



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA
E TECNOLOGIA DO AMAPÁ – IFAP
CÂMPUS MACAPÁ

CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ANTONIO JOVINO SANTOS DA SILVA

UMA FORMA DE SOMAR QUE FAZ TODA A DIFERENÇA

MACAPÁ – AP

2020

ANTONIO JOVINO SANTOS DA SILVA

UMA FORMA DE SOMAR QUE FAZ TODA A DIFERENÇA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá – IFAP, campus Macapá, como requisito avaliativo para obtenção de título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Romaro Antonio Silva.

MACAPÁ – AP

2020

Biblioteca Institucional - IFAP
Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S586f Silva, Antonio Jovino Santos da
 Uma forma de somar que faz toda a diferença / Antonio Jovino Santos da
 Silva - Macapá, 2020.
 79 f.: il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) -- Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá, Campus Macapá, Curso de
Licenciatura em Matemática, 2020.

Orientador: Me. Romaro Antonio Silva.

1. Subtração . 2. Algoritmo . 3. Matemática Básica. I. Silva, Me.
Romaro Antonio, orient. II. Título.

ANTONIO JOVINO SANTOS DA SILVA

UMA FORMA DE SOMAR QUE FAZ TODA A DIFERENÇA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá – IFAP, campus Macapá, como requisito avaliativo para obtenção de título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Romaro Antonio Silva

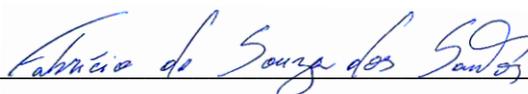
BANCA EXAMINADORA



Presidente Professor Me. Romaro Antonio Silva



Membro Professor Me. André Luiz dos Santos Ferreira



Esp. Fabricio de Souza dos Santos - Professor Convidado - Externo.

MACAPÁ – AP

2020

Ao meu amado pai José Antônio da Silva (*in memoriam*), em quem eu me espelho, como pessoa e educador e ao meu sobrinho Anderson Conceição Costa (*in memoriam*).

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu pai José Antônio da Silva e à minha mãe Maria José Costa do Santos, pois sempre me instruíram e incentivaram na minha vida acadêmica, sem eles eu certamente não teria chegado tão longe;

Ao meu orientador, Professor Me. Romaro Antonio Silva, pela orientação, suporte e confiança que sempre depositou em mim, e ao nosso coordenador de curso Professor Me. André Luiz dos Santos Ferreira que nos acolheu como pai desde o início da graduação;

Aos meus colegas de turma, em especial à Luciana dos Santos Rodrigues pela parceria para com todos na turma e ao Salomão Lima Monteiro pelo companheirismo e incentivo;

Agradeço ainda a todos os meus familiares, pela união e a todos que contribuíram direta ou indiretamente em minha formação acadêmica.

“Na Matemática, para saborear com prazer o fruto é preciso conhecer bem as suas raízes.”

MALBA TAHAN

RESUMO

A compreensão e domínio das quatro operações básicas da matemática são essenciais para a alfabetização matemática do aluno e formam a base de tudo que norteia essa ciência. Sendo assim, realizou-se uma análise sistemática para compreender como se dá a abordagem e quais métodos de ensino do conteúdo e do algoritmo da subtração são apresentados em três livros didáticos do 4º ano do ensino fundamental I, aprovados pelo PNLD de 2019. Na qual verificou-se uma abordagem satisfatória do conteúdo de subtração em dois dos três livros analisados, no entanto, a abordagem especificamente das subtrações com reservas não foi considerada satisfatória, pois ao longo das unidades são apresentadas poucas alternativas para que o aluno possa compreender e fixar o aprendizado do algoritmo. Portanto, elaborou-se uma proposta didática que consiste em apresentar um algoritmo alternativo para realização de subtrações e preencher lacunas conceituais de operações subtrativas, bem como, causar reflexões sobre as práticas pedagógicas dos professores.

Palavras-Chave: Subtração. Algoritmo. Livro Didático.

ABSTRACT

The understanding and mastery of the four basic operations of mathematics are essential for the mathematical literacy of the student and form the basis of everything that guides this science. Therefore, a systematic analysis was carried out to understand how the approach is given and which methods of teaching the content and algorithm of the subtraction are presented in three textbooks of the 4^o year of elementary education, approved by the PNLD of 2019. In which there was a satisfactory approach to the subtraction content in two of the three books analyzed, however, the approach specifically of the reserved subtractions was not considered satisfactory, as few alternatives are presented throughout the units so that the student can understand and fix the learning of the algorithm. Therefore, a didactic proposal has been developed that consists of presenting an alternative algorithm for performing subtractions and filling in conceptual gaps of subtractive operations, as well as causing reflections on teacher pedagogical practices.

Keywords: Subtraction. Algorithm. Text book.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Capa do livro Novo Pitanguá, 4º ano.	27
Figura 2 - Unidade 2 do livro Novo Pitanguá, 4º ano.	28
Figura 3 - Páginas 26 e 27 do livro Novo Pitanguá, 4º ano.	29
Figura 4 – Página 28 do livro Novo Pitanguá, 4º ano.	30
Figura 5 - Página 29, atividade do livro Novo Pitanguá, 4º ano.	31
Figura 6 – Páginas 31 e 32, atividade do livro Novo Pitanguá, 4º ano.	32
Figura 7 – Página 33 do livro Novo Pitanguá, 4º ano.	33
Figura 8 – Página 34 do livro Novo Pitanguá, 4º ano.	34
Figura 9 – Página 36, atividade do livro Novo Pitanguá, 4º ano.	35
Figura 10 – Questão 5º da página 39 do livro Novo Pitanguá, 4º ano.	36
Figura 11 – Texto em um retângulo amarelo, Página 41 do livro Novo Pitanguá, 4º ano.	36
Figura 12 – Exercícios 11 da página 42 do livro Novo Pitanguá, 4º ano.	37
Figura 13 – Página 43 do livro Novo Pitanguá, 4º ano.	37
Figura 14 – Página 45 do livro Novo Pitanguá, 4º ano.	38
Figura 15 – Capa e unidade 4 do livro Ápis, 4º ano.	40
Figura 16 – Página 100 do livro Ápis do 4º ano.	41
Figura 17 – Página 101 do livro Ápis do 4º ano.	42
Figura 18 – Página 102 do livro Ápis do 4º ano.	43
Figura 19 – Página 103 do livro Ápis do 4º ano.	44
Figura 20 – Página 104 do livro Ápis do 4º ano.	45
Figura 21 – Páginas 106 107 do livro Ápis do 4º ano.	46
Figura 22 – Página 108 do livro Ápis do 4º ano.	47
Figura 23 – Página 109 do livro Ápis do 4º ano.	48
Figura 24 – Página 110 do livro Ápis do 4º ano.	49
Figura 25 – Páginas 111 e 112 do livro Ápis, 4º ano.	50
Figura 26 – Páginas 113 e 114 do livro Ápis, 4º ano.	51
Figura 27 – Páginas 115 e 116 do livro Ápis, 4º ano.	52
Figura 28 – Página 119 do livro Ápis, 4º ano.	53
Figura 29 – Capa do livro Ligamundo, 4º ano.	54
Figura 30 – Páginas 16 e 17 do livro Ligamundo, 4º ano.	55
Figura 31 – Páginas 18 e 19 do livro Ligamundo, 4º ano.	56
Figura 32 – Páginas 20 e 21 do livro Ligamundo, 4º ano.	57

Figura 33 – Páginas 22 e 23 do livro Ligamundo, 4º ano.	58
Figura 34 – Ilustração de ações opostas.	61
Figura 35 – Ilustração crianças subindo e descendo escada.	62
Figura 36 – Imagem do material dourado.	63
Figura 37 – Modelos de ábacos.	63
Figura 38 – Exercício com ábacos.	64
Figura 39 – Ilustração de salada de frutas.	65

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	ESTADO DA ARTE	16
2.1	Principais aspectos históricos da Subtração	16
2.2	As conexões entre os algoritmos da adição e da subtração	17
2.3	O estudo das operações básicas	18
2.4	Aspectos relevantes sobre os algoritmos	19
2.5	A subtração segundo o PCN	20
2.5.1	Métodos de resolução de problemas segundo o PCN	20
2.6	Formação do professor e o ensino de matemática	21
2.6.1	Ensino da subtração	22
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	24
3.1	Enquadramento da pesquisa	24
3.2	Área de estudo	24
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	26
4.1	Escolha dos livros didáticos de matemática	26
4.2	Análise técnica dos livros didáticos	26
4.2.1	Livro 1: Novo Pitangá	27
4.2.2	Considerações sobre a unidade do livro de matemática Novo Pitangá	38
4.2.3	Livro 2: Ápis	39
4.2.4	Considerações sobre a unidade do livro de matemática Ápis	53
4.2.5	Livro 3: Ligamundo	54
4.2.6	Considerações sobre a unidade do livro de matemática Ligamundo.	58
4.3	Considerações quanto os critérios de análise das unidades	59
5	PROPOSTAS DIDÁTICAS COMPLEMENTARES	61
5.1	Material: adição e subtração	61
5.2	Material: sistema de numeração decimal	62
5.3	Material: adição	64
5.4	Material: algoritmo usual da adição	66
5.5	Material: subtração	69
5.6	Material: subtração com o algoritmo da adição	72
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	76
	REFERÊNCIAS	78

1 INTRODUÇÃO

Sabe-se que os seres humanos sempre se destacaram por possuir habilidades rudimentares e intuitivas, para pensar noções quantitativas, tais como: muito e pouco, grande e pequeno, lento e rápido. A evolução humana de uma vida primitiva para uma vida em sociedade, incorporou novos desafios sociais e econômicos, que exigiram outras compreensões que iam além das noções qualitativas básicas conhecidas.

Naturalmente, surgiram demandas na organização do espaço geográfico em que os seres humanos viviam nas técnicas de produção e nas relações de natureza comercial. Visto que, estímulos vieram da interação com a natureza ao seu redor, em especial da observação dos céus. O homem viu-se assim, diante da necessidade de pensar numericamente.

O processo de contagem é algo sofisticado e não se trata de algo instintivo ou inato, pois, seu início aconteceu quando o homem desenvolveu a capacidade de comparar conjuntos de objetos e estabelecer uma relação entre eles.

Os números são os principais objetos de estudos da matemática que conhecemos, e são a base desta ciência, os mesmos, são frutos de estudos desenvolvidos por diversos grupos e civilizações, em épocas e lugares diferentes e por motivações variadas, e para chegar ao que é hoje, os números passaram por inúmeras mudanças, e devido a carência de agrupar grandes quantidades de objetos, animais, e manter o controle dos mesmos, teve-se a necessidade de criação de conceitos matemáticos cada vez mais sofisticados.

No estudo da matemática, como em qualquer outra ciência, é essencial partir de conceitos básicos para poder compreender conceitos mais complexos. Desse modo, um dos erros mais comuns na maioria dos estudos de qualquer conteúdo é tentar entender princípios complexos antes de claramente ter compreendido os princípios mais básicos.

A matemática em geral, está basicamente sustentada em quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e a divisão), entretanto, é possível dizer que são apenas duas operações se for levado em consideração que a divisão nada mais é do que uma multiplicação que envolve números decimais e que a subtração é uma soma com números negativos e positivos.

A compreensão e o domínio dessas operações são um fator definitivo para o estudo da matemática, qualquer que seja o problema matemático sempre será necessário utilizar ao menos uma dessas operações para a solução do referido problema. Portanto, se os alunos têm dificuldades para realizar essas operações, certamente apresentarão dificuldades para compreender os conteúdos seguintes. As dificuldades apresentadas na compreensão desses

conceitos básicos, que não são eliminadas, acabam promovendo um efeito dominó no processo de ensino aprendizagem da matemática, pois o que no início era apenas uma dificuldade para o desenvolvimento de uma operação específica acaba tornando-se um problema muito maior com o passar do tempo.

A subtração é tão importante quanto qualquer uma das outras operações básicas da matemática, e é necessário compreender cada um dos passos do algoritmo desta operação para que seja possível resolver qualquer eventual cálculo que a envolva. No entanto, isso é considerado por muitos alunos algo de grande complexidade, o que pode ser atribuído a diversos fatores, mas certamente existe em especial um, que é a não compreensão interina do algoritmo da subtração por parte do aluno, pois este muitas vezes acaba não sendo inteiramente definido pelo professor, acarretando a não compreensão do aluno.

Diante do exposto, e considerando a inquietação do pesquisador sobre a temática, este trabalho chegou ao seguinte problema: de que forma é apresentado o algoritmo da subtração em livros didáticos do 4º ano do ensino fundamental? E como se dá a abordagem do conteúdo de subtração, com relação aos métodos utilizados para resolução de problemas subtrativos e quais os métodos alternativos que as coleções propõem?

Visto que, é comum ouvirmos que o método de ensino apresentado no sistema regular de ensino é um dos fatores que não auxiliam numa aprendizagem significativa dos educandos, acredita-se que um novo algoritmo poderia auxiliar na fixação conceitual do sistema de subtração, bem como, contribuir com a aprendizagem significativa dos alunos e gerar reflexões entre os futuros docentes da matemática sobre suas práticas pedagógicas.

A princípio, o objetivo do estudo consiste em apresentar uma análise e gerar reflexões sobre os modelos de ensino do algoritmo da subtração abordados nos livros didáticos de matemática do 4º ano do ensino fundamental I, aprovados em avaliações do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), assim como, divulgar uma proposta de melhoria no ensino e aprendizagem na subtração por meio de um método diferenciado para encontrar a diferença em operações de subtração, no qual utilizou-se para isto uma reorganização do algoritmo da subtração, em que esta operação é realizada como se fosse uma soma.

Para obtenção dos resultados, fundamentou-se nos seguintes objetivos específicos: Avaliar a importância da compreensão do algoritmo da subtração; Comparar quanto a sua eficácia o método, utilizado atualmente com o método proposto; Gerar reflexões sobre os modelos de ensino da matemática; Apresentar um método diferenciado para encontrar a diferença em operações de subtração; Comparar os métodos de compensação e reagrupamento

utilizados nas resoluções das operações de subtração com reservas; Gerar discussões sobre a prática do ensino dos algoritmos.

A nova rotina adotada em razão da pandemia do novo Corona vírus (COVID-19), ocasionou em mudanças no desenvolvimento da pesquisa, pois inicialmente tratava-se de uma pesquisa aplicada para verificar e validar a eficiência da metodologia proposta. No entanto, devido ao distanciamento social não foi possível aplicá-la, limitando-a a uma análise sistemática de três livros didáticos de Matemática do quarto ano do Ensino Fundamental I, aprovados no PNLD de 2019, e a exposição de uma sequência didática que poderá auxiliar professores na apresentação do conteúdo aos alunos.

2 ESTADO DA ARTE

2.1 Principais aspectos históricos da Subtração

No momento em que os homens começaram a contar seus bens há milhares de anos, desenvolveram a capacidade de quantificar grandezas, possibilitando-os inicialmente a descoberta dos números naturais e racionais, tendo estes conjuntos vigorado por muito tempo entre os povos que dominavam a matemática (CAMPOS, 2001). No entanto, estes grupos numéricos não foram suficientes para satisfazer suas necessidades operacionais matemáticas, considerando que, com o passar do tempo teve-se a necessidade de pensar em quantidades negativas, em grandezas incomensuráveis e até mesmo em números imaginários. Segundo Campos (2001):

Os números negativos surgem, primeiramente, da necessidade de expressar restos e diferenças, mas sua existência é consolidada e aceita só a partir de uma prática mais sistemática, com o cálculo, com a proposição e resolução de problemas algébricos, com resolução de equações (CAMPOS, 2001, p. 27).

Acredita-se que o símbolo usado atualmente para representar a subtração, pode ter possivelmente derivado da palavra em latim *minus*, acompanhada de um traço acima das letras, no entanto, com o passar dos tempos a fim de facilitar e agilizar os cálculos reduziu-se tudo a apenas um traço.

Os babilônios tinham um domínio considerável com relação a cálculos e operações matemáticas bem como também um conhecimento razoável dos números negativos, contudo, foram os chineses que deram maior prestígio a esse grupo numérico, até então desconhecido, chegando até mesmo a desenvolver símbolos apropriados para representá-los, tornando-os pioneiros dos números negativos como afirma Boyer (1991):

[...] parece não ter causado muitas dificuldades aos chineses, pois estavam acostumados a calcular com duas coleções de barras – uma vermelha para os coeficientes positivos ou números e uma barra preta para os negativos. No entanto, não aceitavam a ideia de um número negativo poder ser solução de uma equação (BOYER, 1991, p. 145).

Mesmo mediante a sucessivas aparições em operações aritméticas e cálculos algébricos de diversas civilizações, o processo de aceitação dos números negativos como um conjunto numérico foi bastante conturbado, marcado por avanços e retrocessos.

2.2 As conexões entre os algoritmos da adição e da subtração

As operações de adição e subtração estão ligadas como se fossem uma única operação, porém são trabalhadas individualmente, mesmo sabendo que seus aprendizados são mais significativos quando trabalhados de forma conjunta. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais-PCNs de matemática (1997 p. 105) “Pelo aspecto do cálculo, adição e subtração também estão intimamente relacionadas.” Sobre os algoritmos da subtração é possível destacarmos dois que são mais utilizados: o algoritmo convencional que recorre ao processo de recurso à ordem superior, também conhecido como empréstimo e o processo de compensação que subtraímos por compensação, ou seja, adicionamos quantidades iguais tanto no minuendo quanto no subtraendo. Para realizar a subtração $637 - 249$ (seiscentos e trinta e sete menos duzentos e quarenta e nove), Moraes (2015) descreve a seguinte resolução:

Como, neste algoritmo, não é possível subtrair 9 de 7 (o que, naturalmente, não é verdade já que $7 - 9 = -2$) utilizamos a decomposição da ordem superior das dezenas. Também não é possível, na coluna das dezenas, subtrair 4 de 3 nesse algoritmo (o que não é verdade, pois $3 - 4 = -1$). Teremos então que decompor a ordem das centenas para prosseguirmos. Pois bem, com a decomposição de uma centena das seis existentes teremos 10 dezenas na ordem seguinte. (MORAES, 2015, p. 38)

No processo de recurso à ordem superior é levado em consideração a aprendizagem que os alunos devem ter acerca do conteúdo do sistema de numeração, sendo necessário que o aluno tenha conhecimento das divisões de um número em classes, e que elas estão divididas em ordens: centenas, dezenas e unidades.

Apesar de este método ter sido adotado como principal forma para resolver operações de subtração, ele possui particularidades que acabam por formar barreiras no processo de ensino e aprendizagem, pois segundo Oliveira (2015, p. 28) “[...] os alunos apresentam dificuldades ao resolverem uma operação de subtração principalmente quando a subtração envolve muitas operações com reservas.” Portanto, esses casos de subtrações com reservas acabam se tornando os principais responsáveis por erros recorrentes de manipulação do algoritmo convencional da subtração.

Por outro lado, o algoritmo da compensação possibilita ao aluno a escolha de adicionar ou retirar do minuendo e do subtraendo uma dada quantidade, com o intuito de tornar a conta mais atrativa e desta forma facilitar o cálculo da operação, como afirma Moraes (2015, p. 33), “[...] se somarmos um mesmo valor (no caso 10) ao minuendo e ao subtraendo, a diferença não se altera. Na verdade, utilizamos muito essa propriedade para efetuarmos cálculo mental na

subtração.” Este método apesar de eficiente não é tão utilizado, no entanto, é importante os professores deixarem os alunos mais à vontade ao trabalharem com esses tipos de questões, pois só assim eles poderão desenvolver um raciocínio rápido com capacidades de enfrentar desafios, criar métodos e estratégias de resolução.

Em relação aos diferentes significados e mecanismos adotados para resolução de problemas subtrativos, muito pouco se é comentado na sala de aula sobre a possibilidade de resolução por meio de um procedimento aditivo, visto que, este conceito é apresentado para os alunos apenas com o intuito de realizar pequenas subtrações mentalmente.

Os PCN's (1997 p. 105) relata que: “Para calcular mentalmente $40 - 26$, alguns alunos recorrem ao procedimento subtrativo de decompor o número 26 e subtrair primeiro 20 e depois 6; outros pensam em um número que devem juntar a 26 para se obter 40, recorrendo neste caso a um procedimento aditivo.” Conseqüentemente percebemos que este método possui potencial para auxiliar em uma melhor compreensão desta operação em relação aos dois outros métodos apresentados, sendo assim, é necessária uma exploração maior dos procedimentos associados a resolução de problemas subtrativos que incorporam uma resolução por meio dos pensamentos aditivos.

2.3 O estudo das operações básicas

A ideia de agrupamento de objetos é um dos primeiros conceitos matemáticos desenvolvidos em sala de aula, onde intuitivamente começam a adquirir a habilidade de somar. De acordo com Silva (2013, p.4), “Desde os anos iniciais do ensino fundamental, são trabalhados na Matemática conceitos e situações-problemas envolvendo as quatro operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão”. Embora, essas operações não sejam assimiladas e compreendidas de forma eficaz e satisfatória por parte dos alunos, muitos destes acabam ingressando para as séries subsequentes, levando consigo dificuldades no domínio das operações básicas, as quais são de extrema importância para que se possa avançar às próximas etapas da aprendizagem da matemática, dessa forma, não calcificando o que deveria formar base da alfabetização matemática.

A matemática como ciência é de suma importância para que possamos compreender o mundo ao nosso redor. No entanto, seu histórico de aprendizado é bastante conturbado, pois são recorrentes os erros e problemas encontrados por professores e alunos no processo de ensino aprendizagem de certos conteúdos matemáticos. Para Moraes (2015, p. 13), “O que temos visto a partir de nossa experiência é que os alunos vindos de séries do primeiro ciclo do ensino

fundamental, 1º ao 5º ano, não desenvolveram a habilidade de utilizar corretamente tais algoritmos”. Portanto, é necessário que professores estejam constantemente em busca de novas metodologias de ensino que possam auxiliar em um aprendizado mais significativo do aluno, de modo a mudar esse panorama de ensino.

O ensino-aprendizagem constitui um desafio para os professores, tendo em vista que o modo de organizar sua sequência didática e um bom planejamento são os pilares para a transmissão de conhecimento. Pode-se inferir, inclusive, que esta verdade não é diferente no campo da matemática, os professores encontram situações que levam a refletir sobre sua prática de ensino. De acordo com Jorge e Basniak (2016):

Tomando a vivência da primeira autora desse trabalho, como professora da Rede Estadual de Ensino do Paraná há 19 anos, salientamos a dificuldade de muitos alunos que ingressam no 6º ano do Ensino Fundamental em operar com as quatro operações básicas de Matemática, tanto no cálculo com o uso do algoritmo, quanto no cálculo mental e em interpretações de problemas propostos. (JORGE e BASNIAK, 2016, p.2)

Tal reflexão nos leva a pensar na disciplina escolar e ao o seguinte questionamento: Como nossos entendimentos direcionam-se aos nossos alunos?

Tem que haver uma relação de interesse do aluno na aula, assim como do professor em melhorar sua prática para tornar a aula mais atrativa. Assim, Jorge e Basniak (2016, p.3), ressalta que, “Por isso, nós educadores devemos estar em constante busca por alternativas de ensino que possam auxiliar na aprendizagem da Matemática, permitindo o desenvolvimento de competências e habilidades”.

Portanto, devemos ampliar nossos horizontes quando se trata de novas maneiras de ministrar aulas, para que o processo de aprendizagem seja uma oportunidade dos alunos em construir e criar conceitos matemáticos.

2.4 Aspectos relevantes sobre os algoritmos

Os algoritmos proporcionam aos alunos uma facilidade incomparável em relação aos cálculos mentais, das operações de forma geral. Para Oliveira (2015, p. 28) “Quando os alunos são apresentados aos algoritmos eles percebem a agilidade que esse procedimento traz para o cálculo.” No entanto, esse recurso acaba sendo apresentado para os alunos como sendo apenas um conjunto de regras que facilitam o aprendizado, dessa forma, o professor acaba deixando em segundo plano os conceitos matemáticos atrelados ao algoritmo, fazendo com que os alunos apenas repitam de forma monótona o que lhes foi apresentado.

Entretanto, é necessário buscar conhecer e entender o funcionamento desses algoritmos, para que assim seja possível compreender de que forma eles relacionam-se com as operações. Para Moraes (2015, p. 13) “Sobre o funcionamento dos algoritmos convencionais que utilizamos para as quatro operações fundamentais, não se tem tantas informações. Apenas repetimos aquilo que ouvíamos quando alunos da educação básica.” Isto nos leva ao questionamento de que, os professores em suas práticas docentes apenas têm aplicado esses conjuntos de regras, com o intuito de obter resultados, sem ter de fato, um entendimento concreto do funcionamento de cada uma das etapas para a utilização eficaz do algoritmo.

2.5 A subtração segundo o PCN

Este trabalho centra-se no estudo específico das operações de subtração, idealizando um método alternativo para encontrar diferenças, por meio de uma reorganização do algoritmo da adição, em que esta operação é realizada como se fosse uma soma, assim sendo, para os PCNs (1997 p.104), “A justificativa para o trabalho conjunto dos problemas aditivos e subtrativos baseia-se no fato de que eles compõem uma mesma família, ou seja, há estreitas conexões entre situações aditivas e subtrativas”. É importante trabalhar as operações de adição e subtração de forma associada, para que o aluno compreenda a correlação existente entre os conteúdos e entenda que uma operação resulta da outra, ou seja, são operações inversas.

O estudo da subtração deve ser iniciado no 1º ciclo do ensino básico, segundo o PCN (1997 p. 68), “No primeiro ciclo, serão explorados alguns dos significados das operações, colocando-se em destaque a adição e a subtração, em função das características da situação.”. Esta ideia deve ser trabalhada também no 2º ciclo do referido ensino, de acordo com PCN de matemática (1997 p.72), “Cálculo de adição e subtração de números racionais na forma decimal, por meio de estratégias pessoais e pelas técnicas operatórias convencionais”. Estas técnicas têm como intuito amadurecer e complementar este pensamento, usando problemas que envolvem números racionais.

2.5.1 Métodos de resolução de problemas segundo o PCN

Ao estudar o conteúdo de subtração, os alunos deparam-se com alguns problemas em que podem utilizar de diferentes artifícios para a resolvê-los, dentre as situações que envolvem esses problemas explorados no primeiro ciclo do ensino básico é possível destacar, quatro

grupos: o que tem como ideia combinar dois estados para ter um terceiro, de transformação, a de comparação e um quarto que supõe a compreensão de mais de uma transformação.

O PCN de matemática (1997, p. 55) mostra que o trabalho com as operações deve se realizada com o foco “[...], na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas relações existentes entre elas e no estudo reflexivo do cálculo, contemplando diferentes tipos – exato e aproximado, mental e escrito”. Nesta perspectiva, pretende-se buscar estratégias de ensino que permitam ao aluno não só realizar cálculos por meio de algoritmos repassados pelo professor, mas compreender o processo operatório e encontrar outros algoritmos que lhe permitam operar, adicionando, subtraindo, multiplicando e dividindo, além de ser capaz de resolver problemas que envolvam essas operações.

2.6 Formação do professor e o ensino de matemática

É notório que, os anos iniciais são muito importantes na vida de uma criança, pois formam a base para as séries seguintes. Para tanto, os conteúdos em relação à matemática mostram-se indispensáveis para aprendizados que serão utilizados ao longo da vida, e cabe aos professores apresentar ao aluno, de forma lúdica, os assuntos básicos, exercitando o pensamento lógico da criança, e levando em consideração que cada aluno tem suas especificidades, e diferentes vivências, o que influencia muito na forma de aprendizagem de cada um. O autor Danyluk (1998) enfatiza que ser alfabetizado em matemática é entender o que se lê e escrever e o que se entende a respeito das primeiras noções de aritmética, de geometria e da lógica.

De acordo com a Base nacional comum curricular (BNCC), a expectativa é que os educandos, no que diz respeito aos cálculos, desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo, por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras. No entanto, nem todos os professores têm essa capacidade e domínio de conteúdo na hora de repassar o que foi transmitido a eles no período de graduação, Gatti (2013, p. 54) explica que professores são, “profissionais detentores de ideias e práticas educativas fecundas, ou seja, preparados para a ação docente com consciência, conhecimentos e instrumentos”. Diante disso, a preocupação com a formação de professores dos anos iniciais para o ensino de matemática em especial, é uma questão a se refletir, principalmente quando se vê os resultados do Índice de desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) criado em 2007, que avalia os resultados da aprendizagem dos alunos. Para tanto, Cunha (2010) explica que o motivo de tal preocupação é porque, conforme a matemática é desenvolvida em sala de aula e os tipos de atividades propostas, certamente influenciarão a forma como estes estudantes no futuro irão

encarar e relacionar os conhecimentos matemáticos. Sendo essencial que os pedagogos estudem, pesquisem sobre esta área, pois não se pode ensinar o que não se sabe.

2.6.1 Ensino da subtração

De acordo com a constituição federal brasileira de 1988, artigo 205, é dever do Estado e da família proporcionar educação a todo e qualquer cidadão, pois é a principal ferramenta para formação de indivíduos. A estrutura do sistema educacional é regido pelas Leis de Diretrizes e Bases-LDB (Lei n.º 9.394 de 1996), diretrizes estas que conduzem a BNCC elaboradas para garantir que o aluno tenha o conhecimento básico e substancial. No artigo 211 ver-se que, a União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios têm por responsabilidade organizar seus sistemas de ensino, os Municípios atuarão prioritariamente na educação infantil, o Estado e o Distrito Federal no ensino fundamental e médio (CF 1988, cp. III).

A LDB (art. 21) organiza as modalidades de ensino da seguinte forma: educação básica e educação superior. A educação básica abrange três níveis: a educação infantil, que tem como objetivo o desenvolvimento integral das crianças em seus aspectos físico, psicológico, intelectual e social, etapa essa que compreende às crianças de zero a cinco anos, e é ofertada em pré-escolas e creches; o segundo nível diz respeito ao ensino fundamental que tem nove anos de duração, com os anos iniciais para crianças de 06 a 10 anos, e anos finais de 11 a 14 anos e o; ensino médio, parte final do processo de educação básica.

O primeiro contato das crianças com a matemática na escola ocorre logo no primeiro ciclo do ensino básico, e é no mesmo que os alunos se deparam com a subtração, aprendendo inicialmente conceitos básicos que envolvem números naturais de dois algarismos, é então neste momento que surgem as primeiras dificuldades de aprendizagem de conceitos básicos matemáticos, segundo Oliveira (2015, p. 24) "Podemos considerar a subtração como um dos primeiros obstáculos de aprendizagem enfrentados pelos alunos nessa fase, pois, exige um grau de abstração maior do que a adição." O ensino da subtração não é tão simples, porém existem mecanismos que podem facilitar a aprendizagem, os quais só são possíveis pelo fato desta poder ser abordada de várias maneiras, como a de retirar, comparar e completar, e por utilizar uma linguagem nos enunciados não muito fáceis de serem compreendidas, induzindo os alunos ao erro.

Assim sendo, para que o primeiro contato dos alunos com a matemática seja satisfatório, é necessário amadurecer os pensamentos matemáticos intuitivos do mesmo, no sentido de que

ele possa conhecer os diversos conceitos atribuídos às quatro operações, possibilitando que tenha autonomia de escolher aquele do qual tenha mais facilidade. Segundo os PCN's (1997):

[...], para compreender as operações básicas da matemática é necessária entender alguns conceitos, da adição, subtração, multiplicação e divisão. Na adição é necessária a compreensão de aspectos como juntar e acrescentar, na subtração os de completar, comparar e tirar, na multiplicação os de adição de parcelas iguais e ideia combinatória, e enfim, na divisão os de divisão de parcelas iguais e medida. (BRASIL, 1997)

Um das formas de resolução de problemas que envolvem a subtração, leva em consideração que a mesma pode ser pensada como uma adição, pois estas duas operações estão intimamente ligadas uma à outra e ao determinarmos alguns valores mentalmente, fazemos uma abordagem do problema de forma aditiva, em vez de se trabalhar no sentido de retirar uma quantidade de outra, para Oliveira (2015):

Somos levados a pensar que a subtração é apenas uma operação que serve para retirar, o que pode ser atribuído ao fato de estudarmos apenas esse tipo de raciocínio em todos os nossos anos de escolaridade, a ideia de retirar é apresentada nessa operação como se de um todo retirassem uma parte dele. (OLIVEIRA, 2015, p. 26)

Isto posto, percebemos que este mecanismo é predominante na resolução desses problemas, no entanto, é importante atentar-se para o fato de que podemos explorar outros mecanismos de resolução de problemas de subtração, não se centrando sempre no sentido de que ao subtraímos estamos retirando uma coisa da outra.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste tópico serão apresentados os métodos adotados nesta pesquisa.

3.1 Enquadramento da pesquisa

A metodologia proposta para realização deste projeto é a pesquisa de campo, com natureza descritiva, pois procura o aprofundamento de uma realidade específica, com análise na investigação matemática, (GIL, 2008).

A pesquisa de campo será conduzida, de acordo com Marconi e Lakatos (1996) exploratória, com finalidade de aprofundar o conhecimento do pesquisador sobre o assunto estudado e servir de base para futuras pesquisas, ajudando a formular hipóteses, ou na formulação de novos problemas. Também visa clarificar conceitos, ajudando no delineamento da pesquisa e estudando pesquisas semelhantes, verificando os seus métodos e resultados. (MATTAR, 1996).

A pesquisa dividiu-se nas seguintes etapas:

- 1ª ETAPA: Estado da arte;
- 2ª ETAPA: Escolha dos livros didáticos;
- 3ª ETAPA: Análise dos Livros didáticos;
- 4ª ETAPA: Desenvolvimento da proposta didática;
- 5ª ETAPA: Defesa do trabalho de conclusão do Curso.

3.2 Área de estudo

Tratando-se dos algoritmos das quatro opções básicas da matemática, de acordo com o PCN de matemática (1997, p.105), “É comum considerar-se que problemas aditivos são mais simples para o aluno do que aqueles que envolvem subtração”. Diante disto, é incontestável que de fato o algoritmo convencional da adição é o mais fácil de ser compreendido em comparação com os algoritmos convencionais das outras três operações básicas, pelo fato de que este apresenta conceitos mais simples e de que em sua manipulação não figura situações de exceções para resolução de problemas específicos. No entanto, o mesmo não acontece com o algoritmo da subtração pois são recorrentes os casos de falhas no desenvolvimento de determinadas subtrações, mais especificamente quando se tem a necessidade de "emprestar" uma unidade de uma ordem sucessora.

Esta mudança na utilização do algoritmo acaba causando transtornos aos professores e aos alunos, tornando-se uma problemática no processo de ensino aprendizagem. Dentre os motivos que contribuem para isso, incluem-se, a qualidade dos materiais didáticos utilizados, a abordagem que esses materiais fazem com relação ao conteúdo, a metodologia do professor, o comprometimento do mesmo para que o processo de aprendizagem ocorra, e também as particularidades presentes em algumas operações e em seus algoritmos o que acaba dificultando a sua aprendizagem.

Porém esta barreira pode ser ultrapassada de diversas formas. A subtração está estritamente ligada ao algoritmo da divisão, que por sua vez é o que normalmente apresenta mais dificuldades de compreensão por parte dos alunos, logo ao amenizarmos as falhas na realização de operações de subtração, estaremos conseqüentemente diminuindo alguns erros eminentes que acontecem nas outras operações.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Segue o enquadramento dos resultados e discussões da pesquisa, bem como os procedimentos de coleta e análise de dados.

4.1 Escolha dos livros didáticos de matemática

Para atingirmos o objetivo desta pesquisa, realizou-se, primeiramente, uma busca por livros didáticos nas bases do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de matemática, aprovados no ano de 2019. Por meio do guia digital PNLD de matemática foram selecionados três livros didáticos do 4º ano do ensino fundamental que pertencem a coleções de livros do primeiro ao quinto ano do ensino fundamental.

4.2 Análise técnica dos livros didáticos

Nesta seção serão apresentadas as análises técnicas das unidades que abordam o conteúdo de subtração dos livros didáticos de Matemática selecionados, os mesmos fazem parte das obras: Novo Pitangui de autoria de Karina Alessandra Pessoa da Silva e Jackson da Silva Ribeiro (2018); Ápis de autoria de Luiz Roberto Dante (2018); Ligamundo de autoria de Eliane Reame (2018).

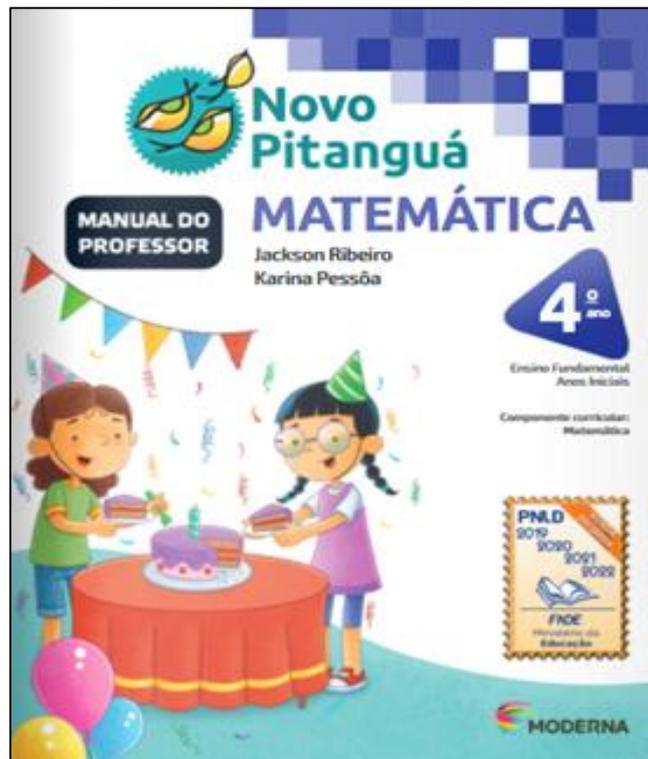
Quanto aos critérios da análise técnica, são os seguintes:

- a Em quantas páginas é abordado o conteúdo?
- b Os exercícios seguem um grau de dificuldade?
- c Os exercícios apresentados caracterizam-se mais pela aplicação direta do algoritmo ou pela contextualização?
- d Os exercícios envolvem a realidade social do aluno?
- e Os textos apresentam algum exemplo prático ou de aplicação?
- f O livro trabalha a subtração de forma associada à adição?
- g São incorporados pensamentos aditivos aos problemas de subtração?
- h Quais os métodos apresentados para realização de subtrações com reservas?
- i É descrito detalhadamente cada um dos passos da utilização do algoritmo?

4.2.1 Livro 1: Novo Pitangüá

A primeira das unidades analisada faz parte da 1ª Ed. livro didático do 4º ano do ensino fundamental I de componente curricular matemática da coleção intitulada Novo Pitangüá, editora Moderna, o qual dedica interinamente as páginas 24 a 45 deste livro, que compreendem a segunda, de um total de doze unidades do livro, nomeada Adição e Subtração a qual é dividida em três tópicos: Adição, Subtração, e Adição e Subtração: operações inversas. A obra faz parte de uma coleção de cinco volumes, do 1º ao 5º de autoria de Karina Alessandra Pessoa da Silva e Jackson da Silva Ribeiro. A figura 1 ilustra a capa do livro do quarto ano da coleção Novo Pitangüá do ano de 2018 aprovado no PNLD de 2019.

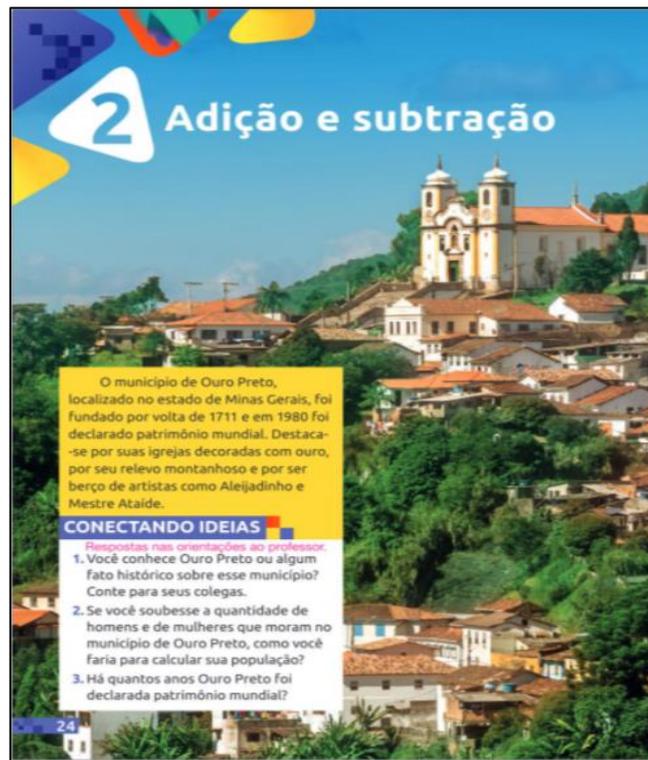
Figura 1- Capa do livro Novo Pitangüá, 4º ano.



Fonte: Jackson Ribeiro e Karina Pessoa, (2018).

A unidade 2 do livro trata do conteúdo de Adição e Subtração, inicia-se fazendo uma contextualização histórica referindo-se ao município de Ouro Preto, localizado no estado de Minas Gerais, propondo três questões ligeiramente contextualizadas como pode ser visto na figura 2.

Figura 2 - Unidade 2 do livro Novo Pitangüá, 4º ano.



Fonte: Jackson Ribeiro e Karina Pessoa (2018).

Os três problemas introdutórios da unidade 2, ilustrados na figura 2, objetivam incentivar que os alunos leiam e conheçam um pouco mais sobre as heranças históricas do Brasil e ainda que busquem estratégias aditivas ou subtrativas de cálculo para determinar a quantidade de moradores do município.

A figura 3 corresponde às páginas 26 e 27. Na pág. 26 é proposto um problema após uma contextualização histórica e a exposição de um gráfico.

Figura 3 - Páginas 26 e 27 do livro Novo Pitangüá, 4º ano.

1 Adição

Famoso por suas relíquias históricas, o município de Ouro Preto conserva ainda o calçamento original, construído há aproximadamente 300 anos. Este município abriga o mais completo e bem conservado conjunto de obras do escultor e arquiteto brasileiro Antônio Francisco Lisboa (1730-1814), conhecido como Aleijadinho, atraindo milhares de turistas todos os anos.



Turistas visitando o monumento em homenagem a Joaquin José de Silva Xavier, conhecido como Trancoso e o Mestre da Inconfidência, em Ouro Preto, Minas Gerais, em 2017.

Na tabela está indicada a população de Ouro Preto em 2010, segundo o censo demográfico realizado pelo IBGE.

População do município de Ouro Preto - MG (2010)		
Grupos de idade	Sexo	
	Homens	Mulheres
0 a 4 anos	2 228	2 001
5 a 9 anos	2 618	2 463
10 a 19 anos	6 323	6 173
20 a 29 anos	6 301	6 298
30 a 39 anos	5 305	5 526
40 a 49 anos	4 648	5 152
50 a 59 anos	3 464	3 815
60 a 69 anos	2 097	2 287
70 anos ou mais	1 293	2 317
Total	34 277	36 004

Fonte de pesquisa: IBGE. Cidades. Disponível em: <https://cidades.ibge.gov.br/xtras/temas.php?lang=&codmuni=314450&tema=basearch-minas-geralouro-preto#censo-demografico-2010-sinopse>. Acesso em: 13 nov. 2017.

1. Como você faria para determinar qual era a população de Ouro Preto em 2010? *Resposta pessoal. Espera-se que os alunos digam que adicionarem o total de homens ao de mulheres.*

Para determinar a população de Ouro Preto em 2010 calculamos $34277 + 36004$. Veja como podemos efetuar essa adição utilizando o algoritmo.

11 Adicionamos as unidades.

DM	UM	C	D	U
3	4	2	7	7
+	3	6	0	4
				11

$7U + 4U = 11U$

12 Adicionamos as centenas.

DM	UM	C	D	U
3	4	2	7	7
+	3	6	0	4
		2	8	1

$2C + 0C = 2C$

13 Trocamos 10 U por 1 D e adicionamos as dezenas.

DM	UM	C	D	U
3	4	2	7	7
+	3	6	0	4
			8	1

$1D + 7D + 0D = 8D$

14 Adicionamos as unidades de milhar.

DM	UM	C	D	U
3	4	2	7	7
+	3	6	0	4
	10	2	8	1

$4UM + 6UM = 10UM$

15 Trocamos 10 UM por 1 DM e adicionamos as dezenas de milhar.

DM	UM	C	D	U	
3	4	2	7	7	
+	3	6	0	4	
	7	0	2	8	1

$1DM + 3DM + 3DM = 7DM$

Ou

3	4	2	7	7	
-	3	6	0	4	Parcelas
	7	0	2	8	1
					Soma

Portanto, a população de Ouro Preto em 2010 era de 70 281 habitantes.

Fonte: Jackson Ribeiro e Karina Pessoa (2018).

Na pág. 27 é apresentado o passo a passo para solução do problema proposto por meio do algoritmo, mostrando aos alunos a possibilidade do uso de reagrupamento numérico e da relação existente entre unidades e dezenas, dezenas e centenas, e das unidades de milhar com as centenas.

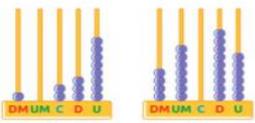
Na pág. 28, ilustrada pela figura 4, torna a enfatizar desta vez com o auxílio de um ábaco, a decomposição dos números em classes e ordens.

Figura 4 – Página 28 do livro Novo Pitangá, 4º ano.

ATIVIDADES

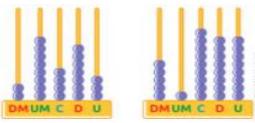
1. Em cada item, determine o número indicado nos ábacos e, em seguida, realize a soma desses números.

A



$10\,238 + 47\,096;$
 $10\,238 + 47\,096 = 57\,334$

B



$28\,473 + 51\,988;$
 $28\,473 + 51\,988 = 80\,461$

2. Nas promoções de fim de ano, o carro ao lado foi vendido por R\$ 76 299,00, com um desconto de R\$ 2 753,00. Qual era o preço desse carro antes da promoção?

$76\,299 + 2\,753 = 79\,052$
R\$ 79 052,00



O real é representado pelo símbolo R\$. Note que indicamos 2 753 reais por R\$ 2 753,00.

3. Elabore um problema cuja solução seja dada pela seguinte adição.

$12\,530 + 4\,683 = 17\,213$

Em seguida, junte-se a um colega e comparem os enunciados dos problemas que vocês inventaram, explicando a ele como você fez para elaborá-lo.

ZB Resposta nas orientações ao professor.

Fonte: Jackson Ribeiro e Karina Pessoa (2018).

Na figura 5, é possível perceber que, o livro apresenta no item 4 da atividade um problema contextualizado, com a presença de uma tabela para estimular os alunos a interpretação de gráficos.

Figura 5 - Página 29, atividade do livro Novo Pitanguiá, 4º ano.

4. Foi realizada uma pesquisa em três cooperativas que fazem coleta de lixo reciclável para saber quantos quilogramas de plástico e papelão são coletados por mês. Veja na tabela os dados referentes a dezembro de 2018.

Cooperativa	Material (em kg)	
	Plástico	Papelão
A	19 150	26 050
B	28 700	12 500
C	12 400	11 900

Fonte de pesquisa: Registro das cooperativas de lixo reciclável em dezembro de 2018.

a. Qual das cooperativas coletou a maior quantidade de:

- plástico? **Cooperativa B.**
- papelão? **Cooperativa A.**

b. Quantos quilogramas de plástico e papelão, ao todo, cada cooperativa coletou em dezembro de 2018?

$19\ 150 + 26\ 050 = 45\ 200$
 $28\ 700 + 12\ 500 = 41\ 200$
 $12\ 400 + 11\ 900 = 24\ 300$
Cooperativa A: 45 200 kg;
Cooperativa B: 41 200 kg;
Cooperativa C: 24 300 kg.

Reciclagem

O lixo que produzimos precisa ter um destino adequado. Muitos dos materiais descartados podem ser reciclados, dando origem a novos produtos. Além disso, com a reciclagem diminuímos a quantidade de lixo na natureza, pois há produtos que utilizamos diariamente cujo tempo de decomposição é muito longo. Veja alguns exemplos.



Garrafa PET:
mais de
100 anos.



Embalagem longa vida:
cerca de
100 anos.



Vidro: cerca
de 4 000 anos.



Embalagem de alumínio:
mais de
100 anos.

29

Fonte: Jackson Ribeiro e Karina Pessoa (2018).

Pode ser visto que na figura 6, correspondente à pág. 31 e 32, é ilustrado na página 31 do livro Novo Pitangüá a eficiência de realizar cálculos mentais aproximados por uso do arredondamento, é notório que este tipo de pensamento proporciona ao aluno agilidade na resolução de problemas aditivos mais simples. Enquanto na página 32, após a realização da leitura de um cartaz da campanha em combate à dengue, o livro demonstra que ao mudar a ordem das parcelas de uma soma o resultado permanece o mesmo.

Figura 6 – Páginas 31 e 32, atividade do livro Novo Pitangüá, 4º ano.

5. Em muitas situações, arredondamos os números para facilitar os cálculos. Veja como Regina fez para calcular mentalmente o resultado aproximado da adição $12\,140 + 7\,820$.

Eu arredondo os números para a unidade de milhar mas primeiro calculo a soma aproximada.

$$12\,000 + 8\,000 = 20\,000$$

Assim como Regina, efetue os cálculos mentalmente e obtenha a soma aproximada de cada adição.

a. $5\,980 + 1\,070$
 $6\,000 + 1\,000 = 7\,000$

b. $8\,950 + 6\,030$
 $9\,000 + 6\,000 = 15\,000$

6. Marília quer comprar dois modelos diferentes de notebook e pagar, aproximadamente, R\$ 5 000,00 por eles. Sem efetuar cálculos, marque um X nos notebooks cuja soma dos preços está mais próxima dessa quantia.

A $\text{R}\$ 3\,120,00$ B $\text{R}\$ 2\,398,00$ C $\text{R}\$ 2\,138,00$ D $\text{R}\$ 2\,080,00$

Agora, efetue os cálculos e verifique se sua resposta está correta.

A e B: $3\,120 + 2\,398 = 5\,518$
 A e C: $3\,120 + 2\,138 = 5\,258$
 A e D: $3\,120 + 2\,080 = 5\,200$
 B e C: $2\,398 + 2\,138 = 4\,536$
 B e D: $2\,398 + 2\,080 = 4\,478$
 C e D: $2\,138 + 2\,080 = 4\,218$

7. Efetue os cálculos em seu caderno e complete as sentenças com um número terminado em 00 que mais se aproxima do resultado de cada cálculo.

a. $700 < 378 + 410 < 800$
 b. $4\,100 < 2\,524 + 1\,609 < 4\,200$
 c. $14\,500 < 8\,927 + 5\,618 < 14\,600$

Em seguida, a professora pediu aos alunos que determinassem a quantidade de casos de dengue registrados no Paraná de agosto de 2015 a maio de 2016.

Observe ao lado os cálculos realizados por Joana e Édson. Depois, complete.

1. O que você pode observar em relação à disposição das parcelas e à soma obtida nos cálculos acima? Resposta pessoal. Espere-se que os alunos respondam que a ordem das parcelas foi trocada, porém a soma não se alterou.

Na adição, quando trocamos a ordem das parcelas, o resultado não se altera. Essa é a propriedade comutativa da adição.

Fonte: Jackson Ribeiro e Karina Pessoa (2018).

O livro demonstra na página 33 que é possível somar mais de dois termos, agrupando-os de formas diferentes, obtendo assim resultados iguais, e, por conseguinte explicitando a validade de uma das propriedades da soma, a associativa como mostra na figura 7.

Figura 7 – Página 33 do livro Novo Pitangua, 4º ano.

ATIVIDADES

8. Gisele calculou a soma de $138 + 50 + 215$ associando as parcelas de duas maneiras diferentes. Observe.

1ª maneira

$$\begin{array}{r} 138 + 50 + 215 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 188 + 215 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 403 \end{array}$$

2ª maneira

$$\begin{array}{r} 138 + 50 + 215 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 138 + 265 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 403 \end{array}$$

● O que você pode observar em relação à associação das parcelas e à soma obtida nesses cálculos? *Resposta pessoal. Espera-se que os alunos percebam que a associação das parcelas de maneiras diferentes não alterou o resultado.*

■ Agora, utilizando uma calculadora, efetue os cálculos associando as parcelas de duas maneiras diferentes.

a. $70 + 102 + 90 =$ <u>262</u>	c. $476 + 524 + 976 =$ <u>1 976</u>
b. $124 + 316 + 587 =$ <u>1 027</u>	d. $143 + 302 + 234 + 427 =$ <u>1 106</u>

Na adição, quando associamos três ou mais parcelas de maneiras diferentes, o resultado não se altera. Essa é a propriedade associativa da adição.

9. Cristina está brincando de jogar dardos. Observe no alvo os três dardos que ela arremessou e calcule quantos pontos Cristina obteve ao todo.

$$75 + 100 + 125 = 300$$

300 pontos.



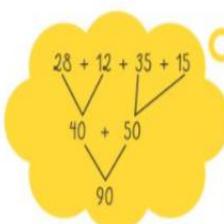
33

Fonte: Jackson Ribeiro e Karina Pessoa (2018).

Na página 31 como é ilustrado na figura 6, o livro sugere o arredondamento para números terminados em zeros, como estratégia para realizar cálculos mentais. O livro torna a enfatizar na página 34 a eficiência de realizar somas agrupando números de forma a obter números terminados em zero, e frisa também, a presença do zero como elemento neutro da adição como pode ser visto na figura 8.

Figura 8 – Página 34 do livro Novo Pitagúá, 4º ano.

10. Gustavo calculou mentalmente $28 + 12 + 35 + 15$ da seguinte maneira.




Para facilitar os cálculos, Gustavo agrupou as parcelas cuja soma é um número terminado em zero.

Agora, efetue os cálculos mentalmente, agrupando as parcelas assim como fez Gustavo.

a. $20 + 40 + 5 + 5 =$ 70 c. $750 + 150 + 55 + 45 =$ 1 000
 b. $110 + 140 + 70 + 30 =$ 350 d. $37 + 16 + 23 + 54 =$ 130

11. Calcule o valor de $a + 380 + b + 720 + 450$, sabendo que a e b representam números e que:

$a + 380 = 560$ $b + 720 = 970$

$560 + 970 + 450 = 1 980$

Reprodução proibida. Art. 170 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 2008.

Fonte: Jackson Ribeiro e Karina Pessôa (2018).

Ainda sobre a figura 8 que trata-se da página 34, é interessante atentar-se ao exercício 11 do livro, que propõe ao aluno resolver uma soma de quatro parcelas, nas quais, duas das parcelas são valores indefinidos, denotadas por “a” e “b”, no entanto, fazendo o uso da propriedade associativa o livro define valores para duas parcelas somadas separadamente, possibilitando que os alunos encontrem os valores de a e b. Embora o problema proposto seja de adição, na grande maioria das vezes esses tipos de problemas são resolvidos por meio de uma subtração.

A figura 9 corresponde a página 36 do livro, na qual inicia o estudo da operação de subtração, e assim como no outro módulo este começa com uma situação problema gerada a partir da contextualização de uma situação que pode ser vivenciada em nosso dia a dia.

Figura 9 – Página 36, atividade do livro Novo Pitaguá, 4º ano.

2 Subtração



Existem atitudes que o consumidor pode ter para não ser lesado ao fazer suas compras. Entre elas, checar na balança se a massa impressa na embalagem do produto está correta.

Pensando nisso, Pedro resolveu verificar se o pacote de carne que está comprando tem realmente 2 184 g. Ao realizar a pesagem, ele verificou que, na verdade, o pacote de carne tem apenas 1 965 g.

1. Como você faria para determinar quantos gramas de carne faltam no pacote que Pedro está comprando?

Resposta pessoal. Espera-se que os alunos digam que subtrairiam 1 965 de 2 184.

Verifique se o preço apresentado no caixa é o mesmo indicado na prateleira.

Para determinar quantos gramas de carne faltam no pacote, calculamos:

$2\ 184 - 1\ 965$

Veja como podemos efetuar essa subtração utilizando o algoritmo.

1º Precisamos subtrair 5 U de 4 U. Como isso não é possível, trocamos 1 D por 10 U, ficando com 7 D e 14 U. Em seguida, subtraímos 5 U.

UM	C	D	U
2	1	8	4
-	1	9	6
			5
			9

$14\ U - 5\ U = 9\ U$

2º De 7 D subtraímos 6 D.

UM	C	D	U
2	1	8	4
-	1	9	6
			9

$7\ D - 6\ D = 1\ D$

36

Fonte: Jackson Ribeiro e Karina Pessôa (2018).

No problema motivador ilustrado ainda na página 36, espera-se que para resolvê-lo o aluno retire o número menor do número maior, para tanto, o livro elucida novamente a divisão do número em grupos de dezenas e propõe a resolução do mesmo por intermédio do algoritmo da subtração, recorrendo para isto ao método do reagrupamento, pois trata-se de uma subtração com reservas, porém o mesmo problema pode ter um caráter aditivo ao pensar-se no número que somado ao menor resulta no número maior.

O material didático propõe na questão 5 da página 39, uma resolução interessante, na qual, o aluno é induzido a resolver a questão ao mesmo tempo em que o livro explica o recurso de decomposição de ordens superiores, e posteriormente propõe 4 subtrações com reservas como mostra a figura 10.

Figura 10 – Questão 5ª da página 39 do livro Novo Pitanguiá, 4º ano.

5. Veja como podemos calcular $3906 - 2528$ utilizando o algoritmo. Complete o quadro de ordens à medida que os cálculos vão sendo realizados.

1ª) Note que não é possível subtrair 8 U de 6 U e que não há dezenas para serem trocadas por unidades. Nesse caso, trocamos 1 C por 10 D, ficando com 8 C e 10 D.

UM	C	D	U
3	9	0	6
-	2	5	2
			8

2ª) Como agora há dezenas para serem trocadas, vamos trocar 1 D por 10 U, ficando com 9 D e 16 U. Em seguida, subtraímos as unidades.

UM	C	D	U
3	8	9	16
-	2	5	2
			8

3ª) Agora, subtraímos as dezenas, depois as centenas e por último as unidades de milhar.

UM	C	D	U
3	8	9	16
-	2	5	2
1	3	7	8

6. Efetue os cálculos.

a. $702 - 439 = 263$

b. $6051 - 875 = 5176$

c. $8400 - 5396 = 3004$

d. $96035 - 58281 = 37754$

39

Fonte: Jackson Ribeiro e Karina Pessoa (2018).

Na página 41 do livro, destaca-se em um retângulo amarelo a frase “ao somarmos ou subtraímos uma mesma quantidade em ambos os membros de uma igualdade, ela não se altera”, como mostra a figura 11. Esse mecanismo é a base para resolução de subtrações por meio do método chamado de compensação.

Figura 11 – Texto em um retângulo amarelo, Página 41 do livro Novo Pitanguiá, 4º ano.

$15000 + 13000 = 16000 + 12000$ $15000 + 13000 - 200 = 16000 + 12000 - 200$	<p>Fique atento! Há subtrações neste caso!</p>
<p>Ao adicionarmos ou subtraímos um mesmo número em ambos os membros de uma igualdade, ela não se altera.</p>	

41

Fonte: Jackson Ribeiro e Karina Pessoa (2018).

No exercício 9 da página 42, figuram quatro subtrações, é importante salientar que são todas com reservas, e ao longo do capítulo é possível perceber que a maioria das subtrações propostas são com reservas. Ainda na página 42 o exercício 11, pede para que o aluno descubra

o valor da diferença entre o minuendo, e o subtraendo que também é desconhecido, este exercício induz o aluno a pensar em um número que somado a ele mesmo resulta no número da ordem correspondente como ilustra a figura 12.

Figura 12 – Exercícios 11 da página 42 do livro Novo Pitangua, 4º ano.

11. Na subtração ao lado, estão faltando o subtraendo e a diferença. Complete a subtração sabendo que:

- o subtraendo e a diferença são iguais;
- os dois números são formados por cinco algarismos.

2	4	8	6	4	
-	1	2	4	3	2

1	2	4	3	2	

42

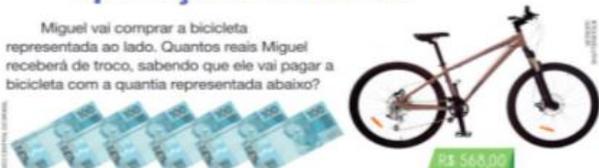
Fonte: Jackson Ribeiro e Karina Pessoa (2018).

Nas páginas 43 e 44 do livro, relata-se a ligação existente entre a subtração e a adição, definindo-as como operações inversas, dando exemplos comuns do dia a dia do aluno e propondo exercícios a partir das contextualizações propostas. A figura 13 ilustra a página 43 do livro.

Figura 13 – Página 43 do livro Novo Pitangua, 4º ano.

3 Adição e subtração: operações inversas

Miguel vai comprar a bicicleta representada ao lado. Quantos reais Miguel receberá de troco, sabendo que ele vai pagar a bicicleta com a quantia representada abaixo?



Para determinar a quantia que ele receberá de troco efetuamos uma subtração.

$$600 - 568 = 32$$

Miguel receberá de troco R\$ 32,00. Para saber se esse valor está correto efetuamos a seguinte adição.

$$568 + 32 = 600$$

Podemos observar que ao subtrair 568 de 600 obtemos 32, e ao adicionar 32 a 568 obtemos 600, ou seja, a quantia que Miguel utilizou para pagar a bicicleta. Isso ocorre porque a adição e a subtração são operações inversas.

ATIVIDADES

1. Efetue as subtrações. Depois, verifique se os resultados estão corretos escrevendo uma adição para cada um deles.

a. $936 - 254 = \underline{682}$ b. $10\,763 - 9\,272 = \underline{1\,491}$ c. $5\,387 - 3\,568 = \underline{1\,819}$

$254 + 682 = 936$

$9\,272 + 1\,491 = 10\,763$

$3\,568 + 1\,819 = 5\,387$

43

Agora, utilize uma calculadora para verificar se os cálculos estão corretos.

Fonte: Jackson Ribeiro e Karina Pessoa (2018).

A página 45 do livro, constitui a última página da unidade, em que a obra propõe uma avaliação em formato de reflexão, para que os envolvidos no processo possam analisar e refletir sobre o que aprenderam, por fim são sugeridos materiais alternativos de estudo, concluindo assim, a abordagem do conteúdo, como ilustra a figura 14.

Figura 14 – Página 45 do livro Novo Pitangüá, 4º ano.



Fonte: Jackson Ribeiro e Karina Pessoa (2018).

4.2.2 Considerações sobre a unidade do livro de matemática Novo Pitangüá

O livro Novo Pitangüá do 4º ano aborda conteúdo de adição e subtração de forma simples e eficiente, por meio de atividades contextualizadas que envolvem situações do cotidiano dos alunos estimulando reflexões em relação ao bem comum, para que o estudante reflita sobre suas ações no convívio em sociedade, fazendo uso de uma linguagem adequada à idade dos alunos dessa etapa de escolarização e imagens atrativas que auxiliam na interpretação e compreensão das questões.

Em conformidade com a BNCC, o livro promove reflexões que auxiliam no desenvolvimento das competências e habilidades essenciais para que o indivíduo possa agir

como ser transformador na sociedade em que está inserido. As habilidades dos alunos são trabalhadas por meio de situações-problema contextualizadas. Observa-se a ênfase no estudo das subtrações com reservas, porém o livro centra-se apenas no algoritmo tradicional para resolver estas operações.

O Livro do Estudante é dividido em unidades temáticas, subdivididas de acordo com as habilidades apresentadas. O estudo de cada unidade inicia-se com a proposição de debates, cujos temas são expostos por meio de imagens. Com o intuito de alcançar os objetivos propostos em cada unidade, a coleção faz uso de atividades variadas que envolvem resolução e elaboração de problemas, jogos, cálculo mental, estimativas e aproximações.

As atividades da unidade analisada não seguem um nível gradativo de dificuldade, das menos às mais complexas, pois o material inicia o estudo de subtração com um problema de subtração com reservas, haja vista que estes são os problemas em que os alunos apresentam mais dificuldades.

4.2.3 Livro 2: Ápis

A segunda unidade analisada, faz parte da 3ª Ed. do livro didático de componente curricular matemática do 4º ano do ensino fundamental I, da coleção intitulada ÁPIS, da editora ática. Este dedica interinamente as páginas 98 a 119 para abordagem do conteúdo, as quais compreendem a quarta, de um total de oito unidades do livro, sendo essa nomeada Adição e Subtração com números naturais e dividida basicamente em quatro tópicos: Adição com números naturais; Subtração com números naturais; Arredondamentos e resultados aproximados na adição e na subtração e; Relacionando a adição e a subtração: operações inversas. A obra faz parte de uma coleção de cinco volumes, do 1º ao 5º de autoria de Luiz Roberto Dante.

A figura 15 ilustra a capa do livro do quarto ano da coleção ÁPIS do ano de 2018 aprovado no PNLD de 2019, bem como a primeira página da unidade 4 que aborda o conteúdo.

Figura 15 – Capa e unidade 4 do livro Ápis, 4º ano.



Fonte: L. R. Dante (2018).

A unidade 4 do livro inicia na página 98 e é intitulada: “Adição e Subtração com números naturais”, a abordagem do conteúdo ocorre por meio da figura de um gráfico que alude o uso de tecnologias em sala de aula. Na página 99 o livro direciona três perguntas aos alunos, as quais conduzem este primeiro contato deles com o conteúdo da unidade, bem como as diferentes situações nas quais abrangem as ideias e situações que envolvem a adição e a subtração.

Nas perguntas feitas pelos personagens da página 100 como mostra a figura 16, são abordados alguns aspectos do gráfico, algumas das respostas podem ser obtidas diretamente da leitura deste e outras precisam ser calculadas a partir das extrações dos dados contidos no gráfico. É possível perceber que o autor enfatiza a possibilidade de resolver alguns dos problemas apresentados por meio de duas operações diferentes, cabe ao aluno escolher se utilizará de um pensamento aditivo ou subtrativo, para responder a atividade em questão.

Figura 16 – Página 100 do livro Ápis do 4º ano.

Para Iniciar

Na interpretação de gráficos, muitas vezes precisamos efetuar operações. No gráfico apresentado na abertura, por exemplo, para saber quantos alunos tem cada turma ou quantos alunos uma turma tem a mais ou a menos do que outra precisamos da adição e da subtração.

Essas operações serão retomadas nesta Unidade e, como sempre, o estudo dela será ampliado.

• Analise a cena das páginas de abertura desta Unidade. Converse com os colegas e respondam às questões a seguir.

Quantos alunos tem cada turma representada no gráfico?
 4ª A: 29 alunos; 4ª B: 28 alunos; 4ª C: 28 alunos.
 $15 + 14 = 29$
 $16 + 12 = 28$
 $14 + 14 = 28$

Qual é a diferença entre o número de alunos do 4ª A e do 4ª B?
 1 aluno.
 $29 - 28 = 1$

Quantos alunos faltam no 4ª A para que o número de alunos da turma seja 35?
 6 alunos.
 $29 + 6 = 35$ ou
 $35 - 29 = 6$

Com quantos alunos o 4ª C ficará se entrarem mais 3 alunos na turma?
 31 alunos.
 $28 + 3 = 31$

• Converse com os colegas sobre mais estas questões.

a) Tirar uma quantidade de outra, verificar quanto uma quantidade tem a mais do que outra, descobrir quanto falta a uma quantidade para completar outra e separar uma quantidade são ideias de qual operação? **Subtração.**

b) Qual operação devemos efetuar para saber o valor destas 3 moedas juntas? Qual é esse valor? **Adição; 80 centavos.**

c) Carlos vai percorrer de carro uma distância medindo 300 km. Ele já percorreu 150 km de manhã e 100 km à tarde. Então, quantos quilômetros ainda faltam para completar a medida da distância total? **50 km.**

$25 + 5 = 30$ $50 + 30 = 80$
 $150 + 100 = 250$
 $300 - 250 = 50$

Fonte: L. R. Dante (2018).

Percebe-se que o livro recorre a ilustrações de moedas para exemplificar problemas relacionados a subtração, como mostra a figura 16, é notório que problemas subtrativos são mais facilmente compreendidos pelos alunos quando se relacionam os mesmos com problemas financeiros do cotidiano, pois ilustram situações do dia a dia do aluno.

Na figura 17, referente à página 101 do livro didático, são trabalhadas duas ideias principais da adição: juntar quantidades e acrescentar uma quantidade a outra. Para reforçar a ideia de agrupamentos em quantidades de dez, o livro recorre a utilização do material dourado que consistem em quadradinhos agrupados de cem em cem, dez em dez e de um em um, que representam as respectivas classes numéricas: Centenas, dezenas e unidades.

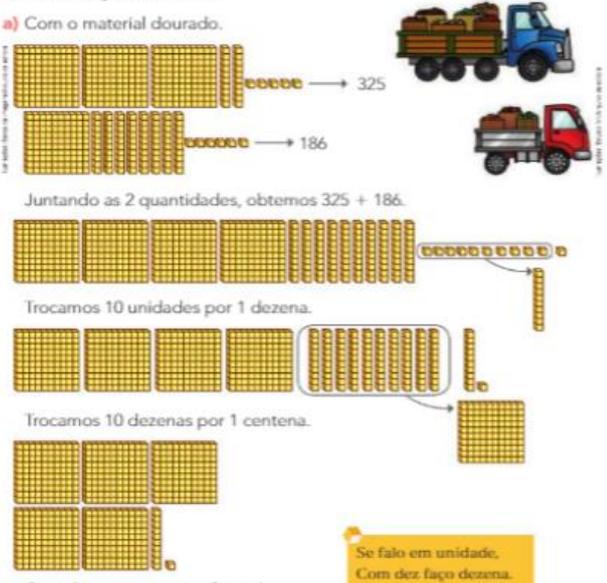
Figura 17 – Página 101 do livro Ápis do 4º ano.

Adição com números naturais

Reverendo as ideias da adição: juntar e acrescentar

1 João tem 2 caminhões para transportar frutas do Mercado Municipal da cidade para os supermercados e armazéns. Um deles transporta 325 caixas de frutas por dia e o outro transporta 186 caixas. Quantas caixas os 2 caminhões transportam juntos por dia? Para responder a essa pergunta devemos juntar 325 com 186, ou seja, devemos efetuar a adição $325 + 186$.

a) Com o material dourado.



Juntando as 2 quantidades, obtemos $325 + 186$.

Trocamos 10 unidades por 1 dezena.

Trocamos 10 dezenas por 1 centena.

Complete a operação efetuada:

$$\begin{array}{r} 325 \\ + 186 \\ \hline 511 \end{array}$$

Se falo em unidade,
Com dez faço dezena.
Aumento a quantidade,
Com cem faço centena.

cento e um **101**

Fonte: L. R. Dante (2018).

O item “b)” da página 102 do livro, conduz o aluno a uma resolução da atividade por meio da utilização do algoritmo da decomposição, no qual os números são decompostos em grupos de unidades, dezenas e centenas, agrupando-os em quantidades de dez. No item “c)” o livro propõe uma atividade rica, pois ela estimula o aluno a resolver o problema por meio do algoritmo usual da adição e simultaneamente descreve cada um dos passos envolvidos na manipulação do algoritmo. No último item, o livro solicita que o aluno resolva novamente o mesmo problema, fazendo uso direto do algoritmo usual, para que assim o aluno fixe a utilização correta do algoritmo. A figura 18 ilustra os itens da página 102.

Figura 18 – Página 102 do livro *Ápis* do 4º ano.

b) Pelo algoritmo da decomposição.
 Complete.
 $325 = 300 + 20 + 5$
 $186 = 100 + 80 + 6$
 $400 + 100 + 11 = 511$



c) Pelo algoritmo usual.
 Análise as várias etapas e suas justificativas e complete com o que falta.

Unidades
 5 unidades + 6 unidades = 11 unidades
11 unidades = 1 dezena + 1 unidade
 Deixamos 1 unidade na coluna das unidades e levamos 1 dezena para a coluna das dezenas.

C	D	U
3	2	5
+	1	8
		6
		1

Dezenas
 1 dezena + 2 dezenas + 8 dezenas = 11 dezenas
11 dezenas = 1 centena + 1 dezena
 Deixamos 1 dezena na coluna das dezenas e levamos 1 centena para a coluna das centenas.

C	D	U
3	2	5
+	1	8
		6
		1
1		

Centenas
 1 centena + 3 centenas + 1 centena = 5 centenas

C	D	U
3	2	5
+	1	8
		6
5	1	1

d) Agora, complete o algoritmo usual simplificado e escreva a resposta do problema.

	1	1	5
	3	2	5
+	1	8	6
	5	1	1

Resposta: Os 2 caminhões transportam juntos 511 caixas de frutas por dia.

102 centos e dois

Fonte: L. R. Dante (2018).

Na questão 2 da figura 19, à qual vemos abaixo, é possível perceber que o livro faz alusão ao “vai 1”, quando dez unidades se tornam uma dezena, quando dez dezenas se tornam uma centena, dos quais dez destes formam uma unidade de milhar e assim por diante.

Figura 19 – Página 103 do livro Ápis do 4º ano.

2 Em um campeonato de vôleibol, havia 1657 pessoas 1 hora antes de começar a partida final. Até o início da partida chegaram mais 378 pessoas. Havia quantas pessoas no início da partida? Para responder a essa pergunta, precisamos acrescentar 378 a 1657, ou seja, efetuar a adição $1657 + 378$.



a) Complete.

Algoritmo usual

UM	C	D	U
1	6	5	7
+	3	7	8
2	0	3	5

- * 7 unidades + 8 unidades = 15 unidades
- 15 unidades = 1 dezena + 5 unidades
- * 1 dezena + 5 dezenas + 7 dezenas = 13 dezenas
- 13 dezenas = 1 centena + 3 dezenas
- * 1 centena + 6 centenas + 3 centenas = 10 centenas
- 10 centenas = 1 milhar + 0 centenas
- * 1 milhar + 1 milhar = 2 milhares

b) Agora, complete o algoritmo usual simplificado, faça a indicação da operação efetuada e escreva a resposta do problema.

Operação: $1657 + 378 = 2035$

Resposta: Havia 2035 pessoas no início da partida.

3 Efetue as adições pelo algoritmo usual.

a)
$$\begin{array}{r} 328 \\ + 117 \\ \hline 445 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 1565 \\ + 649 \\ \hline 2214 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 3468 \\ + 9345 \\ \hline 12813 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} 35867 \\ + 22012 \\ \hline 57879 \end{array}$$

e)
$$\begin{array}{r} 38594 \\ + 52134 \\ \hline 90728 \end{array}$$

f)
$$\begin{array}{r} 1485 \\ 3238 \\ + 4123 \\ \hline 8846 \end{array}$$

contos e três **103**

Fonte: L. R. Dante (2018).

Na atividade 3, como nos mostra a figura 19, o livro novamente solicita que os alunos resolvam as somas por meio do algoritmo usual da adição, nas quais todas figuram a uma das situações: Substituições de dez unidades por uma dezena, de dez dezenas por uma centena e assim por diante, o processo comumente conhecido como “vai um” ou “sobe um”.

A Figura 20 refere-se à página 104 do livro, é interessante observar o exercício 3, no qual o livro propõe três somas distintas por meio do algoritmo usual, as quais necessitam ser completadas com algarismos adequados, esse tipo de questão.

Figura 20 – Página 104 do livro Ápis do 4º ano.

4 Complete corretamente com os algarismos que faltam.

a)
$$\begin{array}{r} \boxed{3} \ \boxed{4} \ \boxed{6} \\ + \boxed{4} \ \boxed{1} \ \boxed{2} \\ \hline \boxed{7} \ \boxed{5} \ \boxed{8} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} \boxed{6} \ \boxed{6} \ \boxed{9} \\ + \boxed{2} \ \boxed{1} \ \boxed{2} \\ \hline \boxed{8} \ \boxed{8} \ \boxed{1} \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} \boxed{6} \ \boxed{2} \ \boxed{0} \ \boxed{3} \\ + \boxed{7} \ \boxed{9} \ \boxed{9} \ \boxed{5} \\ \hline \boxed{1} \ \boxed{4} \ \boxed{1} \ \boxed{9} \ \boxed{8} \end{array}$$

5 TERMOS DA ADIÇÃO
 Vamos recordar? Efetue a adição ao lado e observe o nome dos termos.
 Depois, complete as frases.

$$\begin{array}{r} 3143 \leftarrow \text{parcela} \\ + 2852 \leftarrow \text{parcela} \\ \hline 5995 \leftarrow \text{soma} \end{array}$$

a) Se as parcelas são 486 e 300, então a soma é 786.

b) A soma é 850 quando as parcelas são 847 e 3.

c) A soma é 3 000, e as parcelas são iguais: 1500 + 1500 = 3000.

d) Se as parcelas são 17 346 e 13 584, então a soma é 30930.

$$\begin{array}{r} 17\ 346 \\ + 13\ 584 \\ \hline 30\ 930 \end{array}$$

6 Você sabe o que são **quadrados mágicos**? Em todas as linhas, colunas e diagonais deles a soma dos números é a mesma (soma mágica). Efetue as adições mentalmente e complete com o que falta.

a) Soma mágica: 12. Use os números naturais de 0 a 8.

b) Soma mágica: 24. Use os números naturais de 4 a 12.

c) Soma mágica: 15. Use os números naturais de 1 a 9.

Exemplo de resposta:

$$\begin{array}{r} \rightarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ \rightarrow \boxed{6} \ \boxed{1} \ \boxed{8} \\ \rightarrow \boxed{7} \ \boxed{5} \ \boxed{3} \\ \rightarrow \boxed{2} \ \boxed{9} \ \boxed{4} \end{array}$$

104 contos e quatro

Fonte: L. R. Dante (2018).

O exercício 6 da página 104 é similar ao 4, como vemos na figura 20, pois o princípio é o mesmo, no entanto trata-se de uma atividade lúdica, um jogo conhecido como “quadrado mágico”, no qual a dinâmica é bem parecida com a do exercício já citado, que consiste em preencher quadradinhos com algarismos, de forma que ao somar mentalmente qualquer linha, coluna ou diagonal de quadradinhos o resultado será sempre o mesmo.

Nas páginas 106 e 107, o livro faz uma revisão das propriedades aditivas, primeiro a comutativa, enfatizando que ao somar parcelas em ordem diferentes, obtêm-se resultados iguais, a posteriori o livro faz alusão a presença do zero como elemento neutro na adição, o qual ao ser somado a outras parcelas nada interfere no resultado. Por fim, na página 107 o autor

O estudo da subtração inicia-se na página 108, como pode ser visto na figura 22, o autor novamente recorre ao material dourado para exemplificar e evidenciar as trocas que acontecem na utilização do algoritmo da subtração, trocas essas que eventualmente são: de uma unidade de milhar por dez centenas, uma centena por dez dezenas e de uma dezena por dez unidades.

Figura 22 – Página 108 do livro Ápis do 4º ano.

▶ Subtração com números naturais

Reverendo as ideias da subtração: tirar, comparar, completar e separar

1 O professor de Educação Física levou 30 garrafas de água para a quadra. Os alunos consumiram 13 garrafas durante a aula. Quantas garrafas sobraram?

Compreender
Para responder a essa pergunta é preciso tirar 13 garrafas das 30 que o professor levou, ou seja, devemos efetuar a subtração $30 - 13$.

Planejar
Vamos efetuar $30 - 13$ com o material dourado e pelo algoritmo usual.

Executar

- Com o material dourado.



Assim, $30 - 13 = 17$.
- Pelo algoritmo usual.

Observe a sequência do algoritmo usual e justifique cada passagem com os colegas.

D	U
3	0
-	13

 \rightarrow

D	U
2	10
-	13

 \rightarrow

D	U
1	7
-	13

 ou

2	10
-	13
1	7

Verificar
Adicionando as 17 garrafas que sobraram com as 13 que os alunos consumiram, devemos obter as 30 que o professor trouxe. Verifique.

1	7
+	13
3	0

Responder
Complete: Sobraram 17 garrafas de água.

Fonte: L. R. Dante (2018).

Ainda sobre a figura 22, é possível visualizar algo interessante, o livro elenca cinco etapas para resolução de problemas: Compreender, planejar, executar, verificar e responder. Etapas essas que dão suporte matemático para que seja possível o aluno resolver outros problemas semelhantes.

No item 2 da pág. 109, que é exibida na figura 23, a partir de uma situação lúdica com crianças o livro direciona três perguntas aos alunos, nas quais trabalham duas ideias de subtração: de completar e de comparar quantidades. Apesar de serem perguntas diferentes o livro enfatiza uma mesma resolução e resposta para todas as perguntas.

Figura 23 – Página 109 do livro *Ápis* do 4º ano.

2 Artur e Jairo fazem coleção de carrinhos. Artur tem 542 carrinhos. Jairo tem 278. Veja as perguntas que podemos fazer.

Qual é a diferença entre o número de carrinhos de Artur e o de Jairo?

Quantos carrinhos Artur tem a mais do que Jairo?

Quantos carrinhos Jairo tem a menos do que Artur?

Quanto falta para Jairo ter a mesma quantidade de carrinhos de Artur?

Para responder a essas perguntas, precisamos efetuar a subtração $542 - 278$.

C	D	U
5	4	2
-	2	78
→		
C	D	U
4	13	2
-	2	78
=		
2	6	4

- Troco 1 dezena por 10 unidades e fico com 5 centenas, 3 dezenas e 12 unidades.
- Troco 1 centena por 10 dezenas e fico com 4 centenas, 13 dezenas e 12 unidades.
- Agora já posso subtrair 8 unidades de 12 unidades, 7 dezenas de 13 dezenas e 2 centenas de 4 centenas.

a) Indique a subtração e faça a prova.

$$\begin{array}{r} 542 \\ - 278 \\ \hline 264 \end{array}$$

Para tirar a prova, ou seja, para verificar se a subtração $542 - 278 = 264$ está correta, efetuamos a adição $264 + 278$ e devemos obter 542. Confira!

$$\begin{array}{r} 264 \\ + 278 \\ \hline 542 \end{array}$$

b) Agora, complete as respostas das perguntas propostas.

A diferença entre o número de carrinhos de Artur e o de Jairo é 264.

Artur tem 264 carrinhos a mais do que Jairo.

Jairo tem 264 carrinhos a menos do que Artur.

Faltam 264 carrinhos para Jairo ter a mesma quantidade de carrinhos de Artur.

c) Finalmente, calcule e responda.

Juntando os carrinhos de Artur e de Jairo, quantos faltam para que o total seja 950 carrinhos? 130 carrinhos.

$$\begin{array}{r} 542 \\ + 278 \\ \hline 820 \end{array} \quad \begin{array}{r} 950 \\ - 820 \\ \hline 130 \end{array}$$

cento e nove **109**

Fonte: L. R. Dante (2018).

Ainda sobre a pág. 109, é importante ressaltar que assim como aconteceu na operação de adição isso acontece na subtração, o livro apresenta detalhadamente a resolução da operação proposta no item 2, por meio do algoritmo, pontuando cada um dos reagrupamentos ou empréstimos necessários para resolução do problema em questão. Além do mais, o livro enfatiza que para constatar a veracidade da resposta basta fazer uma adição, elucidando a íntima relação entre estas operações.

Na página 110 do livro, é proposto um desafio para os alunos, que consiste em um problema mais complexo do que os abordados anteriormente, o problema em questão aborda a subtração por meio de uma separação de objetos e abre espaço para que o aluno interprete o mesmo de várias formas, possibilitando ao professor fazer comparação entre cada uma das resoluções apresentadas por eles. Observem mais detalhadamente o exercício proposto na figura 24.

Figura 24 – Página 110 do livro *Ápis* do 4º ano.

3 DESAFIO

Resolva este problema por 2 caminhos diferentes: um deles efetuando duas subtrações e, o outro, efetuando uma adição e uma subtração.

Na escola de Mauro foram arrecadados 1 086 livros em uma campanha de doação de livros.

- 245 desses livros foram separados para os alunos do 1º ao 5º ano.
- 351 desses livros foram separados para os alunos do 6º ao 9º ano.
- Os livros restantes foram para os alunos do Ensino Médio.

Quantos livros foram para os alunos do Ensino Médio? 490 livros.

1ª resolução:

$$\begin{array}{r} 1\ 086 \\ - 245 \\ \hline 841 \\ - 351 \\ \hline 490 \end{array}$$

2ª resolução:

$$\begin{array}{r} 245 \\ + 351 \\ \hline 596 \\ - 1086 \\ \hline 490 \end{array}$$

4 Efetue as subtrações pelo algoritmo usual.

a) $2894 - 1562 = \underline{1332}$

$$\begin{array}{r} 2894 \\ - 1562 \\ \hline 1332 \end{array}$$

c) $52839 - 21287 = \underline{31552}$

$$\begin{array}{r} 52839 \\ - 21287 \\ \hline 31552 \end{array}$$

b) $1836 - 1428 = \underline{408}$

$$\begin{array}{r} 1836 \\ - 1428 \\ \hline 408 \end{array}$$

d) $5103 - 2193 = \underline{2910}$

$$\begin{array}{r} 5103 \\ - 2193 \\ \hline 2910 \end{array}$$

5 TERMOS DA SUBTRAÇÃO

Efetue a subtração ao lado e observe o nome dos termos.

$$\begin{array}{r} 5\ 843 \\ - 2\ 822 \\ \hline 3\ 021 \end{array}$$

5 843 ← minuendo
- 2 822 ← subtraendo
3 021 ← diferença ou resto

6 Calcule e complete.

a) A diferença entre 3247 e 1293 é 1954.

$$\begin{array}{r} 3247 \\ - 1293 \\ \hline 1954 \end{array}$$

b) Se o minuendo é igual ao subtraendo, então a diferença é 0 ou zero.

c) Se o minuendo é oitocentos e quarenta e cinco e o subtraendo é duzentos e noventa e seis, então a diferença é o número quinzentos e quarenta e nove.

$$\begin{array}{r} 845 \\ - 296 \\ \hline 549 \end{array}$$

110 cento e dez

Fonte: L. R. Dante (2018).

Nos demais itens da atividade na pág. 110, o livro propõe várias subtrações com reservas para que o aluno resolva, e enfatiza a necessidade de conhecimento das nomenclaturas relacionadas ao algoritmo da subtração.

Nas páginas 111 e 112 do livro incentiva-se a utilização de cálculos mentais aproximados para resolver alguns problemas específicos, mediante a ideia de comparar quantias, mostrando como seria pensar nessas subtrações utilizando uma reta numérica, no entanto percebe-se que esses tipos de pensamentos se limitam a subtrações com regularidades numéricas.

Figura 25 – Páginas 111 e 112 do livro Ápis, 4º ano.

Subtração: cálculo mental

1 CÁLCULO MENTAL
Márcio tem R\$ 900,00 e Carlos tem R\$ 400,00. Quanto Márcio tem a mais do que Carlos?
Complete.
 $900 - 400 \rightarrow 9 \text{ centenas} - 4 \text{ centenas} = \underline{5} \text{ centenas}$
Logo, $900 - 400 = \underline{500}$, ou seja, Márcio tem R\$ 500,00 a mais do que Carlos.

2 Júlia e Silas pensaram na reta numerada para efetuar mentalmente 2 subtrações. Veja.

$381 - 3$

Saio do 381 e volto 3. Pense em 380, 379, 378. Logo, $381 - 3 = 378$.

$1201 - 1199$

Para ir do 1201 ao 1199, devo voltar 2. Pense em 1200, 1199. Logo, $1201 - 1199 = 2$.

Agora, pense na reta numerada, calcule mentalmente e complete.

a) $1600 - 4 = \underline{1596}$ b) $772 - 767 = \underline{5}$
Saio do 1600 e penso em 1599, 1598, 1597, 1596. Para ir do 772 até o 767 devo voltar 5: 771, 770, 769, 768, 767.

3 Pense no caminho que julgar melhor, calcule mentalmente e registre.

a) José tinha R\$ 786,00 e gastou R\$ 186,00. Ele ficou com R\$ 600,00.
b) Na escola em que Vanda estuda há 1395 alunos. Faltam 105 alunos para que o número total de alunos seja 1500.
c) $8000 - 3000 = \underline{5000}$ h) $7200 - 400 = \underline{6800}$
d) $700 - 20 = \underline{680}$ i) $845 - 841 = \underline{4}$
e) $1803 - 4 = \underline{1799}$ j) $586 - 134 = \underline{452}$
f) $110 - 30 = \underline{80}$ k) $586 - 34 = \underline{552}$
g) $7200 - 4000 = \underline{3200}$
Resoluções pessoais. Sugestão para o item j: tirar 100, depois tirar 30 e depois tirar 4 (pense 496, 456, 452).

Arredondamentos e resultados aproximados na adição e na subtração

1 Faça arredondamentos, calcule mentalmente e determine o preço aproximado em milhares exatos de reais.

a) Geladeira e computador: R\$ 4000,00 $1000 + 3000 = 4000$
b) Automóvel e geladeira: R\$ 31000,00 $30000 + 1000 = 31000$
c) Computador e automóvel: R\$ 33000,00 $3000 + 30000 = 33000$
d) Os 3 produtos: R\$ 34000,00 $3000 + 30000 + 1000 = 34000$

2 A distância entre as cidades de São Paulo e Belo Horizonte mede 586 quilômetros. Um caminhoneiro percorreu 198 quilômetros desse trecho. Quantos quilômetros ainda faltam, **aproximadamente**, para ele completar o percurso? Para responder a essa pergunta, é preciso efetuar a subtração $586 - 198$.
Faça arredondamentos para as centenas exatas mais próximas, calcule mentalmente e complete: $600 - 200 = \underline{400}$, ou seja, faltam aproximadamente 400 quilômetros para completar o percurso.

3 Faça arredondamentos para as dezenas de milhar exatas mais próximas, calcule mentalmente e complete.
A soma aproximada dos números 51 804 e 38 477 é 90000 e a diferença aproximada entre eles é 10000.
 $50000 + 40000 = 90000$
 $50000 - 40000 = 10000$

Fonte: L. R. Dante (2018).

É possível acompanhar na figura 25, que os itens 1 a 3 da atividade da página 112, trabalham a ideia de aproximações em somas e em subtrações com números significativamente grandes, no entanto, com regularidade numérica, pois todos são terminados em zeros, ou possuem grandes quantidades de zeros.

Nas páginas 113 e 114, apresentadas na figura 26, o livro amplia algumas estratégias para resolução de problemas aditivos e subtrativos, por meio das atividades propostas. As atividades 1 a 3 da pág. 113 retomam a operação de adição e com o intuito de facilitar a realização de cálculos mentais aplica-se a ideia de retirar e adicionar quantidades iguais, mantendo assim o resultado da operação.

Figura 26 – Páginas 113 e 114 do livro Ápis, 4º ano.

Mais atividades com adição e subtração

1) ATIVIDADE EM DUPLA Devemos fazer a operação inversa, ou seja, se somamos um número de uma parcela, devemos subtrair esse mesmo número da outra parcela, e vice-versa.

a) ATIVIDADE ORAL Vocês já viram. Troquem ideias sobre a seguinte questão.

Em uma adição, quando somamos ou subtraímos um número a uma das parcelas, o que devemos fazer com a outra parcela para que o resultado (soma) permaneça o mesmo?

b) Agora, completem com o que falta nas adições para conferir a resposta dada.

$\begin{array}{r} 12 \xrightarrow{-3} 15 \\ +15 \xrightarrow{-3} +12 \\ \hline 27 \end{array}$	$\begin{array}{r} 30 \xrightarrow{-2} 28 \\ +40 \xrightarrow{-2} +42 \\ \hline 70 \end{array}$	$\begin{array}{r} 133 \xrightarrow{-1} 131 \\ +75 \xrightarrow{-2} +77 \\ \hline 208 \end{array}$
------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------

2) UMA BOA ESTRATÉGIA PARA EFETUAR ALGUMAS ADIÇÕES

A conclusão da atividade anterior pode ser aplicada para efetuar mentalmente adições em que uma das parcelas está próxima de uma dezena, centena ou unidade de milhar exata. Veja ao lado.

Use esse processo, calcule mentalmente e registre o resultado.

a) $699 + 207 = 906$
 $700 + 206 = 906$
 $12998 + 1573 = 14571$
 $13000 + 1571 = 14571$

b) $374 + 3997 = 4371$
 $374 + 3997 = 4371$

c) $87 + 97 = 184$
 $84 + 100 = 184$

3) Calcule mentalmente pelo processo visto acima, confira pelo algoritmo usual e, depois, responda:

Quanto uma pessoa vai gastar na compra desta geladeira e deste fogão? **R\$ 3673,00**

$2995 + 678 = ?$
 $3000 + 673 = 3673$

$\begin{array}{r} 2995 \\ + 678 \\ \hline 3673 \end{array}$

113

Devemos fazer a mesma operação, ou seja, se somamos ou subtraímos um número de um dos termos, devemos somar ou subtrair, respectivamente, esse mesmo número do outro termo.

4) ATIVIDADE EM DUPLA Agora a subtração. Troquem ideias sobre a seguinte questão.

Em uma subtração, quando somamos ou subtraímos um número a um dos termos (minuendo ou subtraendo), o que devemos fazer com o outro termo para que o resultado (diferença) permaneça o mesmo?

b) Completem com o que falta nas subtrações para conferir a resposta dada.

$\begin{array}{r} 25 \xrightarrow{-2} 27 \\ -14 \xrightarrow{-2} -16 \\ \hline 11 \end{array}$	$\begin{array}{r} 90 \xrightarrow{-5} 100 \\ -70 \xrightarrow{+10} -80 \\ \hline 20 \end{array}$	$\begin{array}{r} 537 \xrightarrow{-2} 535 \\ -124 \xrightarrow{-2} -122 \\ \hline 413 \end{array}$
------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------

5) UMA BOA ESTRATÉGIA PARA EFETUAR ALGUMAS SUBTRAÇÕES

A conclusão da atividade anterior pode ser aplicada para efetuar subtrações em que o minuendo termina em zeros ou tem zeros intercalados. Veja os exemplos.

$900 - 378 = ?$	$5001 - 1857 = ?$
$900 - 378 = 522$	$5001 - 1857 = 3144$

Agora, efetue mais estas subtrações usando a mesma estratégia. Na primeira subtração, faça também pelo algoritmo usual.

a) $800 - 346 = 454$
 $\begin{array}{r} 799 \\ -346 \\ \hline 454 \end{array}$

b) $7000 - 597 = 6403$
 $\begin{array}{r} 6999 \\ -596 \\ \hline 6403 \end{array}$

c) $601 - 248 = 353$
 $\begin{array}{r} 599 \\ -246 \\ \hline 353 \end{array}$

6) Alex fez uma viagem com a família. Antes de sair, ele marcou a quilometragem do carro: 8765 km. Na chegada, de volta para casa, observou quanto o hodômetro (marcador de quilometragem) marcava. Veja ao lado. Quantos quilômetros foram percorridos nessa viagem? **238 km**

$9003 - 8765 = ?$
 $\begin{array}{r} 8999 \\ -8761 \\ \hline 238 \end{array}$

114 centos e carbões ou centos e quiloões

Fonte: L. R. Dante (2018).

Na pág. 114 é possível perceber que as atividades 4 a 6 são equivalentes às atividades 1 a 3 da pág. 113, no entanto, são problemas subtrativos, os quais são resolvidos por meio de uma estratégia de compensação em que se adiciona ou retira-se quantidades iguais ao minuendo e ao subtraendo, para tornar a subtração em questão mais atrativa e simples de ser resolvida, de forma que não seja necessário recorrer a decomposição de ordens superiores, ou seja, aos empréstimos.

A figura 27, corresponde às páginas 115 e 116 do livro, a primeira destas elucida que a soma e a subtração são operações inversas e enfatiza a importância desta ideia para resolver determinados problemas em que se precisa pensar no “caminho inverso” para resolvê-los.

Figura 27 – Páginas 115 e 116 do livro Ápis, 4º ano.

Relacionando a adição e a subtração: operações inversas

1 Observe as **operações inversas** adição e subtração. Adicionei 4 ao número 3 e obtive 7. Para voltar ao 3, partindo do 7, faço a **operação inversa** e subtraio 4.

3	+	4	=	7
7	-	4	=	3

3	+	4	=	7
7	-	4	=	3

Vai adicionando e volta subtraindo. Vai subtraindo e volta adicionando.

Complete cada operação e, depois, realize a operação inversa para voltar ao número inicial.

a) $38 + 41 = 79$ $79 - 41 = 38$ b) $492 - 253 = 239$ $239 + 253 = 492$

2 Veja o diagrama, calcule o número que falta e complete.

$\boxed{37} + 65 = 102$ $102 - 65 = 37$

3 Faça o diagrama correspondente a cada operação, como na atividade anterior. Depois, descubra o valor procurado.

a) Ana tinha uma quantia, ganhou R\$ 75,00 e ficou com R\$ 108,00. Quanto Ana tinha? $\boxed{?} + 75 = 108$

b) Rodrigo tinha certa quantia, comprou um livro por R\$ 28,00 e ficou com R\$ 75,00. Quanto Rodrigo tinha? $\boxed{?} - 28 = 75$

DESAFIO E CALCULADORA

a) Com uma calculadora, sem usar a tecla \square , descubra se o resultado de cada subtração está correto ou incorreto.

$5842 - 1975 = 3867$ **Correto** $539 - 168 = 431$ **Incorreto**

b) Agora, sem usar calculadora, refaça a subtração que está incorreta. $3867 + 1975 = 5842$ $431 + 168 = 599$

BRINCANDO TAMBÉM APRENDO

JOGO PARA 2 PARTICIPANTES

Cruzadinhas

Inicialmente, usando uma calculadora, os participantes do jogo determinam e registram os números nos quadros.

a) $731 + 514 = 1245$ d) $4146 - 841 = 3305$

b) $331 + 406 = 737$ e) $312 - 221 = 91$

c) $855 + 45 = 900$ f) $119 - 53 = 66$

$900 - 855 = 45$ $119 - 66 = 53$

1º jogo

Os participantes devem preencher o que falta na 1ª cruzadinha com os números que aparecem nos quadros (1 algarismo em cada quadrinho). Ganha o jogo quem terminar primeiro e corretamente.

2º jogo

Os participantes devem preencher o que falta na 2ª cruzadinha com o nome dos termos das operações dos itens a e d.

Quem terminar primeiro e corretamente será o vencedor do jogo.

1ª cruzadinha **2ª cruzadinha**

3	3	1
9		
5	3	
1	4	4
1	2	4

3	3	0	5
	D	I	M
	I	N	I
	F	N	O
	E	U	M
	A	R	C
	R	N	D
	C	C	O
	A		

Fonte: L. R. Dante (2018).

Observa-se que na pág. 116 que o livro incentiva a utilização da calculadora e também expõe o conteúdo de forma lúdica, por meio de uma cruzadinha.

Nas páginas seguintes da unidade, o livro propõe alguns exercícios mais desafiadores e encerra o módulo na pág. 119, com uma revisão do que foi estudado na unidade, focando em alguns pontos principais. Observe na figura 28, o quadro “o que estudamos”.

Figura 28 – Página 119 do livro Ápis, 4º ano.

O QUE ESTUDAMOS

Utilizamos vários processos para efetuar adições e subtrações, agora também com números maiores do que 9999.

$\begin{array}{r} 327 + 444 \\ 327 = 300 + 20 + 7 \\ 444 = 400 + 40 + 4 \\ 700 + 60 + 11 = 771 \end{array}$	$\begin{array}{r} 528 - 125 \\ 528 - 100 = 428 \\ 428 - 20 = 408 \\ 408 - 5 = 403 \end{array}$
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------

Fizemos arredondamentos para obter resultados aproximados na adição e na subtração.

$\begin{array}{r} 158 + 203 \\ 158 \rightarrow 160 \\ +203 \rightarrow +200 \\ \rightarrow 360 \text{ (toma aproximada)} \end{array}$	$\begin{array}{r} 5008 - 2979 \\ 5008 \rightarrow 5000 \\ -2979 \rightarrow -3000 \\ 2000 \text{ (diferença aproximada)} \end{array}$
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Vimos estratégias para efetuar algumas adições e subtrações.

$\begin{array}{r} 98 + 37 = ? \\ +2 \downarrow -2 \downarrow \\ 100 + 35 = 135 \end{array}$	$\begin{array}{r} 500 - 284 = ? \\ \begin{array}{r} 499 \\ -1 \rightarrow \\ -283 \\ -1 \rightarrow \\ 216 \end{array} \end{array}$
---------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Logo, $98 + 37 = 135$. Logo, $500 - 284 = 216$.

Vimos que a adição e a subtração são operações inversas (o que uma faz, a outra desfaz).

$\begin{array}{r} 100 + 30 = 130 \\ 12 - 8 = 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 130 - 30 = 100 \\ 4 + 8 = 12 \end{array}$
-------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------

Resolvemos problemas usando a adição e a subtração.

Renato tinha R\$ 1000,00, comprou 1 calça por R\$ 127,00 e 1 casaco por R\$ 188,00. Com quanto ele ficou? R\$ 685,00

$\begin{array}{r} 1000 \\ -127 \\ -188 \\ \hline 685 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1000 - 315 = ? \\ 999 \\ -314 \\ \hline 685 \end{array}$
-------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------

- Você tem respeitado as opiniões dos colegas? **Respostas pessoais.**
- Quando discorda de alguém, você consegue explicar com calma seu ponto de vista? Tudo isso ajuda a melhorar a convivência e até a aprendizagem!

cento e dezenove 119

Fonte: L. R. Dante (2018).

4.2.4 Considerações sobre a unidade do livro de matemática Ápis

O livro faz uma excelente abordagem do conteúdo, exemplificando situações cotidianas por meio de ilustrações e abordando a importante relação entre a adição e a subtração. São, ainda, apresentadas atividades com situações problema que envolvem essas operações.

As ideias e os significados da adição (juntar e acrescentar), bem como as técnicas de cálculo (algoritmos) com ou sem reagrupamento (o "vai 1") além de cálculo mental e os cálculos aproximados, que normalmente são trabalhados nos anos anteriores, são novamente abordados, nesta unidade, todas essas ideias são retomadas e ampliadas para números maiores, até a classe dos milhares.

Isso também pode ser dito em relação à subtração. As ideias associadas a ela (tirar, comparar, completar e separar, bem como o algoritmo com ou sem reagrupamento (as trocas

ou o "empresta 1"), o cálculo mental e os cálculos aproximados, já estudados no 3 ano, são aqui retomados e ampliados por meio de situações problemas.

4.2.5 Livro 3: Ligamundo

A última unidade analisada faz parte da 1ª Ed. do livro de componente curricular matemática do 4º ano do ensino fundamental I, da coleção intitulada LIGAMUNDO, editora Saraiva. Este dedica apenas as páginas 16 a 23 para a abordagem do conteúdo, as quais compreendem a um tópico, da primeira, de um total de nove unidades do livro, sendo essa unidade nomeada de: Grupos de mil, adição, subtração e o dinheiro brasileiro. Contudo, apenas o tópico adição e subtração aborda diretamente o conteúdo. A obra faz parte de uma coleção de cinco volumes, do 1º ao 5º ano de autoria de Eliane Reame. A figura 29 ilustra a capa do livro 4º ano da coleção LIGAMUNDO do ano de 2018 aprovado no PNLD de 2019.

Figura 29 – Capa do livro Ligamundo, 4º ano.



Fonte: E. Reame, (2018).

Neste livro o as operações de adição e subtração são trabalhadas em um subtópico da unidade 1, na qual além desses, são trabalhados os seguintes conteúdos “grupos de mil” e “o

dinheiro brasileiro”. Na figura 30 é possível ver como ocorre a abordagem inicial do conteúdo, nesse início o livro preocupa-se apenas em apresentar aos estudantes nomenclaturas e nomes associados aos algoritmos e as situações problemas relacionados com as operações de adição e subtração como é visto na pág. 16.

Figura 30 – Páginas 16 e 17 do livro Ligamundo, 4º ano.

■ Adição e subtração

Termos da adição e da subtração

1 Leia o que Marina e Italo estão falando. Em seguida, converse com seus colegas sobre o significado das palavras destacadas.



Minha **parcela** de contribuição em casa é arrumar as camas.



A **operação** de limpeza dos ruas foi um sucesso!

Em Matemática, as palavras **parcela** e **operação** estão relacionadas a cálculos.

2 Leia a seguir outras palavras relacionadas às operações de **adição** e **subtração**. São os nomes dos **termos** dessas operações. Depois, calcule:

Termos da adição	Termos da subtração
$\begin{array}{r} 2\ 3\ 4\ 8 \\ + 4\ 5\ 4\ 1 \\ \hline 6\ 8\ 8\ 9 \end{array}$ <p>— parcela — parcela — soma ou total</p>	$\begin{array}{r} 1\ 9\ 4\ 8 \\ - 5\ 4\ 3 \\ \hline 1\ 4\ 0\ 5 \end{array}$ <p>— minuendo — subtraendo — resto ou diferença</p>

3 Responda:

a) As parcelas de uma adição são 1634, 978 e 43. Qual é o total dessa adição?

$1634 + 978 + 43 = 2655$

b) Se em uma subtração o subtraendo é 1947 e o minuendo é 3056, qual é a diferença?

$3056 - 1947 = 1109$

Pense em um número

1 Marcos convidou Livia para brincar de **Pense em um número**. Acompanhe:

Cena 1

Fosse em um número, Livia.

4

Cena 2

Acrescente 8 unidades ao número que você pensou.

4 mais 8 é igual a 12.

Cena 3

Agora, subtraia 8 unidades do resultado.

12 menos 8 é igual a 4.

Cena 4

Como você acertou o número em que eu pensei?

O número que você obteve é o número em que você pensou no começo da brincadeira!

2 Agora, converse com seus colegas da turma para responder à pergunta de Livia.

3 Descubra em qual número cada criança pensou.

a) Carlos pensou em um número, subtraiu 10 unidades e o resultado foi 30. Em qual número Carlos pensou? 40

b) Maria subtraiu 5 unidades do número em que ela pensou e o resultado foi 95. Em qual número Maria pensou? 100

c) Francisco pensou em um número, adicionou 20 unidades e o resultado foi 45. Em qual número Francisco pensou? 25

Fonte: E. Reame, (2018).

Especificamente, na pág. 17 o livro fortalece a ideia de que ao somar e simultaneamente subtrair uma mesma quantidade em adições mantém-se o resultado, correlacionando essas duas operações como inversas.

A figura 31 ilustra as páginas 18 e 19 do livro didático, nestas páginas o livro exercita os cálculos mentais, incentivando o aluno a realizar cálculos de forma mais ágil.

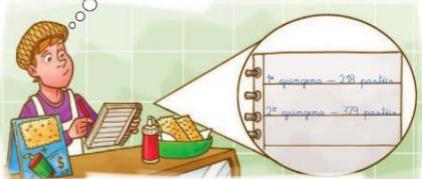
Figura 31 – Páginas 18 e 19 do livro Ligamundo, 4º ano.

Como você calcula?

Estimando somas e diferenças

Rodrigo abriu uma pastelaria. Ele anotou quantos pastéis vendeu durante o primeiro mês de funcionamento da pastelaria.

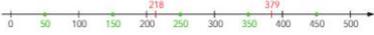
Acho que vendi aproximadamente 600 pastéis.



Rodrigo fez uma estimativa para saber quantos pastéis vendeu nesse primeiro mês. Vamos entender.

Antes de calcular o **resultado exato** de $218 + 379$, podemos fazer uma **estimativa do resultado** da adição da seguinte maneira:

1º) Indicamos cada uma das parcelas da adição na reta numérica. Em seguida, localizamos a centena exata **mais próxima** de cada parcela da adição:



A centena exata mais próxima de 218 é **200**.
A centena exata mais próxima de 379 é **400**.

2º) Depois, juntamos as centenas exatas: $200 + 400 = 600$

Isso significa que Rodrigo vendeu aproximadamente 600 pastéis no primeiro mês de funcionamento da pastelaria.

18 dezoito

1) Agora, calcule o resultado exato de $218 + 379 = 597$

2) Você acha que Rodrigo fez uma boa estimativa?

Vamos estimar os resultados de adições e de subtrações.

3) Escreva a unidade de milhar exata mais próxima antes e depois de cada número a seguir.

a)

b)

c)

4) Agora, use o exercício anterior para fazer uma estimativa de cada resultado. Depois, confira sua estimativa fazendo o cálculo exato.

a) $1004 + 1980$ c) $3879 - 1980$

Estimativa: _____ Estimativa: _____

Resultado exato: **2984** Resultado exato: **1899**

b) $4070 + 3879 + 1004$ d) $4070 - 1980$

Estimativa: _____ Estimativa: _____

Resultado exato: **8953** Resultado exato: **2090**

dezenove 19

Fonte: E. Reame, (2018).

Na página 18 da figura anterior o livro propõe alguns exercícios para sintetizar a ideia de aproximações para centenas exatas e solicita que o aluno realize também o cálculo exato para que se verifique o quão eficientes são as aproximações.

Ao longo das unidades são expostas seções como a da “calculadora”, na qual são propostas atividades que os alunos devem usar a calculadora para resolver alguns cálculos, incentivando o manuseio correto deste recurso tecnológico que facilita e agiliza a resolução de problemas. Acompanhe a figura 32 que ilustra as páginas 20 e 21 do livro didático.

Figura 32 – Páginas 20 e 21 do livro Ligamundo, 4º ano.

Calculadora

Adições e subtrações
Você já viu alguém usando uma calculadora? Já reparou que existem calculadoras em relógios digitais, agendas eletrônicas, telefones celulares e computadores?

- 1 Faça apenas uma operação na calculadora para transformar o número que aparece no visor ao lado no número **4875**. Depois, escreva a operação que você fez.
 $4675 + 200 = 4875$
- 2 Faça apenas uma operação na calculadora para transformar o número que aparece no visor ao lado no número **7458**. Depois, escreva a operação que você fez.
 $9458 - 2000 = 7458$
- 3 As parcelas de uma adição são **4895** e **2479**.
 - a) Faça uma estimativa da soma: *Resposta pessoal*.
 - b) Agora, faça o cálculo exato com a calculadora: 7374 .
 - c) O resultado obtido foi próximo da sua estimativa? *Resposta pessoal*.
- 4 O minuendo de uma subtração é **5895** e o subtraendo é **3008**.
 - a) Faça uma estimativa da diferença: *Resposta pessoal*.
 - b) Agora, faça o cálculo exato com a calculadora: 2897 .
 - c) O resultado obtido foi próximo da sua estimativa? *Resposta pessoal*.
- 5 Escreva uma estimativa para o resultado de cada cálculo. Depois, realize os cálculos na calculadora e avalie suas estimativas.

<ol style="list-style-type: none"> a) $2213 + 1581$ Estimativa: _____ Resultado exato: 3794 	<ol style="list-style-type: none"> b) $3468 + 1117$ Estimativa: _____ Resultado exato: 4585
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Problemateca

Você pode resolver os problemas desta seção em dupla ou em grupo. Assim, poderá conversar com os colegas sobre estratégias para resolver os problemas.

O jardim de Damião

Damião é o jardineiro de um parque. Ele recebeu a seguinte tarefa: plantar 240 mudas de roseiras vermelhas e 180 de amarelas em fileiras, alternando as cores de acordo com as fileiras. Ele formou um jardim de rosas diferente e bem colorido.

- 1 Observe como Damião plantou as mudas:

1ª fileira: 15 roseiras vermelhas
2ª fileira: 50 roseiras amarelas
3ª fileira: 45 roseiras vermelhas...

Até a terceira fileira, quantas mudas de roseiras Damião plantou?
 90 mudas.
- 2 Qual foi a regra que Damião usou para plantar as mudas de roseiras? Continue escrevendo o esquema de Damião para plantar todas as mudas que recebeu.

4ª fileira: 60 mudas amarelas;
5ª fileira: 75 mudas vermelhas;
6ª fileira: 90 mudas amarelas;
7ª fileira: 105 mudas vermelhas.

 - a) Quantas fileiras de roseiras amarelas há no jardim de Damião? 3 fileiras.
 - b) Quantas fileiras de roseiras vermelhas há nesse jardim? 4 fileiras.
 - c) Quantas roseiras a 3ª fileira tem a menos que a 5ª fileira? 30 roseiras.
 - d) Quantas roseiras a 7ª fileira tem a mais que a 6ª fileira? 15 roseiras.

Fonte: E. Reame, (2018).

A seção “Problemateca” da página 21, incentiva os alunos a se aprofundarem na resolução e proposição de problemas, os quais são variados em termos de tipologias e possibilidades de resolução.

As páginas 22 e 23, ilustradas na figura 33, apresentam apenas exercícios, os quais são notavelmente mais rebuscados, exigindo dos alunos compreensão de diversos conceitos e contextos relacionados com as operações de adição e subtração.

Figura 33 – Páginas 22 e 23 do livro Ligamundo, 4º ano.

Resolvendo mais problemas

Forme uma dupla para resolver os problemas a seguir.

1 Leticia, Isabela e Gabriela colecionam bilhetes de cinema. Leticia tem 108 bilhetes em sua coleção. Isabela tem 10 bilhetes a mais que Leticia, e Gabriela tem 10 bilhetes a menos que Leticia. De quanto é a diferença entre o número de bilhetes de Isabela e o número de bilhetes de Gabriela?

Resposta: A diferença é de 20 bilhetes.

2 Uma fábrica de brinquedos produz mensalmente 2900 bolas, 1850 bonecas de pano e 1450 carrinhos de madeira.

a) Quantos brinquedos essa fábrica produz por mês?

Resposta: 6.200 brinquedos.

b) Qual é o total de carrinhos de madeira produzidos em dois meses?

Resposta: 2.900 carrinhos de madeira.

3 Ontem, uma agência de correios tinha 1983 correspondências para entregar durante todo o dia. Até o meio-dia, 576 correspondências já tinham sido entregues. Quantas correspondências os carteiros ainda tinham para entregar no período da tarde?

Resposta: 1.407 correspondências.

4 Ao final do dia, duas funcionárias de um supermercado conferiram o dinheiro que entrou no caixa de cada uma delas. Elas precisarão descobrir a quantia total que entrou nos dois caixas e também a diferença entre essas quantias.

No meu caixa o total foi de R\$ 1.256,00.

No meu caixa o total foi de R\$ 1.962,00.

a) Faça uma estimativa: a quantia total dos dois caixas foi **maior** ou **menor** que dois mil e quinhentos reais? Resposta pessoal.
Explique como você pensou para fazer essa estimativa.

b) Calcule a quantia total que entrou nos dois caixas: R\$ 2.598,00

c) Agora, faça outra estimativa: a diferença entre o total arrecadado pelas duas funcionárias foi **maior** ou **menor** que cem reais? Resposta pessoal.
Explique como você pensou para fazer essa estimativa.

d) Calcule a diferença entre as quantias que entraram nos dois caixas. R\$ 126,00

5 Douglas e Tiago estão comparando os pontos que fizeram em uma partida de um jogo de computador. Douglas fez 1458 e Tiago, 5176 pontos. De quanto foi a diferença entre o total de pontos dos dois amigos?

Resposta: 3.718 pontos.

Fonte: E. Reame, (2018).

4.2.6 Considerações sobre a unidade do livro de matemática Ligamundo.

A obra apresenta conceitos, informações e procedimentos atualizados no que diz respeito aos objetivos didático-pedagógicos, abordando temas contemporâneos de forma transversal e integradora. Privilegiando a autonomia e a investigação quando solicita a realização de conversas, diálogos, troca de ideias e pesquisas.

A interação entre estudantes é bastante incentivada o que contribuir significativamente para o desenvolvimento da autonomia de pensamento, do raciocínio crítico e da capacidade de argumentar do estudante, tanto nas atividades coletivas, nos jogos e realização de pesquisas, quanto nas atividades em que se pede para o aluno conversar, explicar ou trocar ideias com os colegas sobre resultados e processos de resolução e elaboração de problemas. Quanto ao uso de tecnologia, encontram-se atividades nas quais é sugerido o emprego da calculadora para efetuar cálculo e observar propriedades numéricas.

No entanto, o livro não se aprofunda na abordagem do conteúdo, limitando-se a conceitos e a poucos exercícios e fazendo uma abordagem superficial dos algoritmos das operações de soma e subtração, os quais figuram uma única vez em toda unidade.

4.3 Considerações quanto os critérios de análise das unidades

Os livros didáticos Ápis e Pitanguá dedicam interinamente uma das unidades do livro didático para exposição do conteúdo, o qual é abordado em vinte e uma páginas em ambos os livros. No entanto, o livro didático Ligamundo faz uma abordagem superficial do conteúdo em apenas nove páginas de um tópico da primeira unidade do livro.

O livro Ligamundo apresenta exercícios conceituais e contextualizados, desprendendo-se da utilização do algoritmo e incentivando a realização de cálculos mentais, os exercícios apresentados seguem um grau de dificuldade mínima. Entretanto, os outros dois livros fazem uma excelente mesclarem, propondo exercícios contextualizados que necessitam de interpretações para que seja possível a aplicação dos algoritmos, exercícios estes que seguem notáveis gradativos de dificuldade conforme avança-se na abordagem do conteúdo.

Percebe-se que no livro Ligamundo, apesar de serem utilizadas ilustrações, os problemas não apresentam tantas aplicações quanto nos outros dois que retratam situações vivenciadas pelos alunos, apropriando-se constantemente de situações que envolvam dinheiro, compras de eletrodomésticos e mercadorias, e outras situações que estão inseridas na realidade social dos alunos. Os livros analisados abordam a subtração e a adição de forma conjunta, propondo exercícios que podem ser resolvidos tanto por pensamentos aditivos quanto por pensamentos subtrativos, possibilitando que o aluno compreenda a relação inversa entre essas duas operações matemáticas.

Os livros Ápis e Pitanguá descrevem minuciosamente todos os passos dos algoritmos da subtração e da adição, ambos propõem exercícios nos quais os alunos são induzidos a resolver estas operações e simultaneamente fazem uma descrição dos passos utilizados, além do mais, o livro propõe como alternativa para compreensão de subtrações com reservas uma resolução com método de decomposição numérica. No entanto percebe-se uma pobreza do livro Ligamundo na questão de apresentação dos algoritmos, pois este faz apenas uma abordagem conceitual deles, não os descrevendo como nos demais.

Entre as unidades analisadas nos livros didáticos, nota-se que o Ápis e o Pitanguá fazem uma excelente abordagem dos conteúdos, levantando aspectos relevantes sobre as duas operações e pontuando conceitos extremamente necessários para que o aluno compreenda e fixe

o conteúdo. Enquanto no livro Ligamendo é feito uma abordagem escassa de propriedades, exercícios e em descrições dos algoritmos e dos demais tópicos relacionados que impossibilita que o conteúdo seja compreendido de forma eficaz.

5 PROPOSTAS DIDÁTICAS COMPLEMENTARES

Nesta sessão serão apresentadas seis propostas didáticas como material complementar aos livros didáticos com intuito de auxiliar o professor a contextualizar conteúdos de Subtração.

5.1 Material: adição e subtração

Podemos perceber que em nosso dia a dia há ações inversas a outras como aberto e fechado, descer e subir, certo e errado, alto e baixo, na matemática isso também acontece, pois para cada operação matemática existe uma operação dita inversa, como exemplo pode-se citar as operações de adição e subtração, portanto ambas têm um significado envolvido.

Figura 34 – Ilustração de ações opostas.



Fonte: Google imagens, (2020).

Para solucionar determinados problemas matemáticos, é importante ler com atenção e analisar o problema, possibilitando assim que seja possível determinar qual a operação mais adequada para solucioná-lo, veja a ilustração 35 abaixo.

Figura 35 – Ilustração crianças subindo e descendo escada.



Fonte: Google imagens, (2020).

Interpretar e compreender um problema é apenas o primeiro dos passos necessários para resolvê-lo, a resolução, de fato, acontece com a utilização de cálculos, manipulações algébricas ou com utilização de algoritmos.

Problema motivador: Observe na figura 34 e responda as perguntas a seguir.

- 1) Sabendo que o rapaz de amarelo desceu cinco degraus da escada, a contar do oitavo, em qual degrau ele está parado? Redija um pequeno texto explicativo.
- 2) O garoto de verde subiu até o quinto degrau, quantos degraus ele precisa subir para chegar ao oitavo? Redija um pequeno texto explicativo.

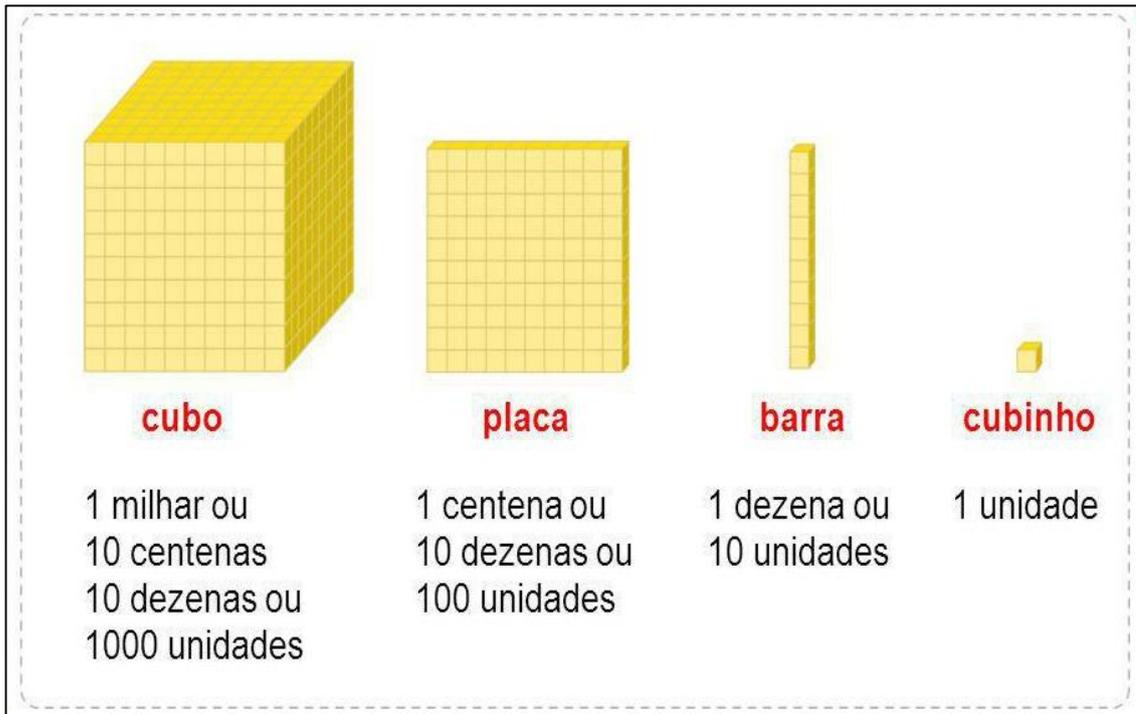
5.2 Material: sistema de numeração decimal

O sistema de numeração que utilizamos é chamado de **Indo-arábico**, pois teve origem do sistema de numeração hindu, mas foram os árabes que divulgaram eles pelo mundo.

Esse sistema de numeração é:

- **Posicional:** Os números são formados a partir de diferentes posicionamentos de seus dez símbolos, chamados de **algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.**
- **Decimal:** Por ser organizado em grupos de dez em dez: 10 unidades = 1 dezena, 10 dezenas = 1 centena, 10 centenas = 1 milhar, e assim por diante.

Figura 36 – Imagem do material dourado.



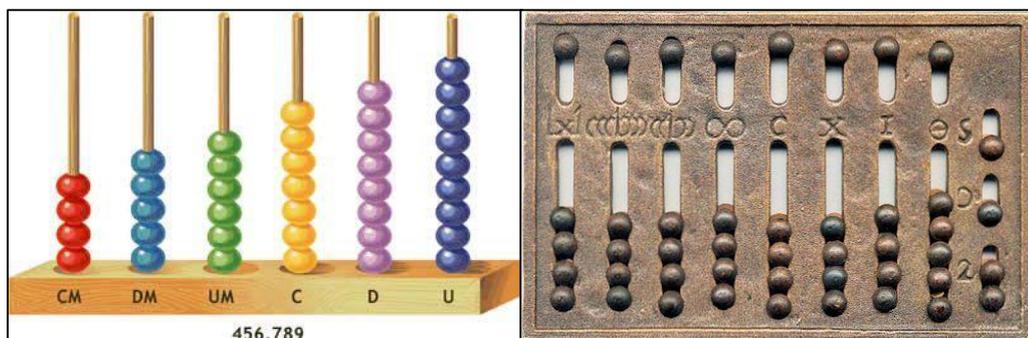
Fonte: Google imagens, (2020).

O material dourado é um excelente mecanismo para que possamos compreender a decomposição dos números em ordens, classes e grupos de dez, onde as ordens referem-se ao agrupamento de dez em dez e as classes ao agrupamento das ordens de três em três. A organização dos números em ordens e classes facilitam a escrita e leitura.

A figura 37, abaixo, ilustra a organização do número 456.789 em um ábaco, dividido em classes e ordens.

Discuta com os colegas o que aconteceria ao trocar as bolinhas de posição.

Figura 37 – Modelos de ábacos.



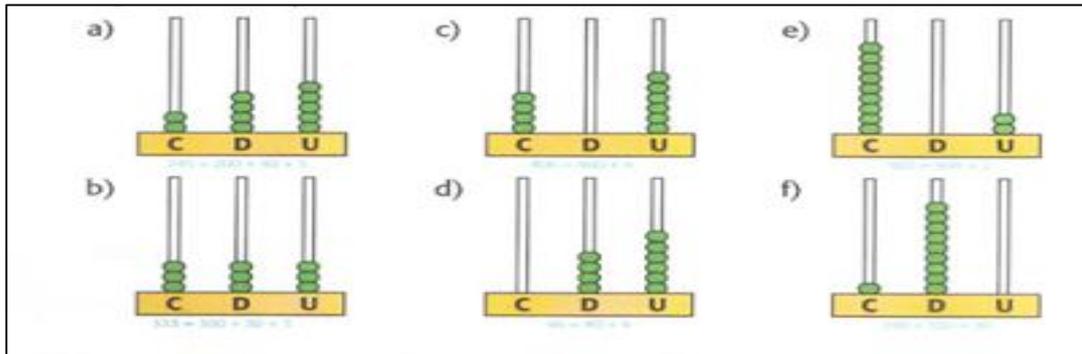
Fonte: Google imagens

O número acima possui: Quatro centenas de milhar, cinco dezenas de milhar, seis unidades de milhar, sete centenas, oito dezenas e nove unidades. Discuta com os colegas o que aconteceria ao trocar as bolinhas de posição.

Exercício I

1) Determine os números representados nas ilustrações de ábaco abaixo:

Figura 38 – Exercício com ábacos.



Fonte: Google imagens

2) João comprou em uma feira 1,5 Kg de camarão e ao chegar em casa contou um por um, e percebeu que havia duas centenas, doze dezenas e quinze unidades de camarões. Qual o número de camarões que João comprou? Dica: Use um ábaco ou o material dourado para resolver o problema.

3) João recebeu em seu pagamento onze notas de R\$ 100,00 duas notas de R\$ 50,00 duas notas de R\$ 20,00 dez notas de R\$ 2,00 e cinco notas de R\$ 5,00. Logo após fez a dispensa do mês e gastou R\$ 245 de seu salário. Responda:

a) Quantos reais ao todo João recebeu?

b) Se João usou o mínimo de notas de 100, 50 e 20 e o máximo de notas de 2 e 5 para pagar. Determine a quantidade de cédulas de cada uma das notas que ele usou para pagar a compra.

5.3 Material: adição

Quando falamos em adicionar significa basicamente que estamos juntando, unido ou agrupando algo. Nós utilizamos pensamentos aditivos diariamente, portanto algumas adições são facilmente resolvidas sem a necessidade de utilização de um algoritmo, vejamos:

$$17 + 3 = 1 \text{ dezena mais } 7 \text{ unidades somados à } 3 \text{ unidades}$$

$$7 \text{ unidades mais } 3 \text{ unidades} = 10 \text{ unidades} = 1 \text{ dezena}$$

$$\text{LOGO: } 17 + 3 = 2 \text{ dezenas} = 20$$

Compare o resultado obtido no exercício acima as seguintes somas: $(3 + 17)$, $(10 + 3 + 7)$ e $(7 + 3 + 10)$. Compartilhe com os colegas o resultado obtido e comente sobre o que você acha que acontece.

No exercício acima, percebemos que ao trocar a posição dos números 17 e 3 e somá-los, obteve-se o mesmo resultado e o mesmo acontece quando decompomos os números e somá-los de diferentes formas e ordens. Isso só é possível devidos a duas **propriedades aditivas**:

- **Comutatividade:** Esta propriedade refere-se a troca de posição das parcelas, ao invertermos a ordem das parcelas, o resultado não será alterado, ou seja:

Se a e b são números naturais, então: $a + b = b + a$.

Exemplo: Sete bananas mais três laranjas, resultam em um total de dez frutas.

Três bananas mais sete laranjas, resultam em um total de dez frutas.

- **Associatividade:** Essa propriedade valida a possibilidade de agruparmos parcelas da soma de formas diferentes, e ainda assim obter o mesmo resultado, ou seja:

Se a , b e c são naturais, então: $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$

Exemplo: João pretende fazer uma salada de frutas com os seguintes ingredientes: abacaxi = a , banana = b e caju = c ., no entanto, ele percebe que pode juntar os ingredientes das seguintes formas:

- $a + b + c$ = Colocamos os três de uma única vez
- $(a + b) + c$ = Colocamos juntos o abacaxi e a banana e depois colocamos o caju.
- $a + (b + c)$ = Colocamos o abacaxi e depois colocamos juntos a banana mais o caju.
- $(a + c) + b$ = Podemos comutar a banana com o caju e pôr primeiro o abacaxi e o caju e depois pomos a banana.

Vemos que em todos os casos mostrados acima, teremos a mesma salada, independente da ordem ou do agrupamento que fizermos para juntar os ingredientes.

Figura 39 – Ilustração de salada de frutas.



Fonte: Google imagens, (2020).

Essas propriedades facilitam a resolução de adições por meio de cálculos mentais, mas mesmo com essas propriedades nem sempre é possível realizar adições de cabeça, por esse motivo existem os algoritmos.

Desafio: Apesar de saberem que existe uma quantidade incontável de estrelas, em uma noite estrelada quatro amigos combinaram de olhar para o céu nas direções Norte, Sul, Leste e Oeste, para conferir quantas estrelas viam. Cada um deles contou quantidades diferentes, que foram 123, 460, 202 e 215 estrelas. Usando a decomposição em centenas, dezenas e unidades e as propriedades comutativas e associativas, determine o total de estrelas contadas pelos amigos.

5.4 Material: algoritmo usual da adição

Os algoritmos são nada mais que: Um passo-a-passo, que mecaniza e facilita a realização de determinadas operações ou cálculos. Veja abaixo a organização do algoritmo:

$$\begin{array}{r} \text{PARCELA} \\ + \text{PARCELA} \\ \hline \text{SOMA} \end{array}$$

Passo a passo do algoritmo usual da adição:

- I. Inicie na casa das unidades.
- II. Some os **algarismos da casa em que está**. Se a soma desses algarismos for **maior que 9**, ponha a **unidade do resultado** abaixo das casas somadas e **acrescente o dígito das dezenas** dessa soma à próxima casa.
- III. Se ainda existirem novas casas decimais à esquerda, avance para a próxima casa e repita o passo (II).
- IV. Se não existirem novas casas, pare.

Exemplo: Vamos adicionar as parcelas 1234 e 799, seguindo o passo a passo do algoritmo da adição, mostrado anteriormente.

Inicialmente somamos os algarismos 4 e 9 das unidades: $4+9=13$, colocamos 3 na casa das unidades e adicionamos 1, “sobe 1 ou vai 1”, para casa das dezenas.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1234 \\ + 799 \\ \hline 3 \end{array}$$

Agora somamos os algarismos 3 e 9 das dezenas: $3+9=12$, e adicionamos o 1 que “subiu”. Então temos: $12+1=13$. Novamente vamos colocamos 3 na casa das dezenas e adicionamos 1, “sobe 1 ou vai 1”, para casa das centenas.

$$\begin{array}{r} 11 \\ 1234 \\ + 799 \\ \hline 33 \end{array}$$

Somamos os algarismos 2 e 7 das centenas: $2+7=9$, e adicionamos o 1 que “subiu”. Assim, temos: $9+1=10$. Agora novamente vamos colocar 0 na casa das centenas e subir 1 para a casa seguinte.

$$\begin{array}{r} 111 \\ 1234 \\ + 799 \\ \hline 033 \end{array}$$

Por fim, somamos um milhar ao um que subiu: $1+1=2$. Colocamos 2 na casa das unidades de milhar do resultado e concluímos a soma.

$$\begin{array}{r} 111 \\ 1234 \\ + 799 \\ \hline 2033 \end{array}$$

EXERCÍCIO

1) Siga o passo a passo acima e resolva as adições seguir:

a)

$$\begin{array}{r} \\ 2937 \\ + 999 \\ \hline \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} \\ 6531 \\ + 7758 \\ \hline \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r} \\ 99999 \\ + 3257 \\ \hline \end{array}$$

2) Complete corretamente os espaços dos algoritmos abaixo com os algarismos que faltam.

a)

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \square \\ 6 \ 2 \ 2 \ 9 \ 8 \ 7 \\ + \ 2 \ 5 \ 3 \ \square \ 2 \\ \hline \square \square 8 \ \square 4 \square \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \square \\ 5 \ 6 \ \square 8 \ 9 \\ + \ 1 \ 7 \ 3 \ \square 4 \\ \hline \square \square 6 \ 7 \square \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \\ 8 \ 3 \ 2 \ 5 \ 1 \ 6 \\ + \ 1 \ \square 5 \ 3 \ \square \\ \hline \square \square 7 \ \square \square 5 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r} \square \square \square \square \square \\ 9 \ 8 \ 8 \ 9 \ 5 \ 6 \\ + \ \square \square 3 \ \square \square 9 \\ \hline 8 \ 1 \ \square 5 \ 2 \ 5 \end{array}$$

Estratégia Aditiva:

Na adição podemos usar o seguinte mecanismo para realizar uma soma: Adicionar uma quantidade a uma das parcelas e retirar essa mesma quantidade da outra parcela.

Ao fazermos isso, nós mantemos a igualdade na adição.

Vamos somar 99999 a 15642.

Para realizar essa adição necessitaríamos fazer repetidos reagrupamentos, mas usaremos a estratégia para resolver da seguinte forma:

- Reparemos que ao adicionar 1 a 99999 obtemos 100000.
- Se adicionamos 1 a uma das parcelas, devemos subtrair 1 da outra parcela.
- Portanto: $15642 - 1 = 15641$.
- Agora basta adicionar 100000 a 15641.
- Obtendo como resultado 115641.

Portanto conclui-se que: Se $a + b = c$, então $(a + x) + (b - x) = c$ para todo $x =$ natural.

5.5 Material: subtração

A subtração é a operação inversa à adição, no sentido de que: Ao adicionarmos um número B a um número A, obtemos como resultado um $C = A + B$. Subtraindo B do resultado C, voltamos ao número inicial, A. Logo temos que: Se $A + B = C$ então $C - B = A$. Da mesma forma que C é a soma de A e B, dizemos que A é a diferença entre C e B.

Vejamos um exemplo numérico:

Se temos que $15 + 5 = 20$, então subtraindo é válido que $20 - 5 = 15$. Daí vemos que a subtração de fato é o inverso da adição.

Algoritmo usual da subtração:

Para calcular a diferença entre dois naturais (o menor subtraído do maior), organize os números da seguinte forma e siga o algoritmo:

$ \begin{array}{r} \text{MINUENDO} \\ - \text{SUBTRAENDO} \\ \hline \text{DIFERENÇA} \end{array} $

I. Inicie na casa das unidades.

II. Subtraia os algarismos da casa em que está.

III. Se a subtração desses algarismos for maior que ou igual a 0, este novo valor será o algarismo do resultado.

III.a Se a subtração desses algarismos for menor do que 0, subtraia 1 do algarismo do minuendo (número maior), imediatamente a esquerda da casa em que está e adicione 10 ao algarismo do minuendo da casa que está. Subtraia, o resultado será o algarismo da diferença. **(Usual)**

III.b Se a subtração desses algarismos for menor do que 0, adicione 10 ao valor encontrado tornando-o positivo. Este novo valor será o algarismo do resultado. Quando isso ocorrer, deve-se retirar 1 do valor obtido pela subtração dos dígitos na próxima casa.

IV. Se ainda existirem novas casas decimais à esquerda, avance para a próxima casa e repita o passo II.

V. Se não existirem novas casas à esquerda, pare.

Exemplo: Vamos subtrair os números 1234 e 799, seguindo o passo a passo do algoritmo usual da subtração, mostrado anteriormente.

Inicialmente devemos subtrair 9 de 4 unidades: $9 - 4 = -5$. Como encontramos um resultado negativo devemos somar 10 a esse resultado (**usando o passo III.b**). Logo: $-5 + 10 = 5$. O resultado 5 é o algarismo das unidades da diferença.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 1234 \\ - 799 \\ \hline 5 \end{array}$$

Agora deveríamos tirar 9 dezenas de 3, no entanto o 3 tornou-se 2 ao “emprestar” uma de suas dezenas ao algarismo das unidades. Portanto temos: $2 - 9 = -7$. Visto que -7 é negativo, tomaremos “emprestado” 1 centena das 2 existentes e somaremos a 2 dezenas, para então subtrair 9 dezenas (**usando o passo III.a**). Então: $(100 + 20) - 90 = 120 - 90 = 30$. Logo: A diferença terá 3 dezenas.

$$\begin{array}{r} 1 2 \\ 1234 \\ - 799 \\ \hline 3 5 \end{array}$$

Agora devíamos tirar 7 centenas de 2, mas novamente tivemos um “empréstimo”. Portanto 2 centenas tornaram-se apenas 1 centena. Assim temos: $1 - 7 = -6$. Visto que -6 é negativo, faremos a **decomposição** de 1 unidade de milhar do **minuendo** em 10 centenas e adicionaremos à 1 centena existente, para então subtrair 7 (**usando o passo III.a**). Então: $(1000 + 100) - 700 = 1100 - 700 = 400$. Logo: A diferença terá 4 centenas e não havendo mais algarismos a esquerda o resultado da subtração é 435.

$$\begin{array}{r} 0 1 2 \\ 1234 \\ - 799 \\ \hline 435 \end{array}$$

EXERCÍCIO

1) Siga o passo a passo acima e resolva as subtrações a seguir:

a)
$$\begin{array}{r} \\ 2937 \\ - 999 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} \\ 6531 \\ - 758 \\ \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} \\ 92596 \\ - 6597 \\ \hline \end{array}$$

Estratégia Subtrativa: A estratégia subtrativa proporciona uma facilidade significativa para realizar determinadas subtrações, em particular as subtrações com reservas (subtrações em que aparecem empréstimos). Vimos que, enquanto na adição, ao adicionar uma quantidade a uma das parcelas e retirar essa mesma quantidade da outra parcela mantem-se o resultado, algo parecido acontece na subtração.

Na subtração ao tirarmos ou adicionarmos uma mesma quantidade ao minuendo e ao subtraendo a diferença permanece a mesma.

Vamos subtrair 99999 de 156420.

Para realizar essa subtração necessitaríamos fazer repetidos “empréstimos”, mas usaremos a estratégia para resolver da seguinte forma:

- Reparemos que ao adicionar 1 a 99999 obtemos 100000.
- Se adicionamos 1 ao subtraendo, devemos adicionar 1 a minuendo.
- Portanto: $156420 + 1 = 156421$.
- Agora basta retirar 100000 de 156421.
- Obtendo como resultado 56421.

Portanto conclui-se que:

I. $a - b = (a + c) - (b + c)$

II. $a - b = (a - c) - (b - c)$

EXERCÍCIO

1) Tente usar a estratégia subtrativa para realizar as subtrações abaixo:

a)
$$\begin{array}{r} \\ 2937 \\ - 999 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} \\ 6531 \\ - 528 \\ \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} \\ 92596 \\ - 1924 \\ \hline \end{array}$$

2) João foi ao mercado e pediu ao açougueiro para pesar 1,5kg ou 1500g de carne moída, mas ao realizar a pesagem da carne o açougueiro informou que havia apenas 980g de carne, quanto de carne a menos João levará para casa?

3) João deseja realizar o pagamento avista com R\$ 1000 reais em dinheiro, em uma loja de celulares, ao realizar o pagamento de um celular que custa R\$ 983 a vendedora pergunta se João teria R\$ 3. João entrega-lhe os R\$ 3 que tinha e ela entrega a João R\$ 20 de troco. Explique o processo envolvido.

Segue o passo a passo para a utilização do algoritmo:

- I.** Pense em um número de 0 a 9, que somado ao algarismo da casa em que está, resulte em um número com o algarismo das unidades, igual ao algarismo correspondente do minuendo.
- II.** Se a soma do algarismo que pensou com o do subtraendo for maior que 9, acrescente o dígito das dezenas dessa soma à próxima casa assim como acontece na adição. Caso seja menor do que ou igual a 9, avance para o passo **III**.
- III.** Se ainda existirem quadradinhos de casas decimais à esquerda, avance para a próxima casa e repita o passo **II**.
- IV.** Se não existirem novas casas, pare.

Vejamos a resolução do exemplo a seguir: O percurso da casa de João até a escola é de 2520 metros (Aproximadamente 2,5Km), se este rapaz caminha 110m até a parada de ônibus, o percurso que ele faz de ônibus é de quantos metros?

<p>Montemos o algoritmo da seguinte forma:</p> <p>a) O resultado terá no máximo 4 algarismos.</p> <p>b) Inicie na casa das unidades.</p>	$\begin{array}{r} 110 \\ + \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \\ \hline 2520 \end{array}$
<p>Pensando no número de 0 a 9 que somado a 0, resulta em 0. Concluimos que o número só pode ser zero, pois 0 somado a 0 é igual a 0. ($0 + 0 = 0$)</p>	$\begin{array}{r} 110 \\ + \blacksquare \blacksquare \blacksquare 0 \\ \hline 2520 \end{array}$
<p>Repetimos o mesmo pensamento, qual o número de 0 a 9 que somado 1 resulta em 2. Concluimos que 1 somado a 1 é igual a 2. ($1 + 1 = 2$)</p>	$\begin{array}{r} 110 \\ + \blacksquare \blacksquare 1 0 \\ \hline 2520 \end{array}$
<p>Pensando no menor número que somado a 1 resulta em 5, concluimos que 1 somado a 4 é igual a 5. ($1 + 4 = 5$)</p>	$\begin{array}{r} 110 \\ + \blacksquare 4 1 0 \\ \hline 2520 \end{array}$
<p>Por fim, pensamos no número que soma a nada (zero), resulta em 2, assim concluimos que 2 somado a nada é igual a 2. ($2 + 0 = 2$)</p>	$\begin{array}{r} 110 \\ + 2 4 1 0 \\ \hline 2520 \end{array}$

Em comparação ao algoritmo usual da subtração, podemos perceber que esse método é significativamente mais fácil, pois nos remete a pensamentos aditivos, veremos a seguir que o processo para resolver subtrações com reservas é o mesmo, portanto igualmente fácil:

O pai de João pretende comprar uma moto no valor de R\$ 7520. Se ele pretende pagar com uma entrada de R\$ 2755 e parcelar o restante. Qual o valor que será parcelado?

Montemos o algoritmo da seguinte forma:

- O resultado terá no máximo 4 algarismos.
- Inicie na casa das unidades.

$$\begin{array}{r} 2755 \\ + \blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare \\ \hline 7520 \end{array}$$

Iniciamos pensando no número de 0 a 9 que somado a 5 resulta em um número terminado em 0. Logo percebemos que o único número que satisfaz a condição é o 5, pois 5 somado a 5 resulta em 10 que possui zero no final. Por fim faremos o mesmo que acontece no algoritmo da adição somamos 5 a 5, colocamos o algarismo da unidade no resultado subimos o outro algarismo para a próxima casa.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2755 \\ + \blacksquare\blacksquare\blacksquare5 \\ \hline 7520 \end{array}$$

Agora devemos nos atentar que subiu 1, portanto $5 + 1 = 6$, daí pensamos no número de 0 a 9 que somado a 6, resulta em um número que possui 2 na casa das unidades. Daí concluímos que 6 somado a 6, resulta em 12 que possui 2 no final. Então da soma 12, o 2 iria para soma e o 1 subiria para o próximo algarismo.

$$\begin{array}{r} 11 \\ 2755 \\ + \blacksquare\blacksquare65 \\ \hline 7520 \end{array}$$

De forma mais breve pensamos no número de 0 a 9 que somado a 8 resulta em um número terminado em 5, concluímos que o número em questão deve ser o 7, pois $7+8=15$. Como essa soma é maior que 9, devemos somar uma unidade no algarismo seguinte.

$$\begin{array}{r} 111 \\ 2755 \\ + \blacksquare765 \\ \hline 7520 \end{array}$$

Por fim, pensamos no número de 0 a 9 que somado a 3 resulta em 7, logo concluímos que esse número só pode ser 4, pois $3 + 4 = 7$. Portanto o pai de João ira parcelar **R\$ 4.765,00**.

$$\begin{array}{r} 111 \\ 2755 \\ + 4765 \\ \hline 7520 \end{array}$$

O método acima baseia-se na relação existente entres as operações de adição e subtração, considerando que uma operação é o inverso da outra podemos transformar uma subtração em uma adição, apenas fazendo uma reorganização e nesse caso é o que fazemos para montar esse algoritmo.

A seguir resolveremos alguns exercícios de subtração, com ênfase nas subtrações com reservas, atente-se a cada um dos passos do algoritmo, casos tenha dúvidas consulte o professor para que ele esclareça suas dúvidas.

Exercício

1) Siga atentamente o passo a passo do algoritmo alternativo para realizar subtrações e resolva as operações abaixo:

a)
$$\begin{array}{r} \\ 1999 \\ + \square\square\square\square \\ \hline 2937 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} \\ 6971 \\ + \square\square\square\square \\ \hline 7758 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} \\ 3257 \\ + \square\square\square\square \\ \hline 13953 \end{array}$$

2) Monte e resolva através do algoritmo apresentados as subtrações a seguir:

a) $65427 - 19999 =$ b) $765249 - 567890 =$ c) $19846 - 9978 =$

3) Um avião faz o percurso de aproximadamente 328Km de Macapá a capital do Amapá, para a Belém a capital do Para, em média 50min.

a) Se o piloto avisa que faltam apenas 99Km para chegar ao destino final, quantos quilômetros foram percorridos?

b) Se o piloto avisa que faltam apenas 19min para chegar ao destino final, quantos minutos se passaram?

4) Segundo o Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes do Brasil-DNIT: O rio Amazonas é o maior rio do mundo e constitui a mais extensa rede hidrográfica do globo terrestre. Desde sua nascente, na quebrada Apacheta, situada na base do Nevado Quehuisha, e pertencendo ao Departamento de Arequipa, a 5.150 metros de altitude, até sua desembocadura no Oceano Atlântico, o rio alcança a extensão de 7.062 km, com 391 quilômetros a mais do que o segundo colocado, o rio Nilo, na África.

a) Com base nos dados acima, calcule a extensão quilométrica do Rio Nilo.

b) Pesquise a extensão quilométrica de um dos rios de sua cidade e verifique qual a diferença entre o comprimento dele e do majestoso rio Amazonas.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao buscar responder à questão central do estudo sobre a forma que é apresentado o algoritmo da subtração em livros didáticos do 4º ano do ensino fundamental, bem como se dá a abordagem do conteúdo de subtração e os métodos utilizados para resolução de problemas subtrativos, e quais métodos alternativos que as coleções propõem. O autor por meio de pesquisas bibliográficas e mediante uma análise minuciosa das unidades que abordam os conteúdos de subtração nos livros didáticos, apresenta os resultados deste estudo quanto aos problemas encontrados nos livros analisados que são passíveis a críticas.

O Livro didático é um importante recurso para a prática docente e dependendo de sua abordagem pode ocasionar um impacto positivo ou negativo no processo de ensino e aprendizagem em sala de aula. Assim, analisar os livros didáticos de matemática, mais especificamente o conteúdo de subtração, é extremamente importante para a prática docente.

Ao analisar as abordagens do conteúdo de subtração nos três livros didáticos, foi possível concluir que eles trazem uma abordagem contextualizada em relação a outras áreas do conhecimento, no entanto, apenas dois dos três livros abordam situações cotidianas, que estão estritamente ligadas ao dia a dia dos alunos. Contudo, sabe-se das diferentes realidades sociais em que os alunos estão inseridos, havendo-se então a necessidade de ponderar as diferentes situações e buscar abordagens cada vez mais abrangentes.

É importante salientar que o livro didático deve ser usado apenas como parâmetro, de forma a auxiliar os professores na prática docente em sala de aula, deve-se ter ciência de que alguns deles são falhos ou incompletos em certas abordagens, logo os professores como transmissores de conhecimento devem estar atento aos mínimos detalhes e buscar constantemente melhorar suas práticas e inovar suas metodologias, indo além dos livros didáticos e aproximando o conteúdo cada vez mais do cotidiano do aluno, e assim desconstruindo a ideia de que os livros didáticos são fontes exclusivas de obtenção de conhecimento.

Diante disso, a pesquisa buscou identificar nos livros didáticos os responsáveis pela dificuldade que os alunos apresentam em compreender a matemática, assumindo assim um caráter exploratório, pois possibilita um aprofundamento do pesquisador sobre o assunto estudado, além de servir como base para futuras pesquisas. Com base nas análises das unidades pode-se inferir incompletudes em certas abordagens dos livros didáticos, evidenciando que as dificuldades que muitos alunos demonstram em compreender o algoritmo da subtração, deve-se em grande parte a abordagem feita em livros didáticos.

Portanto, o estudo possibilitou compreender que a estrutura didática apresentada nos capítulos analisados pode originar novas propostas didáticas quanto a abordagem do algoritmo da subtração. Isto é, as metodologias apresentadas nos livros analisados não impossibilitam que o professor crie situações ou, a partir das sugestões dos livros, elabore e planeje diversas técnicas, de forma a facilitar o processo de transformação do conhecimento a ser ensinado em conhecimento ensinado.

Assim, pode-se considerar que a situação descrita neste trabalho pode contribuir não apenas em novas pesquisas, mas em novas organizações da estrutura didática sobre o conteúdo de subtração objetivando a melhoria na prática de ensino da matemática.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN**. Brasília: MEC/SEF, 1997. v. 3.
- BRASIL, MEC, Base Nacional Comum Curricular – BNCC. disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCCEIEF110518versaofinalsite.pdf>
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. 9. ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1991.
- CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. **Transformando a prática das aulas de matemática: Textos preliminares**. São Paulo, 2001. V. 1. Ed Ltda. 135 p.
- CUNHA, D. R. **A matemática na formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental: relações entre a formação inicial e a prática pedagógica**. Porto Alegre, 2010. 108p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.
- DANYLUK, Ocsana. **Alfabetização matemática: as primeiras manifestações da escrita infantil**. Porto Alegre: Sulina, 1998. <https://wp.ufpel.edu.br/geemai/files/2017/11/A-IMPORT%C3%82NCIA-DA-MATEM%C3%81TICA-NOS-ANOS-INICIAS.pdf>
- GATTI, B. A. **Educação, escola e formação de professores: políticas e impasses**. Educar em Revista, Curitiba, n. 50, p. 51-67, out/dez. 2013. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/ciedu/v22n2/1516-7313-ciedu-22-02-0505.pdf>
- GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas da pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2008. 200 p.
- JORGE, Andréia Moura; BASNIAK, Maria Ivete. **O ensino das quatro operações básicas da matemática com o uso do ensino exploratório no 6º ano do ensino fundamental**. Paraná, 2016. 22 p. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospede/pdebusca/producoespede/2016/2016artigomatunespar-uniaodavitoriaandreamourajorge.pdf> . Acesso:15.11.2019
- MARCONI, M. D. A.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de pesquisa: planejamento e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisas, elaboração, análise e interpretação de dados**. 3.ed. São Paulo: Atlas, 1996.
- MATTAR, F. N. **Pesquisa de marketing: edição compacta**. São Paulo: Atlas, 1996.
- MORAES, Emmanuel Cristiano Lopes de. **Revisitando os Algoritmos para Operações Aritméticas Fundamentais**. Brasília, 2015. 94 p. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/handle/10482/19789> . Acesso:15.11.2019
- OLIVEIRA, Renata Karla da Silva. **As dificuldades apresentadas por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas matemáticos envolvendo subtração com números naturais**. Rio Tinto- PB, 2015. 57p. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/3296> . Acesso:15.11.2019

SILVA, Vilmar Silva da. **Os desafios da escola pública Paranaense. Cadernos PDE. Secretária de educação.** Paraná. 2013. Disponível em:
http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/203utfprmatpdpvilmarsilvadasilva.pdf . Acesso:15.11.2019