



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO AMAPÁ  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

SAMUEL MORAES PESSOA

**Modelagem matemática do resfriamento de corpos:** uma abordagem com equações  
diferenciais

MACAPÁ - AP

2025

SAMUEL MORAES PESSOA

**Modelagem matemática do resfriamento de corpos:** uma abordagem com equações  
diferenciais

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a coordenação do curso Licenciatura em Matemática como requisito avaliativo para obtenção do título de licenciado em matemática.

Orientador: Prof. Me. Francielck Domingos Freire.

Coorientador: Prof. Dr. Élys da Silva Mendes.

MACAPÁ - AP

2025

Biblioteca Institucional - IFAP  
Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

P475m Pessoa, Samuel Moraes  
Modelagem matemática do resfriamento de corpos: uma abordagem com equações diferenciais / Samuel Moraes Pessoa - Macapá, 2025. 89 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) -- Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá, Campus Macapá, Licenciatura em Matemática, 2025.

Orientador: Francielck Domingos Freire.  
Coorientador: Élys da Silva Mendes.

1. Equações Diferenciais. I. Freire, Francielck Domingos, orient. II. Mendes, Élys da Silva, coorient. III. Título.

---

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica do IFAP com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

SAMUEL MORAES PESSOA


**Modelagem matemática do resfriamento de corpos: uma abordagem com equações  
diferenciais**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
a coordenação do curso Licenciatura em  
Matemática como requisito avaliativo para  
obtenção do título de licenciado em  
matemática.

Orientador: Prof. Me. Francielck Domingos  
Freire.


Coorientador: Prof. Dr. Élys da Silva Mendes.

**BANCA EXAMINADORA**

Documento assinado digitalmente  
 **FRANCIELCK DOMINGOS FREIRE**  
Data: 20/01/2026 12:51:50-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


---

Prof. Me. Francielck Domingos Freire (Orientador) Instituto Federal de Educação, Ciência e  
Tecnologia do Amapá

Documento assinado digitalmente  
 **ELYS DA SILVA MENDES**  
Data: 20/01/2026 13:24:20-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


---

Prof. Dr. Élys da Silva Mendes (Coorientador) Instituto Federal de Educação, Ciência e

Tecnologia do Amapá  
Documento assinado digitalmente  
 **EDUARDO DA CONCEICAO ROSARIO**  
Data: 22/01/2026 11:54:59-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Me. Eduardo da Conceição Rosario (Membro interno) Instituto Federal de Educação,  
Ciência e Tecnologia do Amapá

Documento assinado digitalmente  
 **WILLIANS LOPES DE ALMEIDA**  
Data: 24/01/2026 12:23:12-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Dr. Willians Lopes de Almeida (Membro externo) Instituto Federal de Educação,  
Ciência e Tecnologia do Amapá

Apresentado em: 02/12/2025

Conceito/Nota: 98,00

A Deus, aos meus pais, irmãos, amigos e professores.

## **AGRADECIMENTO**

Agradeço a Deus, por minha saúde, por ter me dado forças e inteligência para que eu pudesse chegar até aqui.

Aos meus pais, Silvano Pessoa e Eliene da Graça, por sempre terem me apoiado e dedicado as suas vidas para que eu pudesse estar nesta instituição de ensino.

Aos meus irmãos Aline Pessoa e Daniel Pessoa, por estarem comigo em todos os momentos e terem me apoiado.

Ao meu orientador Prof. Me. Francielck Domingos Freire, por ser meu orientador e ter dedicado seu tempo para ensinar, orientar e acompanhar o meu TCC até aqui.

Ao meu coorientador Prof. Me. Élys da Silva Mendes, por ter dedicado seu tempo para colaborar com meu TCC, em especial na parte experimental.

Ao Instituto Federal do Amapá, pela excelente qualidade de ensino e momentos únicos vividos dentro da graduação.

A todos os amigos que eu fiz dentro da graduação, por terem me apoiado e ajudado para que eu pudesse chegar até este momento.

Por fim, sou grato por todas as conquistas que eu obtive até aqui, sempre com dedicação e foco.

"Nenhuma grande descoberta foi feita  
jamais sem um palpite ousado".

(Isaac Newton).

## RESUMO

A lei de resfriamento de Newton é dada como um modelo matemático no ensino de equações diferenciais no ensino superior. Ela diz que podemos calcular a variação da temperatura em relação ao tempo de um determinado corpo. O presente trabalho associa a modelagem matemática com equações diferenciais, através de um experimento utilizando a lei de Newton. Serão abordados tópicos como: a história da lei de resfriamento de Newton, equações diferenciais ordinárias, a lei de resfriamento de Newton, modelagem matemática em fenômenos físicos, demonstração da lei, metodologia para aplicação, dentre outros. O trabalho tem como intuito mostrar a importância da modelagem matemática no ensino de equações diferenciais, em especial a lei de Newton apresentada no trabalho. Também será apresentado alguns métodos de resolução para equações diferenciais ordinárias, a fim de mostrar a importância da matemática em dedução de fenômenos físicos presentes no dia a dia de uma pessoa comum.

Palavras-chave: resfriamento; equações; diferenciais; temperatura.

## **ABSTRACT**

Newton's law of cooling is presented as a mathematical model in the teaching of differential equations in higher education. It states that we can calculate the variation of temperature with respect to time of a given body. This work associates mathematical modeling with differential equations through an experiment using Newton's law. Topics to be covered include: the history of Newton's law of cooling, ordinary differential equations, Newton's law of cooling, mathematical modeling in physical phenomena, demonstration of the law, methodology for application, among others. The purpose of the work is to show the importance of mathematical modeling in the teaching of differential equations, especially the Newton's law presented in the paper. Additionally, some methods for solving ordinary differential equations will be presented, with the aim of demonstrating the importance of mathematics in deducing physical phenomena present in the daily life of an ordinary person.

Keywords: cooling; equations; differentials; temperature.

## LISTA DE SIGLAS

ED	Equação Diferencial
EDs	Equações Diferenciais
EDO	Equação Diferencial Ordinária
EDOs	Equações Diferenciais Ordinárias
EDP	Equação Diferencial Parcial
s.v.	Separação de Variáveis

## LISTA DE SÍMBOLOS

$k$	constante $k$
$e$	constante $e$
$T$	temperatura do meio ambiente
$T\alpha$	temperatura constante
$y(x)$	função $y$ em relação a $x$
$r(x)$	função $r$ em relação a $x$
$\mu(x)$	função $\mu$ em relação a $x$
$T(t)$	temperatura do corpo no instante $t$
$s(x)$	função $s$ em relação a $x$
$\frac{dT}{dt}$	variação da temperatura em relação ao tempo
$e^{\int r(x)dx}$	fator integrante

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>12</b>
1.1.1	Objetivo Geral	12
1.1.2	Objetivos Específicos	12
<b>1.2</b>	<b>Justificativa</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>15</b>
<b>2.1</b>	<b>A História da Lei de Resfriamento de Newton</b>	<b>15</b>
<b>2.2</b>	<b>Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs)</b>	<b>15</b>
2.2.1	Equações Diferenciais Ordinárias Lineares de 1ª ordem	16
2.2.2	A Lei de Resfriamento de Newton	20
2.2.3	Interpretação do Parâmetro k	22
<b>2.3</b>	<b>Modelagem Matemática em fenômenos Físicos</b>	<b>23</b>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>25</b>
<b>3.1</b>	<b>Tipo de Pesquisa</b>	<b>25</b>
<b>3.2</b>	<b>Público-alvo</b>	<b>25</b>
<b>3.3</b>	<b>Metodologia da aplicação</b>	<b>26</b>
<b>4</b>	<b>APLICAÇÃO DO EXPERIMENTO</b>	<b>27</b>
<b>4.1</b>	<b>Experimento com os alunos</b>	<b>27</b>
<b>4.2</b>	<b>Gráficos obtidos</b>	<b>29</b>
<b>4.3</b>	<b>Constante K e sua variação ao longo do tempo</b>	<b>32</b>
<b>4.4</b>	<b>Experimento isolado</b>	<b>41</b>
<b>4.5</b>	<b>Gráfico obtido</b>	<b>47</b>
<b>4.6</b>	<b>Preenchimento do formulário dos alunos</b>	<b>51</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>55</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>56</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A modelagem matemática apresenta-se como uma ferramenta essencial para o ensino da Matemática, especialmente quando associada a fenômenos observáveis no cotidiano. Sua utilização permite que estudantes visualizem, interpretem e compreendam conceitos abstratos a partir de situações concretas. Entre os tópicos tradicionalmente reconhecidos como desafiadores no ensino superior, destacam-se as Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs), frequentemente percebidas pelos estudantes como excessivamente técnicas e distantes de suas aplicações.

Nesse contexto, a Lei de Resfriamento de Newton apresenta-se como um exemplo relevante de aplicação das EDOs a fenômenos físicos cotidianos, permitindo ao estudante estabelecer conexões entre teoria matemática, experimentação e interpretação de resultados. Sua simplicidade estrutural e aplicabilidade em diferentes situações a tornam um modelo adequado para fins didáticos.

Assim, este trabalho investiga o uso da modelagem matemática, articulada à Lei de Resfriamento de Newton, como estratégia para promover uma aprendizagem mais significativa de EDOs. Para isso, são apresentados dois experimentos: o primeiro realizado com estudantes da Licenciatura em Física, utilizando uma xícara de café como exemplo, com foco no processo didático, e o segundo conduzido pelo pesquisador, visando obter dados mais precisos para análise. A partir desses procedimentos, busca-se evidenciar como a modelagem pode contribuir para a compreensão conceitual das EDOs e para a aproximação do aluno com fenômenos físicos reais.

### 1.1 Objetivos

#### 1.1.1 Objetivo Geral

- Analisar e aplicar a Lei de Resfriamento de Newton por meio da modelagem matemática, utilizando Equações Diferenciais Ordinárias para compreender e interpretar o comportamento térmico observado experimentalmente.

#### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Demonstrar a equação da Lei de Resfriamento de Newton por métodos de Equações Diferenciais Ordinárias;
- Realizar experimentos de resfriamento e comparar os dados com o modelo teórico (modelagem matemática);
- Investigar a percepção dos alunos sobre a aplicação experimental de um modelo matemático;
- Criação de uma sequência didática como produto educacional para o ensino de equações diferenciais, usando a lei de resfriamento de Newton como base.

## 1.2 Justificativa

O estudo das equações diferenciais ordinárias compõe um dos eixos fundamentais na formação em cursos das ciências exatas, mas é frequentemente apontado pelos estudantes como um conteúdo abstrato e de difícil compreensão. Tal dificuldade impacta diretamente o desempenho acadêmico e a motivação dos alunos, refletindo-se em índices elevados de evasão e reprovação.

De acordo com Dullius, Veit e Araujo (2013):

Engenheiros e outros profissionais da área das ciências exatas sistematicamente necessitam equacionar e solucionar uma ampla gama de problemas que podem ser representados por Equações Diferenciais (ED<sup>1</sup>). [...] Entretanto, os alunos, de maneira geral, não manifestam interesse, temem ou até mesmo abominam tais equações sem se darem conta de sua utilidade. Essa falta de motivação para o estudo do tema termina se refletindo na elevação dos índices de evasão e reprovação nas disciplinas que tratam de conteúdos associados ao cálculo diferencial [...]. (DULLIUS, VEIT e ARAUJO, 2013, p.207).

Os mesmos autores ainda reforçam que: “Os alunos percebem as ED como técnicas de cálculos, e estas, na maioria das vezes, são consideradas muito difíceis por eles. Há alunos que percebem que as ED são importantes em várias áreas.” Dullius, Veit e Araujo (2013, p.222). Nesse cenário, a modelagem matemática surge como alternativa pedagógica capaz de aproximar o estudante de aplicações concretas favorecendo a compreensão dos conceitos envolvidos, tornando o aprendizado mais intuitivo e conectado à realidade.

Segundo Bassanezi (2015):

A Modelagem Matemática é simplesmente uma estratégia utilizada para obtermos alguma explicação ou entendimento de determinadas situações reais. No processo de reflexão sobre a porção da realidade, selecionamos os argumentos considerados essenciais e procuramos um modelo matemático que contemple as relações que envolvem tais argumentos. (Bassanezi, 2015, p. 15-16).

Nesse aspecto, a inserção da modelagem matemática no ensino das equações diferenciais ordinárias aliada ao contexto de fenômenos físicos, presentes no cotidiano do aluno, apresenta uma alternativa viável à abordagem desse conteúdo. A proposta que é apresentada busca justamente essa articulação entre as áreas, oferecendo ao licenciando uma forma de compreender e aplicar conhecimentos matemáticos a partir de situações reais e experimentais.

Nesse contexto, a lei de resfriamento de Newton se mostra especialmente adequada para uso didático, por tratar-se de uma situação de fácil observação e de alto potencial didático. Segundo Biembengut e Hein (2009, p.12) destacam que “além de conhecimento matemático, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, discernir que conteúdo melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas”.

Justifica-se, portanto, a realização deste trabalho pela necessidade de propor abordagens didáticas que tornem o ensino de EDOs mais significativo e contextualizado. Além disso, a pesquisa contribui para a formação docente ao demonstrar como a modelagem e a experimentação podem ser incorporadas às práticas pedagógicas, atendendo às demandas educacionais atuais por metodologias ativas e interdisciplinares.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresentará os conceitos teóricos fundamentais para o desenvolvimento da pesquisa, iniciando com um breve histórico sobre a lei de resfriamento de Newton e prosseguindo com a caracterização das equações diferenciais ordinárias. Além disso, discutirá a relevância da modelagem matemática no ensino e sua aplicação em fenômenos físicos.

### 2.1 A História da Lei de Resfriamento de Newton

A lei de resfriamento de Newton foi originalmente formulada em 1701, quando Isaac Newton publicou anonimamente o artigo *Scala Graduum Caloris*. Neste trabalho, Newton descreveu um método para medir temperaturas elevadas, impossíveis de serem mensuradas diretamente naquela época, Silva (2010, apud PEREIRA, 2019).

Apesar de sua simplicidade, essa lei tornou-se fundamental em diversas áreas aplicadas, como: engenharia térmica, medicina forense e processos industriais. No contexto educacional, sua importância reside na possibilidade de conectar fenômenos físicos reais à estrutura matemática das equações diferenciais de primeira ordem.

Para que a lei seja aplicada de forma adequada, algumas condições precisam ser satisfeitas. Conforme Pereira (2019), essas condições são: (i) a temperatura do corpo deve depender apenas do tempo e ser uniforme em todo o material; (ii) a temperatura do meio ambiente deve permanecer constante durante a observação; e (iii) a taxa de variação da temperatura do corpo deve obedecer à equação da lei.

A expressão que representa a lei de resfriamento de Newton é dada por uma equação diferencial de primeira ordem:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{\alpha})$$

Em que  $T$  representa a temperatura do corpo,  $T_{\alpha}$  temperatura constante do meio ambiente, e  $K$  é uma constante positiva que depende das propriedades térmicas do material e do ambiente.

### 2.2 Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs)

Uma equação diferencial é aquela que envolve derivadas de uma ou mais variáveis dependentes em relação a uma ou mais variáveis independentes. Zill e Cullen (2001, p. 2)

definem: “uma equação que contém as derivadas ou diferenciais de uma ou mais variáveis dependentes, em relação a uma ou mais variáveis independentes, é chamada de equação diferencial”.

As EDOs, em particular, envolvem apenas derivadas ordinárias e uma única variável independente. Elas podem ser classificadas quanto à sua ordem (definida pela maior derivada presente) e quanto à linearidade.

Santos (2011) explica que:

Quanto à ordem uma equação diferencial pode ser de 1ª, de 2ª, ..., de n-ésima ordem dependendo da derivada de maior ordem presente na equação. Uma equação diferencial ordinária de ordem  $n$  é uma equação que pode ser escrita na forma  $F(t, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$ . (SANTOS, 2011, p.7).

Além da ordem, a linearidade também é um critério importante. Segundo o mesmo autor:

A linearidade uma equação diferencial pode ser linear ou não linear. Ela é linear se as incógnitas e suas derivadas aparecem de forma linear na equação, isto é, as incógnitas e suas derivadas aparecem em uma soma em que cada parcela é um produto de alguma derivada das incógnitas com uma função que não depende das incógnitas. Por exemplo uma equação diferencial ordinária linear de ordem  $n$  é uma equação que pode ser escrita como  $a_1(t) \frac{dy}{dt} + a_2(t) \frac{d^2y}{dt^2} + \dots + a_n(t) \frac{d^ny}{dt^n} = f(t)$ . (SANTOS, 2011, p.8).

O mesmo autor reforça ainda que “uma equação é linear se as incógnitas e suas derivadas aparecem de forma linear na equação”. Isso significa que não há potências, produtos ou funções não lineares envolvendo as variáveis dependentes ou suas derivadas.

### 2.2.1 Equações Diferenciais Ordinárias Lineares de 1ª ordem

Como visto no tópico 2.2, uma equação diferencial ordinária (EDO) de ordem  $n$  pode ser definida como sendo  $F(t, y, y', y'', \dots, y^n)$ . Contudo, como uma EDO linear de 1ª ordem se define? De maneira resumida, uma EDO linear de primeira ordem é a que possui, dentro da equação diferencial, a derivada de primeira ordem como sendo a de maior ordem. Como define Zill e Cullen (2001, p. 68) “[...] linearidade significa que todos os coeficientes são funções de  $x$  somente e que  $y$  e todas as suas derivadas são elevadas à primeira potência. Agora, quando  $n = 1$  obtemos uma equação linear de primeira ordem.” Amplificando essa definição para EDOs

lineares de primeira ordem, ela precisa conter derivadas ordinárias, de primeira ordem e apenas uma variável independente. A forma de uma EDO linear de 1ª ordem é dada por:

$$\frac{dy}{dx} + r(x)y = s(x).$$

Em que  $r$  e  $s \in \mathbb{R}$  e,  $r: (a, b)$  e  $s: (a, b) \in \mathbb{R}$ . Veremos agora a forma geral de uma EDO linear de 1ª ordem homogênea, que é escrita na forma:

$$\frac{dy}{dx} + r(x)y = 0 \quad (*).$$

Contudo, antes de fazermos a solução (\*), iremos partir da forma matricial da EDO linear de 1ª ordem homogênea para a forma geral apresentada em (\*). Dessa forma, temos como forma matricial.

$$\begin{bmatrix} y_1' \\ y_2' \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(x) & a_{12}(x) & \dots & a_{1n}(x) \\ a_{21}(x) & a_{22}(x) & \dots & a_{2n}(x) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1}(x) & a_{n2}(x) & \dots & a_{nn}(x) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{bmatrix}$$

(I) Quando consideramos  $n = 1$ , obtemos a forma resumida da matriz, em que:

$$A(x) = a_{11}(x)$$

$$y = y_1$$

$$y' = y_1'.$$

(II) Como a forma resumida da matriz é dada por:  $y' = A(x)y$ , então substituímos os termos:

$$y_1' = a_{11}(x)y_1.$$

(III) Subtraindo os dois lados por  $a_{11}(x)y_1$ :

$$y_1' - a_{11}(x)y_1 = a_{11}(x)y_1 - a_{11}(x)y_1$$

$$y_1' - a_{11}(x)y_1 = 0 \quad (**).$$

(IV) Agora vamos chegar na forma geral de (\*) substituindo os respectivos termos em (\*\*).

Dessa forma temos:

$$\begin{aligned}
 y_1' &= \frac{dy}{dx} \\
 -a_{11}(x) &= r(x) \\
 y_1 &= y \\
 \frac{dy}{dx} + r(x)y &= 0.
 \end{aligned}$$

Após encontrarmos (\*) através da forma matricial da EDO linear de 1ª ordem homogênea, vamos para a solução da mesma:

(I) A solução de (\*) é utilizando a separação de variáveis, então:

$$\frac{dy}{y} = -r(x)dx$$

(II) Integrando:

$$\begin{aligned}
 \int \frac{dy}{y} &= \int -r(x)dx \\
 \ln |y| &= -\int r(x)dx
 \end{aligned}$$

(III) Aplicando  $e$  dos dois lados para eliminar o logaritmo natural, dispomos de:

$$\begin{aligned}
 e^{\ln|y|} &= e^{-\int r(x)dx} \\
 y &= e^{-\int r(x)dx}.
 \end{aligned}$$

Obtemos a resolução EDO linear de 1ª ordem homogênea. Quando a EDO linear de 1ª ordem não é homogênea, ela é escrita na forma:

$$\frac{dy}{dx} + r(x)y = s(x) \quad (1).$$

Antes de resolvermos esta EDO, vamos partir da sua forma matricial para forma apresentada em (1). Portanto:

$$\begin{bmatrix} y_1' \\ y_2' \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(x) & a_{12}(x) & \dots & a_{1n}(x) \\ a_{21}(x) & a_{22}(x) & \dots & a_{2n}(x) \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1(x) \\ b_2(x) \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1}(x) & a_{n2}(x) & \dots & a_{nn}(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n(x) \end{bmatrix}$$

(I) Novamente vamos considerar  $n = 1$ . Desse modo, obtemos a forma resumida da matriz, em que:

$$A(x) = a_{11}(x)$$

$$y = y_1$$

$$y' = y'_1$$

$$b(x) = b_1(x).$$

(II) Como a forma resumida da matriz é dada por:  $y' = A(x)y + b(x)$ , então substituímos os termos:

$$y'_1 = a_{11}(x)y_1 + b_1(x).$$

(III) Subtraindo os dois lados por  $a_{11}(x)y_1$ :

$$y'_1 - a_{11}(x)y_1 = b_1(x) \quad (2).$$

(IV) Partindo para a forma geral de (1) substituindo os respectivos termos em (2):

$$y'_1 = \frac{dy}{dx}$$

$$-a_{11}(x) = r(x)$$

$$y_1 = y$$

$$b_1(x) = s(x)$$

$$\frac{dy}{dx} + r(x)y = s(x).$$

Agora que encontramos (1) através da forma matricial da EDO linear de 1ª ordem não homogênea, vamos para a solução da mesma:

Para solucionar ela, usamos o fator integrante, desse modo obtemos:

(I) Fator integrante:

$$\mu(x) = e^{\int r(x)dx}.$$

(II) Multiplicando a equação por  $\mu(x)$ , obtemos:

$$\mu(x) \frac{dy}{dx} + \mu(x)r(x)y = s(x)\mu(x).$$

(III) Fazendo o produto de  $\mu(x)y'$ :

$$\frac{d}{dx}(\mu(x)y) = \frac{d\mu(x)}{dx}y + \mu(x)\frac{dy}{dx}.$$

(IV) Como:

$$\begin{aligned}\mu(x) &= e^{\int r(x)dx} \\ \frac{d\mu(x)}{dx} &= r(x)\mu(x),\end{aligned}$$

(V) segue que:

$$\frac{d}{dx}(\mu(x)y) = \mu(x)r(x)y + \mu(x)\frac{dy}{dx}.$$

(VI) Como resultado:

$$\frac{d}{dx}(\mu(x)y) = s(x)\mu(x).$$

(VII) Integrando os dois lados:

$$\begin{aligned}\int \frac{d}{dx}(\mu(x)y) &= \int s(x)\mu(x)dx \\ \mu(x)y &= \int s(x)\mu(x)dx \\ y &= \frac{1}{\mu(x)} \int s(x)\mu(x)dx.\end{aligned}$$

Desse modo encontramos a solução para EDO linear de 1ª ordem não homogênea.

### 2.2.2 A Lei de Resfriamento de Newton

A lei de resfriamento de Newton nos mostra a variação da temperatura em relação ao tempo. Em outras palavras, a taxa de variação da temperatura de um corpo  $\frac{dT}{dt}$  é igual a diferença entre a temperatura presente no corpo  $T$  e a temperatura do meio ambiente  $T_\alpha$  que permanece constante.

De acordo com Zill, (2016):

De acordo com a lei empírica de Newton do esfriamento/aquecimento, a taxa segundo a qual a temperatura de um corpo varia é proporcional à diferença entre a temperatura do corpo e a temperatura do meio que o rodeia, denominada temperatura ambiente. Se  $T(t)$  representar a temperatura de um corpo no instante  $t$ ,  $T_m$  a temperatura do meio que o rodeia e  $\frac{dT}{dt}$  a taxa segundo a qual a temperatura do corpo varia, a lei de Newton do esfriamento/aquecimento é convertida na sentença matemática. (ZILL, 2016, p.23).

A partir dessa ideia, obtemos a equação diferencial:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_\alpha).$$

Definimos a constante  $k > 0$ . O sinal - (negativo) se dá ao fato de que o corpo está em processo de resfriamento.

Para resolver essa equação, será adotado o método de separação de variáveis.

(I) Separando as variáveis:

$$\frac{dT}{(T - T_\alpha)} = -k dt.$$

(II) Aplicando integral dos dois lados:

$$\int \frac{dT}{(T - T_\alpha)} = \int -k dt.$$

(III) Como  $k$  é constante:

$$\int \frac{dT}{(T - T_\alpha)} = -k \int dt.$$

$$\ln |(T - T_\alpha)| + c_1 = -kt + c_2$$

$$\ln |(T - T_\alpha)| = -kt + c.$$

(IV) Aplicando  $e$  dos dois lados para eliminar o logaritmo natural:

$$e^{\ln |(T - T_\alpha)|} = e^{-kt + c}$$

$$(T - T_\alpha) = e^{-kt} c$$

$$T(t) = T_\alpha + e^{-kt} c.$$

(V) Para encontrar  $c$ , vamos usar a condição inicial  $T(0) = T_0$ :

$$T(0) = T_\alpha + e^{-k \cdot 0} c$$

$$T(0) = T_\alpha + c$$

$$c = T_0 - T_\alpha.$$

(VI) Desse modo, obtemos a expressão:

$$T(t) = T_\alpha + (T_0 - T_\alpha)e^{-kt}$$

que é a solução da equação diferencial.

Onde:  $T(t)$  é a temperatura do corpo no instante  $t$  e  $T_0$  é a temperatura inicial quando  $t = 0$ .

A expressão apresentada nos ajuda a determinar certos fenômenos da natureza e de problemas da sociedade, como: a hora da morte de uma pessoa, criar sistemas de refrigeração, de temperatura de um lago ou rio, entre outros.

**Exemplo 1:** Suponha que uma xícara de café está a  $80^\circ\text{C}$  em uma cozinha de  $25^\circ\text{C}$ . Se  $k = 0,2$ , a temperatura após 5 minutos será, considerando  $t = 5$ ,  $T_\alpha = 25$ ,  $T_0 = 80$ ,  $k = 0,2$ ,  $e = 2,71$ :

$$T(t) = T_\alpha + (T_0 - T_\alpha)e^{-kt}$$

$$T(5) = 25 + (80 - 25)2,71^{-0,2 \cdot 5}.$$

Resolvendo a expressão, obtemos o valor aproximado:

$$T(5) \approx 45,29^\circ\text{C}.$$

### 2.2.3 Interpretação do Parâmetro $k$

Como visto anteriormente, a constante  $k > 0$  e o sinal de menos da equação se dá ao fato de que o corpo está perdendo calor. Como define Sá (2019, p. 41) “O sinal negativo de  $k$  nos indica que há um resfriamento do corpo”. Contudo, para que serve essa constante? De maneira sucinta, o  $k$  representa a medida do quão rápido ocorre a perda de calor do corpo e do ambiente. Ou seja, se  $k$  adotar valores maiores, mais rápido será o resfriamento e consequentemente, se o  $k$  adotar valores menores, mais devagar será o resfriamento.

De acordo com Silva (2010):

[...]  $k$  é uma constante de proporcionalidade que depende do material do corpo, da massa e da superfície exposta ao ambiente, sendo que o sinal negativo indica que a temperatura do corpo está diminuindo com o passar do tempo, em relação à temperatura do meio ambiente. (SILVA, 2010, p.49).

Vamos determinar a expressão que se obtém a constante  $k$ . Para isso, partiremos da forma geral da lei de resfriamento de Newton:

$$T(t) = T_\alpha + (T_0 - T_\alpha)e^{-kt}.$$

(I) Vamos isolar o  $k$ :

$$\frac{T(t) - T_\alpha}{(T_0 - T_\alpha)} = e^{-kt}.$$

(II) Adicionando logaritmo natural dos dois lados:

$$\ln \left| \frac{T(t) - T_\alpha}{(T_0 - T_\alpha)} \right| = \ln |e|^{-kt}$$

$$\ln \left| \frac{T(t) - T_\alpha}{(T_0 - T_\alpha)} \right| = -kt.$$

(III) Isolando  $k$ :

$$k = -\frac{1}{t} \ln \left| \frac{T(t) - T\alpha}{(T_0 - T\alpha)} \right|.$$

Assim, obtemos a expressão que representa a constante  $k$ . Vejamos outro dois exemplos a seguir.

**Exemplo 1:** Suponha que uma xícara de café está a  $60^\circ\text{C}$  em uma cozinha de  $20^\circ\text{C}$ . Se  $k = 0,1$ , a temperatura após 6 minutos será:

$$T(t) = T\alpha + (T_0 - T\alpha)e^{-kt}.$$

Substituindo os respectivos valores:

$$T(6) = 20 + (60 - 20)2,71^{-0,1 \cdot 6}$$

$$T(6) \approx 41,99^\circ\text{C}.$$

**Exemplo 2:** Suponha que uma xícara de café está a  $60^\circ\text{C}$  em uma cozinha de  $20^\circ\text{C}$ . Se  $k = 0,3$ , a temperatura após 6 minutos será:

$$T(6) = 20 + (60 - 20)2,71^{-0,3 \cdot 6}$$

$$T(6) \approx 26,64^\circ\text{C}.$$

De fato, observando a resolução dos dois exemplos anteriores, quanto maior o valor de  $k$ , maior será a velocidade com que o corpo perde calor.

### 2.3 Modelagem Matemática em fenômenos Físicos

A matemática como processo de ensino aprendizagem busca interligar a matemática escolar com situações do dia a dia, o que corrobora para que o estudante consiga desenvolver seu senso crítico, analisar situações e deduzir modelos matemáticos em que se apliquem a um determinado problema ou situações que busquem reforçar o entendimento de um conteúdo através da prática.

Para Silva (2022):

[...] a Modelagem Matemática rompe com o chamado “ensino tradicional”, em que os problemas muito pouco têm a ver com a realidade e aos alunos cabe unicamente ouvir, aceitar e reproduzir as verdades que o professor transmite. Na Modelagem Matemática temos um ambiente dialógico em que aprendemos não apenas o conteúdo matemático, mas podemos ir além e discutir sobre a importância desse conteúdo na sociedade. (SILVA, 2022, p.31).

Nesse sentido, a modelagem matemática ajuda o aluno não apenas no seu desenvolvimento cognitivo, mas faz com que ele leve a questionar sobre “como aplicar determinado assunto no meu dia a dia?” ou “como utilizar esse conteúdo para reforçar meu entendimento?”.

Nos fenômenos físicos, o modelo matemático (encontrado a partir da modelagem) frequentemente resulta em equações diferenciais, uma vez que muitas leis naturais são formuladas a partir de taxas de variação em expressões envolvendo derivadas, como resfriamento (objeto dessa pesquisa), decaimento radioativo, oscilações mecânicas, crescimento populacional e dinâmica de circuitos elétricos. Nessas situações, a equação diferencial não apenas modela o comportamento do sistema, mas também permite prever sua evolução a partir de condições iniciais.

Santos (2014, p. 18) afirma que a articulação entre matemática, física e modelagem evidencia que “...é possível que a Matemática e a Física andem juntas, no processo de ensino-aprendizagem, através da Resolução de Problemas e da Modelagem Matemática”. Assim, a integração dessas duas áreas favorece práticas interdisciplinares e amplia as possibilidades de investigação.

Portanto, a modelagem matemática aplicada a fenômenos físicos constitui um elo fundamental entre teoria e realidade empírica, ela permite não apenas descrever matematicamente processos naturais, mas também interpretar suas causas, prever seu comportamento e aprimorar o entendimento conceitual dos princípios que regem os sistemas físicos. Esse arcabouço teórico, ao ser articulado com experimentação, reforça o caráter investigativo da Matemática e evidencia sua função como linguagem universal das ciências.

### 3 METODOLOGIA

Neste capítulo é abordado como foi feita a pesquisa, seu público-alvo e como foi realizada a aplicação.

#### 3.1 Tipo de Pesquisa

Este trabalho tem como base artigos, TCCs, livros, entre outros. Ou seja, trata-se de uma pesquisa bibliográfica como método para se basear a pesquisa.

Para Macedo (1994), a pesquisa bibliográfica é:

Conceito restrito: é a busca de informações bibliográficas, seleção de documentos que se relacionam com o problema de pesquisa (livros, verbetes de enciclopédia, artigos de revistas, trabalhos de congressos, teses etc.) e o respectivo fichamento das referências para que sejam posteriormente utilizadas (na identificação do material referenciado ou na bibliografia final). (MACEDO, 1994, p.13).

Em relação à natureza da pesquisa, ela é de caráter quantitativa, uma vez que será feita a análise dos dados do experimento que será realizado.

De acordo com Lamattina (2024):

A pesquisa quantitativa é uma abordagem metodológica focada na coleta e análise de dados numéricos para compreender e explicar fenômenos. Utiliza técnicas estatísticas e matemáticas para transformar dados brutos em informações úteis, permitindo aos pesquisadores medir variáveis, testar hipóteses e identificar relações entre elas. (LAMATTINA et al., 2024, p.1)

Os objetivos, por outro lado, seguem de caráter experimental, visto a necessidade de testar e aplicar o modelo matemático. Segundo Zambello (2018, p.46) a pesquisa experimental “utiliza-se da observação e da manipulação do próprio objeto de pesquisa (geralmente feita em laboratórios, em que selecionam-se as variáveis que deverão ser controladas e observadas nos experimentos)”.

#### 3.2 Público-alvo

O público-alvo são discentes do curso de licenciatura em física do 6º semestre, Campus Macapá, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do estado do Amapá (IFAP), no endereço: Rodovia BR-210, Km 03, S/n - Brasil Novo, AP, 68909-398.

### 3.3 Metodologia da aplicação

A aplicação do trabalho ocorreu na turma de 6º semestre de licenciatura em física, do campus Macapá do IFAP, onde foi separado em duas etapas, a teórica e a prática. O tempo para aplicação foi de 2h/a, ocorrida no laboratório de física e no laboratório 5 do campus, sendo a primeira aula uma parte teórica do assunto de equações diferenciais, a lei de resfriamento de Newton, dentre outros. A parte teórica, apresentada no anexo II deste trabalho, serviu como base para seguir a linha de pensamento da pesquisa. Primeiro foi explicado para os alunos a sequência didática com o tema: “*Sequência didática: experimento usando a xícara de café como método de ensino para equações diferenciais*”. Onde foram apresentadas definições de equações diferenciais (*ED*), tipos, integral definida e indefinida, *EDO* linear de primeira ordem, a Lei de resfriamento de Newton a passo a passo para realizar o experimento. Além disso, foram apresentadas demonstrações e conceitos fundamentais para entender o que a pesquisa tinha como intenção. Participaram o total de 9 alunos da turma.

Após a conclusão da parte teórica, iniciamos a parte experimental. Os 9 alunos foram divididos em grupos de 3, para que realizassem o experimento com calma e atenção. Seguindo passo a passo a sequência didática e devidamente orientados, os alunos realizaram com êxito a primeira parte do experimento. Antes de gerarem os gráficos, foi repassado para os alunos o formulário (presente no apêndice A deste trabalho), como parte da pesquisa. Após a finalização do experimento, os alunos foram orientados a seguirem para outro laboratório para que gerassem os gráficos a partir dos dados obtidos no experimento no *software Qtiplot*. No total, foram gerados 3 gráficos (o decaimento da temperatura em relação ao tempo) e foram gerados outros dados, que foi a diferença da temperatura do corpo menos a temperatura do meio ambiente naquele instante. Ressaltamos ainda que cada gráfico e dado gerado foi devidamente explicado para os alunos.

Ademais, o *software Qtiplot*, utilizado com os alunos, foi escolhido como forma de ensinar os alunos passo a passo a construção dos gráficos e interpretação de dados. Ele é uma ferramenta essencial para entender comportamentos físicos de objetivos ou corpos que mostram a variação de algo, podendo estudá-lo caso a caso.

Em relação ao *software CidepeLabUSB V4*, que foi usado no experimento isolado, ele é uma ferramenta que busca coletar dados através de um sensor (nesse caso, de temperatura), onde não precisa escrever um por um dos valores obtidos, além de ser ainda mais preciso, sem arredondamento. Esse software está apresentado no anexo 3 deste trabalho.

## 4 APLICAÇÃO DO EXPERIMENTO

Este tópico apresenta imagens, gráficos e dados obtidos após a aplicação do projeto de pesquisa. O subtópico 4.4 é um experimento isolado, feito no laboratório de física com o intuito de extrair o máximo de dados e informações possíveis para entendermos a Lei de resfriamento de Newton e sua relação com EDOs.

### 4.1 Experimento com os alunos

Durante a aplicação do experimento, foram entregues algumas fichas para que os grupos pudessem preencher os dados obtidos (a temperatura e o tempo). Inicialmente os alunos mediram a temperatura ambiente com o multímetro e posteriormente encheram o becker com 200ml de água destilada, adicionando uma certa quantidade de café. Após o café ferver na chapa de aquecimento, ele foi transferido para outro becker limpo e sem ter sido aquecido. Em seguida, os alunos iniciaram a contagem do decaimento da temperatura durante 25 minutos, inserindo o detector de temperatura do multímetro dentro do café e sem retirá-lo durante esse período de tempo. Os dados gerados dos 3 grupos são:

#### Grupo 1:

Figura 1 - Tabela de dados do grupo 1

TABELA DE DADOS	
TEMPO (MIN)	TEMPERATURA (°C)
0	91°C
1	80°C
2	74°C
3	71°C
4	67°C
5	63°C
6	61°C
7	59°C
8	57°C
9	56°C
10	54°C
11	52°C
12	52°C
13	51°C
14	51°C
15	50°C
16	50°C
17	48°C
18	47°C
19	47°C
20	46°C
21	45°C
22	44°C
23	43°C
24	42°C
25	42°C

Fonte: acervo do autor (2025)

Na imagem é possível observar que a temperatura ambiente anotada pelo grupo é de 26°C. Além disso, tem informações da temperatura inicial do café que é de 91°C e após 25 minutos que é de 42°C. Uma queda de 49°C no decorrer do tempo estimado. Também observamos que a temperatura do café começa a diminuir lentamente a medida que ele resfria, ou seja, troca calor com o meio ambiente.

Nesse cenário, Halliday e Resnick (2018, p. 198) destacam que: “Calor é a energia trocada entre um sistema e o ambiente devido a uma diferença de temperatura”.

Nesse caso, o valor da constante K começa a ser menor, interferindo diretamente na temperatura do corpo e do meio ambiente. Será apresentada no subtópico 4.3 os valores dessa constante.

## Grupo 2:

Figura 2 - Tabela de dados do grupo 2

TEMPO (MIN)	TEMPERATURA (°C)
16:39	26° → Amb. fe.
0-	91°
1-	88°
2-	84°
3-	81°
4-	78°
5-	75°
6-	73°
7-	72°
8-	70°
9-	68°
10-	68°
11-	64°
12-	63°
13-	62°
14-	61°
15-	60°
16-	49°
17-	48°
18-	47°
19-	46°
20-	45°
21-	45°
22-	44°
23-	44°
24-	42°
25-	42°

Fonte: acervo do autor (2025)

Na tabela do grupo 2 observamos novamente que a temperatura do ambiente é de 26°C e a temperatura inicial é de 91°C. Contudo, a velocidade com que o café resfria é mais devagar em relação ao grupo 1. Nesse caso, um dos fatores que influencia o decaimento da temperatura mais lenta é em relação a quantidade de café em pó que foi colocado no becker. Pois quanto mais massa o corpo tem, mais capacidade térmica ele possui. Em outras palavras, se a quantidade de café em pó inserido for maior, mais devagar o café resfria. Em contrapartida, se a quantidade de café inserido for menor, mais rápido ele resfria.

Entretanto, essa afirmação segue até um certo tempo, pois após a troca de calor com o meio ambiente, essa diferença de decaimento da temperatura vai diminuindo. Também será mostrado o valor da constante K no subtópico 4.3.

### Grupo 3:

Figura 3 - Tabela de dados do grupo 3

$T_{amb} = 24^{\circ}C$

TABELA DE DADOS	
TEMPO (MIN)	TEMPERATURA (°C)
0	83
1	85
2	77
3	74
4	71
5	67
6	63
7	60
8	59
9	54
10	52
11	52
12	51
13	51
14	49
15	48
16	45
17	44
18	43
19	42
20	42
21	41
22	40
23	40
24	39
25	41

Fonte: acervo do autor (2025)

Na tabela de dados do grupo 3 podemos ver alguns fatos importantes, começando com a temperatura do meio ambiente de  $24^{\circ}C$ . Esse caso ocorre pelo fato de que, mesmo dentro de um laboratório, a temperatura pode variar por conta de diversos fatores, dentre eles, o momento em que foi medido a temperatura. Se nesse momento havia menos pessoas ou objetos ao redor do multímetro, a temperatura é menor em relação aos dois grupos anteriores que mediram a temperatura ambiente no valor de  $26^{\circ}C$  (Dois graus a menos em relação a esses grupos). Isso acontece, pois o corpo humano e objetos que emitem calor podem interferir na hora de medir a temperatura do meio ambiente se estiverem próximos demais do multímetro. Além disso, a medição da temperatura do corpo também pode variar, dificultando o decaimento da temperatura. Observaremos no subtópico 4.3 o valor da constante K a partir dos dados obtidos.

## 4.2 Gráficos obtidos

Após preencherem a tabela de dados, os alunos foram levados para o laboratório 5 do campus, onde cada grupo preencheu os dados obtidos no software QtiPlot.

Figura 4 - Orientação para construção dos gráficos.



Fonte: acervo do autor (2025)

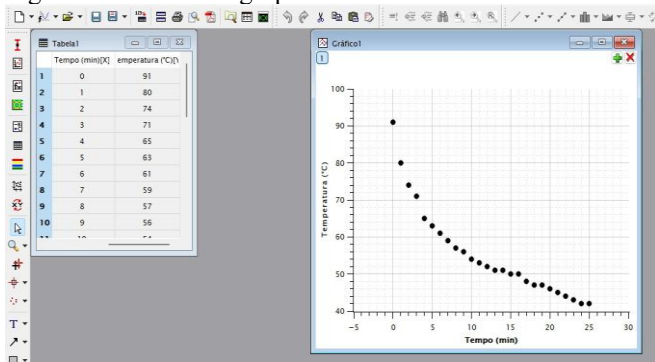
Durante a orientação para construir o gráfico, também foi disponibilizada a sequência didática, do anexo II, como base para que os alunos pudessem gerar esses gráficos.

Segue os gráficos obtidos de cada grupo:

### Grupo 1:

A representação gráfica abaixo é exatamente a que foi gerado pelo grupo:

Figura 5 - Gráfico do grupo 1.



Fonte: acervo do autor (2025)

Observa-se que a temperatura decai rapidamente no início e ao decorrer do tempo ela vai se estabilizando, tendendo ao valor da temperatura ambiente.

Nesse sentido, Halliday e Resnick (2018) destacam que:

[...] o café como um *sistema* (à temperatura  $T_S$ ) e as partes relevantes da cozinha como o ambiente (à temperatura  $T_A$ ) em que se encontra o sistema. O que observamos é

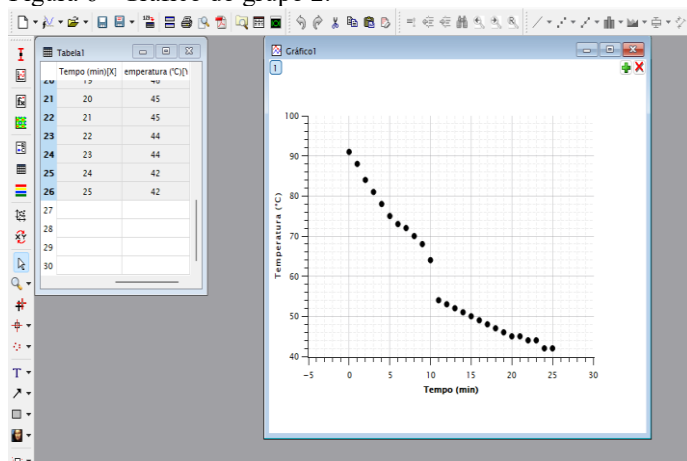
que, se  $T_s$  não é igual a  $T_A$ ,  $T_s$  varia ( $T_A$  também pode variar um pouco) até que as duas temperaturas se igualem e o equilíbrio térmico seja estabelecido. (HALLIDAY E RESNICK. 2018, p. 197).

No subtópico 2.2.3 vimos que a constante K está diretamente ligada entre a temperatura do ambiente e do corpo, sendo que quando essa constante adota valores maiores, mais rápido o corpo resfria.

Os valores maiores são obtidos, pois quanto maior a temperatura do corpo (mais quente) e menor a temperatura do ambiente (mais frio), maior será o valor da constante.

## Grupo 2:

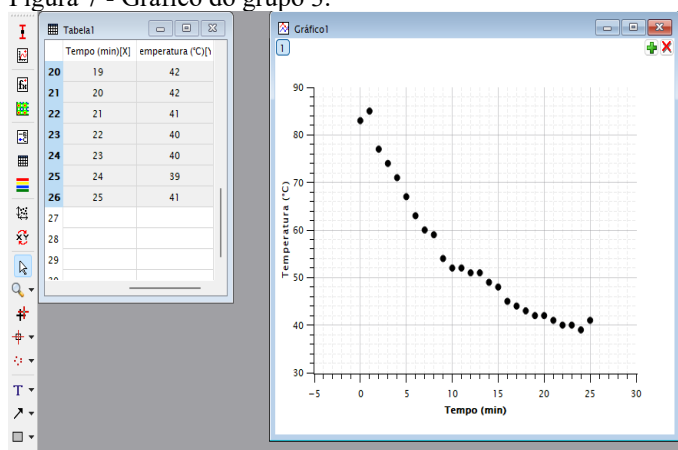
Figura 6 - Gráfico do grupo 2.



Fonte: acervo do autor (2025)

No gráfico do grupo 2 é possível ver o decaimento da temperatura nos minutos iniciais mais lento e um decaimento de praticamente 10 °C de um minuto para o outro. Isso ocorre por alguns motivos, como a queda da temperatura do meio ambiente nesse tempo, influenciada por motivos naturais, pelo simples gesto de assoprar o café, levando a resfriar mais rápido. Ou por falha do equipamento utilizado, levando a erro de dados nesse tempo.

Figura 7 - Gráfico do grupo 3.



Fonte: acervo do autor (2025)

No tempo inicial podemos ver que a temperatura é de 83°C e depois aumenta para 85°C no minuto seguinte. Uma das principais justificativas para que tenha acontecido isso é que o sensor de temperatura do multímetro pode ter captado a parte superior do café (parte menos quente) e no próximo minuto os estudantes terem mudado ele para uma parte mais interna do café (parte mais quente). Será explicado no tópico 4.4 como funciona a medição do café na área mais quente. Após isso, observamos o decaimento da temperatura de forma contínua, até que no minuto final ela acaba aumentando dois graus, onde voltamos para a explicação inicial deste comentário.

### 4.3 Constante K e sua variação ao longo do tempo

Neste tópico iremos apresentar a variação da constante K e sua interação com a velocidade da perda de temperatura de um corpo, nesse caso, o café. Os 3 grupos obtiveram a diferença do corpo menos a do meio ambiente. O autor deste trabalho obteve os dados da constante a partir dos valores que os estudantes adquiriram. Vejamos a seguir os valores que cada grupo obteve:

#### Grupo 1:

Figura 8 - Temperatura do corpo menos o do ambiente do grupo 1.

	Tempo (min)[X]	temperatura (°C)[Y]	corpo e meio amb
1	0	91	65
2	1	80	54
3	2	74	48
4	3	71	45
5	4	65	39
6	5	63	37
7	6	61	35
8	7	59	33
9	8	57	31
10	9	56	30
11	10	54	28
12	11	53	27
13	12	52	26
14	13	51	25
15	14	51	25
16	15	50	24
17	16	50	24
18	17	48	22
19	18	47	21
20	19	47	21
21	20	46	20
22	21	45	19
23	22	44	18
24	23	43	17
25	24	42	16
26	25	42	16
27			

Fonte: acervo do autor (2025)

Como já dito anteriormente, a temperatura ambiente anotada pelo grupo 1 era de 26 graus. Subtraindo a temperatura do corpo menos a do meio ambiente, obtemos os dados da figura acima.

Após obtermos essa diferença de temperatura, iremos em busca da constante k. Ela é obtida a partir da expressão apresentada no subtópico 2.2.3, vejamos:

$$k = - \frac{1}{t} \ln \left| \frac{T(t) - T\alpha}{(T_0 - T\alpha)} \right|$$

Figura 9 - Temperatura corpo e meio ambiente dividido pela temperatura inicial menos a do meio ambiente do grupo 1.

	Tempo (min)[X]	temperatura (°C)[Y]	corpo e meio amb	Div. do ln[Y]
1	0	91	65	1
2	1	80	54	0,8307692307692
3	2	74	48	0,7384615384615
4	3	71	45	0,6923076923077
5	4	65	39	0,6
6	5	63	37	0,5692307692308
7	6	61	35	0,5384615384615
8	7	59	33	0,5076923076923
9	8	57	31	0,4769230769231
10	9	56	30	0,4615384615385
11	10	54	28	0,4307692307692
12	11	53	27	0,4153846153846
13	12	52	26	0,4
14	13	51	25	0,3846153846154
15	14	51	25	0,3846153846154
16	15	50	24	0,3692307692308
17	16	50	24	0,3692307692308
18	17	48	22	0,3384615384615
19	18	47	21	0,3230769230769
20	19	47	21	0,3230769230769
21	20	46	20	0,3076923076923
22	21	45	19	0,2923076923077
23	22	44	18	0,2769230769231
24	23	43	17	0,2615384615385
25	24	42	16	0,2461538461538
26	25	42	16	0,2461538461538
27				

Fonte: acervo do autor (2025)

Como visto na figura 8, temos a diferença da temperatura do corpo naquele instante menos a temperatura do ambiente. Na figura 9, é mostrada essa diferença dividida pela temperatura inicial menos a temperatura ambiente.

Figura 10 - Log natural do grupo 1.

	Tempo (min)[X]	temperatura (°C)[Y]	corpo e meio amb	Div. do ln[Y]	ln[Y]
1	0	91	65	1	0
2	1	80	54	0,8307692307692	-0,185403223...
3	2	74	48	0,7384615384615	-0,303186258...
4	3	71	45	0,6923076923077	-0,367724780...
5	4	65	39	0,6	-0,510825623...
6	5	63	37	0,5692307692308	-0,563469357...
7	6	61	35	0,5384615384615	-0,619039208...
8	7	59	33	0,5076923076923	-0,677879708...
9	8	57	31	0,4769230769231	-0,740400065...
10	9	56	30	0,4615384615385	-0,773189888...
11	10	54	28	0,4307692307692	-0,842182759...
12	11	53	27	0,4153846153846	-0,878550403...
13	12	52	26	0,4	-0,916290731...
14	13	51	25	0,3846153846154	-0,955511445...
15	14	51	25	0,3846153846154	-0,955511445...
16	15	50	24	0,3692307692308	-0,996333439...
17	16	50	24	0,3692307692308	-0,996333439...
18	17	48	22	0,3384615384615	-1,083344816...
19	18	47	21	0,3230769230769	-1,129864832...
20	19	47	21	0,3230769230769	-1,129864832...
21	20	46	20	0,3076923076923	-1,178654996...
22	21	45	19	0,2923076923077	-1,229948290...
23	22	44	18	0,2769230769231	-1,284015511...
24	23	43	17	0,2615384615385	-1,341173925...
25	24	42	16	0,2461538461538	-1,401798547...
26	25	42	16	0,2461538461538	-1,401798547...

Fonte: acervo do autor (2025)

Após obtermos a divisão dentro do log natural na figura 9, agora vamos fazer justamente esse log natural de cada valor obtido na figura 10.

Figura 11 - Inverso negativo do tempo naquele instante do grupo 1.

	Tempo (min)[X]	temperatura (°C)[Y]	corpo e meio am	Div. do ln[Y]	ln[Y]	verso negativo do tempo
1	0	91	65	1	0	-inf
2	1	80	54	0,8307692307692	-0,1854032233314	-1
3	2	74	48	0,7384615384615	-0,3031862589877	-0,5
4	3	71	45	0,6923076923077	-0,3677247801253	-0,3333333333333
5	4	65	39	0,6	-0,5108256231966	-0,25
6	5	63	37	0,5692307692308	-0,5634693572114	-0,2
7	6	61	35	0,5384615384615	-0,6190392084982	-0,1666666666667
8	7	59	33	0,5076923076923	-0,6778797084292	-0,1428571428571
9	8	57	31	0,4769230769231	-0,7404000654105	-0,125
10	9	56	30	0,4615384615385	-0,7731898882335	-0,1111111111111
11	10	54	28	0,4307692307692	-0,8421827597204	-0,1
12	11	53	27	0,4153846153846	-0,8785504038913	-0,0909090909091
13	12	52	26	0,4	-0,9162907318742	-0,0833333333333
14	13	51	25	0,3846153846154	-0,9555114430274	-0,07692307692308
15	14	51	25	0,3846153846154	-0,9555114430274	-0,07142857142857
16	15	50	24	0,3692307692308	-0,9963334395477	-0,0666666666667
17	16	50	24	0,3692307692308	-0,9963334395477	-0,0625
18	17	48	22	0,3384615384615	-1,0833448165337	-0,05882352941176
19	18	47	21	0,3230769230769	-1,1298648321172	-0,0555555555556
20	19	47	21	0,3230769230769	-1,1298648321172	-0,05263157894737
21	20	46	20	0,3076923076923	-1,1786549961442	-0,05
22	21	45	19	0,2923076923077	-1,2299482907029	-0,04761904761905
23	22	44	18	0,2769230769231	-1,2840155119999	-0,04545454545455
24	23	43	17	0,2615384615385	-1,3411739258939	-0,0434720808957
25	24	42	16	0,2461538461538	-1,4017985478566	-0,0416666666667
26	25	42	16	0,2461538461538	-1,4017985478566	-0,04

Fonte: acervo do autor (2025)

Na figura 11 é obtido o inverso negativo do tempo naquele instante, mas notamos que no tempo inicial esse inverso não existe, pois resulta em uma divisão por zero. Nesse caso, a constante K não poderia ser encontrada, visto que a troca de calor com o meio ambiente ainda não tinha sido iniciada.

Figura 12 - Constante K do grupo 1.

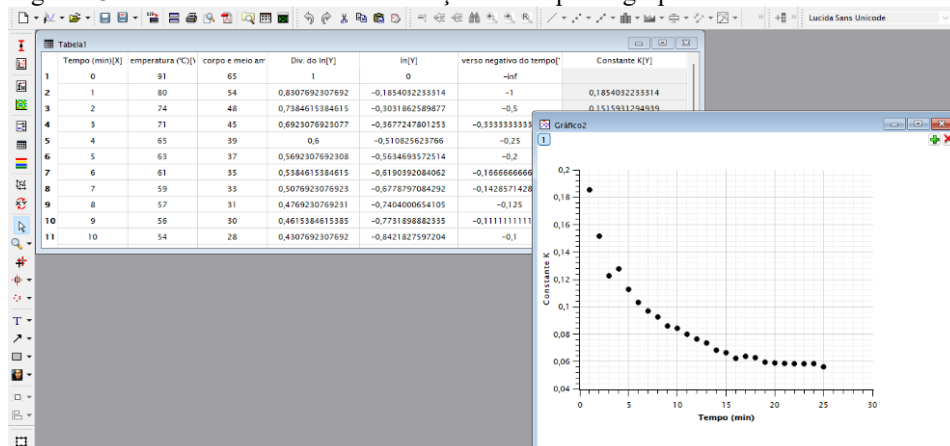
Tempo (min)	temperatura (C)	corpo e meio ar	Div. do ln(T)	ln(T)	verso negativo do tempo	Constante K(Y)
0	91	65			-inf	
1	80	54	0,8107692307692	-0,1854032233314	-1	0,1854032233314
2	74	48	0,7384615384615	-0,303186289877	-0,5	0,1515911204959
3	71	45	0,6923076923077	-0,3677247801253	-0,3333333333333	0,1225749267084
4	65	39	0,6	-0,510825623766	-0,25	0,1277064059415
5	63	37	0,5692307692308	-0,5634693172514	-0,2	0,1128938714503
6	61	35	0,5384615384615	-0,6190392084062	-0,1666666666667	0,103173201401
7	59	33	0,5076923076923	-0,6778797084292	-0,1428571428571	0,09683995834702
8	57	31	0,4769230769231	-0,740400654105	-0,125	0,0925500817631
9	56	30	0,4615384615385	-0,7731898882335	-0,1111111111111	0,0859099875815
10	54	28	0,4307692307692	-0,8421827597204	-0,1	0,08421827597204
11	53	27	0,4153846153846	-0,8785504038913	-0,09090909090909	0,07986821853557
12	52	26	0,4	-0,9162907318742	-0,0833333333333	0,0763575608951
13	51	25	0,3846153846154	-0,9555114450274	-0,07692307692308	0,07350088038673
14	51	25	0,3846153846154	-0,9555114450274	-0,07142857142857	0,06825081750196
15	50	24	0,3692307692308	-0,9963334395477	-0,0666666666667	0,0644222930318
16	50	24	0,3692307692308	-0,9963334395477	-0,0625	0,06227083997173
17	48	22	0,3384615384615	-1,063344816537	-0,05882352941176	0,06372616567867
18	47	21	0,3230769230769	-1,129864832172	-0,05555555555556	0,06277026845401
19	47	21	0,3230769230769	-1,129864832172	-0,05263157894737	0,059446657011433
20	46	20	0,3076923076923	-1,178654996142	-0,05	0,05893274981708
21	45	19	0,2923076923077	-1,229948290729	-0,04761904761905	0,058589662252
22	44	18	0,2769230769231	-1,284015511999	-0,04545454545455	0,0583164145452
23	43	17	0,2615384615385	-1,341173925839	-0,04347826086957	0,05831190981911
24	42	16	0,2461538461538	-1,401798547656	-0,0416666666667	0,05840827281899
25	42	16	0,2461538461538	-1,401798547656	-0,04	0,05607194190623

Fonte: acervo do autor (2025)

Na figura 12 podemos finalmente observar os valores da constante K e sua interferência no decaimento da temperatura, discutida no subtópico 2.2.3. Fazendo novamente a afirmação que quanto maior o valor do K, mais rápido a temperatura do corpo cairá. É possível observar essa informação quando o valor da constante é maior no minuto igual a 1 e menor no minuto igual a 25, ou seja, quando a temperatura do corpo está distante da temperatura ambiente, existe uma forte troca de calor (k mais alto) com o meio ambiente. Contudo, é importante ressaltar que os valores obtidos representam a constante naquele instante, ou seja, a variação do K diz que houve diversos fatores que influenciaram para que ele variasse, pois segundo a lei de resfriamento de Newton, a constante deveria permanecer igual em todos os tempos. Além disso, apesar da diferença ser de pequenas casas decimais de um valor para o outro, a influência é nítida quando observamos a temperatura decaindo e o K variando. Entretanto, observamos que no minuto 23 a constante vale aproximadamente 0,0583 e no minuto 24 é aproximadamente 0,0584. Esse caso, assim como outros valores, significa que o aumento do K pode ter acontecido por motivos de interferência durante a medição do experimento como: mudar a o sensor de temperatura do multímetro de lugar, assoprar ou mexer no café. Por esse motivo teve o aumento de 0,0001. Qualquer tipo que seja de interferência durante a realização do experimento pode afetar em alguns erros de cálculos e variações.

Por fim, vamos observar na figura 13 o decaimento do valor da constante em relação ao tempo:

Figura 13 - Gráfico da constante em relação ao tempo do grupo 1.



Fonte: acervo do autor (2025)

No gráfico é mostrado como a constante vai decaindo ao decorrer do tempo, algumas variações também são perceptíveis.

## Grupo 2:

No grupo 2 será apresentado a temperatura do corpo menos a temperatura do ambiente, o inverso negativo do tempo e a constante, visto que no grupo 1 já foi apresentado passo a passo dos cálculos para achar o K. Primeiramente será apresentado os valores da diferença da temperatura e meio ambiente. Vejamos a figura a seguir:

Figura 14 - Temperatura do corpo menos o do ambiente do grupo 2.

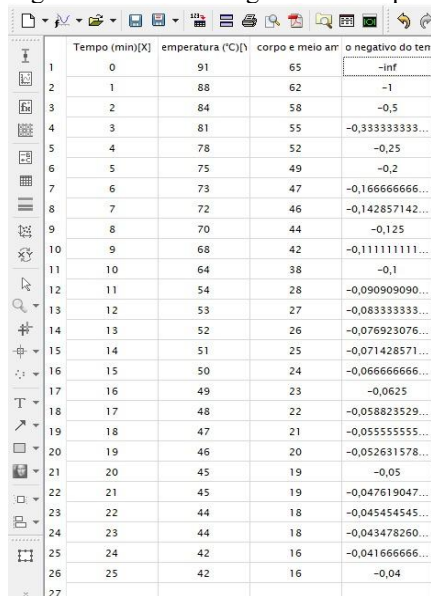
Tempo (min)[X]	temperatura (°C)[Y]	corpo e meio ar
0	91	65
1	88	62
2	84	58
3	81	55
4	78	52
5	75	49
6	73	47
7	72	46
8	70	44
9	68	42
10	64	38
11	64	38
12	54	28
13	53	27
14	52	26
15	51	25
16	50	24
17	49	23
18	48	22
19	47	21
20	46	20
21	45	19
22	45	19
23	44	18
24	44	18
25	42	16
26	42	16

Fonte: acervo do autor (2025)

Como a temperatura ambiente anotado pelo grupo 2 era de  $26^{\circ}\text{C}$ , os alunos fizeram essa diferença e obtiveram os dados da figura 14.

Agora vamos calcular o inverso negativo do tempo:

Figura 15 - Inverso negativo do tempo naquele instante do grupo 2.

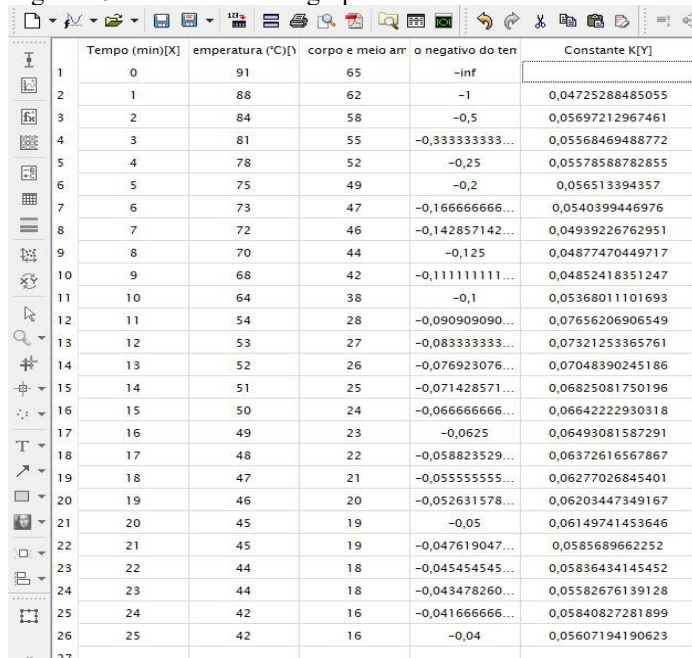


	Tempo (min)[X]	temperatura (°C)[t]	corpo e meio am	o negativo do ten
1	0	91	65	-inf
2	1	88	62	-1
3	2	84	58	-0,5
4	3	81	55	-0,333333333...
5	4	78	52	-0,25
6	5	75	49	-0,2
7	6	73	47	-0,166666666...
8	7	72	46	-0,142857142...
9	8	70	44	-0,125
10	9	68	42	-0,111111111...
11	10	64	38	-0,1
12	11	54	28	-0,090909090...
13	12	53	27	-0,083333333...
14	13	52	26	-0,076923076...
15	14	51	25	-0,071428571...
16	15	50	24	-0,066666666...
17	16	49	23	-0,0625
18	17	48	22	-0,058823529...
19	18	47	21	-0,055555555...
20	19	46	20	-0,052631578...
21	20	45	19	-0,05
22	21	45	19	-0,047619047...
23	22	44	18	-0,045454545...
24	23	44	18	-0,043478260...
25	24	42	16	-0,041666666...
26	25	42	16	-0,04
27				

Fonte: acervo do autor (2025)

O mesmo ocorrido no grupo 1 também ocorre no grupo 2 na figura 15, o inverso do tempo inicial não existe por conta da divisão por zero. Por fim, temos os valores da constante:

Figura 16 - Constante K do grupo 2.

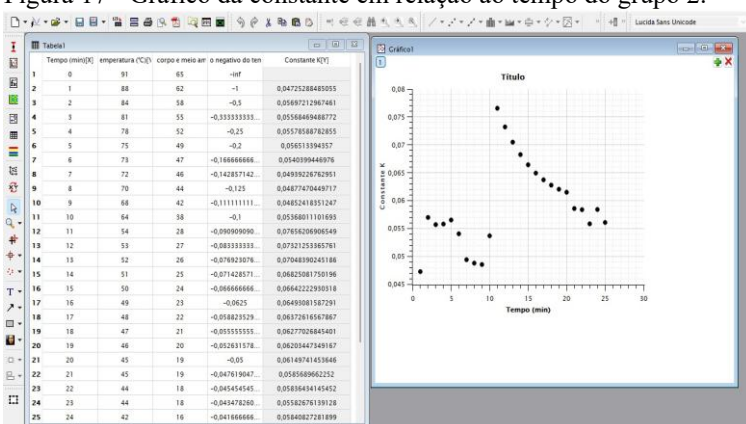


	Tempo (min)[X]	temperatura (°C)[t]	corpo e meio am	o negativo do ten	Constante K[Y]
1	0	91	65	-inf	
2	1	88	62	-1	0,04725288485055
3	2	84	58	-0,5	0,05697212967461
4	3	81	55	-0,333333333...	0,05568469488772
5	4	78	52	-0,25	0,05578588782855
6	5	75	49	-0,2	0,056513394357
7	6	73	47	-0,166666666...	0,0540399446976
8	7	72	46	-0,142857142...	0,04939226762951
9	8	70	44	-0,125	0,04877470449717
10	9	68	42	-0,111111111...	0,04852418351247
11	10	64	38	-0,1	0,05368011101693
12	11	54	28	-0,090909090...	0,07656206906549
13	12	53	27	-0,083333333...	0,07321253365761
14	13	52	26	-0,076923076...	0,07048390245186
15	14	51	25	-0,071428571...	0,06825081750196
16	15	50	24	-0,066666666...	0,06642222930318
17	16	49	23	-0,0625	0,06493081587291
18	17	48	22	-0,058823529...	0,06372616567867
19	18	47	21	-0,055555555...	0,06277026845401
20	19	46	20	-0,052631578...	0,06203447349167
21	20	45	19	-0,05	0,06149741453646
22	21	45	19	-0,047619047...	0,0585689662252
23	22	44	18	-0,045454545...	0,05836434145452
24	23	44	18	-0,043478260...	0,05582676139128
25	24	42	16	-0,041666666...	0,05840827281899
26	25	42	16	-0,04	0,05607194190623
27					

Fonte: acervo do autor (2025)

O valor da constante no tempo inicial não aparece, pois a divisão por zero no tempo igual a zero não existe. Como dito anteriormente nos dados do grupo 1, essa constante também não existe por conta que a troca de calor do café com o meio ambiente não tinha sido iniciado. Além disso, é possível analisar que a constante em cada instante do grupo 2 está quase igual em todos os tempos, uma diferença de 0,03 para os valores de aproximadamente 0,04 em relação aos de termos de 0,07. Nesse sentido, o grupo chega bem próximo de manter o  $k$  constante durante o experimento.

Figura 17 - Gráfico da constante em relação ao tempo do grupo 2.



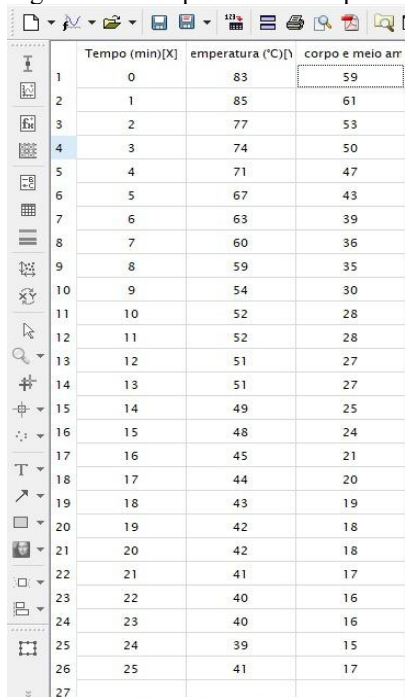
Fonte: acervo do autor (2025)

É possível observar na figura 17 como a constante varia do tempo igual a 1 até os 10 minutos. Isso mostra o quanto de interferência esse experimento teve para que houvesse essa variação, apesar de mínima. Além disso, após 11 minutos, a constante cresce significativamente, visto que o decaimento da temperatura de 10 pra 11 min foi de aproximadamente  $10^{\circ}\text{C}$ , ocasionando no aumento do  $K$ . Também será apresentado no subtópico 4.4 como a queda da temperatura se relaciona com a constante.

### Grupo 3:

Agora vamos analisar os dados do grupo 3, o qual teve uma temperatura inicial menor que a dos grupos anteriores e temperatura ambiente diferente. A diferença de temperatura do corpo e meio ambiente, anotada pelo grupo é:

Figura 18 - Temperatura do corpo menos o do ambiente do grupo 3.

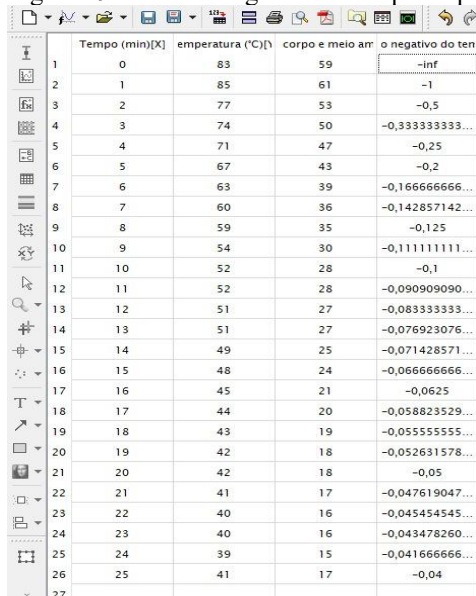


	Tempo (min)[X]	emperatura (°C)[Y]	corpo e meio ar
1	0	83	59
2	1	85	61
3	2	77	53
4	3	74	50
5	4	71	47
6	5	67	43
7	6	63	39
8	7	60	36
9	8	59	35
10	9	54	30
11	10	52	28
12	11	52	28
13	12	51	27
14	13	51	27
15	14	49	25
16	15	48	24
17	16	45	21
18	17	44	20
19	18	43	19
20	19	42	18
21	20	42	18
22	21	41	17
23	22	40	16
24	23	40	16
25	24	39	15
26	25	41	17
27			

Fonte: acervo do autor (2025)

Como é observado na figura 18, a temperatura inicial é menor que a temperatura no minuto igual a 1. Então será feito dois tipos de gráficos das constantes para melhor interpretação, um com temperatura inicial igual a 83°C e o outro com temperatura inicial igual a 85°C.

Figura 19 - Inverso negativo do tempo naquele instante do grupo 3.



	Tempo (min)[X]	emperatura (°C)[Y]	corpo e meio ar	o negativo do ten
1	0	83	59	-inf
2	1	85	61	-1
3	2	77	53	-0,5
4	3	74	50	-0,333333333...
5	4	71	47	-0,25
6	5	67	43	-0,2
7	6	63	39	-0,166666666...
8	7	60	36	-0,142857142...
9	8	59	35	-0,125
10	9	54	30	-0,111111111...
11	10	52	28	-0,1
12	11	52	28	-0,090909090...
13	12	51	27	-0,083333333...
14	13	51	27	-0,076923076...
15	14	49	25	-0,071428571...
16	15	48	24	-0,066666666...
17	16	45	21	-0,0625
18	17	44	20	-0,058823529...
19	18	43	19	-0,055555555...
20	19	42	18	-0,052631578...
21	20	42	18	-0,05
22	21	41	17	-0,047619047...
23	22	40	16	-0,045454545...
24	23	40	16	-0,043478260...
25	24	39	15	-0,041666666...
26	25	41	17	-0,04
27				

Fonte: acervo do autor (2025)

Na figura 19 temos o inverso negativo do tempo naquele instante, agora vamos para os valores da constante  $k$ .

Figura 20 - Constante K do grupo 3 (parte 1).

	Tempo (min)[X]	temperatura (°C)[Y]	corpo e meio ar:	o negativo do ten	Constante K[Y]
1	0	83	59	-inf	
2	1	85	61	-1	-0,03333642026759
3	2	77	53	-0,5	0,0536227651768
4	3	74	50	-0,333333333...	0,05517147949252
5	4	71	47	-0,25	0,05684746054892
6	5	67	43	-0,2	0,06326746564243
7	6	63	39	-0,166666666...	0,0689596629601
8	7	60	36	-0,142857142...	0,07057407220709
9	8	59	35	-0,125	0,06527367280204
10	9	54	30	-0,111111111...	0,07514889580484
11	10	52	28	-0,1	0,07453329337905
12	11	52	28	-0,090909090...	0,06775753943005
13	12	51	27	-0,083333333...	0,06514171482512
14	13	51	27	-0,076923076...	0,06013081368472
15	14	49	25	-0,071428571...	0,06133297278839
16	15	48	24	-0,066666666...	0,05996557423718
17	16	45	21	-0,0625	0,06456343788639
18	17	44	20	-0,058823529...	0,06363559825598
19	18	43	19	-0,055555555...	0,06294991470774
20	19	42	18	-0,052631578...	0,06248240452682
21	20	42	18	-0,05	0,05935828430048
22	21	41	17	-0,047619047...	0,05925352856426
23	22	40	16	-0,045454545...	0,05931585098482
24	23	40	16	-0,043478260...	0,056736900942
25	24	39	15	-0,041666666...	0,05706196845015
26	25	41	17	-0,04	0,04977296399398
27					

Fonte: acervo do autor (2025)

Como observado na figura 20, o valor da constante está negativo no instante igual a 1, o que não poderia acontecer, pois segundo a lei de resfriamento de Newton, ele deveria ser positivo. Nesse caso, o que pode ter acontecido com o experimento dos alunos é o sensor está em uma parte no instante inicial, representando apenas aquele ponto específico e no tempo seguinte está em outro ponto. Então o que fazer? Vamos considerar o instante igual a 1 como o tempo inicial na figura a seguir, vejamos:

Figura 21 - Constante K do grupo 3 (parte 2).

	Tempo (min)[X]	temperatura (°C)[Y]	corpo e meio ar:	o negativo do ten	Constante K[Y]
1					
2	0	85	61	-inf	
3	1	77	53	-1	0,1405819506212
4	2	74	50	-0,5	0,09942542917258
5	3	71	47	-0,333333333...	0,08690875415442
6	4	67	43	-0,25	0,08741843711994
7	5	63	39	-0,2	0,08946244360873
8	6	60	36	-0,166666666...	0,08789248761953
9	7	59	35	-0,142857142...	0,07936082895484
10	8	54	30	-0,125	0,08870956031389
11	9	52	28	-0,111111111...	0,0865188171109
12	10	52	28	-0,1	0,07786693539981
13	11	51	27	-0,090909090...	0,07409427256082
14	12	51	27	-0,083333333...	0,06791974984742
15	13	49	25	-0,076923076...	0,0686152337927
16	14	48	24	-0,071428571...	0,0666100024161
17	15	45	21	-0,066666666...	0,07109009509666
18	16	44	20	-0,0625	0,06969634941371
19	17	43	19	-0,058823529...	0,06881381676511
20	18	42	18	-0,055555555...	0,06780567257095
21	19	42	18	-0,052631578...	0,06423695296196
22	20	41	17	-0,05	0,06388302600585
23	21	40	16	-0,047619047...	0,0637278639016
24	22	40	16	-0,045454545...	0,06083114281516
25	23	39	15	-0,043478260...	0,06092333177
26	24	41	17	-0,041666666...	0,0532358500488
27					

Fonte: acervo do autor (2025)

Quando consideramos a temperatura inicial igual a 85°C, temos valores diferentes da constante em cada instante em relação ao da figura 20 e o valor da constante no tempo igual a zero não existe. Mas isso seria uma contradição, visto que quando consideramos a temperatura inicial igual a 83°C, mesmo que o sensor estivesse capitando apenas um ponto específico do

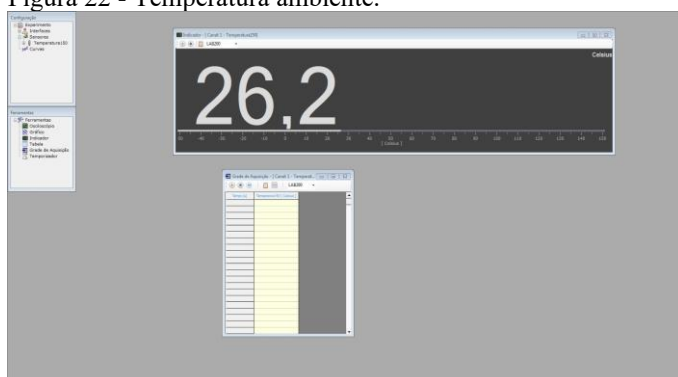
café, o corpo já estava trocando de calor com o meio ambiente. Nesse sentido, não será feito o gráfico do grupo 3, visto que teve essa contradição e variação de temperatura. Além disso, no penúltimo minuto para o minuto final teve um aumento de  $2^{\circ}\text{C}$ , subentendendo que teve mais uma interferência externa, ocasionando erros maiores na medição da temperatura.

#### 4.4 Experimento isolado

Neste subtópico é apresentado o “Experimento isolado”, onde o autor desta pesquisa discute minuciosamente os dados obtidos pelo experimento que fez. Nesse experimento é utilizado o sensor de temperatura  $-50^{\circ}\text{C} + \dots + 150^{\circ}\text{C}$  e o software CidepeLabUSB V4 para as informações que serão apresentadas. A interface e as ferramentas utilizadas estão presentes no anexo III deste trabalho.

Inicialmente foi medida a temperatura ambiente presente no mesmo laboratório que ocorreu a aplicação com os alunos. Segue o valor obtido:

Figura 22 - Temperatura ambiente.



Fonte: acervo do autor (2025)

O valor da temperatura ambiente era de  $26,2^{\circ}\text{C}$ . Após isso, foi inserido 200 ml de água natural no becker de 250 ml e, em seguida, colocada na chapa de aquecimento em temperatura máxima junto com 3 colheres de café dissolvida na água. Vejamos a figura a seguir:

Figura 23 - Café em aquecimento (parte 1).



Fonte: acervo do autor (2025)

Na figura 23 podemos ver o café em aquecimento e, em cima do café líquido, podemos ver uma camada fina se formando. Essa camada, também conhecida como “borra do café” é formada quando o café começa a esquentar e gerar bolhas. Assim que essas bolhas são “geradas” na parte inferior do café, elas trazem consigo partículas sólidas para cima. Essas partículas são pedacinhos finos do pó do café que, quando o processo de aquecimento é finalizado e o café já foi fervido, ela volta novamente para o fundo do café. Além disso, essa borra vai aumentando a medida que o café vai aumentando de temperatura. Segue a figura seguinte onde o café continua em aquecimento:

Figura 24 - Café em aquecimento (parte 2).



Fonte: acervo do autor (2025)

Na figura 24 é nítido que, após o aumento de bolhas na parte inferior do café gerou uma borra ainda maior. Mas no que essa borra interfere? Ela funciona como um isolante térmico entre o café líquido que está abaixo dela e o meio ambiente.

Segundo Young e Freedman (2015), um isolante térmico é:

Quando dois sistemas estão separados por um material isolante, como madeira, plástico, isopor ou fibra de vidro, um sistema influencia o outro muito lentamente. As caixas térmicas usadas na praia são feitas com materiais isolantes para impedir que o gelo e os alimentos gelados se aqueçam e atinjam o equilíbrio térmico com o ar quente do verão fora da caixa. Um isolante ideal é um material que impede qualquer tipo de interação entre os dois sistemas. (YOUNG e FREEDMAN, 2015, p. 199).

Nesse caso, o material que é usado como isolante térmico é justamente a borra do café, que contém partículas sólidas do café em pó, fazendo com que a temperatura maior estivesse no líquido. Após o aquecimento, o café foi retirado do becker que estava na chapa para outro becker. A fim de começar a contagem do decaimento da temperatura com o sensor.

Figura 25 - Início do decaimento da temperatura do café.



Fonte: acervo do autor (2025)

Quando a temperatura do café começar a decair, ainda é possível notar a ocorrência da troca de calor com o meio externo. Dessa forma, essa troca ocorre por correntes de convecção, na parte aberta do recipiente. Young e Freedman (2015, p. 224) afirmam que: “A **convecção** é a transferência de calor ocorrida pelo movimento da massa de um fluido de uma região do espaço para outra”.

Assim, quando esse vapor aquece o ar próximo, ele sobe por ser menos denso e o ar frio desce, formando uma corrente de ar.

Após o início do decaimento da temperatura iniciar, os dados são gerados no software em um intervalo de 10 segundos durante 25 minutos.

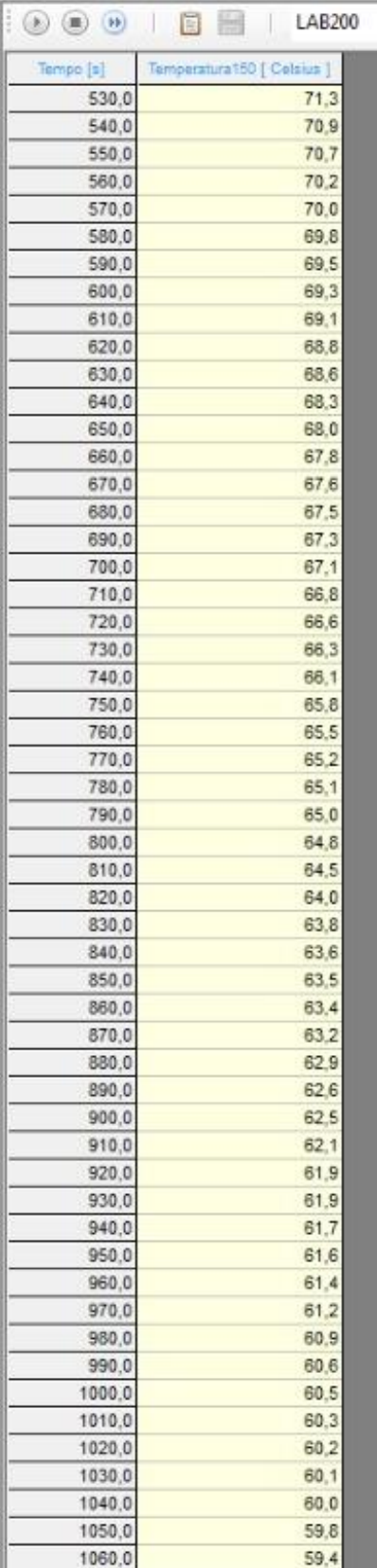
Figura 26 - Dados obtidos (parte 1).



Tempo [s]	Temperatura150 [ Celsius ]
0,0	92,4
10,0	91,8
20,0	91,0
30,0	90,5
40,0	90,0
50,0	89,4
60,0	89,0
70,0	88,3
80,0	87,7
90,0	87,2
100,0	86,7
110,0	86,1
120,0	85,6
130,0	85,0
140,0	84,7
150,0	84,3
160,0	84,0
170,0	83,6
180,0	83,2
190,0	82,7
200,0	82,2
210,0	81,9
220,0	81,5
230,0	81,1
240,0	80,7
250,0	80,2
260,0	79,8
270,0	79,4
280,0	79,1
290,0	78,7
300,0	78,5
310,0	78,1
320,0	77,8
330,0	77,4
340,0	77,1
350,0	76,8
360,0	76,6
370,0	76,1
380,0	75,8
390,0	75,4
400,0	75,0
410,0	74,7
420,0	74,3
430,0	74,0
440,0	73,8
450,0	73,5
460,0	73,4
470,0	73,0
480,0	72,7
490,0	72,4
500,0	72,1
510,0	71,7
520,0	71,5
530,0	71,3

Fonte: acervo do autor (2025)

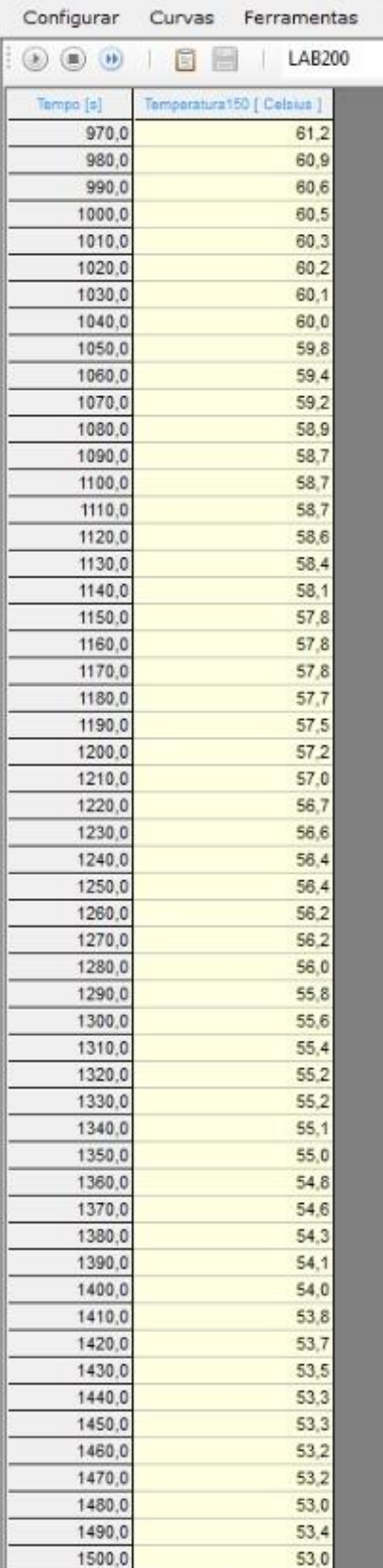
Figura 27 - Dados obtidos (parte 2).



Tempo [s]	Temperatura150 [ Celsius ]
530,0	71,3
540,0	70,9
550,0	70,7
560,0	70,2
570,0	70,0
580,0	69,8
590,0	69,5
600,0	69,3
610,0	69,1
620,0	68,8
630,0	68,6
640,0	68,3
650,0	68,0
660,0	67,8
670,0	67,6
680,0	67,5
690,0	67,3
700,0	67,1
710,0	66,8
720,0	66,6
730,0	66,3
740,0	66,1
750,0	65,8
760,0	65,5
770,0	65,2
780,0	65,1
790,0	65,0
800,0	64,8
810,0	64,5
820,0	64,0
830,0	63,8
840,0	63,6
850,0	63,5
860,0	63,4
870,0	63,2
880,0	62,9
890,0	62,6
900,0	62,5
910,0	62,1
920,0	61,9
930,0	61,9
940,0	61,7
950,0	61,6
960,0	61,4
970,0	61,2
980,0	60,9
990,0	60,6
1000,0	60,5
1010,0	60,3
1020,0	60,2
1030,0	60,1
1040,0	60,0
1050,0	59,8
1060,0	59,4

Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 28 - Dados obtidos (parte 3).



The image shows a screenshot of a software application window titled 'LAB200'. The window has a menu bar with 'Configurar', 'Curvas', and 'Ferramentas'. Below the menu bar is a toolbar with several icons. The main area of the window displays a table with two columns: 'Tempo [s]' and 'Temperatura150 [ Celsius ]'. The table contains 34 rows of data, showing a decreasing trend in temperature over time.

Tempo [s]	Temperatura150 [ Celsius ]
970,0	61,2
980,0	60,9
990,0	60,6
1000,0	60,5
1010,0	60,3
1020,0	60,2
1030,0	60,1
1040,0	60,0
1050,0	59,8
1060,0	59,4
1070,0	59,2
1080,0	58,9
1090,0	58,7
1100,0	58,7
1110,0	58,7
1120,0	58,6
1130,0	58,4
1140,0	58,1
1150,0	57,8
1160,0	57,8
1170,0	57,8
1180,0	57,7
1190,0	57,5
1200,0	57,2
1210,0	57,0
1220,0	56,7
1230,0	56,6
1240,0	56,4
1250,0	56,4
1260,0	56,2
1270,0	56,2
1280,0	56,0
1290,0	55,8
1300,0	55,6
1310,0	55,4
1320,0	55,2
1330,0	55,2
1340,0	55,1
1350,0	55,0
1360,0	54,8
1370,0	54,6
1380,0	54,3
1390,0	54,1
1400,0	54,0
1410,0	53,8
1420,0	53,7
1430,0	53,5
1440,0	53,3
1450,0	53,3
1460,0	53,2
1470,0	53,2
1480,0	53,0
1490,0	53,4
1500,0	53,0

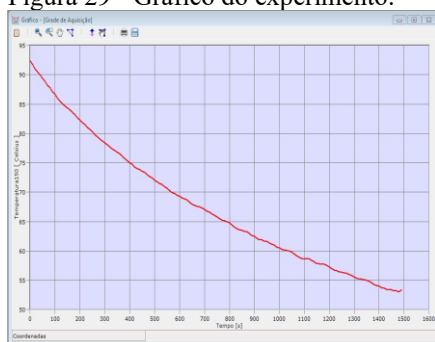
Fonte: acervo do autor (2025)

Nas figuras 26, 27 e 28 é possível observar o café perdendo temperatura e tendendo para a temperatura do meio ambiente, com temperatura inicial igual a  $92,4^{\circ}\text{C}$  e após 25 minutos igual a  $53^{\circ}\text{C}$ . Além disso, é nítido que a coleta de dados do software é mais precisa, apresentando valores com casas decimais.

#### 4.5 Gráfico obtido

Após a aquisição de dados do café, foi gerado o gráfico que representa esses dados obtidos. Vejamos:

Figura 29 - Gráfico do experimento.



Fonte: acervo do autor (2025)

Após o gráfico gerado, vamos encontrar os valores da constante K em cada instante.

Segue a figura a seguir:

Figura 30 - Constante K (parte 1).

	Tempo (s)[X]	temperatura (°C)[Y]	corpo e meio arr...	o negativo do ten	Constante K[Y]
1	0	92,4	66,2	-inf	
2	10	91,8	65,6	-0,1	0,0009104766992919
3	20	91	64,8	-0,05	0,001068742979237
4	30	90,5	64,3	-0,0333333333...	0,0009706943899796
5	40	90	63,8	-0,025	0,0009231818148055
6	50	89,4	63,2	-0,02	0,000927523235803
7	60	89	62,8	-0,0166666666...	0,0008787564911468
8	70	88,3	62,1	-0,014285714...	0,0009133496286219
9	80	87,7	61,5	-0,0125	0,0009205411016311
10	90	87,2	61	-0,0111111111...	0,0009089622085517
11	100	86,7	60,5	-0,01	0,0009003709790617
12	110	86,1	59,9	-0,0090909090...	0,0009091268892869
13	120	85,6	59,4	-0,0083333333...	0,0009032186381197
14	130	85	58,8	-0,007692307...	0,0009118354464491
15	140	84,7	58,5	-0,007142857...	0,0008832407764654
16	150	84,3	58,1	-0,0066666666...	0,0008700986605673
17	160	84	57,8	-0,00625	0,0008480730454039
18	170	83,6	57,4	-0,005882352...	0,0008390362330438
19	180	83,2	57	-0,005555555...	0,0008312733061578
20	190	82,7	56,5	-0,005263157...	0,0008336938146872
21	200	82,2	56	-0,005	0,0008366438510391
22	210	81,9	55,7	-0,004761904...	0,0008223824571892
23	220	81,5	55,3	-0,004545454...	0,0008177616109758
24	230	81,1	54,9	-0,004347826...	0,0008137700627282
25	240	80,7	54,5	-0,004166666...	0,000810332386407
26	250	80,2	54	-0,004	0,0008147656655148
27	260	79,8	53,6	-0,003846153...	0,0008120438264085

Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 31 - Constante K (parte 2).

	Tempo (s)[X]	temperatura (°C)[Y]	corpo e meio am...	o negativo do ten	Constante K[Y]
28	270	79,4	53,2	-0,003703703...	0,0008097113577606
29	280	79,1	52,9	-0,003571428...	0,0008009897288525
30	290	78,7	52,5	-0,003448275...	0,0007995423908462
31	300	78,5	52,3	-0,003333333...	0,0007856136395736
32	310	78,1	51,9	-0,003225806...	0,0007850376541004
33	320	77,8	51,6	-0,003125	0,0007786212201733
34	330	77,4	51,2	-0,003030303...	0,0007786088815076
35	340	77,1	50,9	-0,002941176...	0,0007729927629014
36	350	76,8	50,6	-0,002857142...	0,0007677968189987
37	360	76,6	50,4	-0,002777777...	0,0007574702440712
38	370	76,1	49,9	-0,002702702...	0,0007639444869878
39	380	75,8	49,6	-0,002631578...	0,0007597095505581
40	390	75,4	49,2	-0,002564102...	0,0007609918960121
41	400	75	48,8	-0,0025	0,0007623753752097
42	410	74,7	48,5	-0,002439024...	0,0007588211341452
43	420	74,3	48,1	-0,002380952...	0,000760472109122
44	430	74	47,8	-0,002325581...	0,0007573367987106
45	440	73,8	47,6	-0,002272727...	0,0007496538675127
46	450	73,5	47,3	-0,002222222...	0,0007470448165446
47	460	73,4	47,2	-0,002173913...	0,0007354055877205
48	470	73	46,8	-0,002127659...	0,0007378665106795
49	480	72,7	46,5	-0,002083333...	0,0007358919798951
50	490	72,4	46,2	-0,002040816...	0,0007340829895005
51	500	72,1	45,9	-0,002	0,0007324306917529
52	510	71,7	45,5	-0,001960784...	0,0007352316411491
53	520	71,5	45,3	-0,001923076...	0,0007295642893346
54	530	71,3	45,1	-0,001886792...	0,000724147578178

Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 32 - Constante K (parte 3).

	Tempo (s)[X]	temperatura (°C)[Y]	corpo e meio am...	o negativo do ten	Constante K[Y]
55	540	70,9	44,7	-0,001851851...	0,0007272351135619
56	550	70,7	44,5	-0,001818181...	0,0007221659523105
57	560	70,2	44	-0,001785714...	0,0007294479089727
58	570	70	43,8	-0,001754385...	0,0007246432378255
59	580	69,8	43,6	-0,001724137...	0,0007200401941172
60	590	69,5	43,3	-0,001694915...	0,0007195386914144
61	600	69,3	43,1	-0,001666666...	0,0007152624430554
62	610	69,1	42,9	-0,001639344...	0,0007111617000147
63	620	68,8	42,6	-0,001612903...	0,000711010015593
64	630	68,6	42,4	-0,001587301...	0,0007071938106429
65	640	68,3	42,1	-0,0015625	0,0007072386285229
66	650	68	41,8	-0,001538461...	0,000707360189865
67	660	67,8	41,6	-0,001515151...	0,0007039095389026
68	670	67,6	41,4	-0,001492537...	0,0007005963912115
69	680	67,5	41,3	-0,001470588...	0,0006938499455529
70	690	67,3	41,1	-0,001449275...	0,0006908294803489
71	700	67,1	40,9	-0,001428571...	0,000687929142706
72	710	66,8	40,6	-0,001408450...	0,0006886090089229
73	720	66,6	40,4	-0,001388888...	0,0006859037194109
74	730	66,3	40,1	-0,001369863...	0,0006867179844253
75	740	66,1	39,9	-0,001351351...	0,0006841947824961
76	750	65,8	39,6	-0,001333333...	0,0006851351262434
77	760	65,5	39,3	-0,001315789...	0,0006861262421944
78	770	65,2	39	-0,001298701...	0,0006871672945627
79	780	65,1	38,9	-0,001282051...	0,000681648990152
80	790	65	38,8	-0,001265822...	0,0006762787548275
81	800	64,8	38,6	-0,00125	0,0006742852330902

Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 33 - Constante K (parte 4).

	Tempo (s)[X]	temperatura (°C)[t]	corpo e meio am	o negativo do ten	Constante K[Y]
82	810	64,5	38,3	-0,001234567...	0,0006755932922918
83	820	64	37,8	-0,001219512...	0,0006833797077042
84	830	63,8	37,6	-0,001204819...	0,0006815378464423
85	840	63,6	37,4	-0,001190476...	0,0006797735220506
86	850	63,5	37,3	-0,001176470...	0,0006749260426979
87	860	63,4	37,2	-0,001162790...	0,0006701996530975
88	870	63,2	37	-0,001149425...	0,0006686925865503
89	880	62,9	36,7	-0,001136363...	0,0006703451225937
90	890	62,6	36,4	-0,001123595...	0,0006720356048318
91	900	62,5	36,3	-0,001111111...	0,0006676252463024
92	910	62,1	35,9	-0,001098901...	0,0006724650191744
93	920	61,9	35,7	-0,001086956...	0,0006712280153884
94	930	61,9	35,7	-0,001075268...	0,0006640105098466
95	940	61,7	35,5	-0,001063829...	0,0006629231558102
96	950	61,6	35,4	-0,001052631...	0,0006589143608455
97	960	61,4	35,2	-0,001041666...	0,0006579524795197
98	970	61,2	35	-0,001030927...	0,0006570437128387
99	980	60,9	34,7	-0,001020408...	0,0006591232408063
100	990	60,6	34,4	-0,001010101...	0,0006612362611754
101	1.000	60,5	34,3	-0,001	0,0006575351087711
102	1.010	60,3	34,1	-0,000990099...	0,0006568149293599
103	1.020	60,2	34	-0,000980392...	0,0006532548414969
104	1.030	60,1	33,9	-0,000970673...	0,000649772280152
105	1.040	60	33,8	-0,000961538...	0,0006463650581288
106	1.050	59,8	33,6	-0,000952380...	0,0006458613294989
107	1.060	59,4	33,2	-0,000943396...	0,0006510665915288
108	1.070	59,2	33	-0,000934579...	0,0006506288798846

Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 34 - Constante K (parte 5).

	Tempo (s)[X]	temperatura (°C)[t]	corpo e meio am	o negativo do ten	Constante K[Y]
109	1.080	58,9	32,7	-0,000925925...	0,0006530605417035
110	1.090	58,7	32,5	-0,000917431...	0,0006526975904654
111	1.100	58,7	32,5	-0,000909090...	0,0006467639760066
112	1.110	58,7	32,5	-0,000900900...	0,0006409372735201
113	1.120	58,6	32,4	-0,000892857...	0,000637966107272
114	1.130	58,4	32,2	-0,000884955...	0,000637800009197
115	1.140	58,1	31,9	-0,000877192...	0,0006404161869756
116	1.150	57,8	31,6	-0,000869565...	0,0006430637759566
117	1.160	57,8	31,6	-0,000862068...	0,0006375201227156
118	1.170	57,8	31,6	-0,000854700...	0,0006320712327779
119	1.180	57,7	31,5	-0,000847457...	0,00062940077213
120	1.190	57,5	31,3	-0,000840336...	0,0006294641726024
121	1.200	57,2	31	-0,000833333...	0,0006322443820482
122	1.210	57	30,8	-0,000826446...	0,0006323684074078
123	1.220	56,7	30,5	-0,000819672...	0,0006352080158439
124	1.230	56,6	30,4	-0,000813008...	0,0006327137028706
125	1.240	56,4	30,2	-0,000806451...	0,000632934305292
126	1.250	56,4	30,2	-0,0008	0,0006278708308497
127	1.260	56,2	30	-0,000793650...	0,0006281611756197
128	1.270	56,2	30	-0,000787401...	0,0006232150246306
129	1.280	56	29,8	-0,00078125	0,0006235719292434
130	1.290	55,8	29,6	-0,000775193...	0,0006239582183046
131	1.300	55,6	29,4	-0,000769230...	0,0006243736835372
132	1.310	55,4	29,2	-0,000763358...	0,0006248181325715
133	1.320	55,2	29	-0,000757575...	0,0006252913886034
134	1.330	55,2	29	-0,000751879...	0,0006205899495913
135	1.340	55,1	28,9	-0,000746268...	0,0006185364685258

Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 35 - Constante K (parte 6).

	Tempo (s)[X]	emperatura (°C)[1]	corpo e meio am	o negativo do ten	Constante K[Y]
125	1.240	56,4	30,2	-0,000806451...	0,000632934305292
126	1.250	56,4	30,2	-0,0008	0,0006278708308497
127	1.260	56,2	30	-0,000793650...	0,0006281611756197
128	1.270	56,2	30	-0,000787401...	0,0006232150246306
129	1.280	56	29,8	-0,00078125	0,0006235719292434
130	1.290	55,8	29,6	-0,000775193...	0,0006239582183046
131	1.300	55,6	29,4	-0,000769230...	0,0006243736835372
132	1.310	55,4	29,2	-0,000763358...	0,0006248181325715
133	1.320	55,2	29	-0,000757575...	0,0006252913886034
134	1.330	55,2	29	-0,000751879...	0,0006205899495913
135	1.340	55,1	28,9	-0,000746268...	0,0006185364685258
136	1.350	55	28,8	-0,000740740...	0,0006165222783712
137	1.360	54,8	28,6	-0,000735294...	0,0006171130478803
138	1.370	54,6	28,4	-0,000729927...	0,0006177308888874
139	1.380	54,3	28,1	-0,000724637...	0,0006209499178285
140	1.390	54,1	27,9	-0,000719424...	0,0006216214202271
141	1.400	54	27,8	-0,000714285...	0,000619746030176
142	1.410	53,8	27,6	-0,000709219...	0,0006204714115034
143	1.420	53,7	27,5	-0,000704225...	0,0006186580692045
144	1.430	53,5	27,3	-0,000699300...	0,0006194361963301
145	1.440	53,3	27,1	-0,000694444...	0,0006202407882342
146	1.450	53,3	27,1	-0,000689655...	0,0006159632655568
147	1.460	53,2	27	-0,000684931...	0,0006142764362593
148	1.470	53,2	27	-0,000680272...	0,0006100976849923
149	1.480	53	26,8	-0,000675675...	0,0006109990374501
150	1.490	53,4	27,2	-0,000671140...	0,0005969553621752
151	1.500	53	26,8	-0,000666666...	0,0006028523836174

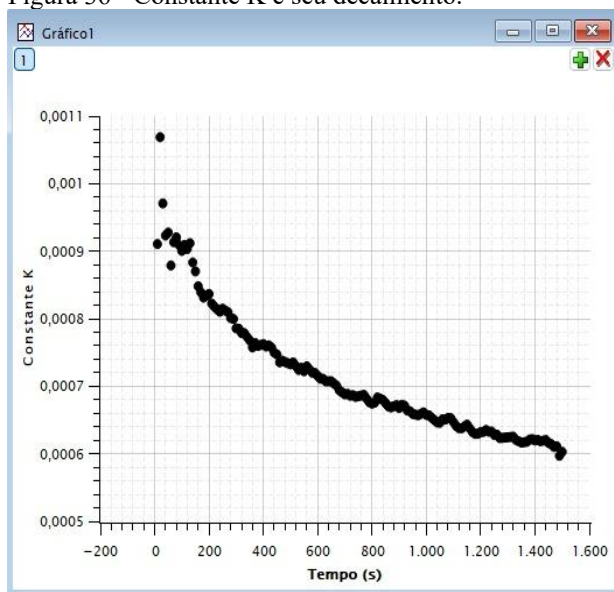
Fonte: acervo do autor (2025)

Podemos ver que o valor da constante vai diminuindo ao longo do tempo, sendo o valor inicial aproximadamente 0,0009 e o final aproximadamente 0,0003, uma diferença de 0,0003. O valor do K, nesse experimento, foi bem próximo de se tornar constante em todos os instantes. Além disso, o valor da diferença da temperatura em determinado tempo menos a temperatura ambiente também pode influenciar.

Como visto anteriormente, temperaturas maiores em relação a temperatura ambiente fazem com que, ao começar o resfriamento desse corpo, faz com que essa diferença seja maior. Em contrapartida, quando essa alta temperatura começa a ficar próxima da temperatura ambiente, ela começa a decair mais lentamente, resultando em um K menor. Mas por que o K não se manteve constante em todos os instantes? Se seguirmos a lei de resfriamento de Newton, essa constante deveria ser igual em qualquer tempo que seja, mas quando vamos para a prática, existe diversos fatores que influenciam para que ele mude, mesmo que seja a mínima possível.

Por fim, obtemos o gráfico do decaimento da constante ao longo do tempo:

Figura 36 - Constante K e seu decaimento.



Fonte: acervo do autor (2025)

#### 4.6 Preenchimento do formulário dos alunos

Neste subtópico será apresentado as respostas dos alunos sobre o questionário apresentado no Apêndice A deste trabalho. 6 dos 9 alunos presentes na sala durante a aplicação responderam ao questionário que foi repassado via google forms para que pudessem responder.

Figura 37 - Nome dos participantes.

##### 1. Nome completo:

6 respostas

Caroline Martins Silveira
Bianca Cardoso Tolosa
Yasmim Barros da Rocha lima
Sandro Andrade de Andrade
Victor Gabriel Barros Novaes
Ébano Dos Santos Carvalho

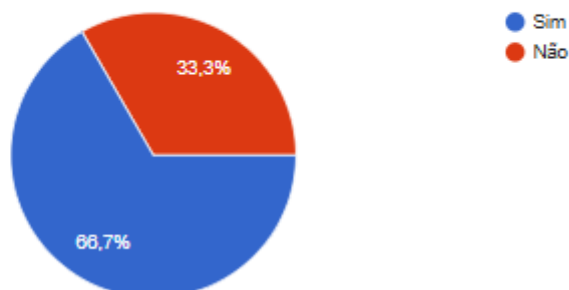
Fonte: acervo do autor (2025)

Primeira pergunta:

Figura 38 - Pergunta 1.

2. Você conhecia a lei de resfriamento de Newton?

6 respostas



Fonte: acervo do autor (2025)

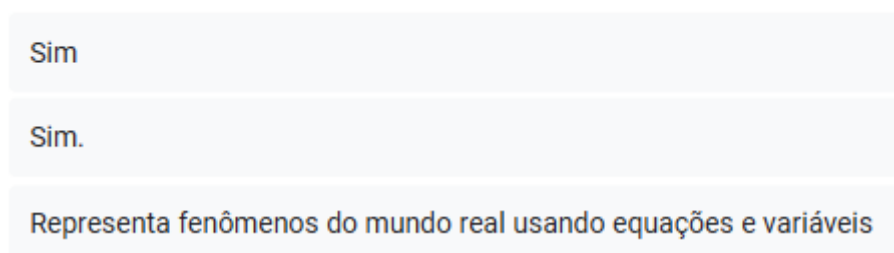
É possível notar que mesmo dentro de um curso de licenciatura em física, a lei de resfriamento de Newton ainda é desconhecida.

Segunda pergunta:

Figura 39 - Pergunta 2.

3. Você sabe o que é um modelo matemático?

6 respostas



Fonte: acervo do autor (2025)

Essa segunda pergunta tem como intuito verificar se os alunos tinham conhecimento sobre modelo matemático, visando a construção de um modelo matemático para descrever fenômenos físicos

Terceira pergunta:

Figura 40 - Pergunta 3.

4. Você sabe da importância da modelagem matemática para o ensino aprendizagem?

6 respostas

Sim
Com esse método é possível demonstrar fenômenos físicos de forma matemática, o que facilita a compreensão da relação entre a física e a matemática.
Não
E uma metodologia capaz melhorar o ensino para ter uma aprendizagem melhor

Fonte: acervo do autor (2025)

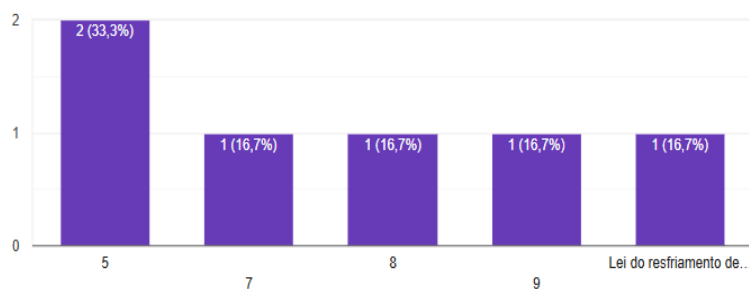
A pergunta 3 complementa a pergunta 2, unindo a modelagem matemática com modelo matemático para a construção de um ensino mais dinâmico.

Quarta pergunta:

Figura 41 - Pergunta 4.

5. De 0 a 10, qual o nível de aprendizado que você teve de equações diferenciais?

6 respostas



Fonte: acervo do autor (2025)

A pergunta 4 mostra que, mesmo após a finalização da disciplina de Equações Diferenciais, os alunos ainda não possuem total conhecimento sobre o conteúdo.

Quinta pergunta:

Figura 42 - Pergunta 5.

6. Cite quais outros modelos matemáticos representados por equações diferenciais você conhece:

6 respostas

Movimento harmônico simples (MHS)  $x'' + \lambda \cdot x = 0$

EDO homogênea, edo de 1º e 2º ordem

Modelagem para contar quantas pessoas nascem algo assim

Crescimento populacional

Lei do resfriamento de Newton

Decaimento radioativo

Movimentos dos corpos

Queda livre com resistência do ar

Fonte: acervo do autor (2025)

Por fim, a quinta pergunta pede para que os alunos citem modelos matemáticos que descrevem fenômenos, afim de apresentar outras formas de descrição de fenômenos.

## 5 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo analisar a aplicação da Lei de Resfriamento de Newton por meio da modelagem matemática, utilizando-a como recurso didático para a compreensão de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs). A abordagem integrou aspectos teóricos, experimentais e computacionais, buscando aproximar os estudantes de fenômenos físicos reais e favorecer um aprendizado mais significativo.

A fundamentação teórica permitiu contextualizar a modelagem matemática e o seu papel na construção de conhecimentos em sala de aula e retomou a teoria das EDOs com a fórmula da Lei de Resfriamento de Newton.

A realização dos experimentos foi fundamental para estabelecer a conexão entre teoria e prática. A coleta dos dados, bem como a construção dos gráficos no QtiPlot, possibilitou observar a tendência exponencial de aproximação da temperatura do corpo à temperatura ambiente. Embora tenham ocorrido variações na constante de resfriamento  $k$ , essas oscilações foram compreendidas como decorrentes de limitações experimentais, tais como movimentação do sensor, perturbações externas e imprecisões inerentes ao ambiente didático. Ainda assim, os resultados obtidos foram compatíveis com o comportamento esperado pelo modelo teórico.

Do ponto de vista pedagógico, seguindo a sequência didática apresentada no anexo II da pesquisa, verificou-se que a modelagem matemática, associada a experimentos práticos, contribui para a compreensão mais profunda das EDOs

Ademais, conclui-se que o uso da Lei de Resfriamento de Newton como instrumento de modelagem matemática constitui uma estratégia eficaz para o ensino de EDOs, pois contribui tanto para o desenvolvimento conceitual dos estudantes quanto para sua formação docente. Espera-se, assim, que os graduandos sejam estimulados a interessar-se por pesquisas científicas, produzindo trabalhos que descrevam fenômenos físicos por meio da matemática, com apoio de softwares de análise. Dessa forma, iniciativas como esta podem fortalecer o avanço das áreas de Matemática e Física no Brasil.

## REFERÊNCIAS

- BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.
- BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2009.
- BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel (orgs.). **Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorização**. 2016. 2. ed. rev. e ampl. Ponta Grossa: UEPG, 2016. 226f.
- FERNANDES, Gabrielly Sevilha. **Modelagem Matemática: equações diferenciais ordinárias de primeira ordem e aplicações**. 2025. 57 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Campus Goiânia, 2025.
- FIGUEIREDO, Djairo Guedes de; NEVES, Aloisio Freiria. **Equações Diferenciais Aplicadas**. 3. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2018. 307f.
- GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. **Um curso de cálculo**. v.1. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013. 380 p.
- HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física: volume 2: gravitação, ondas e termodinâmica**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2018.
- JACOBINI, Otávio Roberto; WODEWOTZKI, Maria Lucia L. Uma reflexão sobre a modelagem matemática no contexto da educação matemática crítica. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 19, n. 25, p. 1-16, 2006.
- LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Metodologia do trabalho científico: procedimentos básicos, pesquisa bibliográfica, projeto e relatório, publicações e trabalhos científicos**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1992.
- LAMATTINA, Alexandre de Araújo; PERALTA, Miriã Cardozo; PAULINO, Carlos Eduardo. **Quantificando realidades técnicas de pesquisa quantitativa**. Formiga (MG): MultiAtual, 2024. 151f.
- LAUDARES, J. B. et al. **Equações diferenciais ordinárias e transformadas de LAPLACE: análise gráfica de fenômenos com resolução de problemas: atividades com softwares livres**. 1. ed. Belo Horizonte: Artesã, 2017.
- MACEDO, Neusa Dias de. **Iniciação à pesquisa bibliográfica: guia do estudante para a fundamentação do trabalho de pesquisa**. 2. ed. revista - São Paulo: Loyola, 1994.
- MACHADO, Elisa Spode. **Modelagem matemática e resolução de problemas**. 2006. 140 f. Diss. (Mestrado) - Faculdade de Física. Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. PUCRS, 2006.

MOREIRA de Paula, Alisson Guilherme. **Abordagem introdutória de condução do calor linear e não linear**. 2020. 50 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Federal do Ceará, Instituto UFC Virtual, Fortaleza, 2020.

PEREIRA, Ivaneide Magali do Nascimento. **Teoria e prática na lei de resfriamento de Newton**. 2019. 44 f. Monografia. Licenciatura em Matemática - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia - IFRO, Campus Cacoal, 2019.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico [recurso eletrônico]: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

SÁ, Marcos Santos de. **Equações diferenciais ordinárias: aplicações e uma proposta de intervenção no ensino básico**. 2019. 133 f. Dissertação (mestrado em matemática) - Universidade Federal de Sergipe, 2019.

SANTOS, Reginaldo J. **Introdução às equações diferenciais ordinárias**. Belo Horizonte: Imprensa Universitária da UFMG, 2011.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico [livro eletrônico]**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2017.

SILVA, Jair Sandro Ferreira da. **Sobre o problema da variação de temperatura de um corpo**. Connection Line, n. 5, p. 44–55, 2010.

SILVA, Liane Maria da. **Modelagem matemática: um olhar a partir de triângulos epistemológicos**. 2022. 90 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava, 2022.

STEWART, James. **Cálculo, volume 2**. 7. Ed.- São Paulo: Cengage Learning, 2013.

YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A. **Física II: Sears e Zemansky – Termodinâmica e ondas**. 14. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2015.

ZAMBELLO, Aline Vanessa et al. **Metodologia da pesquisa e do trabalho científico**. Penápolis: FUNEPE, 2018.

ZILL, Dennis G; CULLEN, Michael R. **Equações Diferenciais, vol.1**. 2001.

ZILL, Dennis G. **Equações diferenciais com aplicações em modelagem**. 3. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

**APÊNDICE A - FORMULÁRIO PARA OS ESTUDANTES**

1. Nome completo:

---

2. Você conhecia a lei de resfriamento de Newton?

(    ) Sim

(    ) Não

3. Você sabe o que é um modelo matemático?

---

---

---

4. Você sabe da importância da modelagem matemática para o ensino aprendizagem?

---

---

---

5. De 0 a 10, qual o nível de aprendizado que você teve de equações diferenciais?

---

6.

Cite quais outros modelos matemáticos representados por equações diferenciais você conhece:

---

---

---

**APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)**

Você está sendo convidado(a) a participar, de forma voluntária, da pesquisa intitulada: **“MODELAGEM MATEMÁTICA DO RESFRIAMENTO DE CORPOS: Uma Abordagem Com Equações Diferenciais.”** Esta investigação é uma parte da pesquisa da disciplina “Trabalho de Conclusão 2 (TCC2), no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Amapá – IFAP, e tem como objetivo aplicar um experimento que mostra a variação da temperatura em relação ao tempo, abordando equações diferenciais e modelagem matemática que interliga a matemática com a física. Além disso, os dados coletados servirão como parte da pesquisa.

Sua participação consistirá na apreciação da parte teórica a ser abordada e na realização do experimento, junto com os demais colegas. Ademais, também será necessário o preenchimento de um questionário de caráter qualitativo e reflexivo, com questões abertas e objetivas que servirá como base para análise diagnóstica da turma e da aplicação. A previsão de riscos durante esta atividade é mínima. Contudo, podem ocorrer alguns incidentes como se queimar com o café ou com a chapa de aquecimento se não for seguido as devidas orientações. Ressaltamos que sua identidade será preservada — o questionário será analisado de forma anônima, sem qualquer associação entre as respostas e o nome dos participantes. Não haverá gravação de imagem, som ou vídeo.

É garantido a você:

- O acesso às informações sobre a pesquisa antes, durante e após sua participação;
- A possibilidade de esclarecer dúvidas a qualquer momento;
- O direito de desistir da participação a qualquer instante, sem a necessidade de justificar sua decisão e sem qualquer prejuízo acadêmico ou pessoal.

Declaro que fui devidamente informado (a) sobre os objetivos e procedimentos da pesquisa. Tive oportunidade de fazer perguntas e recebi respostas satisfatórias. Compreendendo a natureza do estudo, consinto livremente em participar, ciente de que não haverá qualquer custo ou benefício financeiro envolvido.

**Pesquisador responsável:**

Acadêmico: Samuel Moraes Pessoa

Telefone: (96) 99121-5048

E-mail: samuelmoraes2040@gmail.com

Nome do(a) Participante: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_.

## ANEXO I - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) PREENCHIDO PELOS ALUNOS

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Você está sendo convidado(a) a participar, de forma voluntária, da pesquisa intitulada:

**“MODELAGEM MATEMÁTICA DO RESFRIAMENTO DE CORPOS: Uma Abordagem Com Equações Diferenciais.”** Esta investigação é uma parte da pesquisa da disciplina “Trabalho de Conclusão 2 (TCC2), no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Amapá – IFAP, e tem como objetivo aplicar um experimento que mostra a variação da temperatura em relação ao tempo, abordando equações diferenciais e modelagem matemática que interliga a matemática com a física. Além disso, os dados coletados servirão como parte da pesquisa.

Sua participação consistirá na **apreciação da parte teórica a ser abordada e na realização do experimento, junto com os demais colegas.** Ademais, também será necessário o preenchimento de um questionário de caráter qualitativo e reflexivo, com questões abertas e objetivas que servirá como base para análise diagnóstica da turma e da aplicação.

A previsão de riscos durante esta atividade é mínima. Contudo, podem ocorrer alguns incidentes como se queimar com o café ou com a chapa de aquecimento se não for seguido as devidas orientações. Ressaltamos que sua identidade será preservada — o questionário será analisado de forma anônima, sem qualquer associação entre as respostas e o nome dos participantes. Não haverá gravação de imagem, som ou vídeo.

É garantido a você:

- O acesso às informações sobre a pesquisa antes, durante e após sua participação;
- A possibilidade de esclarecer dúvidas a qualquer momento;
- O direito de desistir da participação a qualquer instante, sem a necessidade de justificar sua decisão e sem qualquer prejuízo acadêmico ou pessoal.

Declaro que fui devidamente informado (a) sobre os objetivos e procedimentos da pesquisa. Tive oportunidade de fazer perguntas e recebi respostas satisfatórias. Compreendendo a natureza do estudo, consinto livremente em participar, ciente de que não haverá qualquer custo ou benefício financeiro envolvido.

**Pesquisador responsável:**

Acadêmico: Samuel Moraes Pessoa

Telefone: (96) 99121-5048

E-mail: samuelmoraes2040@gmail.com

Nome do(a) Participante: Aluísio dos Santos Albuquerque

Assinatura: Aluísio dos Santos Albuquerque Data: 29/10/25

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Você está sendo convidado(a) a participar, de forma voluntária, da pesquisa intitulada:

**“MODELAGEM MATEMÁTICA DO RESFRIAMENTO DE CORPOS: Uma Abordagem Com Equações Diferenciais.”** Esta investigação é uma parte da pesquisa da disciplina “Trabalho de Conclusão 2 (TCC2), no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Amapá – IFAP, e tem como objetivo aplicar um experimento que mostra a variação da temperatura em relação ao tempo, abordando equações diferenciais e modelagem matemática que interliga a matemática com a física. Além disso, os dados coletados servirão como parte da pesquisa.

Sua participação consistirá na **apreciação da parte teórica a ser abordada e na realização do experimento, junto com os demais colegas.** Ademais, também será necessário o preenchimento de um questionário de caráter qualitativo e reflexivo, com questões abertas e objetivas que servirá como base para análise diagnóstica da turma e da aplicação.

A previsão de riscos durante esta atividade é mínima. Contudo, podem ocorrer alguns incidentes como se queimar com o café ou com a chapa de aquecimento se não for seguido as devidas orientações. Ressaltamos que sua identidade será preservada — o questionário será analisado de forma anônima, sem qualquer associação entre as respostas e o nome dos participantes. Não haverá gravação de imagem, som ou vídeo.

É garantido a você:

- O acesso às informações sobre a pesquisa antes, durante e após sua participação;
- A possibilidade de esclarecer dúvidas a qualquer momento;
- O direito de desistir da participação a qualquer instante, sem a necessidade de justificar sua decisão e sem qualquer prejuízo acadêmico ou pessoal.

Declaro que fui devidamente informado (a) sobre os objetivos e procedimentos da pesquisa. Tive oportunidade de fazer perguntas e recebi respostas satisfatórias. Compreendendo a natureza do estudo, consinto livremente em participar, ciente de que não haverá qualquer custo ou benefício financeiro envolvido.

**Pesquisador responsável:**

Acadêmico: Samuel Moraes Pessoa

Telefone: (96) 99121-5048

E-mail: samuelmoraes2040@gmail.com

Nome do(a) Participante: Thais Stefany S. da Costa

Assinatura: Thais Stefany S. da Costa Data: 28/10/20

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Você está sendo convidado(a) a participar, de forma voluntária, da pesquisa intitulada:

**“MODELAGEM MATEMÁTICA DO RESFRIAMENTO DE CORPOS: Uma Abordagem Com Equações Diferenciais.”** Esta investigação é uma parte da pesquisa da disciplina “Trabalho de Conclusão 2 (TCC2), no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Amapá – IFAP, e tem como objetivo aplicar um experimento que mostra a variação da temperatura em relação ao tempo, abordando equações diferenciais e modelagem matemática que interliga a matemática com a física. Além disso, os dados coletados servirão como parte da pesquisa.

Sua participação consistirá na **apreciação da parte teórica a ser abordada e na realização do experimento, junto com os demais colegas.** Ademais, também será necessário o preenchimento de um questionário de caráter qualitativo e reflexivo, com questões abertas e objetivas que servirá como base para análise diagnóstica da turma e da aplicação.

A previsão de riscos durante esta atividade é mínima. Contudo, podem ocorrer alguns incidentes como se queimar com o café ou com a chapa de aquecimento se não for seguido as devidas orientações. Ressaltamos que sua identidade será preservada — o questionário será analisado de forma anônima, sem qualquer associação entre as respostas e o nome dos participantes. Não haverá gravação de imagem, som ou vídeo.

É garantido a você:

- O acesso às informações sobre a pesquisa antes, durante e após sua participação;
- A possibilidade de esclarecer dúvidas a qualquer momento;
- O direito de desistir da participação a qualquer instante, sem a necessidade de justificar sua decisão e sem qualquer prejuízo acadêmico ou pessoal.

Declaro que fui devidamente informado (a) sobre os objetivos e procedimentos da pesquisa. Tive oportunidade de fazer perguntas e recebi respostas satisfatórias. Compreendendo a natureza do estudo, consinto livremente em participar, ciente de que não haverá qualquer custo ou benefício financeiro envolvido.

**Pesquisador responsável:**

Acadêmico: Samuel Moraes Pessoa

Telefone: (96) 99121-5048

E-mail: samuelmoraes2040@gmail.com

Nome do(a) Participante: Samuel Andrade de Andrade

Assinatura: Samuel Andrade de Andrade Data: 29/10/25

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Você está sendo convidado(a) a participar, de forma voluntária, da pesquisa intitulada:

**“MODELAGEM MATEMÁTICA DO RESFRIAMENTO DE CORPOS: Uma Abordagem Com Equações Diferenciais.”** Esta investigação é uma parte da pesquisa da disciplina **“Trabalho de Conclusão 2 (TCC2), no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Amapá – IFAP,** e tem como objetivo aplicar um experimento que mostra a variação da temperatura em relação ao tempo, abordando equações diferenciais e modelagem matemática que interliga a matemática com a física. Além disso, os dados coletados servirão como parte da pesquisa.

Sua participação consistirá na apreciação da parte teórica a ser abordada e na realização do experimento, junto com os demais colegas. Ademais, também será necessário o preenchimento de um questionário de caráter qualitativo e reflexivo, com questões abertas e objetivas que servirá como base para análise diagnóstica da turma e da aplicação.

A previsão de riscos durante esta atividade é mínima. Contudo, podem ocorrer alguns incidentes como se queimar com o café ou com a chapa de aquecimento se não for seguido as devidas orientações. Ressaltamos que sua identidade será preservada — o questionário será analisado de forma anônima, sem qualquer associação entre as respostas e o nome dos participantes. Não haverá gravação de imagem, som ou vídeo.

É garantido a você:

- O acesso às informações sobre a pesquisa antes, durante e após sua participação;
- A possibilidade de esclarecer dúvidas a qualquer momento;
- O direito de desistir da participação a qualquer instante, sem a necessidade de justificar sua decisão e sem qualquer prejuízo acadêmico ou pessoal.

Declaro que fui devidamente informado (a) sobre os objetivos e procedimentos da pesquisa. Tive oportunidade de fazer perguntas e recebi respostas satisfatórias. Compreendendo a natureza do estudo, consinto livremente em participar, ciente de que não haverá qualquer custo ou benefício financeiro envolvido.

**Pesquisador responsável:**

Acadêmico: Samuel Moraes Pessoa

Telefone: (96) 99121-5048

E-mail: samuelmoraes2040@gmail.com

Nome do(a) Participante: Caroline Martins Silveira

Assinatura: Caroline Martins Silveira Data: 29/08/20

## TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Você está sendo convidado(a) a participar, de forma voluntária, da pesquisa intitulada:

**“MODELAGEM MATEMÁTICA DO RESFRIAMENTO DE CORPOS: Uma Abordagem Com Equações Diferenciais.”** Esta investigação é uma parte da pesquisa da disciplina “Trabalho de Conclusão 2 (TCC2), no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Amapá – IFAP, e tem como objetivo aplicar um experimento que mostra a variação da temperatura em relação ao tempo, abordando equações diferenciais e modelagem matemática que interliga a matemática com a física. Além disso, os dados coletados servirão como parte da pesquisa.

Sua participação consistirá na apreciação da parte teórica a ser abordada e na realização do experimento, junto com os demais colegas. Ademais, também será necessário o preenchimento de um questionário de caráter qualitativo e reflexivo, com questões abertas e objetivas que servirá como base para análise diagnóstica da turma e da aplicação.

A previsão de riscos durante esta atividade é mínima. Contudo, podem ocorrer alguns incidentes como se queimar com o café ou com a chapa de aquecimento se não for seguido as devidas orientações. Ressaltamos que sua identidade será preservada — o questionário será analisado de forma anônima, sem qualquer associação entre as respostas e o nome dos participantes. Não haverá gravação de imagem, som ou vídeo.

É garantido a você:

- O acesso às informações sobre a pesquisa antes, durante e após sua participação;
- A possibilidade de esclarecer dúvidas a qualquer momento;
- O direito de desistir da participação a qualquer instante, sem a necessidade de justificar sua decisão e sem qualquer prejuízo acadêmico ou pessoal.

Declaro que fui devidamente informado (a) sobre os objetivos e procedimentos da pesquisa. Tive oportunidade de fazer perguntas e recebi respostas satisfatórias. Compreendendo a natureza do estudo, consinto livremente em participar, ciente de que não haverá qualquer custo ou benefício financeiro envolvido.

**Pesquisador responsável:**

Acadêmico: Samuel Moraes Pessoa

Telefone: (96) 99121-5048

E-mail: samuelmoraes2040@gmail.com

Nome do(a) Participante: Victor Gabriel Barros Moraes

Assinatura: Victor Gabriel Barros Moraes Data: 29/10/25

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Você está sendo convidado(a) a participar, de forma voluntária, da pesquisa intitulada:

**“MODELAGEM MATEMÁTICA DO RESFRIAMENTO DE CORPOS: Uma Abordagem Com Equações Diferenciais.”** Esta investigação é uma parte da pesquisa da disciplina “Trabalho de Conclusão 2 (TCC2), no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Amapá – IFAP, e tem como objetivo aplicar um experimento que mostra a variação da temperatura em relação ao tempo, abordando equações diferenciais e modelagem matemática que interliga a matemática com a física. Além disso, os dados coletados servirão como parte da pesquisa.

Sua participação consistirá na apreciação da parte teórica a ser abordada e na realização do experimento, junto com os demais colegas. Ademais, também será necessário o preenchimento de um questionário de caráter qualitativo e reflexivo, com questões abertas e objetivas que servirá como base para análise diagnóstica da turma e da aplicação.

A previsão de riscos durante esta atividade é mínima. Contudo, podem ocorrer alguns incidentes como se queimar com o café ou com a chapa de aquecimento se não for seguido as devidas orientações. Ressaltamos que sua identidade será preservada — o questionário será analisado de forma anônima, sem qualquer associação entre as respostas e o nome dos participantes. Não haverá gravação de imagem, som ou vídeo.

É garantido a você:

- O acesso às informações sobre a pesquisa antes, durante e após sua participação;
- A possibilidade de esclarecer dúvidas a qualquer momento;
- O direito de desistir da participação a qualquer instante, sem a necessidade de justificar sua decisão e sem qualquer prejuízo acadêmico ou pessoal.

Declaro que fui devidamente informado (a) sobre os objetivos e procedimentos da pesquisa. Tive oportunidade de fazer perguntas e recebi respostas satisfatórias. Compreendendo a natureza do estudo, consinto livremente em participar, ciente de que não haverá qualquer custo ou benefício financeiro envolvido.

**Pesquisador responsável:**

Acadêmico: Samuel Moraes Pessoa

Telefone: (96) 99121-5048

E-mail: samuelmoraes2040@gmail.com

Nome do(a) Participante: Clara da Santa Louvalho

Assinatura: Clara da Santa Louvalho

Data: 29/10/25

## TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Você está sendo convidado(a) a participar, de forma voluntária, da pesquisa intitulada:

**“MODELAGEM MATEMÁTICA DO RESFRIAMENTO DE CORPOS: Uma Abordagem Com Equações Diferenciais.”** Esta investigação é uma parte da pesquisa da disciplina “Trabalho de Conclusão 2 (TCC2), no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Amapá – IFAP, e tem como objetivo aplicar um experimento que mostra a variação da temperatura em relação ao tempo, abordando equações diferenciais e modelagem matemática que interliga a matemática com a física. Além disso, os dados coletados servirão como parte da pesquisa.

Sua participação consistirá na **apreciação da parte teórica a ser abordada e na realização do experimento, junto com os demais colegas.** Ademais, também será necessário o preenchimento de um questionário de caráter qualitativo e reflexivo, com questões abertas e objetivas que servirá como base para análise diagnóstica da turma e da aplicação.

A previsão de riscos durante esta atividade é mínima. Contudo, podem ocorrer alguns incidentes como se queimar com o café ou com a chapa de aquecimento se não for seguido as devidas orientações. Ressaltamos que sua identidade será preservada — o questionário será analisado de forma anônima, sem qualquer associação entre as respostas e o nome dos participantes. Não haverá gravação de imagem, som ou vídeo.

É garantido a você:

- O acesso às informações sobre a pesquisa antes, durante e após sua participação;
- A possibilidade de esclarecer dúvidas a qualquer momento;
- O direito de desistir da participação a qualquer instante, sem a necessidade de justificar sua decisão e sem qualquer prejuízo acadêmico ou pessoal.

Declaro que fui devidamente informado (a) sobre os objetivos e procedimentos da pesquisa. Tive oportunidade de fazer perguntas e recebi respostas satisfatórias. Compreendendo a natureza do estudo, consinto livremente em participar, ciente de que não haverá qualquer custo ou benefício financeiro envolvido.

### Pesquisador responsável:

Acadêmico: Samuel Moraes Pessoa

Telefone: (96) 99121-5048

E-mail: samuelmoraes2040@gmail.com

Nome do(a) Participante: Anderson Pimenta Gonçalves da Silva

Assinatura: Anderson Pimenta G. Silva Data: 29/10/2020

## TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Você está sendo convidado(a) a participar, de forma voluntária, da pesquisa intitulada:

**“MODELAGEM MATEMÁTICA DO RESFRIAMENTO DE CORPOS: Uma Abordagem Com Equações Diferenciais.”** Esta investigação é uma parte da pesquisa da disciplina “Trabalho de Conclusão 2 (TCC2), no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Amapá – IFAP, e tem como objetivo aplicar um experimento que mostra a variação da temperatura em relação ao tempo, abordando equações diferenciais e modelagem matemática que interliga a matemática com a física. Além disso, os dados coletados servirão como parte da pesquisa.

Sua participação consistirá na apreciação da parte teórica a ser abordada e na realização do experimento, junto com os demais colegas. Ademais, também será necessário o preenchimento de um questionário de caráter qualitativo e reflexivo, com questões abertas e objetivas que servirá como base para análise diagnóstica da turma e da aplicação.

A previsão de riscos durante esta atividade é mínima. Contudo, podem ocorrer alguns incidentes como se queimar com o café ou com a chapa de aquecimento se não for seguido as devidas orientações. Ressaltamos que sua identidade será preservada — o questionário será analisado de forma anônima, sem qualquer associação entre as respostas e o nome dos participantes. Não haverá gravação de imagem, som ou vídeo.

É garantido a você:

- O acesso às informações sobre a pesquisa antes, durante e após sua participação;
- A possibilidade de esclarecer dúvidas a qualquer momento;
- O direito de desistir da participação a qualquer instante, sem a necessidade de justificar sua decisão e sem qualquer prejuízo acadêmico ou pessoal.

Declaro que fui devidamente informado (a) sobre os objetivos e procedimentos da pesquisa. Tive oportunidade de fazer perguntas e recebi respostas satisfatórias. Compreendendo a natureza do estudo, consinto livremente em participar, ciente de que não haverá qualquer custo ou benefício financeiro envolvido.

**Pesquisador responsável:**

Acadêmico: Samuel Moraes Pessoa

Telefone: (96) 99121-5048

E-mail: samuelmoraes2040@gmail.com

Nome do(a) Participante: Bianca Cardoso Tolosa

Assinatura: Bianca Cardoso Tolosa Data: 29/10/15

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Você está sendo convidado(a) a participar, de forma voluntária, da pesquisa intitulada:

**“MODELAGEM MATEMÁTICA DO RESFRIAMENTO DE CORPOS: Uma Abordagem Com Equações Diferenciais.”** Esta investigação é uma parte da pesquisa da disciplina **“Trabalho de Conclusão 2 (TCC2), no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Amapá – IFAP,** e tem como objetivo aplicar um experimento que mostra a variação da temperatura em relação ao tempo, abordando equações diferenciais e modelagem matemática que interliga a matemática com a física. Além disso, os dados coletados servirão como parte da pesquisa.

Sua participação consistirá na apreciação da parte teórica a ser abordada e na realização do experimento, junto com os demais colegas. Ademais, também será necessário o preenchimento de um questionário de caráter qualitativo e reflexivo, com questões abertas e objetivas que servirá como base para análise diagnóstica da turma e da aplicação.

A previsão de riscos durante esta atividade é mínima. Contudo, podem ocorrer alguns incidentes como se queimar com o café ou com a chapa de aquecimento se não for seguida as devidas orientações. Ressaltamos que sua identidade será preservada — o questionário será analisado de forma anônima, sem qualquer associação entre as respostas e o nome dos participantes. Não haverá gravação de imagem, som ou vídeo.

É garantido a você:

- O acesso às informações sobre a pesquisa antes, durante e após sua participação;
- A possibilidade de esclarecer dúvidas a qualquer momento;
- O direito de desistir da participação a qualquer instante, sem a necessidade de justificar sua decisão e sem qualquer prejuízo acadêmico ou pessoal.

Declaro que fui devidamente informado (a) sobre os objetivos e procedimentos da pesquisa. Tive oportunidade de fazer perguntas e recebi respostas satisfatórias. Compreendendo a natureza do estudo, consinto livremente em participar, ciente de que não haverá qualquer custo ou benefício financeiro envolvido.

**Pesquisador responsável:**

Acadêmico: Samuel Moraes Pessoa

Telefone: (96) 99121-5048

E-mail: samuelmoraes2040@gmail.com

Nome do(a) Participante: Samuel Moraes Pessoa

Assinatura: Samuel Moraes Pessoa

Data: 06/07/23

## ANEXO II - SEQUÊNCIA DIDÁTICA: EXPERIMENTO USANDO A XÍCARA DE CAFÉ COMO MÉTODO DE ENSINO PARA EQUAÇÕES DIFERENCIAIS



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO AMAPÁ  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA  
CAMPUS MACAPÁ

### SEQUÊNCIA DIDÁTICA: EXPERIMENTO USANDO A XÍCARA DE CAFÉ COMO MÉTODO DE ENSINO PARA EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

**Samuel Moraes Pessoa<sup>1</sup>,**

**Prof. Me. Francielck Domingos Freire<sup>2</sup>,**

**Prof. Dr. Élys da Silva Mendes<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Graduando em licenciatura em matemática - IFAP -  
samuelmoraes2040@gmail.com

<sup>2</sup> Mestre em matemática - IFAP - francielck.freire@ifap.edu.br

<sup>3</sup> Doutor em Ensino de Ciências Exatas - IFAP - elys.mendes@ifap.edu.br

#### **Finalidade**

Essa sequência didática é uma proposta alternativa que visa auxiliar o ensino de equações diferenciais através de um experimento usando a xícara de café, um exemplo do dia a dia para mostrar a variação da temperatura em relação ao tempo. Além disso, ela é uma parte integrante do TCC: “MODELAGEM MATEMÁTICA DO RESFRIAMENTO DE CORPOS: UMA ABORDAGEM COM EQUAÇÕES DIFERENCIAIS”.

## Contextualização

No contexto do ensino de equações diferenciais (EDs), vemos uma grande quantidade de cálculos, sejam eles para resolver equações propostas pelo professor, pelo livro ou para interpretar e calcular fenômenos físicos presentes no dia a dia de uma pessoa, mas com valores simbólicos na maioria das vezes. Nesse cenário, usamos a modelagem matemática para descrever esses fenômenos através de um modelo matemático.

Para Silva (2022):

[...] a Modelagem Matemática rompe com o chamado “ensino tradicional”, em que os problemas muito pouco têm a ver com a realidade e aos alunos cabe unicamente ouvir, aceitar e reproduzir as verdades que o professor transmite. Na Modelagem Matemática temos um ambiente dialógico em que aprendemos não apenas o conteúdo matemático, mas podemos ir além e discutir sobre a importância desse conteúdo na sociedade. (SILVA, 2022, p.31).

De acordo com Souza, A. (2017, apud Pereira, 2019, p.15) as Equações diferenciais: “importantes ferramentas matemáticas, e são fundamentais para a solução de problemas relacionados à determinados fenômenos advindos de diversas ciências”. Nesse viés, observamos que as EDs podem solucionar ou descrever diversos fenômenos. Esse produto educacional visa unir, com a modelagem matemática, as equações diferenciais para descrever um fenômeno (o experimento da xícara de café), onde será observado a variação da temperatura ao decorrer do tempo.

Esse experimento ajuda com que alunos consigam ver a aplicação de equações diferenciais no seu dia a dia, além de conseguirem ver cada elemento da equação diferencial no experimento e interpretem seus dados.

Além da coleta desses dados e do experimento em si, esse trabalho vai um pouco mais além e traz também a necessidade da tecnologia para que possamos interpretar com mais facilidade essas informações. Nesse caso, é usado um software para gerar o gráfico do experimento, o que impulsiona a necessidade de inserirmos a tecnologia no meio educacional, para que os alunos possam se distanciar do ensino tradicional que ainda se perpetua em algumas escolas ou universidades.

Segundo Paiva (2016):

Dessa forma, é fundamental reconhecer que as tecnologias adentraram na vida humana num ritmo sem volta. Sendo assim, faz-se necessário assimilá-las como parte de um processo natural de evolução da cultura da sociedade. Esta ideia ganha força ao lembrar a origem e o desenvolvimento da espécie humana e perceber a importância

das mudanças para nossa evolução, e que foram, e até hoje são, essenciais para nossa existência e adaptabilidade ao meio. Tais mudanças ou adaptações, mesmo sendo necessárias, são motivos de medo, visto que o novo, por vezes, traz consigo certo desconforto, até que os atores 23 envolvidos se convençam ou percebam a importância da concretização das mesmas. (PAIVA, 2016, p. 22-23).

Ou seja, além de precisarmos inovar no ensino de equações diferenciais, é necessário adaptá-las ao avanço da tecnologia, aproveitando tudo que é presente hoje no ensino e na era tecnológica.

## **Objetivo**

O objetivo desse produto educacional é relacionar o experimento da xícara de café com o ensino de equações diferenciais, usando a modelagem matemática para interligar os dois pontos.

## **Detalhamento**

Nesse tópico é apresentado o material que é utilizado para coleta de dados do experimento, além do software para gerar o gráfico e como será feito o passo a passo da aula. A aplicação do experimento é separado em alguns momentos, como: Introdução a equações diferenciais ordinárias (EDO), definição de integral, EDO linear de 1ª ordem (homogênea e não homogênea), a lei de resfriamento de Newton e a aplicação do experimento.

## **Material**

Para fazermos o experimento, usamos alguns materiais específicos. Nesse sentido, será mostrado no tópico “material com os alunos” uma quantidade de materiais para realizar o experimento

### **Material com alunos**

O material apresentado é para até 16 alunos, sendo 4 equipes de 4 alunos.

- Becker de vidro, 250ml (8);
- Água destilada (2L);

- Pacote de café (1);
- Luva tricotada (16);
- Óculos de proteção (16);
- Chapa de aquecimento (4);
- Multímetro digital (4);
- Agitador (4);
- Tabela de dados (4) (apresentada no anexo I).
- Software QtiPlot (4).

### **Aula: Teoria e prática (2 aulas de 50 minutos cada)**

A aula será separada em dois momentos: na primeira parte iremos apresentar uma Introdução a equações diferenciais ordinárias (EDO), definição de integral, EDO linear de 1ª ordem (homogênea e não homogênea), a lei de resfriamento de Newton. Logo após, iremos para o segundo momento: a aplicação do experimento. Onde os alunos serão orientados em como fazer, de forma correta, o experimento, o preenchimento dos dados na tabela e a construção do gráfico no software.

#### **Parte 1 (Teoria)**

O livro “**Equações diferenciais com aplicações em modelagem**” de Zill (2016) é usado como base para esse primeiro momento, além dos livros “**Equações Diferenciais, vol.1**” de Zill e Cullen (2001) e “**Cálculo, volume I**” de Stewart (2013). Então serão retiradas algumas partes desses livros para apresentar para os alunos os conceitos e expressões.

Definição de equação diferencial segundo Zill (2016, p.2): “Uma equação que contém as derivadas (ou diferenciais) de uma ou mais funções não conhecidas (ou variáveis dependentes), em relação a uma ou mais variáveis independentes é chamada de **equação diferencial (ED)**”.

Quanto ao tipo, o mesmo autor reforça:

Se uma equação diferencial contiver somente derivadas ordinárias de uma ou mais funções não conhecidas com relação a uma única variável independente, ela será chamada de **equação diferencial ordinária (EDO)**. Uma equação envolvendo derivadas parciais de uma ou várias funções de duas ou mais variáveis independentes é chamada de **equação diferencial parcial (EDP)**. Nosso primeiro exemplo ilustra cada tipo de equação diferencial. (Zill, 2016, p. 2.)

Agora que sabemos o que é uma equação diferencial ordinária, iremos para ideia de EDO linear de 1ª ordem (homogênea e não homogênea). Contudo, primeiro iremos ver a definição de integral para entender os métodos de resolução das EDOs.

Definição de integral definida segundo Stewart (2013):

Se  $f$  é uma função contínua definida em  $a \leq x \leq b$ , dividimos o intervalo  $[a, b]$  em  $n$  subintervalos de comprimentos iguais  $\Delta x = (b - a)/n$ . Sejam  $x_0 (= a), x_1, x_2, \dots, x_n (= b)$  as extremidades desses subintervalos, e sejam  $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$  **pontos amostrais arbitrários** nesses subintervalos, de forma que  $x_i^*$  esteja no  $i$ -ésimo subintervalo  $[x_{i-1}, x_i]$ . Então a **integral definida de  $f$  de  $a$  a  $b$**  é

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i^*)\Delta x$$

Desde que o limite exista e dê o mesmo valor para todas as possíveis escolhas de pontos amostrais. Se ele existir, dizemos que  $f$  é **integrável** em  $[a, b]$ . (Stewart, 2013, p. 337).

Definição de integral indefinida segundo o mesmo autor:

Precisamos de uma notação conveniente para primitivas que torne fácil trabalhar com elas. Em virtude da relação dada pelo Teorema Fundamental entre primitivas e integrais, a notação  $\int f(x)dx$  é tradicionalmente usada para a primitiva de  $f$  e é chamada de **integral indefinida**. Logo,  
 $\int f(x)dx = F(x)$  significa  $F'(x) = f(x)$ . (Stewart, 2013, p. 360.)

EDO linear de primeira ordem, ela é linear, segundo Zill e Cullen (2001):

[...] definimos a forma geral para uma equação diferencial linear de ordem  $n$  como,  $a_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)$   
 Lembre-se de que linearidade significa que todos os coeficientes são funções de  $x$  somente e que  $y$  e todas as suas derivadas são elevadas à primeira potência. Agora, quando  $n = 1$ , obtemos uma equação linear de primeira ordem. (Zill e Cullen, 2001, p.68)

Quando consideramos  $n = 1$ , temos a EDO linear de primeira ordem:

$$\frac{dy}{dx} + r(x)y = s(x)$$

Na forma homogênea:

$$\frac{dy}{dx} + r(x)y = 0$$

Resolvendo pelo método de separação de variáveis:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{y} &= -r(x)dx \\ \int \frac{dy}{y} &= \int -r(x)dx \\ \ln|y| &= -\int r(x)dx \end{aligned}$$

$$e^{\ln|y|} = e^{-\int r(x)dx}$$

$$y = e^{-\int r(x)dx}$$

Na forma não homogênea:

$$\frac{dy}{dx} + r(x)y = s(x)$$

Resolvendo usando o fator integrante:

$$\mu(x) = e^{\int r(x)dx}$$

$$\mu(x)\frac{dy}{dx} + \mu(x)r(x)y = s(x)\mu(x)$$

$$\frac{d}{dx}(\mu(x)y) = \frac{d\mu(x)}{dx}y + \mu(x)\frac{dy}{dx}$$

$$\mu(x) = e^{\int r(x)dx}$$

$$\frac{d\mu(x)}{dx} = r(x)\mu(x)$$

$$\frac{d}{dx}(\mu(x)y) = \mu(x)r(x)y + \mu(x)\frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\mu(x)y) = s(x)\mu(x)$$

$$\int \frac{d}{dx}(\mu(x)y) = \int s(x)\mu(x)dx$$

$$\mu(x)y = \int s(x)\mu(x)dx$$

$$y = \frac{1}{\mu(x)} \int s(x)\mu(x)dx$$

A lei de resfriamento de Newton é dada pela EDO:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_\alpha)$$

Em que ela é definida como: a taxa de variação da temperatura de um corpo em relação ao tempo é igual a diferença da temperatura apresentada no corpo e do meio ambiente (Zill, 2016). Além disso, a constante de proporcionalidade negativa ( $-k$ ) se dá ao fato de que o corpo está em resfriamento.

A solução geral é obtida através do método de separação de variáveis. Assim obtemos a solução:

$$T(t) = T_\alpha + (T_0 - T_\alpha)e^{-kt} \quad (1)$$

E a solução para achar a constante  $K$  é quando isolamos ela de (1) é :

$$k = - \frac{1}{t} \ln \left| \frac{T(t) - T\alpha}{(T_0 - T\alpha)} \right|$$

## Parte 2 (Prática)

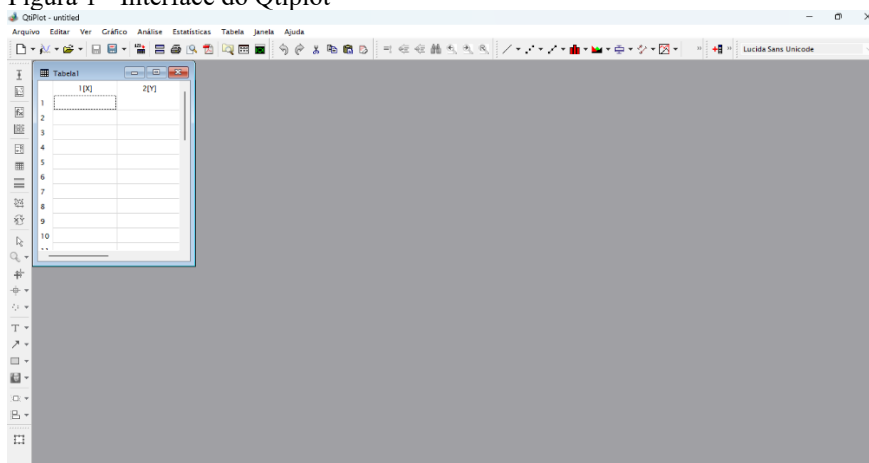
Na parte prática, o aluno deve seguir as seguintes etapas:

1. Medir a temperatura ambiente com o multímetro;
2. Encher o becker de vidro com 200ml de água destilada;
3. Colocar o becker na chapa de aquecimento;
4. Ligar a chapa na temperatura máxima;
5. Dissolver o café em pó na água e mexer com o agitador;
6. Esperar até que o café ferva;
7. Desligar a chapa de aquecimento;
8. Colocar a luva e o óculos de proteção;
9. Colocar o café que estava no becker que estava aquecendo para o novo becker;
10. Medir a temperatura inicial do café com o multímetro e preencher na tabela de dados;
11. Medir a temperatura a cada 1 minuto por 25 minutos (usando o cronômetro do celular);
12. Após 25 minutos, o aluno deverá inserir os dados no QtiPlot.
13. Abra o Software QtiPlot;
14. Inserir os dados na tabela do Software;
15. Na coluna 1[X] é para o tempo e na coluna 2[Y] para a temperatura;
16. Renomeie a coluna 1[X] para “tempo (min)” e coluna 2[Y] para “temperatura (°C)”;
17. O tempo deve estar relacionado a temperatura naquele instante;
18. Após o preenchimento dos dados, selecione as duas colunas;
19. Vá em “Gráfico”, “Símbolo” e selecione “Dispersão”;
20. O gráfico será gerado;
21. Agora vamos adicionar uma terceira coluna e renomear para “temp. do corpo e meio ambiente”.
22. Após isso, selecionamos a coluna 3 >> opção >> “Definir valores das colunas...” >> escreva: “col(“Temperatura (°C)”) - 26” e OK.
23. O resultado é a diferença da temperatura do corpo menos a do meio ambiente naquele instante.
24. Agora vamos adicionar a quarta coluna e renomear para “Constante K”.
25. Após isso, vamos novamente à opção >> “Definir valores das colunas...” >> escreva: “ln(col(“temp. do corpo e meio ambiente”))” e OK.

26. Selecione a coluna de “tempo(s)” e “Constante K”, vá em “Gráfico”, “Símbolo” e selecione “Dispersão”.
27. O gráfico do decaimento da constante em relação ao tempo será gerado.
28. Tire print dos gráficos e mande para quem está orientando em sala, junto com os dados preenchidos na tabela de dados.
29. Em seguida, vamos adicionar uma quarta coluna e renomear para "Div. do ln", onde será feita a divisão que tem dentro do log natural da constante K.
30. Para gerar essa divisão, vamos na opção >>"Definir valores da coluna" >> digite: "col("Temp. do corpo e meio ambiente")/o valor da temperatura inicial menos a ambiente".
31. Agora vamos adicionar a quinta coluna e renomeá-la para "ln", em que geraremos o log natural dos valores obtidos na quarta coluna.
32. Geramos os valores do log natural nos seguintes passos: >>"Definir valores da coluna" >> digite: "ln(col("Div. do ln"))".
33. Após isso, vamos calcular a parte inversa do tempo, mas negativa. Essa será a sexta coluna renomeada para “Inverso negativo do tempo”
34. Vamos em: vamos na opção >>"Definir valores da coluna" >> digite: "-1/col("Tempo (min)")".
35. Por fim, vamos adicionar a sétima coluna e renomea-la para “Constante K”. Nela será achada o valor ou valores da constante, se ela variar ao longo do tempo.
36. Vamos em: vamos na opção >>"Definir valores da coluna" >> digite: "col("Inverso negativo do tempo")\*col("ln")".
37. Por fim, gere o gráfico da constante em relação ao tempo.

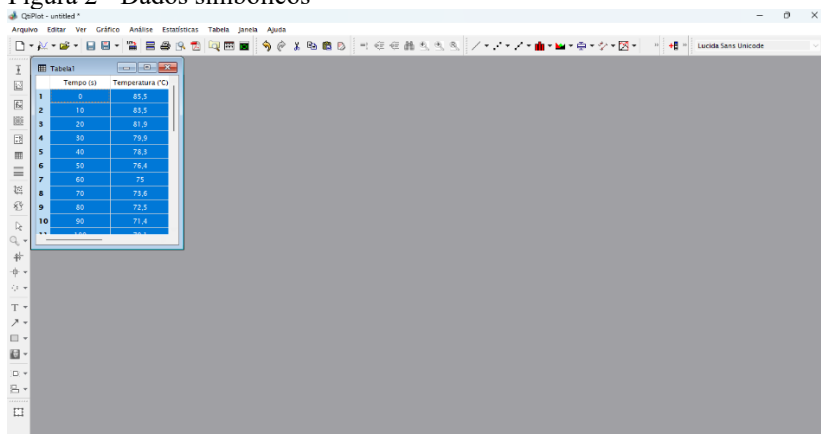
Veremos agora a interface do Software QtiPlot, juntamente com dados simbólicos e gráficos gerados.

Figura 1 - Interface do Qtiplot



Fonte: acervo do autor (2025)

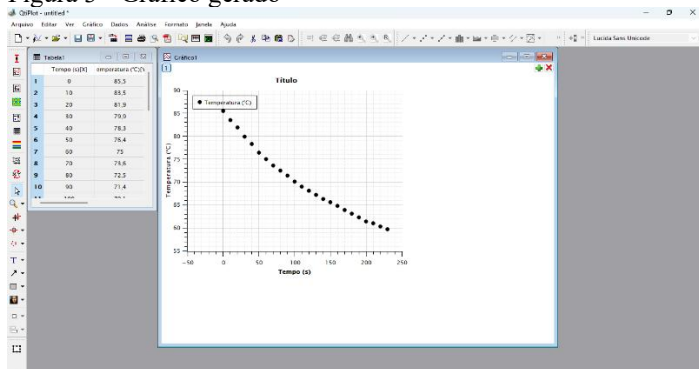
Figura 2 - Dados simbólicos



	Tempo (s)	Temperatura (C)
1	0	85,5
2	10	85,5
3	20	81,9
4	30	79,9
5	40	78,3
6	50	76,4
7	60	75
8	70	73,6
9	80	72,5
10	90	71,4

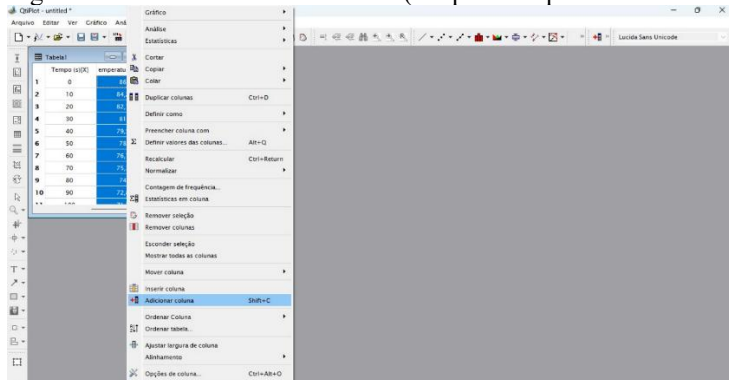
Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 3 - Gráfico gerado



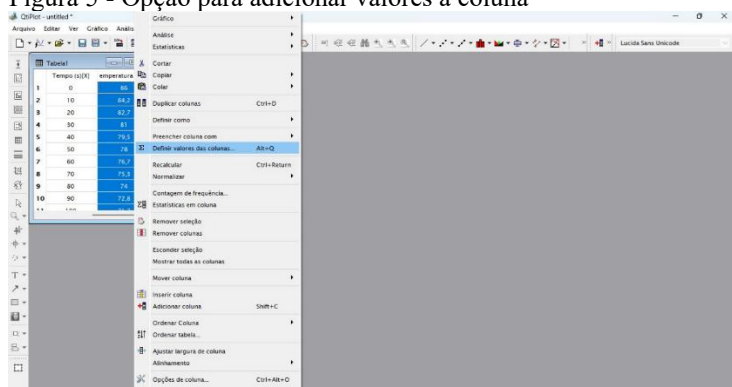
Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 4 - Adicionando outra coluna (temp. do corpo e meio ambiente)



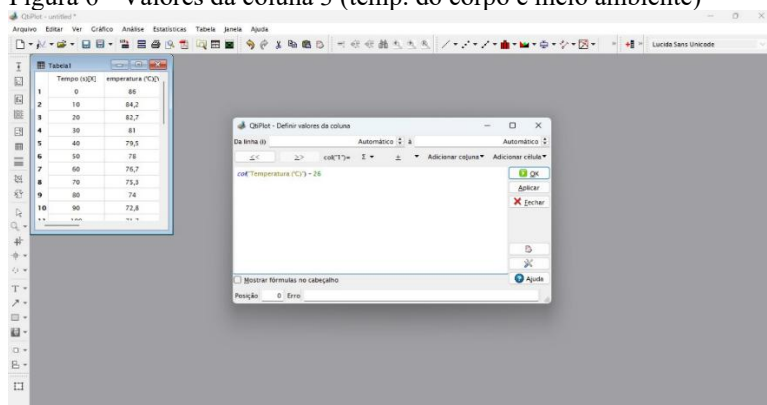
Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 5 - Opção para adicionar valores a coluna



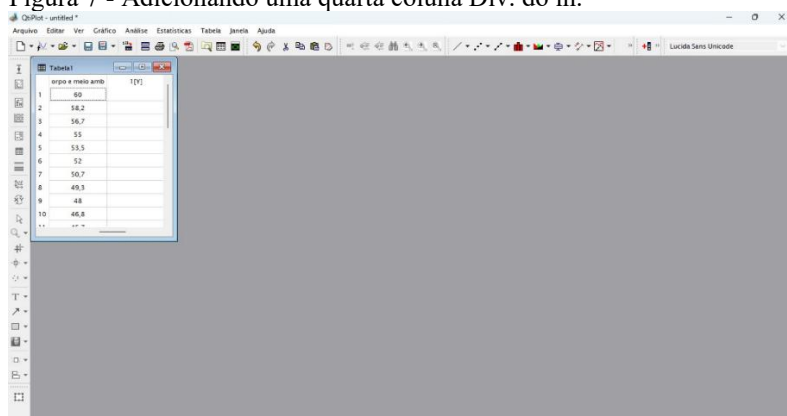
Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 6 - Valores da coluna 3 (temp. do corpo e meio ambiente)



Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 7 - Adicionando uma quarta coluna Div. do ln.



Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 8 - Algoritmo da Div. do ln

`ln("Temp. do corpo e meio ambiente")/60`

Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 9 - Valores da divisão do ln

	Tempo (min)[X]	temperatura (°C)[t]	corpo e meio arr	Div. do ln[Y]
1	0	80,2	54,2	1
2	1	74,94	48,94	0,9029520295203
3	2	70,19	44,19	0,8153136531365
4	3	65,89	39,89	0,7359778597786
5	4	62	36	0,6642066420664
6	5	58,48	32,48	0,5992619926199
7	6	55,29	29,29	0,540405904059
8	7	52,41	26,41	0,4872693726937
9	8	49,8	23,8	0,4391143911439
10	9	47,44	21,44	0,3955719557196
11	10	45,31	19,31	0,3562730627306
12	11	43,37	17,37	0,320479704797
13	12	41,62	15,62	0,2881918819188
14	13	40,04	14,04	0,2590405904059
15	14	38,61	12,61	0,2326568265683
16	15	37,32	11,32	0,2088560885609
17	16	36,14	10,14	0,1870848708487
18	17	35,08	9,08	0,1675276752768
19	18	34,12	8,12	0,149815498155
20	19	33,26	7,26	0,133948394834
21	20	32,47	6,47	0,1193726937269
22	21	31,76	5,76	0,1062730627306
23	22	31,12	5,12	0,09446494464945
24	23	30,53	4,53	0,08357933579336
25	24	30,01	4,01	0,0739852398524
26	25	29	3	0,05535055350554

Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 10 - Algoritmo do ln.

$$\ln[\text{co}(\text{Div. do ln}^n)]$$

Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 11 - Valores do ln.

	Tempo (min)[X]	temperatura (°C)[t]	corpo e meio arr	Div. do ln[Y]	ln[Y]
1	0	80,2	54,2	1	0
2	1	74,94	48,94	0,9029520295203	-0,102085850...
3	2	70,19	44,19	0,8153136531365	-0,204182389...
4	3	65,89	39,89	0,7359778597786	-0,306555242...
5	4	62	36	0,6642066420664	-0,409161969...
6	5	58,48	32,48	0,5992619926199	-0,512056393...
7	6	55,29	29,29	0,540405904059	-0,615434747...
8	7	52,41	26,41	0,4872693726937	-0,718938182...
9	8	49,8	23,8	0,4391143911439	-0,822995327...
10	9	47,44	21,44	0,3955719557196	-0,927422572...
11	10	45,31	19,31	0,3562730627306	-1,032057812...
12	11	43,37	17,37	0,320479704797	-1,137936328...
13	12	41,62	15,62	0,2881918819188	-1,244128764...
14	13	40,04	14,04	0,2590405904059	-1,350770509...
15	14	38,61	12,61	0,2326568265683	-1,458190758...
16	15	37,32	11,32	0,2088560885609	-1,566109835...
17	16	36,14	10,14	0,1870848708487	-1,676192910...
18	17	35,08	9,08	0,1675276752768	-1,786606715...
19	18	34,12	8,12	0,149815498155	-1,898350754...
20	19	33,26	7,26	0,133948394834	-2,010301079...
21	20	32,47	6,47	0,1193726937269	-2,125504799...
22	21	31,76	5,76	0,1062730627306	-2,241743433...
23	22	31,12	5,12	0,09446494464945	-2,359526469...
24	23	30,53	4,53	0,08357933579336	-2,481958968...
25	24	30,01	4,01	0,0739852398524	-2,603889667...
26	25	29	3	0,05535055350554	-2,894068619...

Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 12 - Algoritmo do Inverso negativo do tempo

$$-1/\text{co}(\text{Tempo (min)}^n)$$

Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 13 - Valores Inverso negativo do tempo

	Tempo (min)(X)	temperatura (°C)(l)	corpo e meio am	Div. do ln[Y]	ln[Y]	o negativo do ten
1	0	80,2	54,2	1	0	-inf
2	1	74,94	48,94	0,9029520295203	-0,102085850...	-1
3	2	70,19	44,19	0,8153136531365	-0,204182389...	-0,5
4	3	65,89	39,89	0,7359778597786	-0,306555242...	-0,33333333...
5	4	62	36	0,6642066420664	-0,409161969...	-0,25
6	5	58,48	32,48	0,5992619926199	-0,512056393...	-0,2
7	6	55,29	29,29	0,540405904059	-0,615434747...	-0,16666666...
8	7	52,41	26,41	0,4872693726937	-0,718938182...	-0,142857142...
9	8	49,8	23,8	0,4391143911439	-0,822995327...	-0,125
10	9	47,44	21,44	0,3955719557196	-0,927422572...	-0,11111111...
11	10	45,31	19,31	0,3562730627306	-1,032057812...	-0,1
12	11	43,37	17,37	0,320479704797	-1,137936328...	-0,09090909...
13	12	41,62	15,62	0,2881918819188	-1,244128764...	-0,08333333...
14	13	40,04	14,04	0,2590405904059	-1,350770509...	-0,076923076...
15	14	38,61	12,61	0,2326568265683	-1,458190758...	-0,071428571...
16	15	37,32	11,32	0,2088560885609	-1,566109835...	-0,06666666...
17	16	36,14	10,14	0,1870848708487	-1,676192910...	-0,0625
18	17	35,08	9,08	0,1675276752768	-1,786606715...	-0,058823529...
19	18	34,12	8,12	0,149815498155	-1,896350754...	-0,05555555...
20	19	33,26	7,26	0,1339483394834	-2,010301079...	-0,052631578...
21	20	32,47	6,47	0,1193726937269	-2,125504799...	-0,05
22	21	31,76	5,76	0,1062730627306	-2,241743433...	-0,047619047...
23	22	31,12	5,12	0,0944649464945	-2,359526469...	-0,045454545...
24	23	30,53	4,53	0,08357933579336	-2,481958968...	-0,043478260...
25	24	30,01	4,01	0,0739852398524	-2,603889667...	-0,041666666...
26	25	29	3	0,0553505350554	-2,894066619...	-0,04

Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 14 - Algoritmo da constante K.

$$K = \frac{\ln(\text{Inverso negativo do tempo})}{\ln(1)}$$

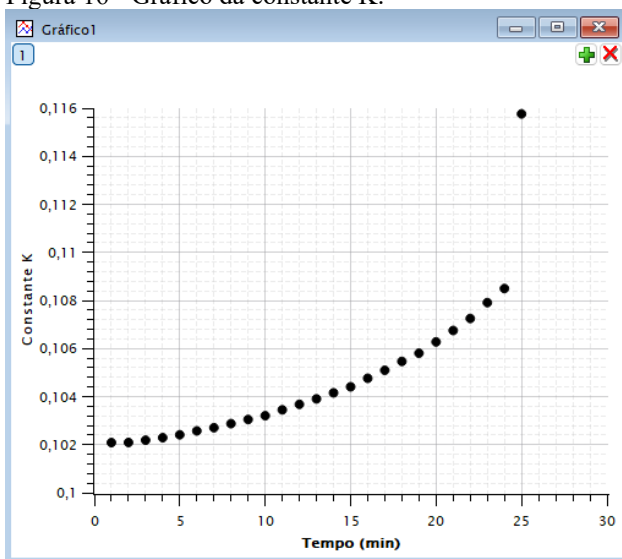
Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 15 - Valores da constante K.

	Tempo (min)(X)	temperatura (°C)(l)	corpo e meio am	Div. do ln[Y]	ln[Y]	o negativo do ten	Constante K[Y]
1	0	80,2	54,2	1	0	-inf	
2	1	74,94	48,94	0,9029520295203	-0,102085850...	-1	0,1020858504311
3	2	70,19	44,19	0,8153136531365	-0,204182389...	-0,5	0,1020911946515
4	3	65,89	39,89	0,7359778597786	-0,306555242...	-0,33333333...	0,1021850808428
5	4	62	36	0,6642066420664	-0,409161969...	-0,25	0,1022904924974
6	5	58,48	32,48	0,5992619926199	-0,512056393...	-0,2	0,1024112786304
7	6	55,29	29,29	0,540405904059	-0,615434747...	-0,16666666...	0,1025724579343
8	7	52,41	26,41	0,4872693726937	-0,718938182...	-0,142857142...	0,1027054545909
9	8	49,8	23,8	0,4391143911439	-0,822995327...	-0,125	0,102874415971
10	9	47,44	21,44	0,3955719557196	-0,927422572...	-0,11111111...	0,1030469524714
11	10	45,31	19,31	0,3562730627306	-1,032057812...	-0,1	0,1032057812005
12	11	43,37	17,37	0,320479704797	-1,137936328...	-0,09090909...	0,1034487571084
13	12	41,62	15,62	0,2881918819188	-1,244128764...	-0,08333333...	0,1036773970028
14	13	40,04	14,04	0,2590405904059	-1,350770509...	-0,076923076...	0,1039054238345
15	14	38,61	12,61	0,2326568265683	-1,458190758...	-0,071428571...	0,1041564827478
16	15	37,32	11,32	0,2088560885609	-1,566109835...	-0,06666666...	0,104407322378
17	16	36,14	10,14	0,1870848708487	-1,676192910...	-0,0625	0,1047620568927
18	17	35,08	9,08	0,1675276752768	-1,786606715...	-0,058823529...	0,105094512696
19	18	34,12	8,12	0,149815498155	-1,896350754...	-0,05555555...	0,1054639307929
20	19	33,26	7,26	0,1339483394834	-2,010301079...	-0,052631578...	0,1058053198794
21	20	32,47	6,47	0,1193726937269	-2,125504799...	-0,05	0,1062752399966
22	21	31,76	5,76	0,1062730627306	-2,241743433...	-0,047619047...	0,1067496873208
23	22	31,12	5,12	0,0944649464945	-2,359526469...	-0,045454545...	0,1072512031543
24	23	30,53	4,53	0,08357933579336	-2,481958968...	-0,043478260...	0,1079112595196
25	24	30,01	4,01	0,0739852398524	-2,603889667...	-0,041666666...	0,108495402797
26	25	29	3	0,0553505350554	-2,894066619...	-0,04	0,1157627447911

Fonte: acervo do autor (2025)

Figura 16 - Gráfico da constante K.



Fonte: acervo do autor (2025)

## **Resultados gerados**

Após a conclusão do TCC e os dados obtidos, foi possível observar que a sequência didática, tanto a parte teórica como a experimental gerou grande interesse por partes dos alunos. Ademais, a geração de dados que os alunos tiveram em relação ao experimento foi notável e interessante, mas revela que o ambiente em volta do café precisa ser mantido constante e sem qualquer interferência externa para que se possa obter valores ainda mais consistentes.

## REFERÊNCIAS

PAIVA, Marcos Henrique Pereira. **Aprendizagem de Frações com Softwares e aplicativos matemáticos online**. 2016. 112f. Dissertação (mestrado) Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES. Lajeado, 2016.

PEREIRA, Ivaneide Magali do Nascimento. **Teoria e prática na lei de resfriamento de Newton**. 2019. 44 f. Monografia. Licenciatura em Matemática - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia - IFRO, Campus Cacoal, 2019.

SILVA, Liane Maria da. **Modelagem matemática: um olhar a partir de triângulos epistemológicos**. 2022. 90 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava, 2022.

STEWART, James. **Cálculo**: volume I. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

ZILL, Dennis G; CULLEN, Michael R. **Equações Diferenciais, vol.1**. São Paulo: Pearson Makron Books, 2001.

ZILL, Dennis G. **Equações diferenciais com aplicações em modelagem**. 3. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.



### ANEXO III – SOFTWARE CIDPELABUSB V4

Neste anexo será apresentado o software CidepeLabUSB V4, no qual foi utilizado como ferramenta para realização do experimento isolado, além de equipamentos para coleta de dados.

Ao abrir o software, a seguinte tela surge:

Figura 1 - Interface do CidepeLabUSB V4



Fonte: acervo do autor (2025)

No software é apresentada uma série de opções para realizar o experimento, como sensores, curvas, indicador, tabela, grade de aquisição, dentre outros. Além de ser possível configurar os mesmos.

Figura 2 - Sensor de temperatura.



Fonte: acervo do autor (2025)

O sensor de temperatura é a principalmente ferramenta para medir a temperatura ambiente e a do experimento, nesse caso, o café. Além disso, ele tem uma limitação para medir a temperatura de um corpo, que é de  $-50^{\circ}\text{C}$  até  $150^{\circ}\text{C}$ , onde é destinado a medição eletrônica,

quando é conectado ao dispositivo que faz a coleta desses dados. Esse dispositivo é o Lab 200, em que, conectado com o sensor e o computador através da entrada de comunicação usb, repassa os dados obtidos para o software. Vejamos o dispositivo Lab 200 na figura a seguir:

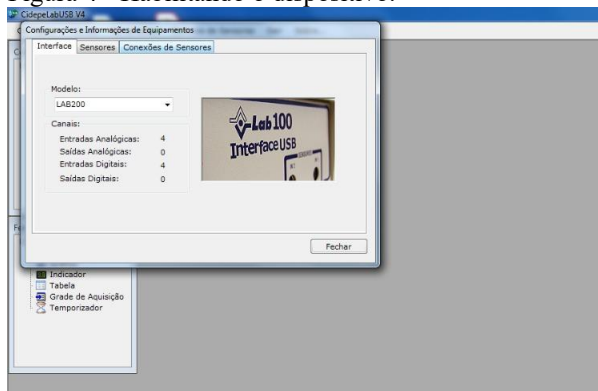
Figura 3 - Dispositivo Lab 200.



Fonte: acervo do autor (2025)

Após conectar o dispositivo com o computador, é preciso habilitá-lo na parte de “Configurações e Informações de Equipamentos” >> “Interface”. Segue a figura:

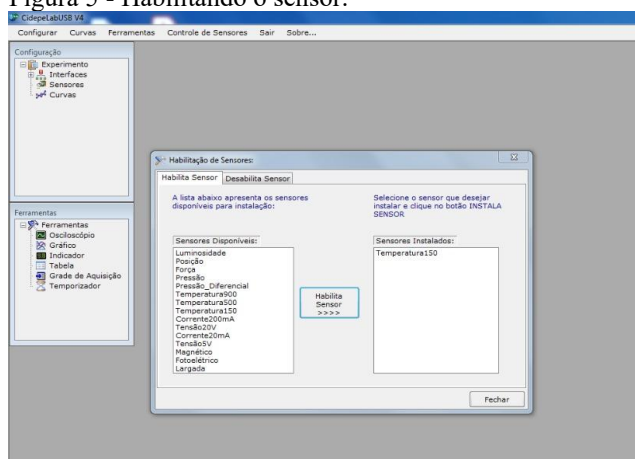
Figura 4 - Habilitando o dispositivo.



Fonte: acervo do autor (2025)

Em seguida, habilitamos o sensor de temperatura. Nesse caso, vamos em “Habilitação de Sensores” >> “Habilitar Sensor” e escolhemos a opção “Temperatura150”. Vejamos:

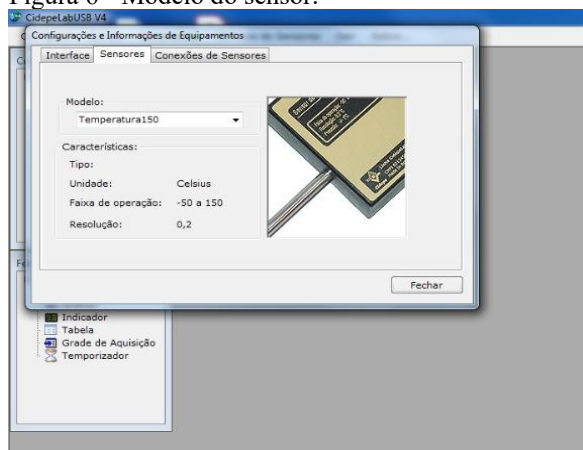
Figura 5 - Habilitando o sensor.



Fonte: acervo do autor (2025)

Depois disso vamos em “Configurações e Informações de Equipamentos” >> “Sensores” e escolhemos o modelo que será usado:

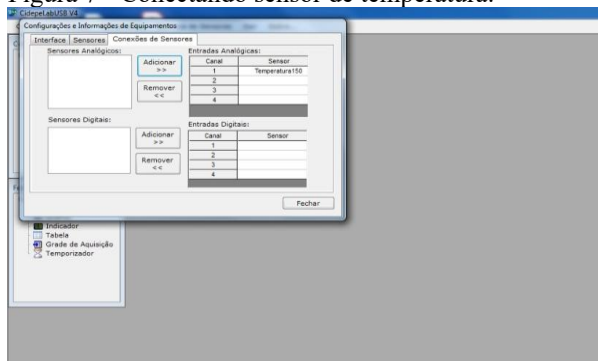
Figura 6 - Modelo do sensor.



Fonte: acervo do autor (2025)

Quando o dispositivo é habilitado no computador e o sensor também, o próximo passo é conectar o sensor com a entrada na parte de “Configurações e Informações de Equipamentos” >> “Conexão com Sensores”. Nesse caso, a entrada 1. Desse modo:

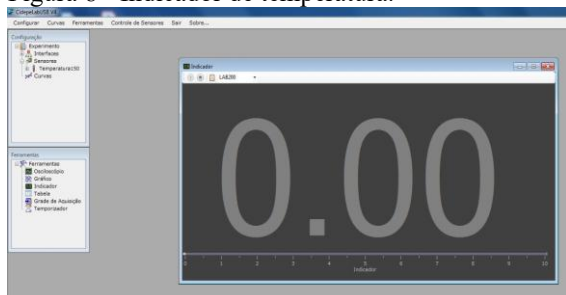
Figura 7 - Conectando sensor de temperatura.



Fonte: acervo do autor (2025)

Ao concluir essa parte, o software está pronto para ser usado. O primeiro passo é ir em “Ferramentas” e escolher a opção de “Indicador”. Ele mostrará a temperatura captada pelo sensor.

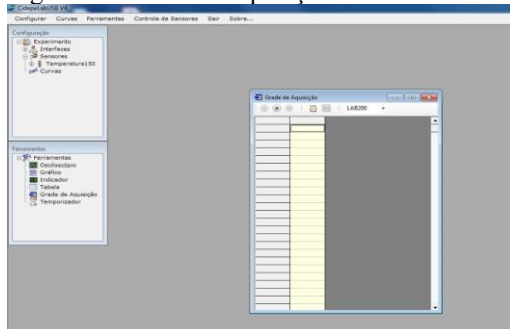
Figura 8 - Indicador de temperatura.



Fonte: acervo do autor (2025)

Outro fator importante para o experimento é a “Grade de Aquisição” que quando mesclado com o sensor, ele captada os dados em segundos ou minutos.

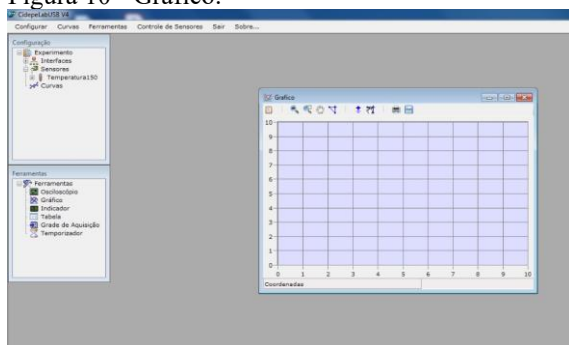
Figura 9 - Grade de Aquisição.



Fonte: acervo do autor (2025)

Por fim, o software possui o gráfico que mostra o decaimento da temperatura ao longo do tempo a partir dos dados obtidos.

Figura 10 - Gráfico.



Fonte: acervo do autor (2025)