonte: educação.globo.com, (2020).

Considerando que nenhum dos recipientes tenha tampa, qual das figuras a seguir representa uma planificação para o bebedouro 3?

Figura 19 – Alternativas cilindro bebedouro.



Fonte: educação.globo.com

Sabendo dos dados que a questão fornece sobre o cilindro3, que suas bases são semicírculos posicionados em suas extremidades, é possível identificar que a única alternativa que diz respeito a esses dados é o cilindro da letra E).

Resposta:

Alternativa E.

4.2 cone

Conteúdo envolvido:

Estudo da forma cônica tais como os tipos de cone, suas partes, planificação, cálculo de área, volume e revolução.

Objetivos:

- Trabalhar as partes e planificação do cone por meio da construção do sólido cônico.
- Utilizar embalagens e o sólido construído para o estudo de área do cone.
- Fazer o uso de embalagem e da construção de embalagens no estudo do volume do cone.

Recursos didáticos:

- Pedagógicos: lousa, pincel, projetor multimídia.

- Manipuláveis: objetos do cotidiano, proveta graduada, areia cinética e artigos de papelaria (tesoura, cola, papel, régua).
- Virtuais: Aplicativo Sketchup.

Dificuldades previstas:

Na relação dos cálculos com as figuras e com cone e também na visualização e aplicação dos conhecimentos no cotidiano.

Desenvolvimento:

1º ENCONTRO

- 1ª Etapa

Nesta etapa é possível verificar de cada aluno os saberes em relação ao cone e a sensibilidade em relacionar esse conhecimento com o mundo. Peça que os alunos, individualmente, desenhem um cone e como ele imagina a planificação. Depois que relacione o sólido com figuras e objetos do seu cotidiano.

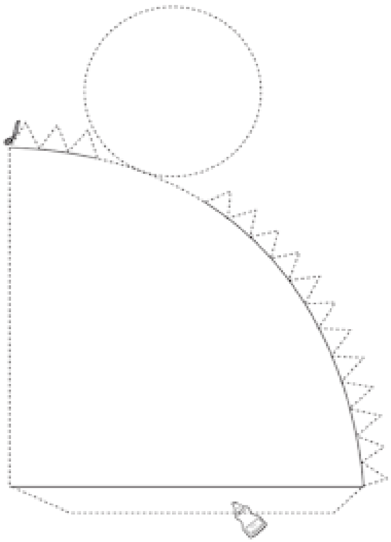
Proporcione aos alunos uma liberdade para relacionar com diversos objetos, quanto maior o número de objetos melhor. Após a atividade, coletivamente, demonstre o sólido e a planificação para os discentes e peça que eles falem sobre as figuras relacionadas.

- 2ª Etapa

Nesta etapa será dado início ao conteúdo de partes do cone, demonstrando por meio da construção de um cone reto de papel.

A princípio apresente aos alunos a parte do cone e sua planificação. Use o projetor multimídia para ilustrar as figuras que podem ser representadas por meio do Geogebra ou retiradas de um banco de imagem. Também, use o aplicativo Sketchup para que possam ser visualizados e mostrar que o cone reto é um sólido de revolução. Após as demonstrações e explicações peça que os alunos, em dupla, escolham uma altura ou uma geratriz para o cone reto e, a partir dessas escolhas, construa um cone de papel. O molde da fig. 4.1 pode ser usado.

Figura 20 – Molde do cone.



Fonte: www.espacoeducar.net, (2020).

É importante que nessa etapa o professor fique atento às dúvidas dos alunos e os auxilie a tomar as melhores decisões para que o cone reto tenha a altura desejada.

Após a construção peça que as duplas troquem o cone umas com as outras com auxílio de uma régua as duplas devem verificar as partes do cone, como altura, geratriz e raio.

Esta etapa culmina com a socialização das duplas e um debate sobre como foi a construção dos cones, quais as dificuldades e se conseguiram obter o objetivo desejado.

- 3ª etapa

Nesta etapa o conteúdo abordado é a área do cone reto, de princípio explique com um exemplo, como é feito o cálculo da área do cone reto. Em seguida peça que os alunos cortem o cone feito na etapa anterior, e em conjunto com o professor façam o cálculo da área. Usando a equação 2.4.

Ao final do 1º encontro, peça que os alunos tragam objetos que encontrarem em seu dia-a-dia e que se assemelham com o cone.

2º ENCONTRO

- 4ª Etapa

Nesta etapa será estudado o volume do cone utilizando os objetos que os alunos trouxeram de casa, esperando objetos como: funil, chapéu de aniversário, casquinha de sorvete, entre outros.

Peça que os alunos se dividam em grupos de até quatro integrantes para que haja socialização entre eles pela busca do conhecimento e da resolução do problema, juntos.

Mostre como a atividade acontecerá e o que eles devem fazer que consiste em:

1. Escolha o melhor objeto que mais se assemelhe ao cone. Apenas um objeto, dos quatro integrantes, deve ser escolhido.
2. Calcule o volume do cone usando a equação 2.5.
3. Encha o objeto de areia cinética.
4. Despeje a areia na proveta e compare os valores do volume.

Oriente a repetir o processo e observe como está o desenvolvimento da atividade, caso haja dúvidas.

- 5ª Etapa

Esta etapa consiste na atividade avaliativa, com o intuito de avaliar o aprendizado e se a sequência foi bem executada.

Atividade Avaliativa:

Questão 1 – Uma fábrica de sorvete trabalha com embalagens em forma de cone reto com medidas de raio (r) igual a 6cm e altura (h) igual a 8cm.

a) Se o fabricante tem apenas $3100cm^2$de papel para embalagem qual é o número mínimo de sorvete que é possível embalar?

Resolução:

Para saber quanto de embalagem será possível fabricar, é preciso calcular a área total de cada cone de sorvete, considerando que a área total (A_T) vai ser a soma da área de um círculo (2πr) com a área de um setor circular, como demonstrado na equação 2.4 $(\pi r g)$. Para realizar esse somatório será preciso encontrar a geratriz (g) usando o teorema de Pitágoras.

Geratriz pelo teorema de Pitágoras

$$g^2 = h^2 + r^2$$

Substituindo os dados

$$g^2 = 8^2 + 6^2$$

$$g^2 = 64 + 36$$

$$g = \sqrt{100}$$

$$g = 10$$

Somatório da área total

$$A_T = \pi r^2 + \pi r g$$

Substituindo os dados

$$A_T = \pi.6^2 + \pi.6.10$$

$$A_T = 36\pi + 60\pi \rightarrow A_T = 96\pi$$

Considerando que π seja 3,14

$$A_T = 96 \cdot 3{,}14 \rightarrow A_T \cong 301.5cm^2$$

A área total que cada cone de sorvete será o a aérea de embalagem que será utilizada para cada sorvete, sendo assim para saber quantos sorvetes serão embalados (Q) com $3100cm^2$, basta dividir:

$$Q = \frac{3100}{301{,}5} \cong 10$$

Resposta:

10 sorvetes serão embalados.

b) Se o fabricante tem $4000cm^3$ de massa de sorvete quantas embalagem a fábrica será capaz de encher?

Resolução:

Será necessário, a princípio, calcular o volume que cada embalagem cônica comporta de massa de sorvete, considerando a equação 2.5.

Cálculo do volume do cone

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$V = \frac{\pi 6^2 8}{3} \rightarrow V = \frac{36\pi 8}{3}$$

$$V = 96\pi$$

Considerando que π seja 3,14

$$V = 96 \times 3{,}14 \cong 301{,}5$$

Para obter o número (N) de embalagens que é possível preencher, bastar dividir o tanto de massa pelo volume da embalagem cônica.

Dividindo a massa pelo o volume de cada cone

$$N = \frac{4000}{301{,}5} \cong 13{,}2$$

Resposta:

13 embalagens serão preenchidas.

4.3 Esfera

Conteúdo envolvido:

Estudo da esfera assim como seus tópicos e sua definição, partes da esfera, rotação de semicírculo, volume e área da superfície da esfera.

Objetivos:

- Demonstrar às partes da esfera por meio de material manipulável.
- Trabalhar o cálculo de volume e área da esfera através da construção de objeto em forma esférica.
- Utilizar o aplicativo Geogebra para visualização do sólido esfera.

Recursos didáticos:

- Pedagógicos: Lousa, pincel, projetor multimídia.
- Manipulável: Tesoura, estilete, garrafa pet e bola de plástico ou isopor.
- Virtuais: Aplicativo Geogebra

Dificuldades previstas:

Dificuldades em reconhecer a figura da esfera e seus devidos cálculos.

Desenvolvimento:

1º ENCONTRO

- 1ª Etapa

Sondagem:

A) Leve materiais como globo, bola de futebol e uma laranja, para representar a esfera e outros com formatos diferentes para mostrar a eles. Divida a turma em grupos de 4 ou 5 pessoas. Peça que cada grupo escolha quais objetos se parece com uma esfera.
B) Depois de identificados os objetos, pergunte a eles o que foi possível ver nos materiais para que identificassem com que fosse uma esfera. Peça que, em uma folha de papel, cada grupo se identifique e coloque as respostas e depois entregue a você.

- 2ª Etapa

Nesse primeiro momento será abordado a definição da esfera, na lousa, e a identificação de suas partes, por meio da bola de isopor que o professor trará em sala aos alunos.

Divida a turma em grupos de 4 ou 5 alunos. Solicite que o grupo traga no próximo encontro 4 garrafas pets, tesoura e 1 estilete.

2º ENCONTRO

- 3º Etapa

Mostre ao aluno a bola de garrafa pet pronta, conforme o modelo do vídeo de Artesanato sustentável (2017). Peça que os alunos reúnam em seus grupos para começar a construção da bola de garrafa pet.

Figura 21 – Como fazer bola de garrafa pet.

Fonte: Canal Artesanato Sustentável, (2020).

- 4ª Etapa

Após a construção, apresente no quadro o cálculo de área e volume da superfície da esfera. Em seguida, peça aos grupos que realizem as seguintes tarefas:

  - Com o auxílio de régua, meça o raio da esfera.
  - De acordo com a Equação 2.6, calcule a área da esfera.
  - Preencha a esfera com porção de grãos de arroz e calcule o volume que foi ocupado na esfera. Use a equação a equação 2.7

Atividade Avaliativa:

Questão 1 – Uma costureira a fim de confeccionar bolas de pano para seus netos, comprou $3000cm^2$ de tecido amarelo para encapar as bolas de isopor. Considerando que terá que encaçapar bolas de 2 tamanhos diferentes quantas bolas de diâmetros 8cm e de 14cm é possível encaçapar havendo o menor desperdício possível? (Use a equação 2.6)

Resolução:

Para o encontrar o número de cada bolinha a princípio será calculado a área de cada esfera:

Cálculo da área A_1da bolinha de 8cm de diâmetro

$$A_1 = 4\pi 4^2$$

$$A_1 = 4\pi 16 \rightarrow A_1 = 64\pi \rightarrow A_1 \cong 201$$

Cálculo da área A_2da bolinha de 14cm de diâmetro

$$A_1 = 4\pi 7^2$$

$$A_1 = 4\pi 49 \rightarrow A_1 = 196\pi \rightarrow A_1 \cong 615{,}7$$

Para que haja o menor desperdício possível e ainda sim conseguir encapar bolas de dois tamanhos diferentes, será necessário trabalhar com possibilidades de números das bolas maiores.

Primeira possibilidade: cálculo com uma bola grande

$$3000 - 615{,}7 = 2384{,}3$$

Dividindo o que sobra pela a área da bola menor

$$\frac{2384.3}{201} = 11{,}86$$

Observe que sobra 0,83 de bola pequena em ralação ao tecido, parte-se para a segunda possibilidade.

Segunda possibilidade: cálculo com 2 bolas grande

$$3000 - 615{,}7 \times 2 = 1768{,}6$$

Dividindo o que sobra pela a área da bola menor

$$\frac{1768{,}6}{201} = 8{,}79$$

Observe que sobra 0,77 de bola pequena em ralação ao tecido, parte-se para a terceira possibilidade.

Terceira possibilidade: cálculo com 3 bolas grande

$$3000 - 615{,}7 \times 3 = 1152{,}9$$

Dividindo o que sobra pela a área da bola menor

$$\frac{1152{,}9}{201} = 5{,}71$$

Observe que sobra 0,71 de bola pequena em ralação ao tecido, parte-se para a quarta possibilidade.

Quarta possibilidade: cálculo com 4 bolas grande.

$$3000 - 615{,}7 \times 4 = 537{,}2$$

Dividindo o que sobra pela a área da bola menor:

$$\frac{537{,}2}{201} = 2{,}67$$

Observe que sobra 0,67 de bola pequena em ralação ao tecido, parte-se para a quinta possibilidade.

Quarta possibilidade: cálculo com 4 bolas grande.

$$3000 - 615{,}7 \times 5 = 3078{,}5$$

Considerando que nessa última possibilidade só as bolas grandes excederam o tamanho do tecido e observando que o que menos sobra é a quarta possibilidade então a resposta correta é: 4 de 14cm de diâmetro e 2 de 8 cm de diâmetro.

Questão 2 – Considerando a bola de sinuca, um objeto de forma esférica que precisa passar por um buraco de forma circular durante o jogo para serem encaçapadas, se esse buraco tem 67mm de diâmetro qual o volume máximo aproximadamente da bola para que ela seja encaçapada? (Use a equação 2.7 para o volume).

Resolução:

Avaliando que para uma bola passar pelo buraco de 67mm de diâmetro, ela teria que ter no máximo 66mm, basta usar dessa observação para calcular o máximo aproximado do volume da bola.

Calculando o volume da bola de 66mm de diâmetro

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}$$

Passando mm para cm

$$66mm = 6{,}6cm$$

Substituindo os dados

$$V = \frac{4\pi 3{,}3^3}{3} \rightarrow V = \frac{143{,}7\pi}{3}$$

$$V = 143{,}7 \times \frac{3{,}14}{3} \rightarrow V \cong 150{,}5$$

Resposta:

O máximo de volume da bola é aproximadamente 150,53cm^3.

Questão 3 – (SEE AC – Funcab, 2010) No ensino de geometria, nas séries iniciais, tem sua importância social o reconhecimento do universo tridimensional. Pensando nisso, uma professora levou para uma de suas aulas os objetos abaixo:

I. Uma caixa de sapato (paralelepípedo).

II. Uma lata de leite em pó (cilindro).

III. Uma bola de futebol (esfera).

Os sólidos acima são, respectivamente:

a) poliedro, sólido de revolução e poliedro.

b) sólido de revolução, poliedro e poliedro.

c) sólido de revolução, sólido de revolução e poliedro.

d) poliedro, sólido de revolução e sólido de revolução.

e) sólido de revolução, sólido de revolução e sólido de revolução.

Resolução:

I – O paralelepípedo é um tipo de poliedro, que é um sólido geométrico de três dimensões, cuja superfície é formada por um número finito de superfícies planas.

II – Um cilindro reto é um sólido de revolução, gerado pela rotação de um retângulo em torno de um de seus lados.

III – uma esfera é um sólido de revolução gerado pela rotação de um semicírculo em torno de um eixo que contém o diâmetro.

Resposta:

Alternativa d) poliedro, sólido de revolução e sólido de revolução.

Questão 4 – Utilizando o aplicativo Geogebra, peça aos alunos que manipulem o aplicativo em seu smartphone e, com a supervisão do professor, coloquem as seguintes coordenadas abaixo:

a) Coloque os pontos a (1,1,1) e b (0,0,0) da equação $y^2 + x^2 + z^2$=5

b) Coloque os pontos a 3,3,3) e b (0,0,0) da equação $y^2 + x^2 + z^2 = 3$

4.4 Resultados esperados

Almeja-se uma aprendizagem significativa por meio de métodos didáticos, dinâmicos e experimentais utilizando diversos recursos, com o intuito de conseguir entrelaçar o ensino com o cotidiano do aluno. Sendo assim, ele deverá adquirir um melhor entendimento dos sólidos geométricos circulares, tais como suas características e particularidades. E, que essas sequências didáticas tragam ao professor e ao aluno uma experiência de aprendizagem divertida e consistente sem deixar os saberes matemáticos se tornarem superficiais.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa apresentada se tratou da proposta de sequências didáticas para o ensino de corpos redondos no Ensino Médio. Também foi falado de diversos recursos didáticos, como o pedagógico, manuseável, virtual e artístico-científico.

Salientou-se ainda um breve estudo sobre as figuras do Corpos Redondos que são compostos pelo cilindro, cone e esfera. Tal como, no último tópico do referencial foram mostrados alguns dos softwares disponíveis no ensino desses sólidos.

Quanto aos objetivos, estes foram alcançados, pois conseguiu-se falar e demonstrar de várias formas sobre as propostas de sequências didáticas com uso de alguns recursos, para alunos da 3ª Série do Ensino Médio. Eles são a reunião de atividades programadas com intuito educacional, em que os envolvidos na aprendizagem já estão cientes do que ocorrerá.

Solucionou-se o problema desta pesquisa ao propor o uso de recursos didáticos nas sequências didáticas elaboradas para o ensino da geometria de corpos redondos.

A relevância desse tema para o colegiado de matemática e para os futuros interessados nesse ramo é que a área da geometria espacial, mais uma vez, está sendo explorada e assim pode-se ver avanços ao compartilhar o conteúdo com o aluno. Disponibilizando assim, um material para acesso dos próximos acadêmicos e para os licenciados poderem executar as propostas de sequências em suas aulas, como as trazidas aqui.

A importância da temática abordada para a sociedade é compreender melhor o mundo que cerca a todos e facilitar a comunicação uns com os outros, possibilitando assim maior acesso de informações que ajude a evoluir cada vez mais através de novas descobertas. Conforme Córdula e Nascimento (2018), a criação do saber científico ocorreu pela precisão de organizar e catalogar o conhecimento efetivo e pela formação de novos saberes, a partir de meios que assegurem constância para sua efetivação.

A construção desse trabalho fez enxergar mais além no que diz respeito às formas de ensinar. Saber do acesso às ferramentas de softwares que podem ser utilizadas nas aulas e, ainda mais, a satisfação em poder aprofundar sobre a área que aqui foi explorada.

Nessa perspectiva, as sequências didáticas no aprendizado das figuras de corpos redondos é um excelente aliado como sistema de ensino, tanto para o professor como para o aluno, de forma a não excluir o aluno do roteiro que será transmitido para a turma, pelo profissional da educação. Como na fala de Fonseca (2008, p.4), “aprendizagem tem mão dupla: o professor que deve conduzir a aprendizagem e o aluno que precisa aprender. A relação professor-aluno é fundamental para os resultados na aprendizagem”.

REFERÊNCIAS

ALVES, Carla Maria Carneiro; MORAIS, Carlos. **Números e álgebra:** na aprendizagem da matemática e na formação de professores. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2006. p. 335-349. Disponível em: <https://bibliotecadigital.ipb.pt/handle/10198/1087>. Acesso em: 9 out. 2020.

ANTONIAZZI, Helena Maria. **Matemática e arte:** uma associação possível. 2005. p. 138. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005. Disponível em: <http://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3508>. Acesso em: 9 out. 2020.

ARAÚJO, Denise Lino de. **O que é (e como faz) sequência didática?** 2013. p. 324. Fortaleza, Entre palavras. Disponível em: <http://ead.bauru.sp.gov.br/efront/www/content/lessons/46/texto%201%20Aula%205.pdf>. Acesso em: 9 out. 2020.

ARTESANATO SUSTENTÁVEL. **BOLA de natal de garrafas pet- sem cola- fácil - diy.** [*S. l.*]: YouTube, 2016. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=-f9KRaPL0nQ>. Acesso em: 30 out. 2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017, 529 p.

_______. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio.** p.44. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf >. Acesso em: 1 nov. 2019.

CERQUEIRA, Jonir Bechara; FERREIRA, Elise de Melo Borba. Recursos didáticos na educação especial. **Revista Benjamin Constant**, [s. l.], ed. 5, 1997. Disponível em: <http://revista.ibc.gov.br/index.php/BC/article/view/660>. Acesso em: 29 out. 2020.

CÓRDULA, Eduardo Beltrão de Lucena; NASCIMENTO, Glória Cristina Cornélio do. A produção do conhecimento na construção do saber sociocultural e científico. **Revista Educação Pública**, 2018. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/18/12/a-produo-do-conhecimento-na-construo-do-saber-sociocultural-e-cientfico>. Acesso em: 28 out. 2020.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática:** Contexto e Aplicações. Ensino Médio - 3º ano. 3ª Ed. São Paulo: Ática. 2016. p.70

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar:** geometria espacial posição e métrica. 5ª ed. São Paulo: Atual Editora, 1997. v. 10.

DUMONMT, Armando Horta; BAIRRAL, Marcelo Almeida. **Estudo com professoras ensinando poliedros e corpos redondos em sua turma de 4ª série.** Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/download/79/71>. Acesso em: 3 nov. 2019.

EDUCAÇÃO GLOBO. **Questão 138/ENEM 2010**. Disponível em: <http://educacao.globo.com/provas/enem2010/questoes/138.html#:~:text=Alguns%20testes%

20de%20prefer%C3%AAncia%20por,cm%20e%2060%20cm%2C%20respectivamente>. Acesso em: 25 out. 2020.

ESPAÇO EDUCAR. **50 MOLDES DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS PARA IMPRIMIR, RECORTAR E MONTAR! PLANIFICAÇÕES**. Disponível em: <https://www.espacoeducar.net/2012/08/50-moldes-de-solidos-geometricos-para.html>. Acesso em: 29 out. 2020.

FONSECA. Tânia Maria de Moura. **ENSINAR – APRENDER:** Pensando a prática pedagógica. 2008. p.4. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1782-6.pdf>. Acesso em: 29 out. 2020.

GOUVEIA, Rosimar. **Área do Cilindro.** Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/area-do-cilindro/>. Acesso em: 25 out. 2020.

IEZZI, Gelson et al**. Matemática:** Ciência e Aplicações. Volume 2. 6ª Ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2010. p. 218 à 220.

LEME, Claúdio Batista**. O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL PARA ALUNOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO**. 2017, Ponta Grossa. p. 57. Disponível em: <https://tede2.uepg.br/jspui/bitstream/prefix/2429/1/Claudio%20Leme.pdf>. Acesso em: 14 out. 2020

LOPES, José Junior. **A INTRODUÇÃO DA INFORMÁTICA NO AMBIENTE ESCOLAR**. Clube do professor, [*S. l.*], p. 5, 23 fev. 2004. Disponível em: <http://www.clubedoprofessor.com.br/artigos/artigojunio.pdf>. Acesso em: 29 out. 2020.

LOUREIRO, C. **Geometria no novo programa de matemática do ensino básico:** Contributos para uma gestão curricular reflexiva Educação é Matemática. V. 105, p. 61-66, 2009.

OLIVEIRA, Wellington da Silva. **USO DE TECNOLOGIAS NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL:** O CASO DOS CORPOS REDONDOS. 2019. p.17. Disponível em: <https://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/20913/1/PDF%20-%20Wellington%20da%20Silva%20Oliveira.pdf>. Acesso em: 14 out. 2020.

PAIVA, Manuel. **Matemática:** Paiva. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015. 230 p. v. 2. Disponível em: <https://pt.calameo.com/read/002899327dec5d298292c?authid=yB3dpGJIiWAN>. Acesso em: 29 out. 2020.

PERETTI, Lisiane. TONIN DA COSTA, Gisele Maria. SEQUÊNCIA DIDÁTICA NA MATEMÁTICA. **Revista de Educação do IDEAU**. 2013, V.8 p.6. Disponível em: <https://www.caxias.ideau.com.br/wpcontent/files_mf/8879e1ae8b4fdf5e694b9e6c23ec4d5d31_1.pdf>. Acesso em: 9 out. 2020.

PORTAL E-DOCENTE. **SEQUÊNCIA DIDÁTICA:** GUIA PARA A ELABORAÇÃO E EXECUÇÃO. 2019. Disponível em: <https://edocente.com.br/sequencia-didatica-para-educacao-basica/>. Acesso em: 13 out. 2020.

PROENEM. **GEOMETRIA ESPACIAL - CILINDROS.** Disponível em: <https://www.proenem.com.br/enem/matematica/geometria-espacial-cilindros/#:~:text=ELEMENTOS%20DE%20UM%20CILINDRO&text=Eixo%3A%20reta%20que%20cont%C3%A9m%20os,pertencentes%20%C3%A0s%20circunfer%C3%AAncias%20das%20bases>. Acesso em: 27 out. 2020.

QCONCURSOS.COM. SEE (AC). FUNCAB - Professor - 1 ao 5 Ano Ensino Fundamental. In: **Questões de Concursos**. Acre, 2010. Disponível em: <https://www.qconcursos.com/questoes-de-concursos/questoes/d29c30b0-f>. Acesso em: 29 out. 2020.

SANTOS, José Aparecido de Souza. **A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE SKETCHUP NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL**. 2015, Maceió. Disponível em: <http://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/6212/1/Utiliza%C3%A7%C3%A3o%20do%20Sketchup%20no%20ensino%20de%20geometria%20espacial.pdf>. Acesso em: 14 out. 2020.

SCHMIDT, Carise Elisane; TOLEDO, Neila de Toledo. **ESTUDO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA:** COMO O SOFTWARE WINGEOM PODE CONTRIBUIR?.2013. p.4. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/1286/405>. Acesso em: 29 set. 2020.

SILVA, Luiz Morreira. **Cilindros.** Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/cilindro.htm>. Acesso em: 29 set. 2020.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. **EXERCÍCIOS SOBRE CILINDRO**. Disponível em: <https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-cilindro.htm>. Acesso em: 25 out. 2020.

SILVA. Sandro Pereira da. **SÓLIDOS GEOMÉTRICOS REDONDOS:** USO DO GEOGEBRA NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DA REDE PÚBLICA PARANAENSE. Campo Mourão - PR, 2016. p.24. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_pdp_mat_unespar-campomourao_sandropereiradasilva.pdf>. Acesso em: 14 out. 2020.

SÓ MATEMÁTICA. "**Francesco Bonaventura Cavalieri**". Virtuous Tecnologia da Informação, 1998-2020. Disponível em: <https://www.somatematica.com.br/biograf/cavalieri.php>. Acesso em: 9 nov. 2020.

SOARES, Maria Zoraide M. C.; SANTINHO, Miriam Sampieri; MACHADO, Rosa Maria; RODRIGUES, Wilson Roberto. Recursos A altura da árvore. *In*: **Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio**. 5. ed. [*S. l.*], 2018. Disponível em: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/994>. Acesso em: 29 out. 2020.

SOFTONIC. **Tela inicial Geogebra**. Disponível em: < https://geogebra.softonic.com.br/>. Acesso em: 14 out. 2020.

Software GeoGebra 5.0 – versão desktop: Barra de Ferramentas. p.7. Disponível em: <https://www.google.com/search?q=Barra+de+ferramentas+3D.+Retirada+do+site%3A+plataforma.nie.iff.edu.br&oq=Barra+de+ferramentas+3D.+Retirada+do+site%3A+plataforma.nie.iff.edu.br&aqs=chrome..69i57.1913j0j15&sourceid=chrome&ie=UTF-8#>. Acesso em: 14 out. 2020.

VALE, Isabel. **Materiais manipuláveis na sala de aula:** o que se diz, o que se faz. In APM (Eds.), Actas do Prof Mat 99, (pp.111-120). Lisboa: APM. Ano: 1997. Disponível em: <https://www.academia.edu/1493722/Materiais_manipul%C3%A1veis_na_sala_de_aula_o_que_se_diz_o_que_se_faz>. Acesso em: 29 out. 2020.

ZABALA, Antôni. **A prática Educativa**: Como ensinar. Porto Alegre: ArtMed, 1988. p.18. Disponível em:<https://www.ifmg.edu.br/ribeiraodasneves/noticias/vem-ai-o-iii-ifmg-debate/zabala-a-pratica-educativa.pdf>. Acesso em: 08 out. 2020.