



ORIVALDO DE AZEVEDO SOUZA JUNIOR

**Modelo Analítico para Determinação do
Comprimento da Rótula Plástica de Pilares de
Concreto Armado Sob Flexão Lateral Via
Simulação Computacional e Análise
Experimental**

TESE DE DOUTORADO

Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil

Tese de Doutorado orientada pelo Professor Dr. Dênio Ramam
Carvalho de Oliveira.

Belém – Pará – Brasil
2024

Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



ORIVALDO DE AZEVEDO SOUZA JUNIOR

**Modelo Analítico para Determinação do Comprimento da Rótula
Plástica de Pilares de Concreto Armado Sob Flexão Lateral Via
Simulação Computacional e Análise Experimental**

Tese de Doutorado

Texto apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor.

Orientador: Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Belém, 26 de Março de 2024

II

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

S719m Souza Junior, Orivaldo de Azevedo.
Modelo Analítico Para Determinação do Comprimento da
Rótula Plástica de Pilares de Concreto Armado Sob Flexão Lateral
Via Simulação Computacional e Análise Experimental / Orivaldo
de Azevedo Souza Junior. — 2024.
210 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de
Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil,
Belém, 2024.

1. Pilares de Concreto Armado. 2. Comprimento da Rótula
Plástica. 3. Simulação Computacional. 4. Análise
Experimental. I. Título.

CDD 620



MODELO ANALÍTICO PARA DETERMINAÇÃO DO COMPRIMENTO DA RÓTULA PLÁSTICA DE PILARES DE CONCRETO ARMADO SOB FLEXÃO LATERAL VIA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL E ANÁLISE EXPERIMENTAL

AUTOR:

ORIVALDO DE AZEVEDO SOUZA JUNIOR

TESE SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA DE ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

Documento assinado digitalmente



DÊNIO RAMAM CARVALHO DE OLIVEIRA
Data: 07/05/2024 09:38:31-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

APROVADO EM: 26 / 03 / 2024.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Documento assinado digitalmente



JANES CLEITON ALVES DE OLIVEIRA
Data: 06/05/2024 08:58:45-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Janes Cleiton Alves de Oliveira
Membro Externo (UFG)

Documento assinado digitalmente



GUSTAVO HENRIQUE SIQUEIRA
Data: 06/05/2024 08:36:16-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Gustavo Henrique Siqueira
Membro Externo (UNICAMP)

Documento assinado digitalmente



ALCEBIADES NEGRAO MACEDO
Data: 06/05/2024 16:52:21-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Alcebiades Negrão Macêdo
Membro Interno (UFPA)

Documento assinado digitalmente



MARCELO DE SOUZA PICANÇO
Data: 06/05/2024 15:59:58-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Marcelo de Souza Picanço
Membro Interno (UFPA)

Visto:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha esposa e filho, Lorena Almeida e Lorenzo Souza, por incentivarem e me guiarem com paciência, dedicação e amor ao fim desta jornada. Aos meus pais, Maria Souza e Orivaldo Souza, pela motivação e apoio incondicional. Aos meus irmãos Maurício Souza, Sílvia Souza e Mayara Souza por serem exemplos e espelho. Amo vocês!

Agradeço ao meu orientador, Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira, pela oportunidade de realizar este sonho, por incentivar e caminhar conosco até o fim desta longa jornada iniciada há muitos anos, ainda na graduação. Ao amigo e colega de doutorado Paulo Mota, por atravessar a maré conosco até o fim deste projeto e aos demais colegas de pós-graduação que em algum momento contribuíram para a realização desta pesquisa. Aos professores do PPGECC pela contribuição aos conhecimentos repassados e a todos os servidores que direta ou indiretamente contribuíram com este projeto.

Dedico à memória de Edvaldo Souza e Angela dos Santos, pais de coração que fizeram tanto por nossa família e por todos a sua volta.

Meus sinceros agradecimentos.

RESUMO

SOUZA JUNIOR, O. A. S. Modelo Analítico para Determinação do Comprimento da Rótula Plástica de Pilares de Concreto Armado Sob Flexão Lateral Via Simulação Computacional e Análise Experimental. Tese de Doutorado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil. 2022.

Esta pesquisa propõe um modelo analítico para o cálculo dos deslocamentos laterais de pilares de concreto armado com base no comprimento da rótula plástica. Uma proposta de equação para o cálculo do comprimento da rótula plástica foi introduzida com base nas variáveis taxa de carregamento axial (P/P_o), esbeltez geométrica (l/h) e taxa de armadura longitudinal (ρ_s). O programa de elementos finitos ABAQUS/CAE foi utilizado para analisar as variáveis e a formação das rótulas. Posteriormente, o método foi validado por um banco de dados experimental da literatura e por pilares ensaiados experimentalmente em laboratório de 06 pilares em escala real. A análise computacional concluiu que o aumento das variáveis analisadas elevou progressivamente o comprimento da rótula plástica. Experimentalmente, para $P/P_o=0,2$ e $P/P_o=0,4$, observou-se aumento de 1,2 no comprimento da rótula de 0,2 para 0,4, aumento de 1,0 para 2,0 no comprimento da rótula plástica nos pilares com esbeltez $l/h=10$ e $l/h=12$, respectivamente, e aumento de 0,2 para 2,0 no comprimento da rótula nos pilares com taxa de armadura longitudinal de 2,0% e 3,0%, respectivamente. Após esta análise, introduziu-se um modelo analítico para cálculo dos deslocamentos laterais de pilares e uma equação para o cálculo do comprimento da rótula plástica foi proposta. A proposta foi validada por um banco de dados experimental com 61 elementos obtido na literatura e comparada com métodos disponíveis na literatura. Outros modelos analíticos, também baseados na formação de rótulas plásticas, foram comparados a proposta. Os resultados apontaram que tanto o método adotado quanto a proposta de equação são adequados para estimar os deslocamentos, com a maior precisão nas estimativas dos deslocamentos comparativamente a outros métodos disponíveis.

Palavras-chave: Pilares de Concreto Armado. Comprimento da Rótula Plástica. Simulação Computacional. Análise Experimental.

ABSTRACT

An analytical method for calculating the lateral displacements of reinforced concrete columns is proposed based on the plastic hinge length. An equation for calculating the plastic hinge length was also introduced based on the variables axial load ratio (P/P_o), shear-span ratio (l/h), and longitudinal reinforcement ratio (ρ_s). The finite element program ABAQUS/CAE was used to analyze the variables and the propagation of plastic hinge length. Forward, the method was validated by an experimental database from the literature and by columns tested experimentally in the laboratory, including 6 full-scale columns. The computational analysis concluded that increasing the variables progressively increased the plastic hinge length. Experimentally, for $P/P_o=0.2$ and $P/P_o=0.4$, an increase of 1.2 times in the plastic hinge length was observed from 0.2 to 0.4, an increase from 1.0 to 2.0 was observed in the plastic hinge length when slenderness range from $l/h=10$ to $l/h=12$, respectively, and an increase from 0.2 to 2.0 in the plastic hinge length was observed when longitudinal reinforcement ratios range from 2.0% to 3.0%, respectively. After this analysis, an analytical model for calculating the lateral displacements of columns was introduced, and an equation for calculating the plastic hinge length was proposed. The proposal was validated by an experimental database with 61 elements obtained from the literature and compared with methods available in the literature. Other analytical models, also based on the formation of plastic hinge length, were compared to the proposal. The results indicated that both the adopted method and the proposed equation are suitable for estimating displacements, with greater accuracy in displacement estimates compared to other available methods.

Keywords: *Reinforced Concrete Column. Plastic Hinge length. Computacional Analysis, Experimental Analysis.*

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1	JUSTIFICATIVA	7
1.2	OBJETIVOS	8
1.3	METODOLOGIA	9
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO.....	11
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
2.1	BASE TEÓRICA	12
2.1.1	Comportamento Elasto-Plástico do Concreto Armado.....	12
2.1.2	Capacidade de Deformação de Pilares de Concreto Armado	16
2.1.3	Definição dos Índices de Deformabilidade	22
2.1.3.1	Índices Elásticos.....	22
2.1.3.2	Índices Plásticos	26
2.1.4	Variáveis de Influência dos Índices de Deformabilidade	27
2.1.5	Variáveis de Influência do Comprimento da Rótula Plástica	31
2.2	REVISÃO DE MÉTODOS TEÓRICOS	34
2.2.1	Priestley e Park (1975).....	34
2.2.2	Panagiotakos e Fardis (2001).....	36
2.2.3	Mander (1984).....	38
2.2.4	Zanh (1986).....	39
2.2.5	Bae (2005).....	41
2.2.6	Paulay e Priestley (1992)	43
2.2.7	Baker (1956)	43
2.2.8	Mattock (1964).....	45
2.2.9	Corley (1966)	46
2.2.10	Park, Priestley e Grill (1982)	47
2.3	REVISÃO DE NORMAS DE PROJETO	48
2.3.1	NBR 6118 (ABNT, 2014).....	48
2.3.2	CEB-FIP (1990)	50
2.3.3	EUROCODE 2 (2014)	51

3.	MODELAGEM COMPUTACIONAL	53
3.1	COMPORTAMENTO MECÂNICO DO CONCRETO	53
3.1.1	Comportamento à Compressão	57
3.1.2	Comportamento à Tração	59
3.2	COMPORTAMENTO MECÂNICO DO AÇO	60
3.3	PARÂMETROS DE ENTRADA DO MODELO CDP	62
4.	ESTUDO PARAMÉTRICO COMPUTACIONAL	64
4.1	BANCO DE DADOS COMPUTACIONAL	64
4.2	SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL	72
4.2.1	Carregamentos e Condições de Contorno	76
4.2.2	Análise de Convergência de Malha e Calibração dos Modelos	81
4.3	RESULTADOS DA MODELAGEM	85
4.3.1	Comprimento da Rótula Plástica	85
4.3.2	Influência de P/P_0 no Comprimento da Rótula Plástica	88
4.3.3	Influência de P/P_0 nos Deslocamentos Laterais	89
4.3.4	Influência de l/h no Comprimento da Rótula Plástica	91
4.3.5	Influência de l/h nos Deslocamentos Laterais	92
4.3.6	Influência da ρ_s no Comprimento da Rótula Plástica	94
4.3.7	Influência da ρ_s nos Deslocamentos Laterais	95
5.	PROGRAMA EXPERIMENTAL	97
5.1	MATERIAIS	110
5.1.1	Aço	110
5.1.2	Concreto	111
5.2	INSTRUMENTAÇÃO	115
5.2.1	Deslocamentos	115
5.2.2	Deformações	121
5.3	SISTEMA DE ENSAIO	124
6.	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	130
6.1	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS	130
6.1.1	Aço	130

6.1.2	Concreto	131
6.1.3	Deslocamentos Horizontais.....	132
6.2	DEFORMAÇÕES	138
6.2.1	Deformações nas Armaduras	138
6.2.2	Deformações no Concreto.....	143
7.	ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	146
7.1	COMPRIMENTO DA RÓTULA PLÁSTICA	146
7.2	CARGAS ÚLTIMAS E MODOS DE RUPTURA.....	152
7.3	DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS E ROTAÇÕES	154
7.4	FATOR DE DUCTILIDADE PARA OS DESLOCAMENTOS	158
8.	MÉTODO ANALÍTICO PARA ESTIMAR O COMPRIMENTO DA RÓTULA PLÁSTICA.....	160
8.1	MÉTODO ANALÍTICO.....	160
8.2	PROPOSTA DE EQUAÇÃO PARA l_p	165
8.3	AVALIAÇÃO DA PROPOSTA.....	170
9.	CONCLUSÕES	178
9.1	RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	180
	REFERÊNCIAS	181
	ANEXO A - CARACTERÍSTICAS COMPLETAS DOS PILARES DO BANCO DE DADOS EXPERIMENTAL.....	186
	ANEXO B – RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS DOS PILARES DO BANCO DE DADOS	189

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Danos nas regiões de momento máximos de pilares de concreto armado (Fonte: Bae, 2005).....	1
Figura 1.2 – Colapso de pilar por deformação plástica excessiva (Fonte: Zhao, 2011).....	2
Figura 1.3 - Distribuição das curvaturas ao longo de um pilar em balanço (Fonte: Park e Paulay, 1975)	2
Figura 1.4 – Comportamento elastoplástico de um elemento de concreto armado (Fonte: Fontes, 2005).....	3
Figura 1.5 – Definição de rótula plástica (Fonte: Priestley e Park).....	4
Figura 2.1– Diagrama elasto-plástico idealizado (Fonte: Buchaim, 2001)	13
Figura 2.2– Diagrama elasto-plástico idealizado (Fonte: Buchaim, 2001)	13
Figura 2.3– Diagrama elasto-plástico idealizado para o concreto armado (Fonte: Barrera, 2010)	14
Figura 2.4– Pontos de ruptura para o estado último de pilares esbeltos concreto armado (Fonte: Panagiotakos y Fardis, 2001)	15
Figura 2.5– Distribuição de curvatura (Fonte: Barrera, 2010)	17
Figura 2.6– Rotação devido ao deslizamento da armadura (Fonte: Lehman e Moehle, 2000)	18
Figura 2.7– Método do pilar padrão (Fonte: Barrera, 2010)	23
Figura 2.8– Esquema de estrutura sujeita à carga axial e flexão (Fonte: Barrera, 2010)	24
Figura 2.9– Definição do deslocamento último pela definição de rótula plástica (Fonte: Park e Paulay, 1975)	26
Figura 2.10– Influência do carregamento axial na capacidade de deformação de pilares de concreto armado (Fonte: Barrera, 2010).....	28
Figura 2.11– Influência da esbeltez na capacidade de deformação de pilares de concreto armado (Fonte: Barrera, 2010)	29
Figura 2.12– Influência da taxa de armadura longitudinal na capacidade de deformação de pilares de concreto armado (Fonte: Barrera, 2010)	30
Figura 2.13– Influência da taxa de armadura transversal na capacidade de deformação de pilares de concreto armado (Fonte: Barrera, 2010)	31
Figura 2.14– Variação de $l_p \times N/N_u$, (Fonte: Barrera, 2010)	32
Figura 2.15– Variação de $l_p \times \rho_t$, (Fonte: Barrera, 2010).....	33

Figura 2.16 –Curvatura ao longo de um elemento fletido; (a) elemento fletido; (b) diagrama de momento fletor; e (c) diagrama de curvatura (Fonte: Priestley e Park, 1975).....	34
Figura 2.17 –Detalhes de armaduras, seção e execução dos pilares de Mander (Fonte: Mander, 1984).....	38
Figura 2.18 –Detalhes dos pilares ensaiados por Zanh (Fonte: Zanh, 1984)	40
Figura 2.19 –Detalhes dos pilares ensaiados por Bae (Fonte: Bae, 2005)	42
Figura 2.20 –Elementos ensaiados por Baker (Fonte: Baker, 2005).....	44
Figura 2.21– Capacidade de rotação plástica de rótulas plásticas (Fonte: NBR 6118, 2014).....	48
Figura 2.22– Capacidade de rotação plástica em função de $\xi=x/d$ na ruptura (aços tipos A e B) (Fonte: CEB-FIP, 1990).....	51
Figura 2.23– Capacidade de rotação plástica em função de x/d na ruptura - aços tipos A, B e C. (Fonte: Eurocode 2, 2014).	52
Figura 3.1 – Comportamento mecânico do concreto para ensaio uniaxial (Fonte: Hafezolghorani <i>et al.</i> 2015)	54
Figura 3.2 – Curva de dano-deformação inelástica para o concreto à compressão (Fonte: Birtel e Mark, 2006).....	56
Figura 3.3– Curva dano-abertura de fissura para o concreto à tração (Fonte: Mahmud, Yang e Hassan, 2013).....	56
Figura 3.4 – Curva tensão-deformação do Model Code 1990 (Fonte: Model Code, 1990) 57	
Figura 3.5 – Curvas calculadas pelo Model Code 90 (Fonte: Autor).....	58
Figura 3.6 – Diagrama tensão-deformação total e tensão-abertura de fissura (Fonte: Hordijk, 1991).....	59
Figura 3.7 – Relação constitutiva das armaduras longitudinais e transversais (Fonte: Cao <i>et. al.</i> , 2020).....	61
Figura 3.8– Fator de forma no plano de tensão desviatória (Fonte:Manual ABAQUS CAE).....	63
Figura 4.1 – Modelo de pilar-padrão simulado no programa ABAQUS/CAE (Fonte: Autor).....	64
Figura 4.2 – Tipos de elementos aplicados na modelagem (Fonte: Autor).....	74
Figura 4.3 – Detalhe das armaduras dos pilares modelados no ABAQUS/CAE (Fonte: Autor).....	75

Figura 4.4 – Interação entre armaduras, pilar e bloco - <i>Embedded Constraint</i> (Fonte: Autor).....	76
Figura 4.5 – interação entre chapas e pilar - <i>Tie Constrain</i> (Fonte: Autor)	77
Figura 4.6– Aplicação do carregamento axial - <i>Step 1</i> (Fonte: Autor).....	77
Figura 4.7– Aplicação do carregamento axial - <i>Step 2</i> (Fonte: Autor).....	78
Figura 4.8– Aplicação do carregamento axial - <i>Step 3</i> (Fonte: Autor).....	78
Figura 4.9– Aplicação do carregamento axial - <i>Step 4</i> (Fonte: Autor).....	78
Figura 4.10- Métodos de controle de carga: (a) Controle por incremento de força e (b) controle por incremento de deslocamento (Fonte: Silva, 2018).....	79
Figura 4.11 – Interação entre o ponto de referência (RP1) e a chapa lateral (Fonte: Autor).....	80
Figura 4.12 – Interação entre o ponto de referência (RP2) e a base do bloco (Fonte: Autor).....	80
Figura 4.13 – Chapas, ações e pontos de referências definidos (Fonte: Autor)	81
Figura 4.14– Malhas analisadas: (a) 40mm x 40 mm; (b) 60 mm x 60 mm; e (c) 100 mm x 100 mm (Fonte: Autor)	82
Figura 4.15– Análise de convergência de malha (Fonte: Autor).....	83
Figura 4.16– Análise de convergência de malha (Fonte: Autor).....	84
Figura 4.17 – Momento máximo da seção crítica (Fonte: Bae, 2005)	85
Figura 4.18 – Estimativa do comprimento da rótula plástica (Fonte: Autor).....	86
Figura 4.19 – Influência da taxa de carregamento axial no comprimento da rótula plástica (Fonte: Autor).....	88
Figura 4.20 – Influência da taxa de carregamento axial nos deslocamentos laterais dos pilares de A1 a A9 (Fonte: Autor).....	90
Figura 4.21 – Influência da taxa de carregamento axial nos deslocamentos laterais dos modelos computacionais (Fonte: Autor)	91
Figura 4.22 – Influência da esbeltez geométrica nos deslocamentos laterais dos modelos computacionais (Fonte: Autor).....	93
Figura 4.23 – Influência da esbeltez geométrica nos deslocamentos laterais dos modelos computacionais (Fonte: Autor).....	94
Figura 4.24 – Influência da esbeltez geométrica nos deslocamentos laterais dos modelos computacionais (Fonte: Autor).....	95
Figura 5.1 – Representação geral dos pilares (Fonte: Autor)	98

Figura 5.2 – Armaduras dos pilares P1 e P2 - dimensões em mm (Fonte: Autor).....	100
Figura 5.3 – Armaduras dos pilares P3 - dimensões em mm (Fonte: Autor).....	101
Figura 5.4 – Armaduras do pilar P4 - dimensões em mm (Fonte: Autor).....	102
Figura 5.5 – Armaduras do pilar P5 - dimensões em mm (Fonte: Autor).....	103
Figura 5.6 – Armaduras do pilar P6 - dimensões em mm (Fonte: Autor).....	104
Figura 5.7 – Armaduras dos pilares e blocos (Fonte: Autor)	105
Figura 5.8 – Sequência de protensão e grauteamento dos pilares P1/P2 e P5/P6 (Fonte: Autor).....	106
Figura 5.9 – Detalhes da protensão dos pilares (Fonte: Autor).....	107
Figura 5.10 – Detalhe da ancoragem e distribuição dos cabos para os pilares P3/P4 (Fonte: Autor).....	108
Figura 5.11 – Detalhe da ancoragem e distribuição dos cabos para os pilares P1/P2 e P5/P6 (Fonte: Autor).....	108
Figura 5.12 - Ensaio de tração dos aços (Fonte: Autor)	111
Figura 5.13 – Ensaio mecânico de CP's de concreto (Fonte: Autor)	112
Figura 5.14 – Preparação dos pilares para concretagem (Fonte: Autor)	113
Figura 5.15 – Detalhe dos pilares na concretagem (Fonte: Autor).....	113
Figura 5.16– Concretagem dos pilares (Fonte: Autor)	114
Figura 5.17 – Posição dos potenciômetros nos pilares P1/P2 e P5/P6 (Fonte: Autor).....	115
Figura 5.18– Posição dos potenciômetros no pilar P3 (Fonte: Autor)	116
Figura 5.19– Posição dos potenciômetros nos pilares P4 (Fonte: Autor)	117
Figura 5.20– Fixação dos potenciômetros dos pilares P1/P2/P5/P6 (Fonte: Autor)	118
Figura 5.21 – Fixação dos potenciômetros do P3 (Fonte: Autor)	119
Figura 5.22 – Fixação dos potenciômetros do P4 (Fonte: Autor)	120
Figura 5.23– Detalhe do potenciômetro do bloco (Fonte: Autor)	121
Figura 5.24 – Posicionamento dos extensômetros do aço e concreto (Fonte: Autor)	122
Figura 5.25 – Instrumentação das barras longitudinais e concreto (Fonte: Autor)	123
Figura 5.26 – Sistema de ensaio dos pilares P1/P2/P5/P6 (Fonte: Autor)	125
Figura 5.27 – Sistema de ensaio do pilar P3 (Fonte: Autor)	126
Figura 5.28 – Sistema de ensaio do pilar P4 (Fonte: Autor)	127
Figura 5.29 – Ensaio dos pilares P1/P2 (Fonte: Autor)	128
Figura 5.30 – Ensaio dos pilares P3/P4 (Fonte: Autor)	128
Figura 5.31 – Ensaio dos pilares P5/P6 (Fonte: Autor)	129

Figura 5.32 – Sistema de aquisição de dados Almemo (Fonte: Autor).....	129
Figura 6.1 – Diagrama dos aços CA50 e CA60 (Fonte: Autor)	131
Figura 6.2 – Curva tensão-deformação do concreto aos 28 dias (Fonte: Autor).....	132
Figura 6.3 – Deslocamentos horizontais do pilar P1 (Fonte: Autor).....	133
Figura 6.4 – Deslocamentos horizontais do pilar P2 (Fonte: Autor).....	133
Figura 6.5 – Deslocamentos horizontais do pilar P3 (Fonte: Autor).....	134
Figura 6.6 – Deslocamentos horizontais do pilar P4 (Fonte: Autor).....	134
Figura 6.7 – Deslocamentos horizontais do pilar P5 (Fonte: Autor).....	135
Figura 6.8 – Deslocamentos horizontais do pilar P6 (Fonte: Autor).....	135
Figura 6.9 – Comparativo entre deslocamentos máximos (Fonte: Autor)	136
Figura 6.10 – Deslocamentos verticais dos blocos (Fonte: Autor).....	137
Figura 6.11– Detalhe dos pontos de instrumentação da armadura longitudinal (Fonte: Autor).....	138
Figura 6.12 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P1 (Fonte: Autor).....	139
Figura 6.13 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P2 (Fonte: Autor).....	140
Figura 6.14 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P3 (Fonte: Autor).....	140
Figura 6.15 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P4 (Fonte: Autor).....	141
Figura 6.16 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P5 (Fonte: Autor).....	141
Figura 6.17 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P6 (Fonte: Autor).....	142
Figura 6.18– Deformações do concreto do pilar P1 (Fonte: Autor).....	143
Figura 6.19– Deformações do concreto do pilar P2 (Fonte: Autor).....	143
Figura 6.20 – Deformações do concreto do pilar P3 (Fonte: Autor).....	144
Figura 6.21 – Deformações do concreto do pilar P4 (Fonte: Autor).....	144
Figura 6.22 – Deformações do concreto do pilar P5 (Fonte: Autor).....	145
Figura 6.23 – Deformações do concreto do pilar P6 (Fonte: Autor).....	145
Figura 7.1 – Critério para determinação do comprimento da rótula plástica (Fonte: Autor).....	146

Figura 7.2 – Comprimento da rótula plástica monitorado nos pilares experimentais (Fonte: Autor).....	148
Figura 7.3 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P1 (Fonte: Autor).....	148
Figura 7.4 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P2 (Fonte: Autor).....	149
Figura 7.5 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P3 (Fonte: Autor).....	149
Figura 7.6 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P4 (Fonte: Autor).....	150
Figura 7.7 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P5 (Fonte: Autor).....	150
Figura 7.8 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P6 (Fonte: Autor).....	151
Figura 7.9– Deslocamentos e rotações nos pilares (Fonte: Autor).....	154
Figura 7.10 – Influência da força axial nas rotações plásticas (Fonte: Autor)	155
Figura 7.11– Influência da esbeltez nas rotações plásticas (Fonte: Autor)	156
Figura 7.12 – Influência da taxa de armadura longitudinal nas rotações plásticas (Fonte: Autor).....	157
Figura 8.1– Distribuição de momento e curvatura ao longo de um pilar fletido (Fonte: Autor).....	161
Figura 8.2 – Rotação e deslocamento por flexão em um elemento engastado (Fonte: Park e Paulay, 1975)	162
Figura 8.3 – Limite de deformações e perfis de curvaturas (Fonte: Adaptado de Eurocode 2, 2014, e Priestley e Park, 1975).....	163
Figura 8.4 – Determinação da área equivalente (Fonte: Barrera, 2010).....	165
Figura 8.5 – Avaliação da proposta – Pilar N30-7.5-30 (Fonte: Autor).....	171
Figura 8.6 – Avaliação da proposta – Pilar N30-7.5-45 (Fonte: Autor)	171
Figura 8.7 – Avaliação da proposta – Pilar N30-10.5- 30 (Fonte: Autor).....	171
Figura 8.8 – Avaliação da proposta – Pilar N30-10.5-45 (Fonte: Autor).....	172
Figura 8.9 – Avaliação de métodos analíticos – Banco de dados da Tabela 8.7 (Fonte: Autor).....	175
Figura 8.10 – Avaliação da proposta – Banco de dados da Tabela 8.7 (Fonte: Autor).....	176

Lista de Tabelas

Tabela 1.1 – Principais métodos para estimar o comprimento da rótula plástica	6
Tabela 2.1 – Detalhes dos pilares ensaiados por Bae (2005)	42
Tabela 4.1 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável taxa de carregamento axial (P/P_0)	65
Tabela 4.2 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável esbeltez geométrica (l/h)	67
Tabela 4.3 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável taxa de armadura longitudinal (ρ_s)	69
Tabela 4.4 – Propriedades do concreto e aço e parâmetros <i>CDP</i> dos modelos	73
Tabela 4.5 – Comprimento da rótula plástica medido nos modelos computacionais	87
Tabela 4.6 – Fator de ductilidade para os deslocamentos para a variável P/P_0	90
Tabela 4.7 – Fator de ductilidade para os deslocamentos para a variável l/h	94
Tabela 4.8 – Fator de ductilidade para os deslocamentos para a variável ρ_s	96
Tabela 5.1 – Características e parâmetros dos pilares	98
Tabela 5.2 – Cargas e perdas na protensão	109
Tabela 6.1 – Propriedades mecânicas dos aços	130
Tabela 6.2 – Propriedades mecânicas do concreto	132
Tabela 7.1 – Cargas últimas e modo de ruptura	153
Tabela 7.2 – Deslocamentos e rotações experimentais	155
Tabela 7.3 – Rotações plásticas estimadas	157
Tabela 7.4 – Fator de ductilidade para os deslocamentos	159
Tabela 8.1 – Estatística da análise de regressão individual de P/P_0	166
Tabela 8.2 – Estatística da análise de regressão individual de l/h	167
Tabela 8.3 – Estatística da análise de regressão individual de ρ_s	168
Tabela 8.4 – Estatística da análise de regressão múltipla das variáveis independentes	169
Tabela 8.5 – Características dos pilares de <i>Barrera</i> (2011)	170
Tabela 8.6 – Comparação de métodos para estimar o comprimento da rótula	173
Tabela 8.7 – Resumo dos pilares do banco de dados experimental	174

Lista de Símbolos e Abreviações

Símbolo	Significado
A_c ou A_g	área da seção bruta de concreto
A_s	área da seção transversal da armadura longitudinal de tração
E	módulo de elasticidade
EI	rigidez
F	força
K	coeficiente
R	reação de apoio
V	força horizontal ou lateral
P	carga axial
l_p	comprimento da rótula plástica
l_p/h	comprimento equivalente da rótula plástica
l_s	distância entre seções de momento nulo e máximo
d	diâmetro altura útil diâmetro da armadura longitudinal
d_b	diâmetro da armadura longitudinal
f_y	tensão de escoamento da armadura longitudinal
f_u	tensão última da armadura longitudinal
R_u	Força lateral última
R_{max}	Força lateral máxima
X_u	deslocamento lateral último
X'_y	deslocamento no escoamento
M_{max}	momento máximo na seção transversal
M_y	momento na direção y
δ	fator de amplificação deslocamento lateral
θ	rotação
θ_y e θ_e	rotação elástica
θ_p	rotação plástica
θ_u	rotação última

Δ	deslocamento lateral
Δ_e	deslocamento elástico
Δ_p	deslocamento plástico
Δ_u	deslocamento último
φ	curvatura
φ_e	curvatura elástica
φ_p	curvatura plástica
φ_u	curvatura última
λ	índice de esbeltez
μ	momento reduzido adimensional
ν	coeficiente de Poisson
	força normal reduzida adimensional
ρ	taxa geométrica de armadura
ρ_s ou ρ_l	taxa geométrica de armadura longitudinal
σ_p	tensão normal no aço de armadura passiva
ϕ	diâmetro das barras da armadura
ε_p e ε^p	Deformação plástica
ε_e e ε^e	deformação elástica
ε_u e ε^u	deformação última
ψ	índice de deformação
ψ_u	índice de deformação última
σ_{Rt}	tensão resistente de tração do concreto
σ_{Rc}	tensão resistente de compressão do concreto
ε_{Rt}	deformação equivalente a σ_{Rt}
ε_{Rc}	deformação de compressão equivalente a σ_{Rc}
$\mu\delta$	fator de ductilidade para os deslocamentos
$\mu\varphi$	fator de ductilidade para a curvatura

1. INTRODUÇÃO

Durante as últimas décadas, o estudo das rótulas plásticas e sua influência na capacidade de deformação de elementos de concreto armado, tem sido pesquisado com mais frequência dada a necessidade de garantir capacidade de dissipação de energia às estruturas, que acontece em forma de deformação. O estudo desta temática por pesquisadores tem ajudado na compreensão e nos ajustes dos limites de deformação de elementos de concreto armado, especialmente os pilares. Esta demanda se tornou cada vez mais necessária dada a tendência em projetos de estruturas mais robustos e que exigem mais dos materiais. Quando pilares de concreto estão sujeitos a grandes flexões laterais, sob influência da ação axial, tendem a sofrer grandes danos nas regiões de momento máximo, como apresentado nas Figuras 1.1 e Figura 1.2.

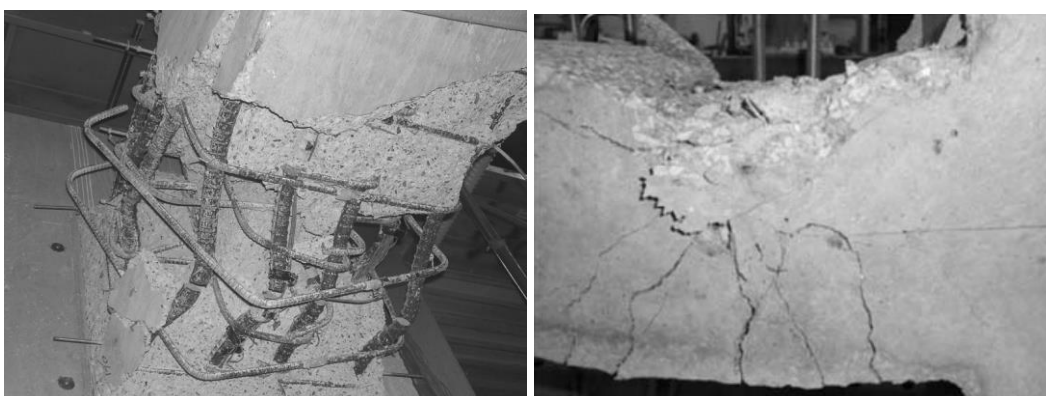


Figura 1.1 – Danos nas regiões de momento máximos de pilares de concreto armado

(Fonte: Bae, 2005)



Figura 1.2 – Colapso de pilar por deformação plástica excessiva (Fonte: Zhao, 2011)

Ao se aumentar continuamente o carregamento de um pilar, as seções críticas nas regiões de momento máximo, entram em escoamento, dando origem a articulações ou rótulas plásticas. A rótula é caracterizada por um aumento plástico da curvatura, que pode chegar a ser duas ou três vezes o valor da curvatura elástica. A Figura 1.3 mostra a distribuição de curvatura em um pilar em balanço.

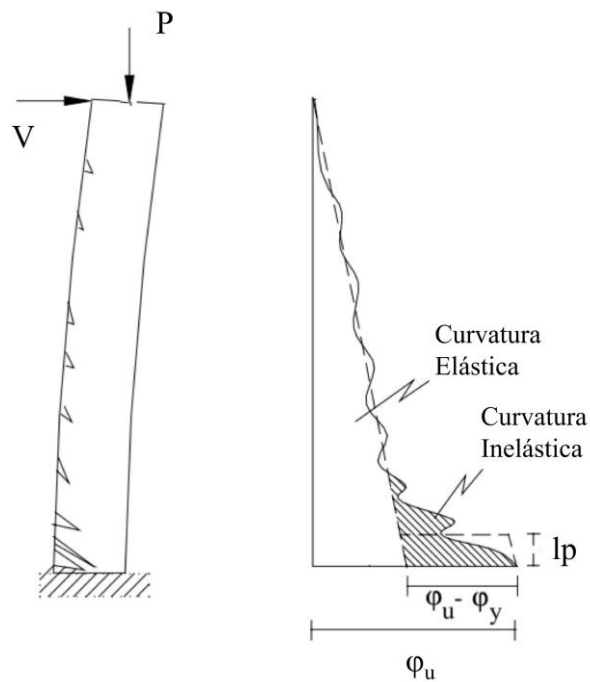


Figura 1.3 - Distribuição das curvaturas ao longo de um pilar em balanço (Fonte: Park e Paulay, 1975)

Esse efeito restringe-se a um comprimento de plastificação, l_p , em cada lado da seção de momento máximo. Após o escoamento, a seção entra em regime elasto-plástico, em que a seção continua a absorver momento devido a existência de um núcleo plástico, como ilustra a Figura 1.4.

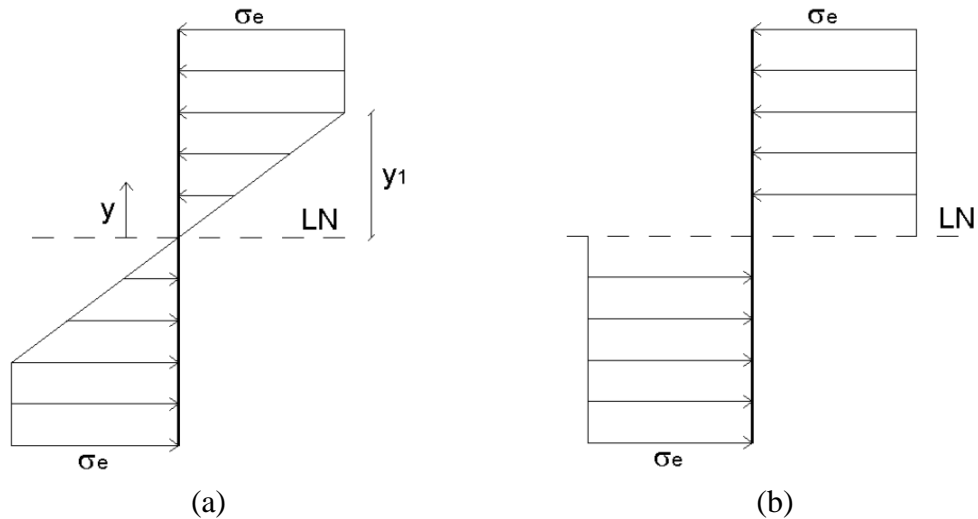


Figura 1.4 – Comportamento elasto-plástico de um elemento de concreto armado
(Fonte: Fontes, 2005)

A plastificação se inicia das fibras externas para as internas, permanecendo um núcleo elástico mesmo após a entrada da seção no regime plástico (Figura 1.4a). Esse processo permite que a seção absorva energia (momento) até que toda a inércia e módulo de elasticidade da seção se esgotem. O momento, agora denominado de momento totalmente plástico, permanece constante e a seção totalmente plastificada (Figura 1.4b), o que caracteriza o processo final de formação da rótula.

As deflexões no topo de um pilar idealizado de concreto armado, engastado na base e livre no topo, pode ser estimada integrando as curvaturas ao longo do seu comprimento, como mostrado na Figura 1.3. A integração das curvaturas e a aplicação do teorema do segundo momento de área são suficientes para o estimar as deflexões no braço ascendente da resposta carga-deslocamento. Porém, a resposta pós-pico é difícil de prever, especialmente em pilares onde ocorre uma degradação considerável da resistência após o pico de carga (elementos sujeitos a elevados níveis de compressão).

Priestley e Park (1975) trataram analiticamente esta dificuldade numérica através do uso das rótulas plásticas. Analisando a Figura 1.5, onde apresenta-se o perfil de curvatura de um pilar engastado-livre, sujeito a uma ação lateral, as curvaturas ao longo do elemento foram subdivididas de acordo com o comportamento apresentado nas seções ao longo do vão do elemento, sendo: (1) curvatura elástica (ϕ_y), que se apresentam nas seções ao longo do pilar que não sofreram escoamento das armaduras longitudinal, sejam de tração ou compressão ou ainda o início do comportamento não linear do concreto, e (2) curvatura inelástica ($\phi_p = \phi - \phi_y$), que se apresentam nas seções plastificadas no entorno da seção de momento máximo, seções que representam o comprimento plastificado (l_p) do pilar.

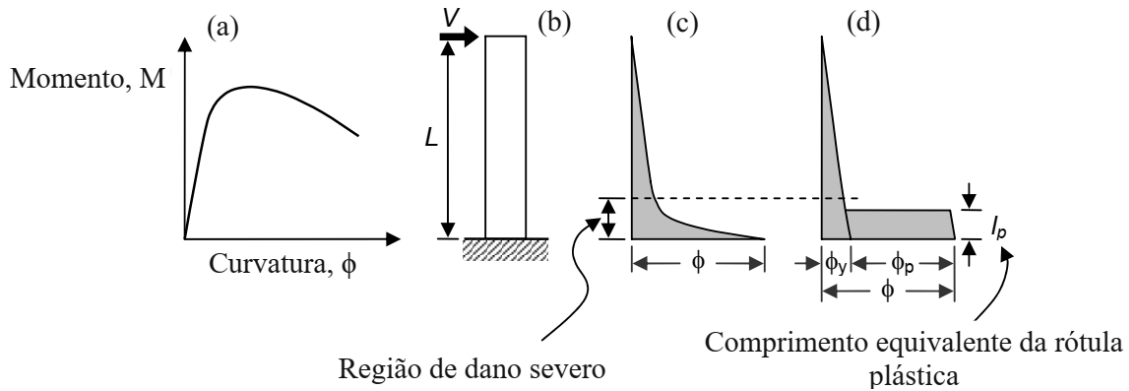


Figura 1.5 – Definição de rótula plástica (Fonte: Priestley e Park)

Considerando que as curvaturas inelásticas sejam constantes dentro da região do comprimento da rótula plástica, e usando o teorema do segundo momento de área, Priestley e Park (1975) propuseram uma equação analítica para o cálculo dos deslocamentos e rotações no topo de um pilar engastado-livre, expresso pelas equações de 1.1 a 1.4.

$$\Delta_{topo} = \Delta_y + \Delta_p \quad (1.1)$$

$$\Delta_{topo} = \left(\frac{\phi_y \cdot l_s^2}{3} \right) + [(\phi_u - \phi_y) \cdot l_p (l_s - 0.5l_p)] \quad (1.2)$$

$$\theta_u = \theta_y + \theta_p \quad (1.3)$$

$$\theta_u = \left(\frac{\phi_y \cdot l_s}{2} \right) + (\phi_u - \phi_y) \cdot l_p \quad (1.4)$$

O primeiro termo das Equações representa os deslocamentos e as rotações elásticas, até o ponto de plastificação, enquanto o segundo, determina os deslocamentos e rotações plásticas, a partir do ponto de plastificação até a ruína. Definindo-se, então, corretamente o comprimento da rótula plástica, define-se analiticamente os deslocamentos e rotações.

Anteriormente ao trabalho de Priestley e Park (1975), no início da década de 1960, o *European Concrete Committee* (CEB), coordenou um estudo abrangente para avaliar o comportamento inelástico de estruturas de concreto armado. Foram realizados 90 ensaios experimentais em elementos de concreto em 18 laboratórios de 13 países. Uma revisão conjunta destes trabalhos foi apresentada no “*International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete*”, em 1964, e demonstrou que uma variedade de parâmetros pode influenciar o comportamento dos elementos de concreto armado na região de rótula plástica.

Nesta publicação, Baker (1964) propôs uma expressão inicial para o cálculo do comprimento equivalente da rótula plástica. A pesquisa deu início a uma série de outros trabalhos, desenvolvidos ao longo dos anos, incluindo os trabalhos de Priestley e Park (1975), onde diversos pesquisadores propuseram formulações com base em diferentes parâmetros.

Posteriormente vieram Watson e Park (1994), Wehbe et al. (1997), Sheikh e Khoury (1997), Bayrak e Sheikh (1998) ou Saatcioglu e Razvi (2002), que estudaram o efeito da armadura de confinamento na formação das rótulas plásticas, e, mais recente, Barrera (2012) e Bae (2005) que estudaram os efeitos da armadura longitudinal, esbeltez e compressão axial na formação das rótulas. A Tabela 1.1 apresenta os principais métodos.

Tabela 1.1 – Principais métodos para estimar o comprimento da rótula plástica

Baker (1964)	$l_p = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \left(\frac{l_s}{d}\right)^{1/4} d$	(1.5)
Mattock (1965)	$l_p = \frac{d}{2} \left\{ 1 + \left(1,14 \sqrt{\frac{l_s}{d}} - 1 \right) \left\{ 1 - \left(\frac{q - q^*}{q_b} \right) \sqrt{\frac{d}{16,2}} \right\} \right\}$	(1.6)
Corley (1966)	$l_p = \frac{d}{2} + \frac{0,2l_s}{\sqrt{d}}$	(1.7)
Mander J.B. (1984)	$l_p = 32\sqrt{d_b} + 0.06l$	(1.8)
Zahn F. F. (1986)	$l_p = (0.008l_s + 6d_b) + \left(0.5 + 1.67 \frac{P}{f_c A_g} \right) < 0.3$	(1.9)
	$l_p = (0.008l_s + 6d_b) > 0.3$	(1.10)
Park e Paulay (1987)	$l_p = 0.08l_s + 6\phi$	(1.11)
Paulay e Priestley (1992)	$l_p = 0.08l_s + 0.022f_y\phi$	(1.12)
Lehman (1998)	$l_p = 0.5\alpha l_s + 1.2\alpha f_u \frac{\phi}{4f_{b,y}}$	(1.13)
Eurocode 8 – Parte 2 (1998)	$l_p = 0.10l_s + 0.015f_y d_b$	(1.14)
Lehman e Moehle (2000)	$l_p = \frac{l_y}{2} + \frac{(f_u - f_y)\phi}{40\sqrt{f_c}}; l_y = \frac{(M_u - M_y)\phi}{M_u};$	(1.15)
Panagiotakos e Fardis (2001)	$l_p = 0.12l_s + 0.014f_y\phi$	(1.16)
CEB-FIB Boletim 25 (2003)	$l_p = 0.18l_s + 0.025\alpha_{sl}f_y d_b$	(1.17)
Bae (2005)	$l_p = \left[0.3 \left(\frac{P}{P_0} \right) + 3 \left(\frac{A_s}{A_g} \right) - 0.1 \right] \frac{l_s}{h} + 0.25 \geq 0.25$	(1.18)

As expressões da Tabela 1.1 foram elaboradas a partir de ensaios experimentais. O estudo de Baker (1964), avaliou o efeito da resistência à compressão, taxa de armadura longitudinal e tipo de aço, em seis vigas de concreto. O autor concluiu que o comprimento da rótula plástica varia de 0,4d a 2,4d para diferentes valores de z/d, parâmetro que representa o efeito do gradiente de momento, similar ao índice geométrico de esbeltez l/h. A proposta de Mattock (1965), incluiu a taxa de armadura de compressão e tração, além das demais variáveis de Baker. Zahn F. F. (1986) e Bae (2005), que propuseram expressões com base nos níveis de compressão axial e índice de esbeltez.

A relação entre os parâmetros ainda é bastante controversa, dada o número de variáveis que podem afetar a região da rótula plástica. Portanto, para compreender a capacidade de deformação dos pilares, é necessário investigar a relação entre os vários parâmetros que afetam esta região.

1.1 JUSTIFICATIVA

Com o aumento contínuo do carregamento gerado por ações horizontais, os pilares de concreto armado ultrapassam os limites de rotação e deslocamentos que provocam danos ou colapso nas regiões de momentos fletores máximos. Nessas regiões há o aumento da curvatura que induz a formação de seções plastificadas ao longo do elemento denominadas de comprimento de plastificação ou comprimento da rótula plástica. Há diversos modelos analíticos que preveem com razoabilidade a capacidade de deformação de diversos elementos de concreto armado com base neste parâmetro. Entretanto, não há consenso sobre as variáveis que afetam sua formação, principalmente em pilares de concreto armado. Para compreender a capacidade de deformação de pilares de concreto armado é necessário investigar as variáveis que afetam a formação das rótulas plásticas. Os métodos teóricos disponíveis divergem sobre as variáveis que preveem a formação das rótulas.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral desta pesquisa foi estudar a formação das rótulas plásticas de pilares de concreto armado via simulação computacional e análise experimental. Os objetivos específicos são:

- Analisar os resultados de 81 simulações computacionais a fim de observar as respostas elasto-plásticas dos modelos a capacidade de previsão de formação das rótulas plásticas;
- Estudar a influência das variáveis taxa de carregamento axial, esbeltez geométrica e taxa de armadura longitudinal na formação das rótulas plásticas dos 81 modelos computacionais;
- Estudar a influência das variáveis taxa de carregamento axial, esbeltez geométrica e taxa de armadura longitudinal na formação das rótulas plásticas de 06 pilares de experimentais em laboratório;
- Introduzir um método simplificado para estimar os deslocamentos laterais de pilares de concreto armado com base nas deformações obtidas na armadura longitudinal do pilar;
- Propor uma expressão para estimar o comprimento da rótula plástica;
- Validar a proposta através de trabalhos experimentais e banco de dados experimentais obtidos na literatura;
- Comparar a proposta com métodos analíticos teóricos disponíveis na literatura;

1.3 METODOLOGIA

A pesquisa consistiu em avaliar o comportamento de pilares de concreto armado a fim de compreender a formação de rótulas plásticas e as variáveis que influenciam a formação de rótulas plásticas ao longo do vão do pilar. Para isso, três metodologias foram utilizadas: análise computacional, análise experimental e análise estatística.

Inicialmente, utilizou-se o programa de elementos finitos ABAQUS/CAE para obter as respostas da medida do comprimento da rótula plástica e montar um banco de dados computacional. Na avaliação computacional foram simulados 81 modelos de pilares engastados, carregados por uma ação axial mantida constante após se alcançar o nível estabelecido de compressão, e, posteriormente, submetidos à flexão monotônica gerada por uma ação lateral aplicada no topo e perpendicular ao eixo longitudinal até a ruptura. As seguintes variáveis foram analisadas: taxa de compressão axial (P/P_0), esbeltez geométrica (l/h) e taxa de armadura longitudinal (ρ_s). Os pilares foram divididos por variável, sendo 27 pilares por variável. A formação da rótula foi estudada de forma independente para cada variável.

Para estimar o comprimento da rótula plástica dos modelos computacionais (l_p), aplicou-se um método baseado nas deformações da armadura longitudinal dos pilares, adaptado de Bae (2005). Após se obter as respostas dos modelos, realizou-se um programa experimental com 06 pilares que foram ensaiados em laboratório. O objetivo do experimento foi observar a mudança no comprimento das rótulas com a variação dos parâmetros definidos. Os resultados corroboraram os achados dos modelos computacionais. O mesmo método para obtenção da rótula plástica utilizada nos modelos foi aplicado aos ensaios experimentais. O comprimento da rótula experimental foi medido por extensômetros elétricos de resistência posicionados ao longo da barra de armadura longitudinal cobrindo uma extensão de 500 mm.

Em seguida, realizou-se análises estatísticas de regressão que avaliaram a relevância de cada variável independente na formação da rótula utilizando os resultados obtidos na modelagem computacional. Por fim, envolvendo as três variáveis independentes, uma análise estatística de regressão múltipla foi aplicada aos resultados do banco de dados

computacionais, onde se introduziu a proposta de equação para o cálculo do comprimento da rótula plástica.

A proposta foi aplicada ao modelo analítico de Priestley e Park (1975), para estimar os deslocamentos laterais. Um banco de dados com resultados experimentais de 61 pilares foi montado para confrontar e validar os resultados das estimativas da proposta. Além disso, outros métodos disponíveis na literatura foram comparados com o banco de dados e com os resultados da proposta.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho está dividido em nove capítulos, incluindo esta **Introdução**. As **Referências Bibliográficas** e os **Anexos** são apresentados ao final do trabalho. Os capítulos e seus conteúdos são apresentados a seguir.

O *capítulo 2*, denominado **Revisão Bibliográfica**, apresenta definições necessárias para a compreensão da pesquisa e discute os principais métodos analíticos desenvolvidos por pesquisadores da literatura técnica e normas de projeto, que avaliam a formação de rótulas plásticas.

O *capítulo 3* aborda sobre a **Modelagem Computacional**. Descreve as diretrizes para obtenção das respostas dos modelos simulados na pesquisa. Realizada pelo programa ABAQUS/CAE, o capítulo aborda sobre os modelos de comportamento mecânico adotado para o concreto e aço e os modelos de danos à compressão e à tração, além do modelo de comportamento para o concreto.

O *capítulo 4* aborda sobre o **Estudo Paramétrico Computacional**. Neste capítulo apresenta-se um banco de dados computacional produzido com 81 modelos para análise da influência das variáveis taxa de carregamento axial, esbeltez geométrica e taxa de armadura longitudinal na formação das rótulas plásticas e nos deslocamentos laterais.

Os capítulos *5*, *6* e *7* tratam sobre o **Programa Experimental, Resultados Experimentais e Análise dos Resultados Experimentais**. Neles são apresentados os pilares que estudaram experimentalmente a formação das rótulas. Os pilares foram confeccionados em escala real, e as variáveis de estudo foram as mesmas abordadas no Estudo Paramétrico Computacional. Os resultados foram coerentes e validaram os modelos computacionais.

O *capítulo 8*, denominado **Método Analítico para Estimar o Comprimento da Rótula Plástica**, apresenta a proposta para o cálculo dos deslocamentos laterais pelo uso do comprimento da rótula plástica, baseado na proposta de Pristley e Park (1975). A proposta de l_p foi elaborada a partir do banco de dados computacional aplicando modelos de regressão linear, não linear e múltiplos. Ao final, a proposta foi comparada a outros modelos e validada com uma base de dados experimental de pilares obtidos na literatura.

O *capítulo 9* finaliza com as principais **Conclusões**.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, apresenta-se as bases teóricas necessárias ao entendimento da pesquisa, revisão dos principais métodos teórico que avaliam a capacidade de deformação de pilares de concreto armado e previsão das principais normas de projeto.

2.1 BASE TEÓRICA

2.1.1 Comportamento Elasto-Plástico do Concreto Armado

No âmbito da Resistência dos Materiais e da Teoria da Elasticidade, a resolução dos problemas estruturais impõe sempre os conceitos de elasticidade e linearidade na definição do comportamento reológico dos materiais de que são constituídas as estruturas. Um material é dito de comportamento elástico se, quando sob ação de uma solicitação externa, as deformações se processem de forma imediata no carregamento, retornando ao estado inicial no descarregamento, não havendo perda de energia da estrutura em forma de deformação.

Um material é dito de comportamento linear, quando existir proporcionalidade entre tensões e deformações, ou seja, as suas relações constitutivas são expressas pela lei de Hooke, quando se tratar de estados de tensão simples, e pela lei de Hooke generalizada, quando se tratar de estados de tensão triaxiais. Nos estudos dos problemas estruturais, no âmbito da Resistência dos Materiais e da Teoria da Elasticidade, consideram-se as estruturas constituídas de materiais com comportamento reológico definido por resposta elástica e linear, como os apresentados na Figura 2.1. Neste caso as deformações entre A e A' se processam de forma reversível, respeitando a proporcionalidade com as tensões.

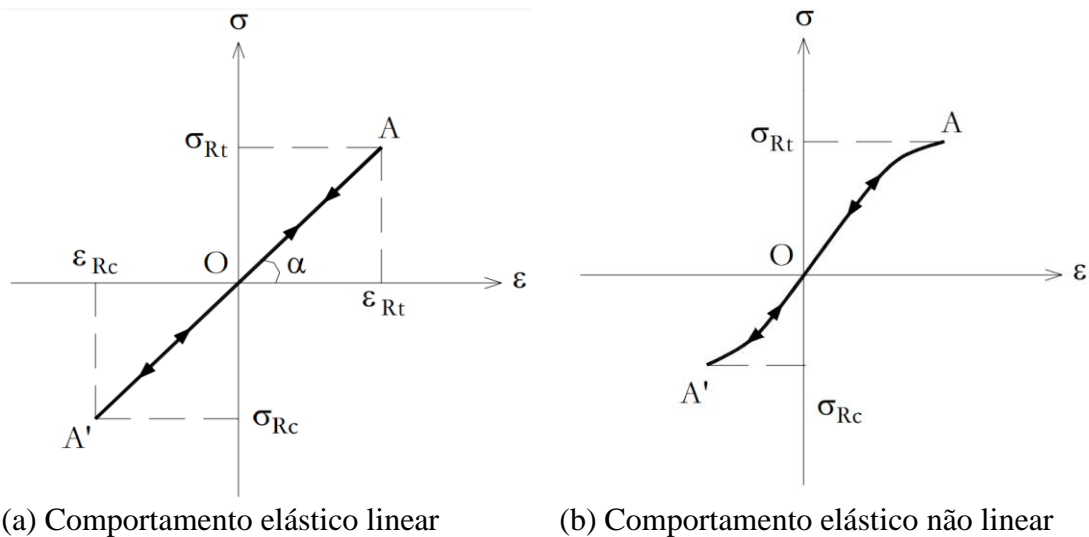


Figura 2.1– Diagrama elasto-plástico idealizado (Fonte: Buchaim, 2001)

Porém, na prática, o conceito de não linearidade deve ser envolvido na análise por estudar o comportamento dos materiais no qual não existe proporcionalidade entre tensão e deformação e, portanto, não é mais válida a lei de Hooke nas duas formas anteriormente citadas. O conceito de plasticidade, então, passa a ser envolvido na análise, sendo a resposta da estrutura considerada para um modelo de comportamento que considere as deformações plásticas, como o apresentado na Figura 2.2. As deformações continuam processando-se de forma imediata ao carregamento, ao se retirar a solicitação, porém, a estrutura não retorna ao seu estado inicial, permanecendo deformada, devido a dissipação e perda de energia em forma de deformação.

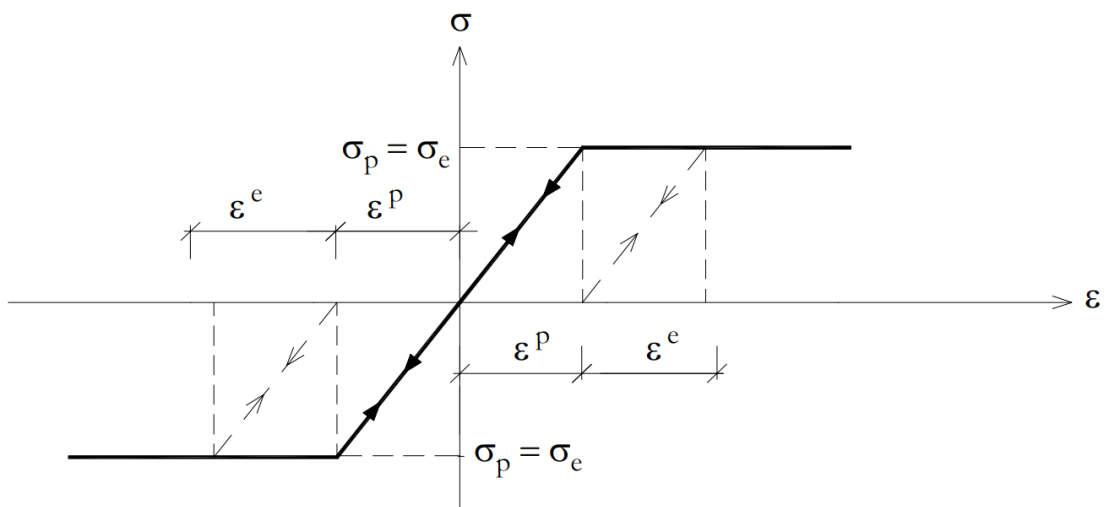


Figura 2.2– Diagrama elasto-plástico idealizado (Fonte: Buchaim, 2001)

O comportamento da seção de um elemento de concreto armado, em quase todos os casos, não é elasto-plástico perfeito, como o apresentado na Figura 2.2. Para realizar uma análise da resposta estrutural, tanto ao nível da seção como ao nível do elemento, é necessário assumir uma idealização elasto-plástica do seu comportamento, que pode ser feita a partir de dois pontos característicos de um diagrama bilinear, como o apresentado na Figura 2.3. O primeiro deles é o “ponto efetivo de plastificação”, que marca a mudança entre o comportamento elástico e plástico, e o segundo é aquele definido pela própria ruptura do elemento.

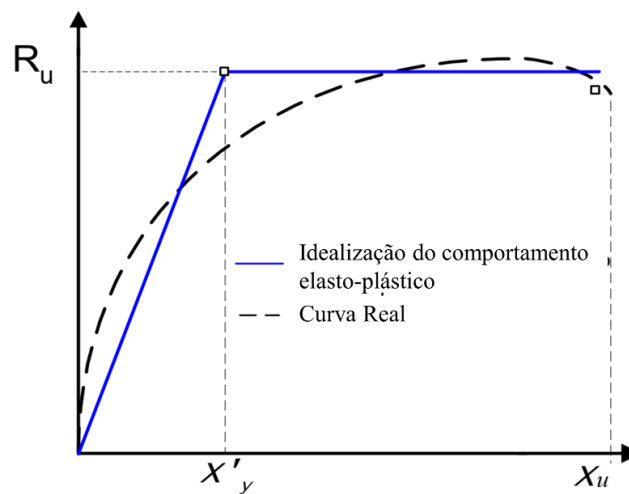


Figura 2.3– Diagrama elasto-plástico idealizado para o concreto armado
(Fonte: Barrera, 2010)

O ponto de plastificação é definido por algumas pesquisas, como Priestley et al. (1996), Priestley e Park. (1975), Panagiotakos e Fardis (2001), Fardis e Biskinis (2003), Watson e Park (1994), entre outros, como o primeiro ponto em que ocorre a deformação do aço correspondente ao limite elástico, ou seja, a deformação de escoamento da armadura longitudinal ou o inicia da não linearidade do concreto na fibra e na seção mais comprimida do elemento.

Há uma grande variedade de critérios para definir a não linearidade da fibra comprimida do concreto. Priestley et al. (1996), utilizaram uma deformação $\varepsilon_{cy}=0,002$, Priestley e Park (1975), $\varepsilon_{cy}=0,0015$, Panagiotakos e Fardis (2001) e Fardis e Biskinis (2003), definiram a deformação de $0,9\varepsilon_{co}$ como o início da não linearidade do concreto, sendo ε_{co} a tensão máxima do concreto, considerada 3,0%.

Neste trabalho, para o ponto de plastificação, foi utilizado o seguinte critério:

- 1) No ponto em que ocorre a primeira das duas situações possíveis: ou a armadura longitudinal de tração escoar, com $\varepsilon_s = \varepsilon_y$, ou a armadura longitudinal de compressão escoar, com $\varepsilon_{cs} = \varepsilon_y$.

Para a deformação correspondente ao limite elástico da armadura longitudinal, foi considerada, nesta pesquisa, o valor de $\varepsilon_y = 2,38\%$ para as simulações computacionais. Experimentalmente, foram considerados os valores obtidos nos ensaios de tração das barras. Os resultados do ensaio de tração serão apresentados em capítulos posteriores.

Para o ponto de ruptura, em geral não é assumido aquele correspondente a última carga medida no ensaio ou na análise. Pesquisas em pilares de concreto armado sujeitos à flexão monotônica, como as de Panagiotakos e Fardis (2001) ou Priestley e Park (1975), assumem como carga de ruptura o valor de 15% no braço descendente da curva pós-pico do diagrama carga-deslocamento ou momento-curvatura.

Segundo os autores, essa métrica foi assumida devido à dificuldade de obtenção deste trecho principalmente em pilares esbeltos, como os desta pesquisa. Nos ensaios em que há descida prolongada, o estado último pode ser definido para 85% da carga máxima (ver Figura 2.4a). Caso não seja desenvolvido um braço descendente suficiente para atingir 85% da resistência máxima, o último dos pontos registrados no ensaio é tomado como ponto de ruptura (ver Figuras 2.4b e 2.4c).

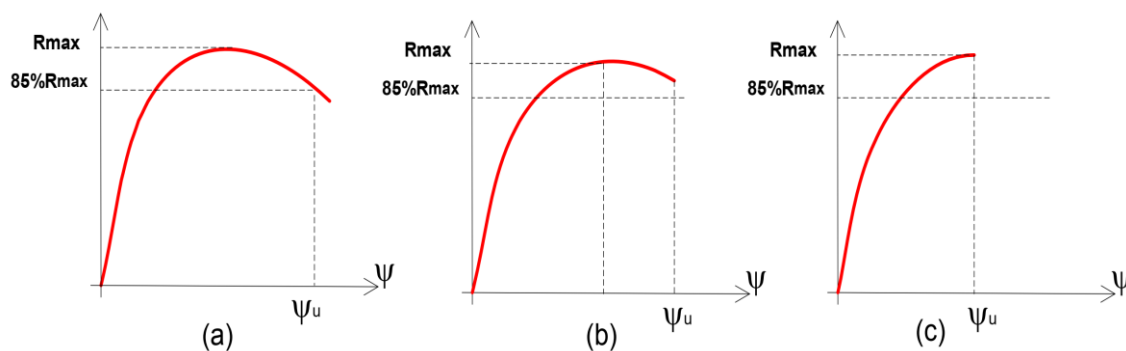


Figura 2.4— Pontos de ruptura para o estado último de pilares esbeltos concreto armado
(Fonte: Panagiotakos y Fardis, 2001)

Estes critérios foram adotados para estabelecer os pontos de plastificação e ruptura nesta pesquisa. Vale ressaltar, que a definição destes pontos, principalmente do ponto de plastificação, é de grande relevância para a definição do comprimento da rótula plástica nos pilares das simulações computacionais e experimentais desta pesquisa, como será apresentado posteriormente no método introduzido.

2.1.2 Capacidade de Deformação de Pilares de Concreto Armado

Para analisar o comportamento de uma estrutura é necessário conhecer alguns índices que descrevem a deformabilidade. Esses índices são definidos, de acordo com Barrera (2012), como aqueles que medem a deformabilidade ao nível de todo o elemento, e aqueles que medem a deformabilidade ao nível da seção. A nível de elemento, os índices rotações (θ) e deslocamentos (Δ) medem a deformabilidade dos elementos. A nível da seção, a avaliação pode ser feita através da curvatura (φ).

Outras relações podem ser obtidas a partir destes índices. A nível de elemento, a partir dos deslocamentos, é possível determinar a ductilidade para os deslocamentos (μ_δ), que expressa a demanda de ductilidade de toda a estrutura, calculada de acordo com a Equação 2.1, onde Δ_u é o deslocamento último e Δ_y é o deslocamento elástico. Outro importante parâmetro são as rotações relativas (θ), determinadas a partir da Equação 2.2, onde L_s é a distância entre as seções de momento nulo e máximo do elemento. As rotações relativas podem ser definidas para o estado elástico (θ_y) e último (θ_u), como mostram as Equações 2.3 e 2.4.

$$\mu_\delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \quad (2.1)$$

$$\theta = \frac{\Delta}{L_s} \quad (2.2)$$

$$\theta_y = \frac{\Delta_y}{L_s} \quad (2.3)$$

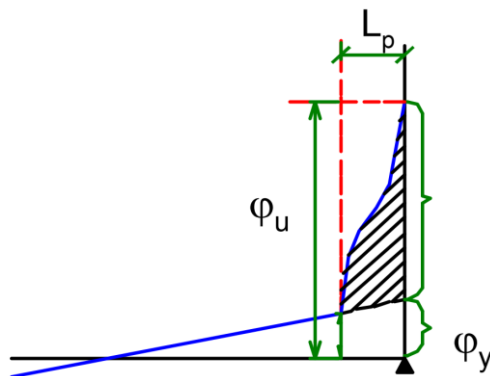
$$\theta_u = \frac{\Delta_u}{L_s} \quad (2.4)$$

A nível da seção transversal, é possível definir outros parâmetros de deformabilidade. A partir do diagrama momento curvatura da seção, define-se as curvaturas elásticas (φ_y), últimas (φ_u), e plásticas (φ_p), esta última a partir da relação entre as curvaturas última e elástica, de acordo com a Equação 2.5. A partir das curvaturas definidas, determina-se o parâmetro ductilidade para as curvaturas da seção (μ_φ), que expressa a demanda de ductilidade das seções analisadas, expressa de acordo com Equação 2.6.

$$\varphi_p = \varphi_u - \varphi_y \quad (2.5)$$

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_u}{\varphi_y} \quad (2.6)$$

As rótulas plásticas, em elementos de concreto armado, sujeitos à flexão simples ou flexo-compressão, ocorrem quando grandes curvaturas se acumulam em torno da seção de momento máximo. Nesta região, desenvolve-se uma concentração de efeitos não lineares, tais como plastificação da armadura, fissuração, deslizamento da armadura, e esmagamento do concreto. O índice que define o comportamento deformacional da rótula plástica é a rotação plástica (θ_p), a partir da distribuição de curvatura apresentada na Figura 2.5. A rotação plástica é determinada, então, por integração da curvatura plástica.



$$\theta_{AB} = \int_A^B \varphi dx = \varphi_u - \varphi_y$$

$$\theta_p = (\varphi_u - \varphi_y) l_p$$

Figura 2.5– Distribuição de curvatura (Fonte: Barrera, 2010)

Em geral, as expressões propostas para o cálculo do comprimento da rótula plástica são obtidas a partir de resultados experimentais nos quais se conhece tanto o comportamento da estrutura a nível da seção quanto a nível do elemento. No processo de análise, para se obter l_p , alguns pesquisadores como Priestley (1996), Lehman (1998), Panagiotakos e Fardis (2001), Lehman e Moegle (2000), se basearam na Equação 2.7.

$$l_p = \frac{M_{max} - M_y}{M_{max}} \cdot l_s + C_t = \alpha l_s + C_t \quad (2.7)$$

onde

- M_{max} é o momento máximo da seção
 M_y momento elástico
 l_s distância entre as seções de momento máximo e nulo

O primeiro termo da Equação 2.7, representa todos os efeitos provenientes da flexão, enquanto o segundo termo incorpora o efeito do deslizamento da armadura longitudinal na extremidade fixa do pilar, de acordo com a Figura 2.6. Priestley (1996) assume o valor de $\alpha=0,08$, Panagiotakos e Fardis (2001), $\alpha=0,12$, o mesmo que Lehman e Moehle.

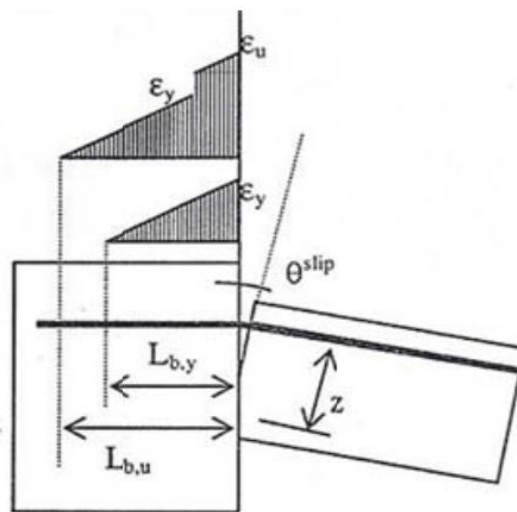


Figura 2.6– Rotação devido ao deslizamento da armadura
(Fonte: Lehman e Moehle, 2000)

Ceroni, Manfredi e Pecce (2003) realizaram um extensivo programa de ensaios numéricos, com a finalidade de avaliar a rotação plástica desenvolvida em pilares de concreto armado. Os ensaios foram realizados utilizando um modelo que, além de incluir as características geométricas dos materiais, foi introduzido um modelo de aderência entre o concreto e a armadura. O modelo foi desenvolvido para elementos sujeitos a

carregamento axial e flexão monotônica. Nestes testes, a rotação foi computada como a soma das parcelas de flexão e a rotação devido ao deslizamento da armadura longitudinal no apoio.

A parcela da flexão, foi determinada integrando a distribuição da curvatura ao longo do pilar. A rotação devido ao deslizamento da armadura, foi determinada pelo comprimento de ancoragem na zona de ligação. A parcela de rotação devido ao deslizamento, proposto por Ceroni, Manfredi e Pecce (2003), é mostrado na Equação 2.8.

$$\theta_{p,fix} = \frac{s_b}{(d - x_c)} \quad (2.8)$$

onde

- s_b é o deslizamento da armadura longitudinal;
- x_c profundidade da linha neutra na seção do apoio;
- $\theta_{p,fix}$ rotação plástica na base do pilar, devido ao deslizamento da armadura;

Para cada uma das contribuições da rotação plástica, é possível obter uma expressão para o comprimento da rótula plástica dividindo cada uma das contribuições da rotação plástica pela curvatura plástica da seção na base do elemento. A rotação plástica para cada contribuição, nos ensaios de Ceroni, Manfredi e Pecce (2003), foi definida como a diferença entre a rotação na seção de momento máximo (θ_u) e a rotação elástica medida no ponto de plastificação do aço (θ_y): As Equações dos autores são mostradas nas Figuras de 2.9 a 2.11.

$$\theta_p = \theta_{p,c} + \theta_{p,fix} \quad (2.9)$$

$$\theta_p = \theta_u - \theta_y = (\varphi_u - \varphi_y)L_p \quad (2.10)$$

$$L_p = L_p^I + L_p^{II} \quad (2.11)$$

onde

θ_p	rotação plástica total;
$\theta_{p,c}$	rotação plástica de flexão;
$\theta_{p,fix}$	rotação plástica na base do pilar, devido ao deslizamento da armadura;
L_p^I	comprimento da rótula plástica para $\theta_{p,c}/(\varphi_u - \varphi_y)$;
L_p^{II}	comprimento da rótula plástica para $\theta_{p,fix}/(\varphi_u - \varphi_y)$;

As expressões para L_p^I e L_p^{II} , foram obtidas a partir de 3780 simulações numéricas, e através de análises estatísticas, as Equações 2.12 e 2.13 foram propostas.

$$L_p^I = 6.1 \left(\frac{L}{h}\right)^{0.43} \cdot \left(\frac{f_t}{f_y}\right)^{0.65} \cdot \varepsilon^{-0.32} \left(1 + \frac{N}{N_0}\right)^{-1.83} \quad (2.12)$$

$$L_p^{II} = 5 \cdot d_b \left(\frac{f_t}{f_y} - 1\right) \quad (2.13)$$

onde

l	Comprimento do elemento;
h	Altura da seção;
f_t	Tensão última da armadura longitudinal;
f_y	Tensão de escoamento da armadura do pilar;
ε	Deformação correspondente a tensão última da armadura longitudinal;
N	força axial;
N_0	força axial reduzida ($A_g f_c$);
d_b	força axial reduzida ($A_g f_c$);

Outra importante metodologia, proposta por Bae (2005), para obtenção do comprimento da rótula plástica, deve ser destacada. Bae (2005) propôs uma nova expressão para o comprimento da rótula plástica a partir de um método não convencional denominado “Método de Deformação por Compressão do Concreto”. O método consiste em obter a distribuição de deformações medidas na armadura comprimida do pilar.

Segundo o autor, há uma forte relação entre a formação das rótulas e as deformações de compressão medida nas armaduras comprimidas, pois há a ruptura do núcleo de concreto. Com a ruptura do núcleo, as deformações na armadura comprimida são tomadas com a seção completamente plastificada, dando maior indicativo de formação das rótulas.

O comprimento do pilar no qual a deformação da armadura comprimida está plastificada, refere-se ao comprimento da rótula plástica. Bae (2005) considera que utilizar a distribuição das deformações do concreto em compressão para avaliar l_p permite identificar com mais clareza os parâmetros que o afetam. Além disso, a ruptura do concreto está mais relacionada às deformações do concreto do que às curvaturas. Portanto, as deformações de compressão do concreto desenvolvidas no núcleo de concreto quando o momento máximo resistente é atingido na seção crítica do apoio podem ser um bom indicativo da formação da rótula plástica.

Bae (2005) realizou, também, um importante trabalho no sentido de especificar os fatores que mais influenciam a formação das rótulas plásticas. Para isso, realizou ensaios numéricos através da utilização de um programa numérico próprio. Nestas análises, l_p foi medida de acordo com a metodologia descrita no “método de deformação por compressão do concreto”. Foram avaliados os principais parâmetros que influenciaram o comprimento da rótula plástica, nas análises do autor, que foram: os níveis de carregamento axial (N/N_u), a esbeltez ao cisalhamento ou esbeltez geométrica (l_s/h) e a quantidade de armadura longitudinal ($\rho_s=A_s/A_g$). Os ensaios foram realizados para pilares submetidos a carregamento cíclicos.

Com base nos resultados numéricos, o autor observou uma relação linear entre esses parâmetros (N/N_u , l_s/h e A_s/A_g) e a formação do comprimento plastificado, propondo a Equação 2.14, a partir da análise de mínimos quadrados, utilizando a base de dados de pilares do *Pacific Earthquake Engineering Research Center* da Universidade de Washington (banco de dados do UW/PEER).

$$l_p = \left[0.3 \left(\frac{P}{P_0} \right) + 3 \left(\frac{A_s}{A_g} \right) - 0.1 \right] \frac{l_s}{h} + 0.25 \geq 0.25 \quad (2.14)$$

onde

P força axial aplicada;

P_o capacidade de carga axial da seção de acordo com o ACI 318-08
[$0.85f_c(A_g - A_s) + A_s f_y$];

A_s área de aço da armadura longitudinal;

l Comprimento do elemento;

h Altura da seção;

Todos os métodos descritos, são baseados na determinação de uma equação para o comprimento plastificado, a fim de avaliar a capacidade de deformação dos elementos de concreto armado. Há, ainda, uma grande variedade de métodos como os empíricos, desenvolvidos por Lam et. al. (2003), ou analíticos, como os de Lehman e Moehle (2000). Há, também, os métodos analíticos mais complexos, como os de Consensa et. al. (1991), que incluem a fissuração do concreto e a não linearidade através de fatores de majoração, ou o de Adnan e David (2000), que incorporam os efeitos do confinamento.

2.1.3 Definição dos Índices de Deformabilidade

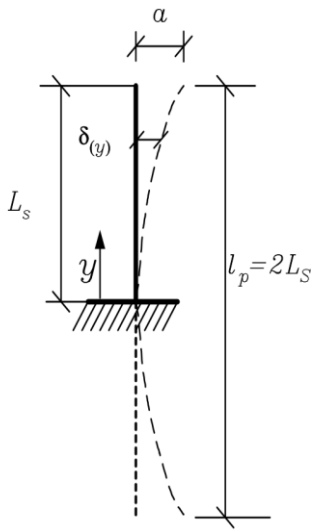
Como anteriormente mencionado, alguns modelos simplificados e sofisticados utilizam a idealização de rótula plástica para avaliar o deslocamento e as rotações na extremidade de pilares fixos, se o comprimento efetivo da rótula plástica for corretamente medido, como o método de Priestley e Park (1975), representado na Equação 2.15. A seguir, são apresentadas as deduções e definições envolvidas na Equação 2.15.

$$\delta_{topo} = \left(\frac{\varphi_y \cdot l_s^2}{3} \right) + [(\varphi_u - \varphi_y) \cdot l_p (l_s - 0.5l_p)] \quad (2.15)$$

2.1.3.1 Índices Elásticos

Para determinação do deslocamento elástico teórico ($\delta_{y,teo}$), duas aproximações podem ser utilizadas. A primeira envolve o método do pilar-padrão. Considera-se a deformada do

pilar engastado apresentado na Figura 2.7, de comprimento L_s , e comprimento de flambagem $l_p = 2L_s$. Sendo o deslocamento na extremidade livre do pilar dependente do comprimento L_s e da curvatura elástica φ_y , medida na seção da base do pilar, e derivando y duas vezes, considerando as condições de contorno $y=0$ e $y=L_s$ nas Equações 2.18 e 2.16, respectivamente, obtém-se a hipótese básica da Equação 2.20 para os deslocamentos elásticos teóricos pelo método do pilar padrão.



$$\delta_y = a \cdot \left[1 - \cos \left(\frac{\pi \cdot y}{l_p} \right) \right] \quad (2.16)$$

$$\delta'_y = a \cdot \frac{\pi}{l_p} \sin \left(\frac{\pi \cdot y}{l_p} \right) \quad (2.17)$$

$$\delta''_y = a \cdot \frac{\pi^2}{l_p^2} \cos \left(\frac{\pi \cdot y}{l_p} \right) = \varphi_y \quad (2.18)$$

$$y = 0 \Rightarrow \cos \left(\frac{\pi \cdot y}{l_p} \right) = 1; a = \frac{\pi^2}{l_p^2} \cdot \varphi_0 \quad (2.19)$$

$$= \frac{4L_s^2}{\pi^2} \varphi_0$$

$$y_{L_s} \approx 0.4 \cdot L_s^2 \cdot \varphi_0 \quad (2.20)$$

Figura 2.7– Método do pilar padrão (Fonte: Barrera, 2010)

onde

l_p comprimento de flambagem igual a 2 para pilares fixo-livres;

φ_0 curvatura elástica na seção da base;

L_s distância entre as seções de momento máximo e nulo;

A segunda aproximação envolve a deformada do elemento apresentado na Figura 2.8. Considerando a carga pontual Q aplicada no meio do vão e uma carga axial P de compressão, obtém-se as Equações diferenciais 2.21 e 2.22.

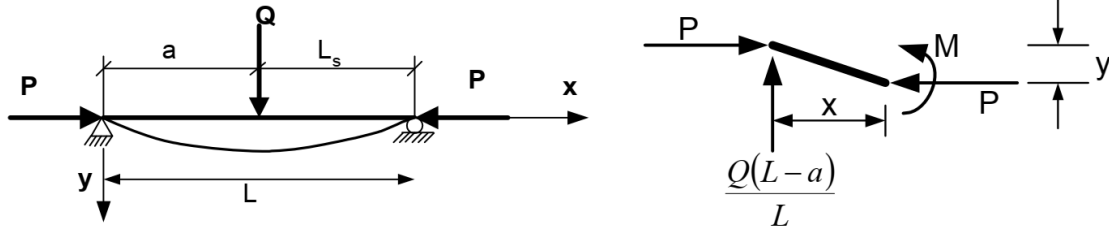


Figura 2.8– Esquema de estrutura sujeita à carga axial e flexão (Fonte: Barrera, 2010)

$$-EI_y'' = \frac{Q(L-a)}{L}x + Py \quad \text{Para } 0 \leq x \leq a \quad (2.21)$$

$$-EI_y'' = Qa \frac{(L-x)}{L} + Py \quad \text{Para } 0 \leq x \leq L \quad (2.22)$$

Considerando que a carga Q dista $a=L/2$ e $x=L/2$, o deslocamento elástico teórico pode ser determinado pelas Equações de 2.23 a 2.26.

$$y_{max} = \frac{QL^3}{48EI} \left[\frac{3(\tan u - u)}{u^3} \right] = y_o = \left[\frac{3(\tan u - u)}{u^3} \right] \quad (2.23)$$

$$u = \frac{kL}{2} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_c}} \quad (2.24)$$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{l_p^2} \quad (2.25)$$

$$\tan u = u + \frac{1}{3}u^3 + \frac{2}{15}u^5 + \frac{17}{315}u^7 + \dots \quad (2.26)$$

Utilizando a série exponencial da Equação 2.26, aplicando as Equações 2.27, 2.28 e 2.29, obtém-se o componente y_o para o deslocamento elástico máximo de um pilar fixo-livre, majorado por um fator de amplificação dado por $[1 - P/P_c]$, sendo P_c a carga crítica de Euler, calculado de acordo com a Equação 2.25, para os deslocamentos elásticos, a fim de considerar os efeitos de segunda ordem (P- Δ), conforme a Equação 2.27.

$$y_{max} = y_o \left[\frac{1}{1 - \frac{P}{P_c}} \right] \quad (2.27)$$

$$y_o = y_o \frac{QL^3}{48EI} = \frac{QL_s^3}{6EI} \quad (2.28)$$

$$\varphi_y = \frac{M_y}{EI} \Rightarrow EI = \frac{QL^2}{2} \times \frac{1}{\varphi_y} \quad (2.29)$$

$$y_o = \frac{\varphi_y L^2}{3} \quad (2.30)$$

É importante ressaltar que os métodos analíticos, em sua grande maioria, incluindo o método proposta por Pristley e Park (1975), não são aplicados para pilares com predominância de efeitos de segunda ordem. Porém, na prática de projeto, assim como nos pilares desta pesquisa, os efeitos de segunda ordem são um fator que devem ser considerados. Com isso, o fator de ponderação apresentado na Equação 2.27, considera analiticamente esse fenômeno. Algumas normas de projeto, como o ACI 318, utilizam esse consideração, que também será aplicada na proposta desta pesquisa.

A rotação elástica (θ_y) pode ser determinada pela integração da curvatura elástica, dada na Equação 2.29, desenvolvida ao longo do vão de um pilar engastado, de acordo com a Equação 2.31.

$$\theta_{AB} = \theta_y = \int_A^B \varphi_y dx \quad (2.31)$$

Sendo a curvatura determinada pela relação do ângulo formado entre as duas seções planas de um elemento infinitesimal, $d\theta$, e o comprimento infinitesimal entre as duas seções sendo dx , ($\varphi = d\theta/dx$), por integração determina-se a rotação θ elástica ao longo do comprimento AB do elemento.

2.1.3.2 Índices Plásticos

Para determinação dos deslocamentos plásticos, considera-se o pilar da Figura 2.9a, com vão L_s , submetido a um carregamento lateral Q . O diagrama de momento fletor do pilar, com momento máximo na base fixa do pilar de valor $M=Q.L_s$, é apresentado na Figura 2.9b. O perfil de curvatura da Figura 2.9c, mostra a distribuição de curvaturas elásticas (φ_y), últimas (φ_u) e plásticas ($\varphi_p = \varphi_u - \varphi_y$) ao longo do pilar.

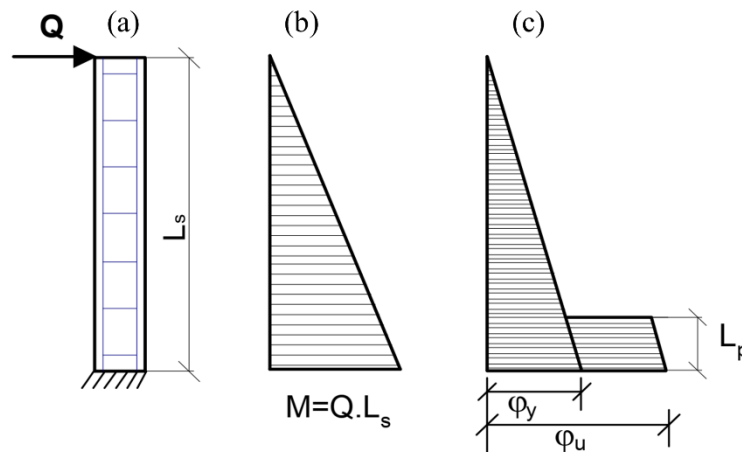


Figura 2.9– Definição do deslocamento último pela definição de rótula plástica
(Fonte: Park e Paulay, 1975)

Considerando que as curvaturas inelásticas se concentram nas seções próximas ao apoio, nas proximidades da seção de momento máximo M , e considerando que essas curvaturas se distribuem ao longo de um comprimento l_p , sendo l_p o comprimento da rótula plástica, adota-se um retângulo equivalente de base φ_p e altura l_p , formando a área equivalente $\varphi_p \cdot l_p$. Esta área define a rotação plástica, de acordo com a Equação 2.32. Considerando a distância do centroide do retângulo à extremidade livre do pilar como $(l_s - 0,5l_p)$, define-se o deslocamento plástico de acordo com a Equação 2.33.

$$\theta_p = (\varphi_u - \varphi_y) \cdot l_p \quad (2.32)$$

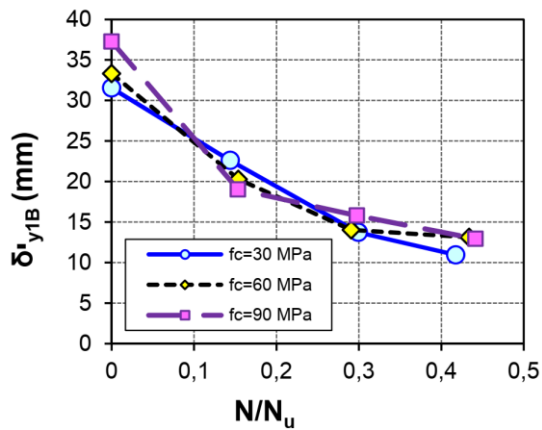
$$\delta_p = (\varphi_u - \varphi_y) \cdot l_p \cdot (l_s - 0,5l_p) \quad (2.33)$$

Desta dedução, obtém-se especificamente as parcelas das rotações e deslocamentos plásticos da Equação 2.15, em função do comprimento da rótula plástica. Como anteriormente mencionado, o comprimento da rótula plástica é um parâmetro complexo de prever, pois depende da interação de muitos fatores, como: 1) o nível de carga axial (N/N_u ou P/P_o); 2) esbeltez geométrica (l/h); 3) resistência à compressão do concreto (f_c), 4) taxa de armadura longitudinal (ρ_s), 5) o confinamento do núcleo, 6) fissuração, 7) aderência armadura concreto, entre outros.

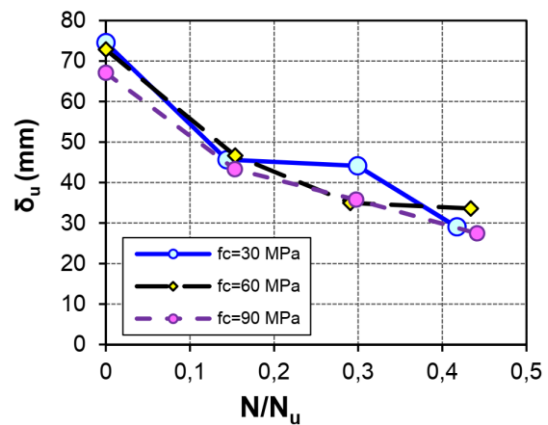
2.1.4 Variáveis de Influência dos Índices de Deformabilidade

Com apoio de trabalhos da literatura, apresenta-se nesta seção um estudo onde se analisou a influência dos principais parâmetros na capacidade de deformação de pilares de concreto armado sujeitos à flexão monotônica. Os parâmetros analisados foram: a resistência à compressão (f_c), taxa de carregamento axial (N/N_u), esbeltez geométrica (L/h), taxa de armadura longitudinal (ρ_l) e taxa de armadura transversal (ρ_s).

Barrera (2012), verificou que a variação nos níveis de carregamento axial dos pilares ensaiados experimentalmente, foi o fator mais determinante na variação da capacidade de deformação dos pilares, ficando mais evidente com a atuação conjunta da esbeltez. Na avaliação dos deslocamentos elásticos (δ_y) e últimos (δ_u), os autores observaram que os deslocamentos elásticos e últimos diminuíram à medida que o nível de carga axial aumentava, não dependendo da resistência a compressão do concreto. Outra observação importante, foi que os deslocamentos reduziram em maior escala nos pilares com baixos níveis de compressão axial. A Figura 2.10 mostra a relação entre os deslocamentos e o taxa de carregamento axial.



(a) Deslocamentos elásticos



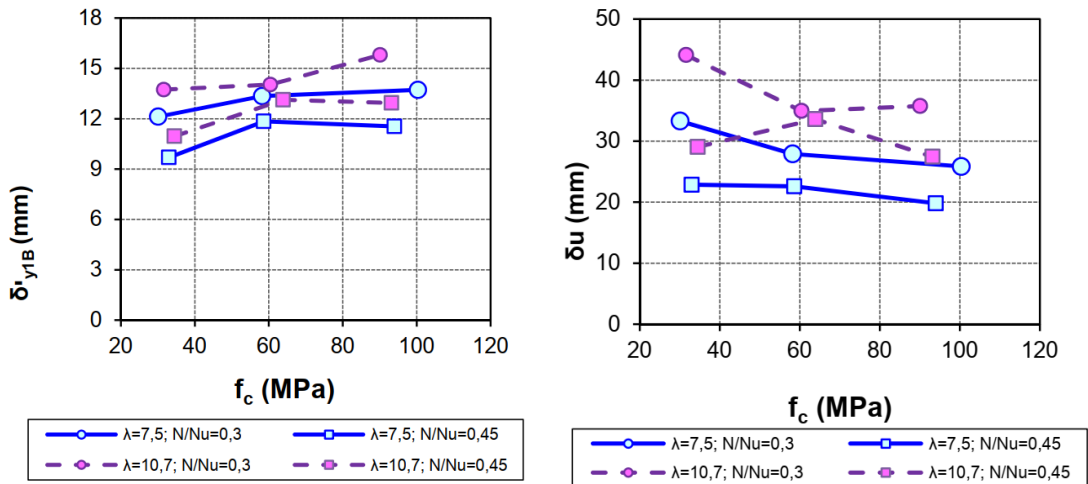
(b) Deslocamentos últimos

Figura 2.10– Influência do carregamento axial na capacidade de deformação de pilares de concreto armado (Fonte: Barrera, 2010)

O autor concluiu que o efeito do nível de carga axial no comportamento dúctil de pilares esbeltos necessita de mais estudos, uma vez que existe uma ampla faixa de esbeltez com pouca verificação experimental.

Barrera (2012) também avaliou experimentalmente a esbeltez geométrica (l/h), e sua relação com os deslocamentos. Os resultados são apresentados na Figuras 2.11. Os resultados da Figura 2.11a, mostram que os deslocamentos elásticos são ligeiramente maiores para valores de esbeltez igual a 10,5, quando comparado a um de menor esbeltez, de 7,5. Além disso, para estes valores, os deslocamentos elásticos apresentaram redução com o aumento dos níveis de carregamento axial. No que diz respeito à resistência do concreto (f_c), os valores de δ_y , apresentaram discreto crescimento à medida que a resistência aumentava, sendo mais notável entre os pilares de 30 MPa com 60 MPa, do que os 60 MPa e 90 MPa.

Os deslocamentos últimos também foram analisados e os resultados apresentados na Figura 2.11b. Os pilares esbeltos se mostraram mais deformáveis, favorecidos pelo menor valor da taxa de carregamento axial, que nesta combinação, potencializaram os deslocamentos últimos. Por outro lado, os pilares de maior resistência à compressão, nestas condições, apresentaram ligeira queda nos deslocamentos últimos.



(a) Deslocamentos elásticos

(b) Deslocamentos últimos

Figura 2.11– Influência da esbeltez na capacidade de deformação de pilares de concreto armado (Fonte: Barrera, 2010)

Os resultados para a taxa de armadura longitudinal do estudo de Barrera (2012), são mostrados na Figura 2.12. Os deslocamentos elásticos cresceram com o aumento da taxa de armadura longitudinal, principalmente nos pilares com níveis baixos de carga axial (15%). Quando analisados com a resistência a compressão, não foi observado variação importante, segundo o autor. Para níveis de carga axial da ordem de 30%, os deslocamentos elásticos não variaram em relação à taxa de armadura longitudinal para nenhuma das resistências do concreto. A variação maior ocorreu entre os pilares com níveis de compressão entre 15% e 30%, que foi potencializado pela aumento da taxa de armadura longitudinal.

Para os deslocamentos últimos, o comportamento e a influência da taxa de armadura longitudinal foram considerados semelhantes ao estado elástico, embora com maior dispersão dos resultados, o que, segundo o autor, pode ser atribuído a influência de outras variáveis como pequenos movimentos da armadura que afetam a espessura da camada de cobrimento ou a dispersão dos valores de resistência do concreto.

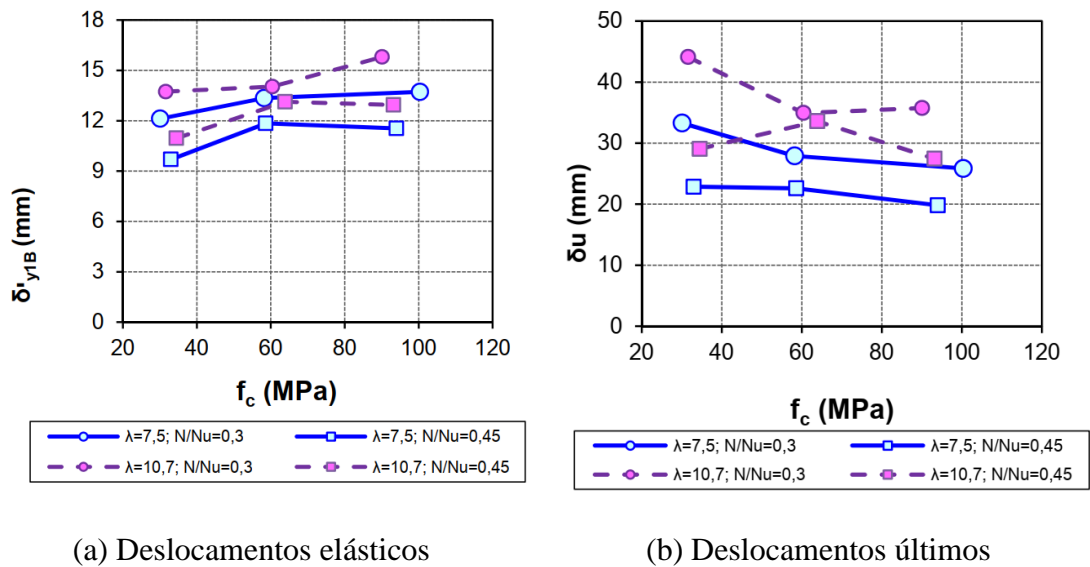
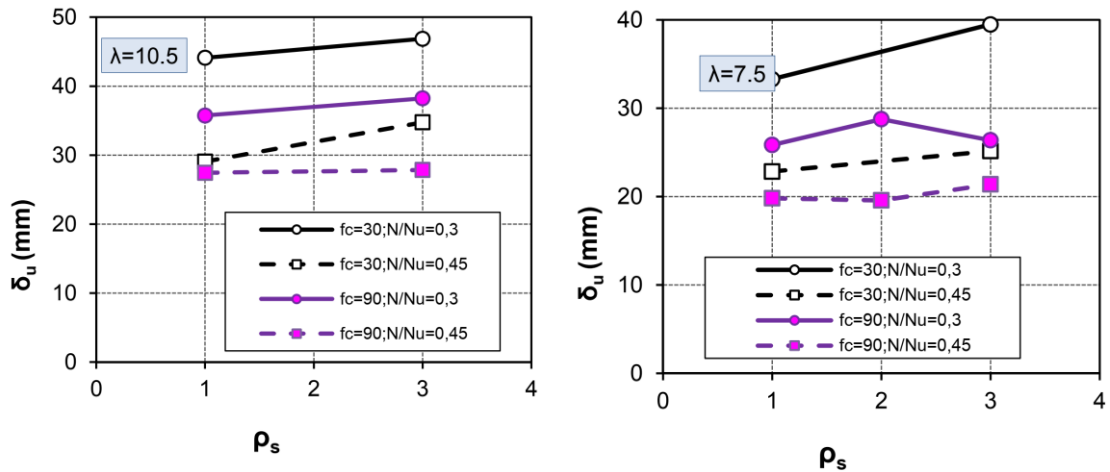


Figura 2.12– Influência da taxa de armadura longitudinal na capacidade de deformação de pilares de concreto armado (Fonte: Barrera, 2010)

Na avaliação da taxa de armadura transversal, observa-se as Figuras 2.13a e 2.13b. O aumento na taxa de armadura transversal não provocou alterações importantes nos deslocamentos elásticos. A influência do nível de carga axial é confirmada, pois, para os dois valores de esbeltez, a variável δ_y diminui à medida que o nível de carga axial aumenta de 30% para 45%. Observa-se, também, que para o nível de carga axial de 30%, os deslocamentos elásticos foram menores para concreto convencional ($f_c=30$ MPa), em relação ao de alta resistência (90 MPa).

Em relação aos deslocamentos últimos, se observa crescimento relevante com a variação da taxa de armadura transversal (Figura 2.13.b). Segundo o autor, o aumento nos deslocamento é expresso, uma vez que o aumento na taxa de armadura transversal de 2% ou 3% não foram eficientes em conter o núcleo de concreto confinado e evitar a ruptura e conter os deslocamentos, elevando os níveis de deformabilidade.



(a) Deslocamentos elásticos

(b) Deslocamentos últimos

Figura 2.13– Influência da taxa de armadura transversal na capacidade de deformação de pilares de concreto armado (Fonte: Barrera, 2010)

Dos cinco parâmetros avaliados, destacam-se a esbeltez, compressão axial e taxa de armadura longitudinal. A resistência à compressão e a taxa de armadura longitudinal, apesar de apresentarem respostas relevantes quando combinadas a outras variáveis, não mostraram variação importante isoladas.

2.1.5 Variáveis de Influência do Comprimento da Rótula Plástica

Nesta seção, se apresenta os resultados do trabalho de Barrera (2010) sobre a formação das rótulas plásticas. As variáveis analisadas foram: taxa de carregamento axial (N/N_u), esbeltez geométrica (l_s/h), e a taxa de armadura longitudinal (ρ_l). Resistência à compressão e taxa de armadura transversal não foram analisadas.

A influência de l_s/h em l_p , incluem os valores de (7,5 e 10,5), dois níveis de carga axial (30 % e 45%), e resistências do concreto de 30, 60 e 90 MPa. A taxa de armadura longitudinal foi mantida constante ($\rho_l=1,43\%$). Os resultados apresentados fazem ainda um comparativo com outros métodos analíticos. Uma comparação das expressões de Bae (2005), Ceroni et al. (2003), Panagiotakos e Fardis (2001) e Priestley e Park (1987), para a estimativa do comprimento da rótula, é apresentada na Figura 2.14. As estimativas são comparadas com o nível de compressão axial (N/N_u).

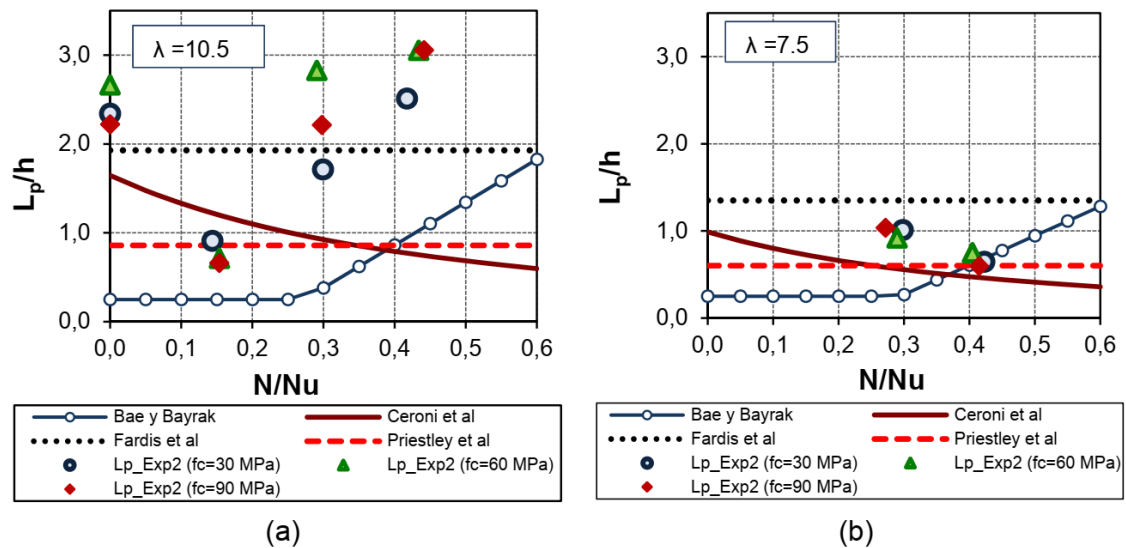


Figura 2.14– Variação de l_p x N/N_u , (Fonte: Barrera, 2010)

Observa-se que existem grandes variações entre as expressões para l_p quando da variação de N/N_u . Embora a influência dos níveis de compressão axial em l_p tenha sido estudado por diferentes pesquisadores, os resultados apresentados são considerados contraditórios. Nas análises de Park et al. e Mendis, os autores concluíram que l_p foi indiferente a variação dos níveis de compressão, diferentemente de Atalay e Penzien, que chegaram à conclusão de que o comprimento ao longo do qual as seções plastificadas se estendem, aumentou com o aumento da variável, as mesmas conclusões de Tanaka e Park que observara variação de 0,46h para 0,75h com o aumento de N/N_u de $0,1f_cA_g$ para $0,30f_cA_g$.

Nas análises de Barrera (2012), se considerarmos apenas os resultados de l_p para os ensaios experimentais com níveis de carga axial diferentes de zero, para pilares com esbeltez geométrica de 10,5 (Figura 2.14a), os valores experimentais de l_p aumentam consideravelmente com o aumento de nível de carga axial, diferente dos pilares com esbeltez geométrica de 7,5 (Figura 2.14b), os quais os resultados experimentais de l_p sofreram ligeiro decréscimo com o aumento do nível de carga axial.

Portanto, as conclusões extraídas pelo autor é que o aumento de l_p se deve mais aos efeitos conjuntos do nível de carga axial e da esbeltez geométrica. Das expressões avaliadas para previsão de l_p , apenas a expressão de Bae (2005) considera a taxa de armadura longitudinal como uma variável. Os resultados são mostrados na Figura 2.15.

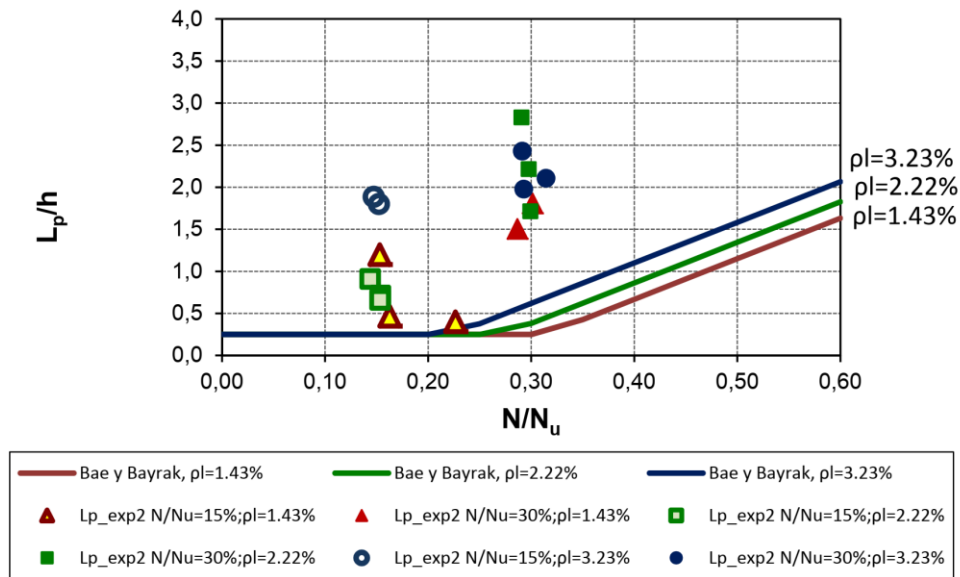


Figura 2.15– Variação de l_p x ρ_l , (Fonte: Barrera, 2010)

Os resultados apresentados pelo autor mostraram que para pilares mais esbeltos ($\lambda=10,5$), taxa de armadura transversal $\rho_s=1\%$, com o aumento de ρ_l , l_p aumenta. Este efeito foi observado nos pilares com níveis de carga axial baixos e moderados (15% e 30%), e não apresentaram variação importante com a variação da resistência à compressão do concreto. Observou-se também que para baixos valores de $l_p \leq 1,0h$, níveis baixos de compressão no pilar e para taxas de armadura transversal variando entre 1,4% e 2,2%, o comprimento da rótula medido foi $l_p = 1,8h$, para uma taxa de armadura geométrica de 3,2%.

Apesar de chegar a esta conclusão, o autor não afirma, com clareza, que a taxa de armadura longitudinal, de fato, aumente o comprimento da rótula. O autor reafirma a importância da taxa de carregamento axial e da esbeltez geométrica como variáveis predominantes, que atuam elevando o comprimento da rótula. Sobre a resistência à compressão, o autor conclui que não há variação significativa assim como a taxa de armadura transversal na medida do comprimento das rótulas.

2.2 REVISÃO DE MÉTODOS TEÓRICOS

2.2.1 Priestley e Park (1975)

Os autores propuseram a Equação 2.15, anteriormente mencionada, para determinação dos deslocamentos de pilares de concreto armado com base no perfil de curvatura apresentado na Figura 2.16.

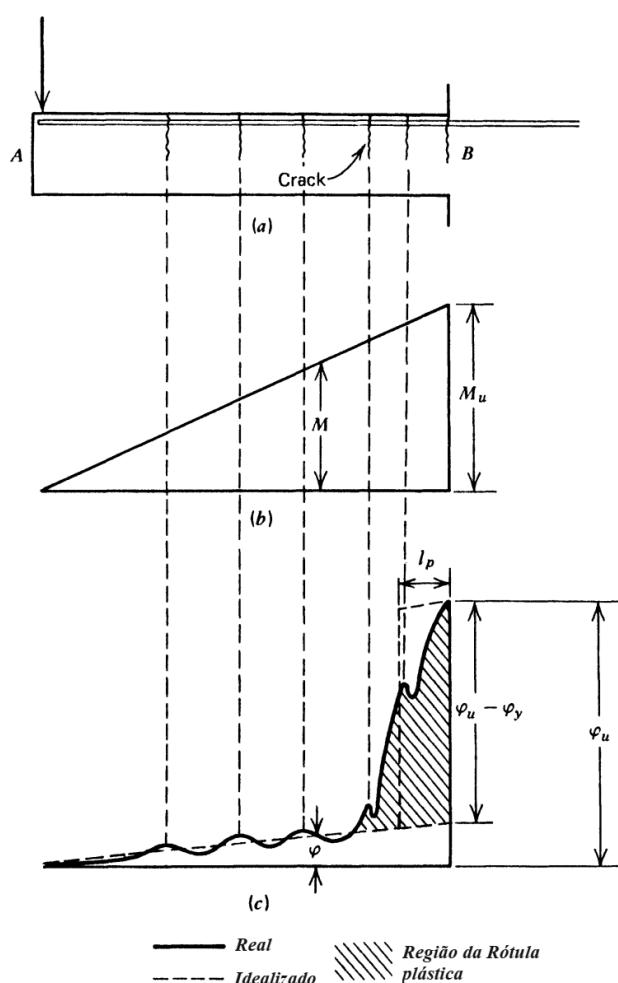


Figura 2.16 –Curvatura ao longo de um elemento fletido; (a) elemento fletido; (b) diagrama de momento fletor; e (c) diagrama de curvatura (Fonte: Priestley e Park, 1975)

O método se baseia em determinar os deslocamentos elásticos até o ponto de plastificação, considerado pelos autores a uma deformação $\varepsilon_c=1,5\%$ na fibra mais comprimida do concreto, ou $\varepsilon_y=\varepsilon_s$ na armadura longitudinal, o que acontecer primeiro, e os deslocamentos plásticos, considerado do ponto de plastificação até a ruína. As

curvaturas elásticas e últimas podem ser definidas de acordo com as Equações 2.34 e 2.35, válidas para concretos com resistência à compressão de até 50MPa.

$$\varphi_y = \frac{\varepsilon_y}{(d - c_y)} \quad (2.34)$$

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{c_u} \quad (2.35)$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 1.4\varepsilon_{su} \frac{\rho_s f_{yh}}{f_{cc}'} \quad (2.36)$$

onde

- ε_y deformação de escoamento da armadura longitudinal;
- c_y profundidade da linha neutra para $\varepsilon_s = \varepsilon_y$
- d altura útil da seção transversal;
- ε_{su} deformação do aço no ponto de tensão máxima;
- ρ_s taxa de armadura transversal
- f_{yh} tensão de escoamento da armadura transversal
- f_{cc}' resistência do concreto confinado $f_{cc}' = 1.7f_{cc}$;
- ε_{cu} deformação última;

A Equação 2.34 deve ser utilizada quando ocorrer o escoamento da armadura longitudinal, e a Equação 2.35 quando o elemento estiver sujeito a elevados níveis de carregamento axial e gerar deformações que superem o escoamento da armadura longitudinal, ou seja, quando o concreto alcançar o estágio inicial do comportamento não linear na fibra mais comprimida, considerado pelo autor como $0,9\varepsilon_c$. As deformações últimas (ε_{cu}), devem ser calculadas de acordo com a Equação 2.36. O cálculo dos deslocamentos plásticos, está condicionado ao cálculo do comprimento da rótula plástica. O autor propôs a Equação 2.37, para pilares submetidos carregamento monotônico, inserindo apenas as variáveis de flexão e deslizamento da armadura nas estimativas.

$$l_p = 0.08l_s + 0.022f_y\phi \quad (2.37)$$

- ϕ diâmetro da armadura longitudinal;
 f_y tensão de escoamento da armadura longitudinal;

2.2.2 Panagiotakos e Fardis (2001)

Os autores apresentam um método analítico para avaliação da capacidade de deformação de elementos de concreto armado, a partir de um banco de dados experimentais com 875 elementos de vigas e pilares com seção retangular, circular e vazadas, paredes retangulares, com ou sem carregamento axial, sujeitos a carregamentos monotônicos e/ou cíclicos. Os autores desenvolveram expressões para a determinação das rotações e do comprimento da rótula plástica. As Equações 2.38 e 2.39, mostram as equações para o cálculo das rotações.

$$\theta_y = \varphi_y \cdot \frac{l_s}{3} + 0.0025 + \alpha_{sl} \frac{0.25 \cdot \varepsilon_y \cdot d_b \cdot f_y}{(d - d') \sqrt{f_c}} \quad (2.38)$$

$$\theta_{u.mon}(\%) = \alpha_{sl} \left[1 + \frac{\alpha_{sl}}{8} \right] (0.15)^v \left[\frac{\max(0.01, \omega') l_s}{\max(0.01, \omega) h} f_c \right]^{0.425} \quad (2.39)$$

onde:

- θ_y rotação elástica;
 φ_y curvatura elástica;
 l_s distância entre as seções de momento máximo e nula;
 α_{sl} deslizamento da armadura longitudinal na zona de ancoragem (1 se houver, 0, caso não);
 ε_y deformação de escoamento da armadura longitudinal;
 d_b diâmetro da armadura longitudinal;
 f_y tensão de escoamento da armadura longitudinal;
 f_c resistência à compressão do concreto;
 A_g Área bruta da seção do pilar;
 v axial reduzido;

- ω taxa mecânica de armadura de tração;
- ω' taxa mecânica de armadura de compressão;

O primeiro termo da Equação 2.38, inclui as variáveis de flexão. O segundo termo representa a distorção do elemento devido a fissuração causada pelo esforço cortante em flexo-cisalhamento. O terceiro termo inclui os efeitos do deslizamento da armadura na zona de ancoragem, representado pela variável α_{sl} , sendo zero caso não haja deslizamento. A proposta considera a taxa de carregamento axial ($v=N/A_g f_c$), taxa mecânica de armadura na tração $\omega = \rho_l \cdot f_y / f_c$ e na compressão, $\omega' = \rho_l' \cdot f_y / f_c$, esbeltez ao cisalhamento (l_v/h), resistência à compressão e taxas de armadura longitudinal de tração (ρ_l) e compressão (ρ_l'), e a consideração do fator de aderência (α_{sl}).

Os autores destacam que as expressões foram calibradas assumindo que a situação de falha ocorre com queda de 15% no ramo pós-pico na resposta carga-deslocamento. Para o cálculo do comprimento equivalente da rótula plástica, os autores propuseram a Equação 2.40.

$$l_p = 0.12l_s + 0.014f_y\phi \quad (2.40)$$

onde

- l_p comprimento da rótula plástica;
- f_y tensão de escoamento da armadura longitudinal;
- l_s distância entre as seções de momento máximo e nula;
- ϕ diâmetro da armadura longitudinal;

2.2.3 Mander (1984)

Mander (1984) conduziu uma investigação experimental para avaliar a ductilidade de pilares vazados de concreto armado sujeitos a carregamentos cíclicos. Quatro pilares, com diferentes taxas de armadura de confinamento, na região da rótula plástica, foram submetidos a carregamento axial constante e, posteriormente, carregadas lateralmente até a ruína. A Figura 2.17 mostra detalhes dos pilares ensaiados.

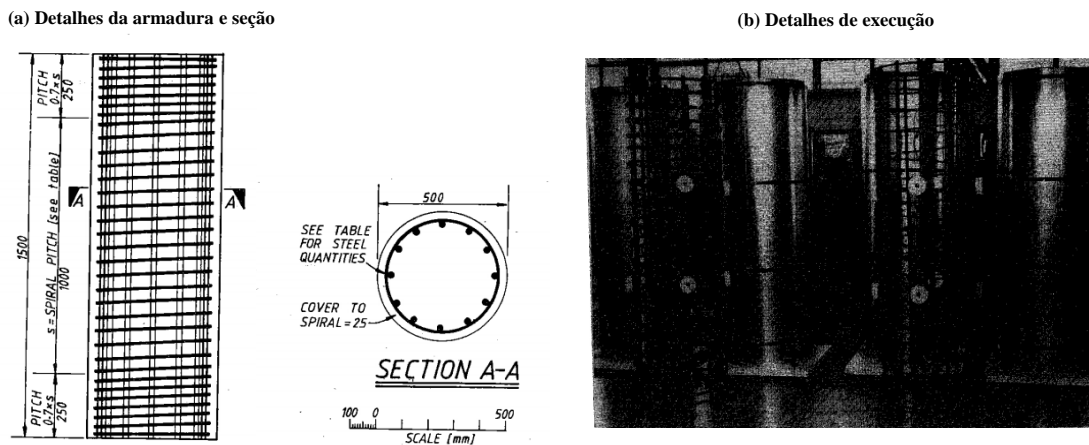


Figura 2.17 – Detalhes de armaduras, seção e execução dos pilares de Mander (Fonte: Mander, 1984)

Com base nos resultados, o autor desenvolveu sua proposta fundamentado na resposta momento-curvatura da seção crítica dos pilares, apresentada nas Equações de 2.41 a 2.43.

$$\Delta = \Delta_e + \Delta_p \quad (2.41)$$

$$\Delta_e = \int_0^L \varphi_e L d_L; \Delta_e = \frac{ML^2}{3EI_{Efe}} \quad (2.42)$$

$$\Delta_p = \theta_p(L - 0.25L_p) \quad (2.43)$$

onde:

- Δ deslocamento total;
- Δ_e deslocamento lateral elástico;
- Δ_p deslocamento lateral plástico;

φ_e	curvatura elástica;
l	vão do pilar;
M	momento fletor máximo;
EI	rigidez efetiva;
θ_p	rotação plástica;

Para melhor avaliação da deformação dos pilares, o autor argumenta ser conveniente calcular separadamente cada trecho do comportamento, limitados pelos pontos de escoamento do material (Aço). Para o cálculo dos deslocamentos elásticos, a rigidez efetiva deve ser calculada em termos da rigidez à flexão do elemento. Quando as deformações excederem o limite de escoamento, aplica-se a equação 2.43 para calcular as deformações plásticas. O comprimento equivalente da rótula plástica deve ser calculado de acordo com a Equação 2.44.

$$l_p = 32\sqrt{d_b} + 0.06l \quad (2.44)$$

onde:

l_p	comprimento da rótula plástica;
d_b	diâmetro da armadura longitudinal;
l	vão do pilar;

2.2.4 Zanh (1986)

Zanh (1986) estudou experimentalmente o desempenho de uma série de pilares de concreto armado. Foram testados quatro pilares quadrados com o carregamento lateral aplicado na direção perpendicular ao eixo longitudinal, seis pilares vazados circulares com diferentes espessuras de parede e quatro pilares circulares com variação de armadura transversal, como mostra a Figura 2.18.

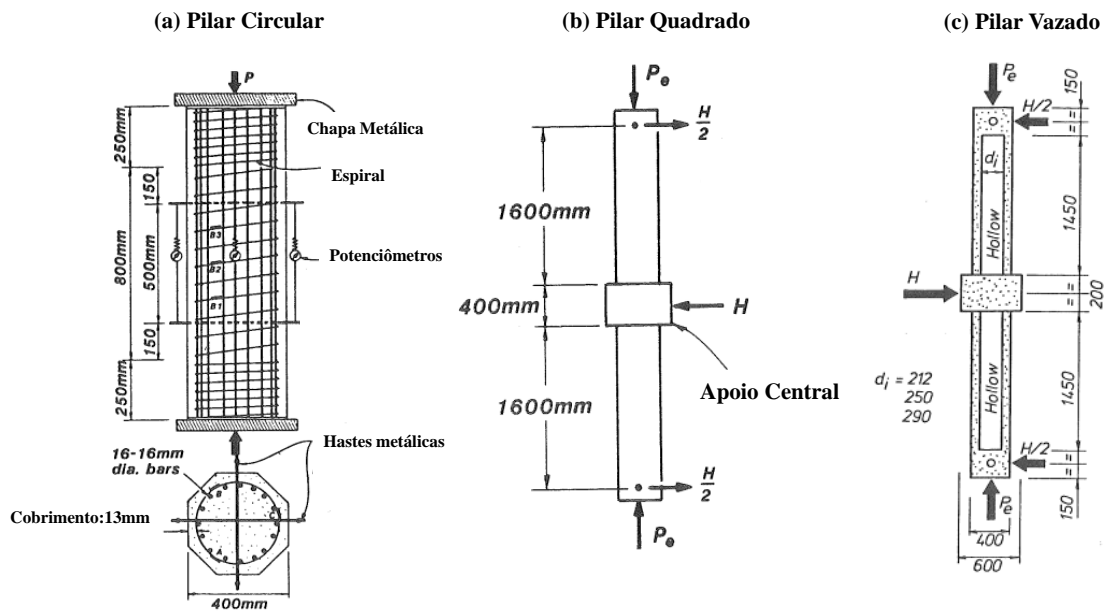


Figura 2.18 –Detalhes dos pilares ensaiados por Zanh (Fonte: Zanh, 1984)

As variáveis analisadas foram o confinamento da armadura transversal e o espaçamento da armadura transversal. As formulações de Zanh para cálculo dos deslocamentos são apresentadas nas Equações 2.45 e 2.46. O trecho linear-elástico na Equação 2.45, considera a rigidez a flexão efetiva do pilar. O segundo e terceiro termos da equação são as componentes de cisalhamento e rotação no apoio para os deslocamentos. Como os deslocamentos causados pelas deformações de cisalhamento e no apoio são pequenas, o autor recomenda desconsiderar por simplificação. As Equações 2.47 e 2.48 apresentam a proposta do autor para o cálculo do comprimento da rótula.

$$\Delta_y = \frac{l^2}{3} \varphi_y + \Delta_s + l\theta_{fle} \quad (2.45)$$

$$\Delta_p = \theta_p L_p \left(1,6 - \frac{L_p}{2}\right) \quad (2.46)$$

$$l_p = (0.008l_s + 6d_b) + \left((0.5 + 1.67 \frac{P}{f_c A_g}) \right) < 0.3 \quad (2.47)$$

$$l_p = (0.008l_s + 6d_b) > 0.3 \quad (2.48)$$

onde:

- Δ_y deslocamento lateral elástico;
- φ_y curvatura elástica;
- Δ_s deslocamento devido ao deslizamento da armadura longitudinal;
- Δ_p deslocamento lateral plástico;
- θ_{fle} rotação elástica devido a flexão do pilar;
- θ_p rotação plástica;
- d_b diâmetro da armadura longitudinal;
- P carregamento axial aplicado;
- f_c resistência à compressão do concreto;
- A_g Área bruta da seção do pilar;

A curvatura plástica é assumida com distribuição uniforme ao longo de comprimento equivalente da rótula. As equações propostas foram elaboradas para taxa de compressão axial $P < 0,3P_0$ e $P > 0,3P_0$. Para manter a tendencia conservadora dos resultados, o autor recomenda que deva haver redução linearmente para valores de compressão axial $P < 0,3f_c A_c$, gerando duas equações para o cálculo de l_p .

2.2.5 Bae (2005)

Bae (2005) avaliou experimental o comportamento de 05 pilares de concreto armado para investigar os efeitos da taxa de compressão axial, esbeltez geométrica e taxa de armadura longitudinal na capacidade de deformação dos pilares de pilares sujeitos a carregamento lateral cíclico. A Tabela 2.1 apresenta as principais características dos pilares, e a Figura 2.19 mostra detalhes do sistema de ensaio de Bae (2005).

Tabela 2.1 – Detalhes dos pilares ensaiados por Bae (2005)

Pilar	b x h (mm x mm)	f'_c (MPa)	Arm. Long.			Arm. Tran.			P/Po**	
			ID	ρ_l (%)	f_{yl} (MPa)	ID	s (mm)	ρ_s^* (%)		f_{yt} (MPa)
S24-1UT	610x610	30	No.9	2.08	579	No.4-1	152	1.28	441	0.5
S24-2UT	610x610	43	No.7-1	1.25	503	No.4-2	95	2.04	427	0.5
S24-3UT	438 x 438	43	No.5	1.25	496	No.3-1	85	1.76	496	0.5
S24-4UT	610x610	36	No.7-2	1.25	400	No.3-2	152	0.72	455	0.2
S24-5UT	610x610	41	No.7-2	1.25	400	No.4-3	152	1.3	434	0.2

* ρ_s = taxa volumétrica de armadura transversal
 ** $P_o = 0.85f'_c A_c + f_{yt} A_s$

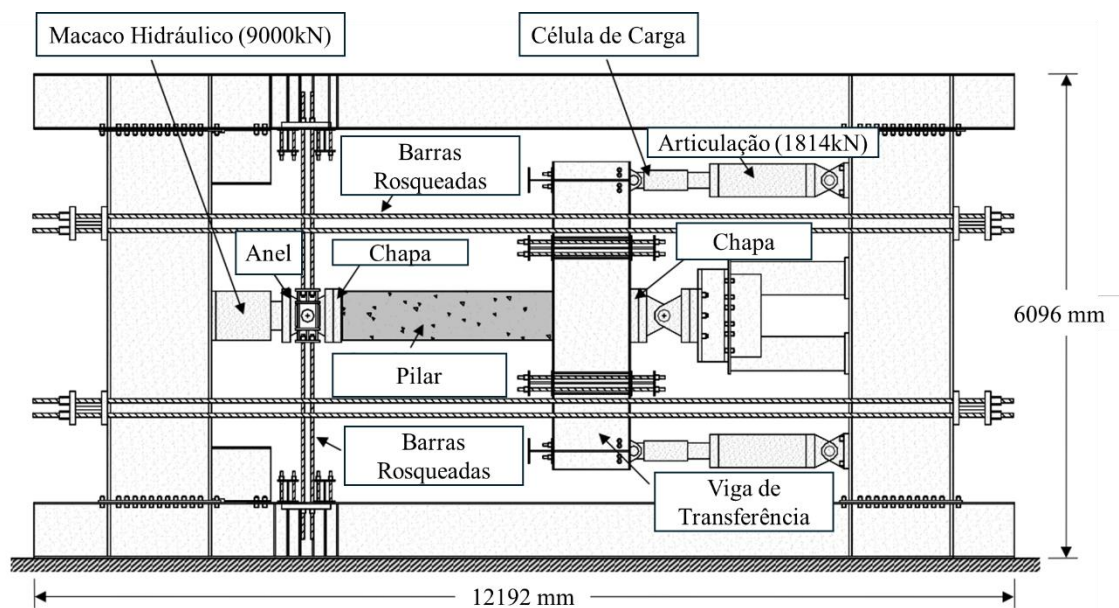


Figura 2.19 – Detalhes dos pilares ensaiados por Bae (Fonte: Bae, 2005)

O autor observou que esses parâmetros tinham forte relação com a formação das rótulas nas regiões de momento máximo, depois de avaliar cada variável individualmente. Posteriormente, o autor propôs a Equação 2.49 para o cálculo do comprimento da rótula plástica e comparou às estimativas de outros autores. Os resultados mostraram valores muito próximos aos medidos no experimento, com os demais métodos apresentando valores dispersos. Os resultados apresentados por Bae (2005) mostraram, ainda, que as variáveis utilizadas têm forte relação com a região da rótula plástica.

$$\frac{l_p}{h} = \left[0.3 \left(\frac{P}{P_o} \right) + 3 \left(\frac{A_s}{A_g} \right) - 0.1 \right] \left(\frac{l_s}{h} \right) + 0.25 \geq 0.25 \quad (2.49)$$

onde:

- P Carregamento axial atuante;
- P_o Capacidade resistente da seção bruta (Ver Tabela 2.1);
- A_s Área de aço da armadura longitudinal;
- A_c Área bruta da seção do pilar;
- l_s distância entre as seções de momento máximo a nulo;
- h altura da seção transversal do pilar;

2.2.6 Paulay e Priestley (1992)

Os autores realizaram ensaios em pilares submetidos a carregamentos cíclicos e monotônicos para determinar experimentalmente o comprimento equivalente da rótula plástica e propor um método analítico. O método tem como base o modelo de Priestley e Park (1975), desenvolvido em torno dos comportamentos elásticos e plásticos, e do modelo de curvatura apresentado pelos autores, com as respostas elásticas e plásticas calculadas de acordo com a Equação 2.15. O comprimento equivalente da rótula plástica, pode ser determinado pela Equação 1.12, apresentado na Tabela 1.1 (Capítulo 1).

Para o cálculo do comprimento equivalente da rótula plástica, os autores levam em consideração, no primeiro termo da Equação 1.12, o efeito do aumento da resistência do elemento conseguida com a variação da armadura longitudinal, desde o limite elástico até a carga última $\alpha=(f_u-f_y)/f_u$, com α podendo variar de 0,08 a 0,18, adotado 0,08. O segundo termo tem a ver com o deslizamento da armadura na zona de ancoragem, e depende do diâmetro da armadura e do limite elástico.

2.2.7 Baker (1956)

Baker (1956), analisou noventa e quatro resultados de elementos de vigas e pilares realizados em seis laboratórios sob supervisão do Comitê Europeu do Concreto na década de 1960. As principais variáveis de teste incluíram a resistência do concreto, limite de

escoamento da armadura longitudinal, taxa de armadura longitudinal de tração e compressão e carregamento axial. O esquema geral das vigas e carregamento aplicados, são mostrados na Figura 2.20.

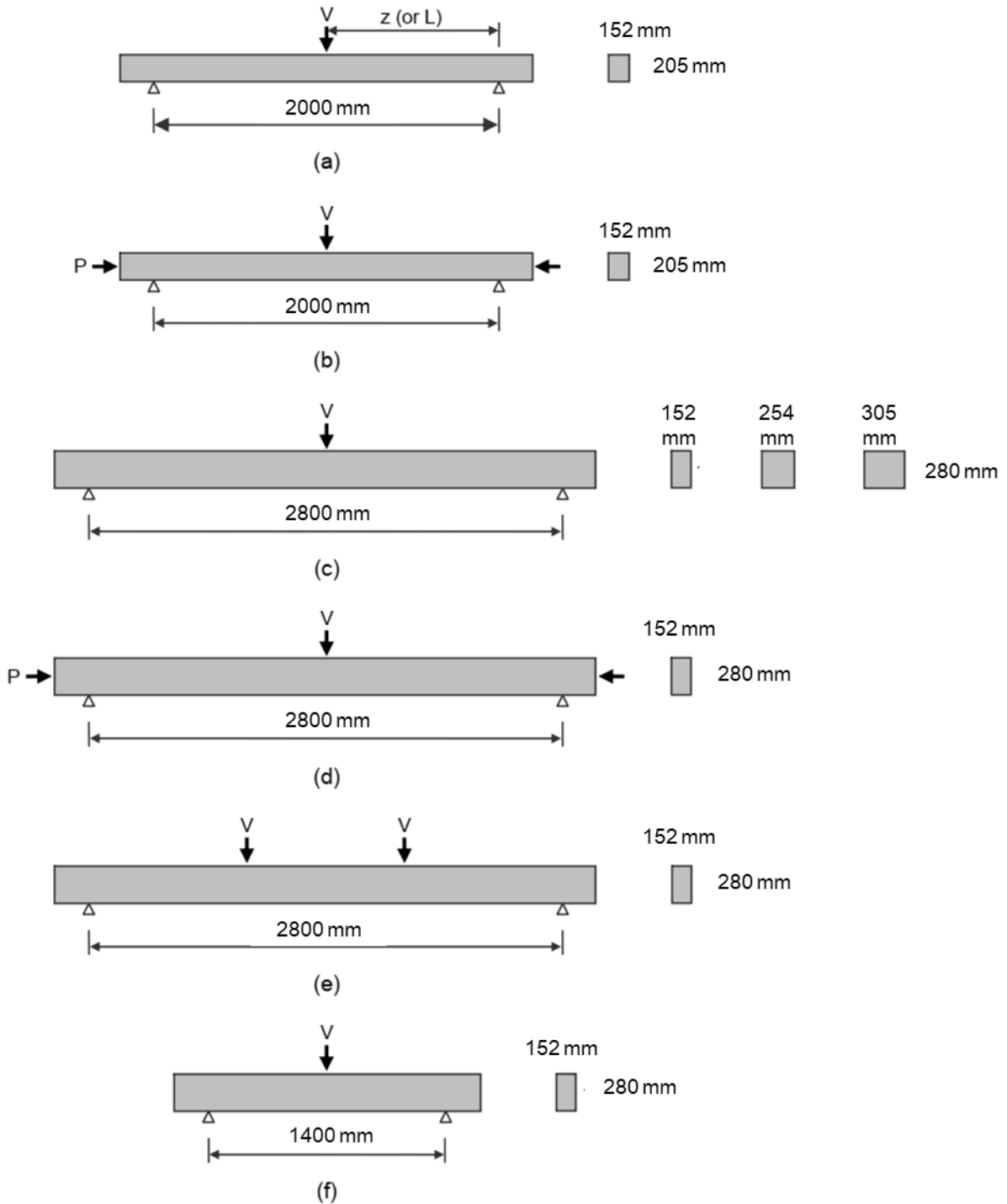


Figura 2.20 –Elementos ensaiados por Baker (Fonte: Baker, 2005)

A resistência do concreto variou de 20MPa a 40MPa e a tensão de escoamento da armadura longitudinal variou de 275MPa a 590MPa. A taxa de armadura longitudinal de tração variou de 0,25% a 4%. O carregamento axial variou de $0,15f_c'A_g$ a $1,0f_c'A_g$. Com base nos resultados dos ensaios, Baker (1956) propôs a Equação 2.50 para determinar o comprimento da rótula plástica.

$$l_p = k_1 k_2 k_3 \left(\frac{z}{d}\right)^{0.25} d \quad (2.50)$$

onde:

- k_1 0,7 para aço médio ou 0,9 para aço laminado a frio;
- k_2 $1+0,5(P/P_o)$;
- k_3 $0,9-(0,5/23,5).(f_c' - 11,7)$, com f_c' em MPa;
- z distância da seção crítica ao apoio (ver Figura 2.20a);
- d profundidade da linha neutra;

O autor observou que o comprimento da rótula variou de $0,4d$ a $2,4d$ para diferentes valores de z/d . A relação z/d foi usada para representar o efeito do gradiente de momento, que é um parâmetro semelhante à relação (l/h) .

2.2.8 Mattock (1964)

Mattock (1964) realizou trinta e sete ensaios experimentais em vigas de concreto armado para investigar os efeitos das variáveis: resistência do concreto ($f_c' = 20$ a 40 MPa), altura útil ($d = 250$ e 500 mm), relação braço de alavanca/altura útil ($z/d = 2,75$ a 11), taxa de armadura longitudinal ($\rho_l = 1\%$ a 3%) e tensão de escoamento da armadura longitudinal de tração ($f_y = 325$ a 415 MPa) na formação das rótulas plásticas. O autor concluiu que a distribuição das seções plastificadas ao longo do comprimento das vigas aumentou com a relação z/d , e reduziu com o aumento da taxa de armadura longitudinal, e propôs a Equação 2.51 para calcular o comprimento da rótula plástica.

$$l_p = \frac{d}{2} \left\{ 1 + \left(1.14 \sqrt{\frac{z}{d}} - 1 \right) \left[1 - \left(\frac{q - q'}{q_b} \right) \sqrt{\frac{d}{16.2}} \right] \right\} \quad (2.51)$$

onde:

- d profundidade da linha neutra (em polegadas);
- z distância da seção crítica ao apoio;
- q taxa de armadura de tração (A_s/bd) x (f_y / f_c')
- q' taxa de armadura de compressão (A_s'/bd) x (f_y / f_c')
- q_b taxa balanceada de armadura de tração (A_b/bd) x (f_y / f_c')

2.2.9 Corley (1966)

Para expandir o trabalho de Mattock (1964), Corley (1966) ensaiou quarenta vigas de concreto armado, simplesmente apoiadas, submetidas a um carregamento aplicado no meio do vão. Os efeitos de confinamento e o *size effect* foram as principais variáveis investigadas. Além disso, foram estudados os efeitos do gradiente de momento (z/d) e da taxa de armadura longitudinal de tração. A largura das vigas ensaiadas foi 76 mm, 230 mm e 300mm; a profundidade da linha neutra variou entre 127 mm, 254 mm, 610 mm e 750 mm; o vão variou entre: 915 mm, 1800 mm, 3650 mm, 4100 mm, 6000 mm e 8400 mm; a taxa de armadura longitudinal variou entre 1% e 3%. Com base nos resultados, Corley (1966) concluiu que a parcela $(q - q') / q_b$ poderia ser ignorado na Equação 2.51 e sugeriu a Equação 2.52, mais simplificada, de acordo com o autor, com z e d em polegadas.

$$l_p = \frac{d}{2} + 0.2 \frac{z}{\sqrt{d}} \quad (2.52)$$

2.2.10 Park, Priestley e Grill (1982)

Park et al. (1982) testaram quatro pilares de concreto armado, em escala real, de seção quadrada (550×550) mm, com relação $l/h=2$. O carregamento axial aplicado variou de $0,2f_c'A_g$ a $0,6 f_c'A_g$. Os autores propuseram a Equação 2.53. Os autores concluíram que o comprimento da rótula plástica medidos não foram afetados pela variação da carga axial, sugerindo um valor médio para o valor da rótula de $0,4h$.

$$l_p = 0.08L + 6d_b \quad (2.53)$$

onde:

- L distância do carregamento ao apoio;
- d_b diâmetro da armadura longitudinal;

Paulay e Priestley (1992) revisaram a Equação 2.53 para levar em conta os diferentes tipos de aço e sugeriram a Equação 2.54, em MPa. O valor médio do comprimento da rótula plástica, de acordo com Park et al. (1982), foi de $l_p=0,5h$.

$$l_p = 0.08L + 0.022d_b f_y \quad (2.54)$$

2.3 REVISÃO DE NORMAS DE PROJETO

2.3.1 NBR 6118 (ABNT, 2014)

A capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no ELU. Quanto menor for x/d , tanto maior será essa capacidade. Para verificações de estados-limites últimos, pode ser efetuada a análise plástica da estrutura, com a simulação de rótulas plásticas localizadas nas seções críticas.

O item 14.6.4.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece um modelo para obtenção do limite para a rotação nas rótulas plásticas localizadas nas seções críticas, a fim de se efetuar a análise plástica da estrutura e verificar os Estados-Limites Últimos. Esta norma acrescenta, ainda, que a verificação das rotações nas rótulas plásticas é obrigatória, as quais são correspondentes aos mecanismos adotados e que não podem superar a capacidade de rotação plástica das seções transversais correspondentes. Assim, são determinados limites para as rotações plásticas impostas nas estruturas de concreto armado, que podem ser visualizados na Figura 2.21.

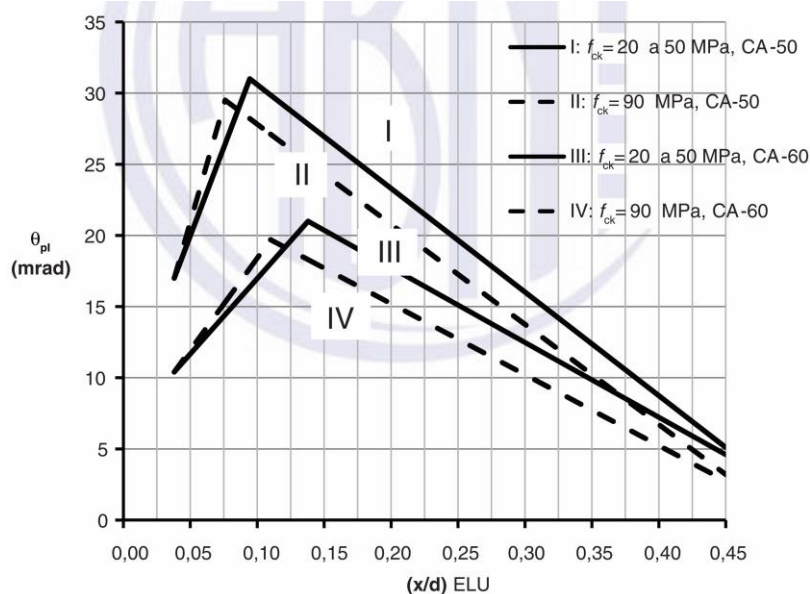


Figura 2.21– Capacidade de rotação plástica de rótulas plásticas

(Fonte: NBR 6118, 2014)

O limite da rotação plástica solicitante, na flexão simples, para o momento fletor solicitante M_{Sd} da seção crítica, dada na Figura 2.21, corresponde à razão $a/d = 3$, onde $a = M_{Sd}/V_{Sd}$, sendo V_{Sd} a força cortante nesta seção. Para outras relações a/d , deve-se multiplicar os valores extraídos da Figura 2.23 pelo fator apresentado na Equação 2.55

$$\sqrt{\frac{3a}{d}} \quad (2.55)$$

onde

d – altura útil.

Portanto, tem-se a relação apresenta na Equação 2.56.

$$\theta_{max,adm} = \theta_{pl} \sqrt{\frac{(a/d)}{3}} \quad (2.56)$$

onde:

$\theta_{max,adm}$ – Rotação plástica admissível;

θ_{pl} – Rotação plástica limite obtida na Figura 2.23;

A verificação da capacidade de rotação das rótulas plásticas deve ser feita para cada uma das combinações de carregamento consideradas. Atenção especial deve ser dada à verificação da fissuração nas rótulas para condições de serviço.

A obtenção da rotação plástica limite para classes de concreto entre C50 e C90 é válida a partir da interpolação linear dos valores obtidos no gráfico. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), é dispensada a verificação explícita da capacidade de rotação plástica durante a análise, desde que a posição da linha neutra seja limitada pelos valores apresentados nas Equações 2.57 e 2.58.

$$\text{Concretos com } f_{ck} < 50\text{MPa} \quad \frac{x}{d} \leq 0,25 \quad (2.57)$$

$$\text{Concretos com } f_{ck} > 50\text{MPa} \quad \frac{x}{d} \leq 0,15 \quad (2.58)$$

2.3.2 CEB-FIP (1990)

O CEB (1990) sugere que a capacidade de rotação plástica de elementos de concreto armado pode ser obtida através da distribuição das deformações médias do aço ao longo de um lado da seção plastificada. O parâmetro utilizado para a determinação da capacidade de rotação plástica é a razão entre a profundidade da linha neutra e a altura útil, d ($\xi=x/d$), já que este parâmetro resume a influência de importantes variáveis como geometria da seção, taxa de armadura total e solicitações na seção. As curvas propostas pelo CEB (1990), mostradas na Figura 2.22, referem-se a seções com armaduras passivas, tipos A e B, e são válidas para a relação vão-altura de ($l/d=6$). De acordo com a norma, a rotação plástica aumenta com o vão. A Equação 2.59, é recomendada pelo CEB (1990) para o cálculo das rotações plásticas.

$$\theta_{pl}^* = \theta_{pl} \left(\frac{l^*}{6d} \right)^{0.5} \quad (2.59)$$

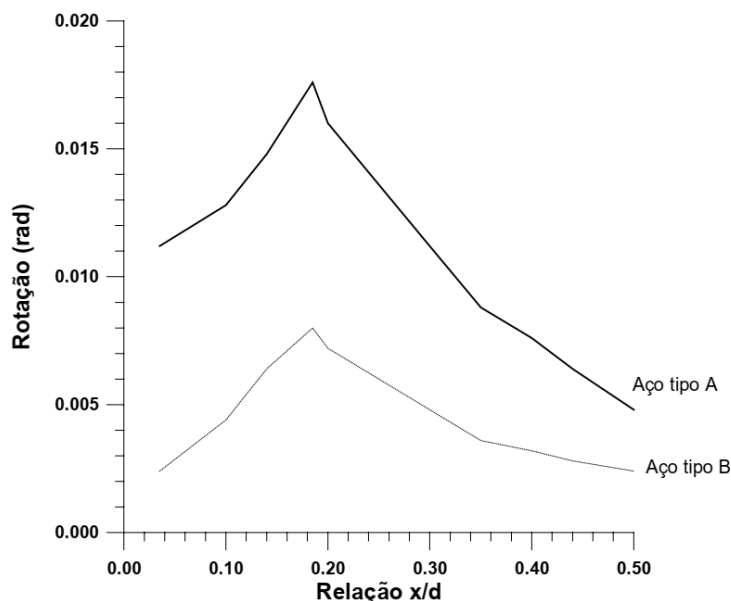


Figura 2.22– Capacidade de rotação plástica em função de $\xi=x/d$ na ruptura (aços tipos A e B) (Fonte: CEB-FIP, 1990)

Os aços das classes **A**, **B**, e **S** são definidos de acordo com o CEB-FIP (1990) tomando como base a relação f_t/f_y e a deformação última ϵ_{uk} . Segundo o CEB-FIP (1990), tem-se $(f_t/f_y)_k > 1,08$ com $\epsilon_{uk} = 5\%$, para classe A; $(f_t/f_y)_k > 1,05$ com $\epsilon_{uk} = 2,5\%$, para classe B; e $(f_t/f_y)_k > 1,08$ com $\epsilon_{uk} = 6\%$, para classe S.

2.3.3 EUROCODE 2 (2014)

A capacidade de rotação plástica θ_p , segundo Eurocode (2014), depende do tipo de aço, tipo do concreto e profundidade relativa da linha neutra. Para concretos até o limite de 50MPa ($\epsilon_{cu} = 0.0035$), a capacidade de rotação pode ser obtida de acordo com a Figura 2.23 ou pelas Equações de 2.60 a 2.65. Para concretos com limites entre 55MPa e 90MPa, para o cálculo de θ_p , deve-se utilizar ϵ_{c2} .

- Aço tipo C

$$\text{Para } 0.05 \leq x/d \leq 0.14 \quad \theta_p = 4.740 \cdot |\epsilon_{c2u}| \cdot e^{3.738\left(\frac{x}{d}\right)} \quad (2.60)$$

$$\text{Para } 0.14 \leq x/d \leq 0.50 \quad \theta_p = 13.020 \cdot |\epsilon_{c2u}| \cdot e^{-3.480\left(\frac{x}{d}\right)} \quad (2.61)$$

- Aço tipo B

$$\text{Para } 0.05 \leq x/d \leq 0.16 \quad \theta_p = 2.178 \cdot |\varepsilon_{c2u}| \cdot e^{4.644\left(\frac{x}{d}\right)} \quad (2.62)$$

$$\text{Para } 0.16 \leq x/d \leq 0.50 \quad \theta_p = 9.768 \cdot |\varepsilon_{c2u}| \cdot e^{-3.351\left(\frac{x}{d}\right)} \quad (2.63)$$

- Aço tipo A

$$\text{Para } 0.05 \leq x/d \leq 0.16 \quad \theta_p = 0.834 \cdot |\varepsilon_{c2u}| \cdot e^{6.301\left(\frac{x}{d}\right)} \quad (2.64)$$

$$\text{Para } 0.16 \leq x/d \leq 0.50 \quad \theta_p = 2.851 \cdot |\varepsilon_{c2u}| \cdot e^{-1.382\left(\frac{x}{d}\right)} \quad (2.65)$$

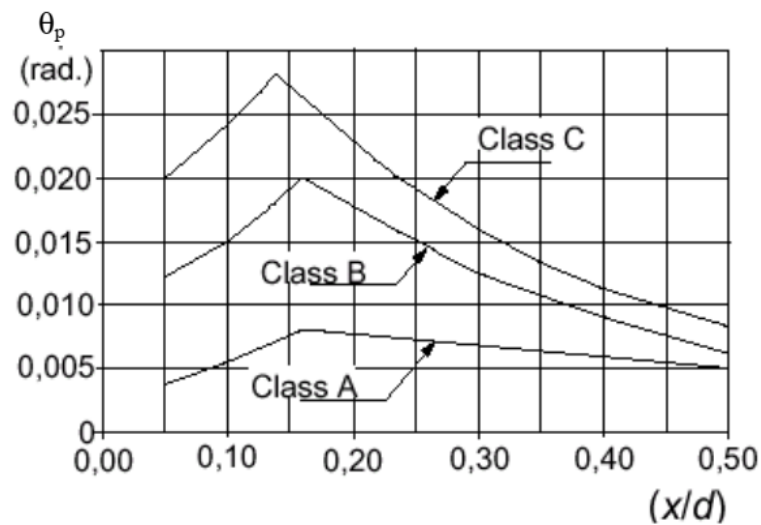


Figura 2.23– Capacidade de rotação plástica em função de x/d na ruptura - aços tipos A, B e C. (Fonte: Eurocode 2, 2014).

Os aços classes **A**, **B**, e **C** são definidos de acordo com o **Eurocode 2** (2014) tomando como base a relação f_t/f_y e a deformação última ε_{uk} . Segundo o **Eurocode 2** (1992), tem-se $(f_t/f_y)_k > 1,05$ com $\varepsilon_{uk} = 2,5\%$, para classe A; $(f_t/f_y)_k > 1,08$ com $\varepsilon_{uk} = 5\%$, para classe B; e $(f_t/f_y)_k > 1,15$ e $< 1,35$ com $\varepsilon_{uk} = 7,5\%$, para classe C.

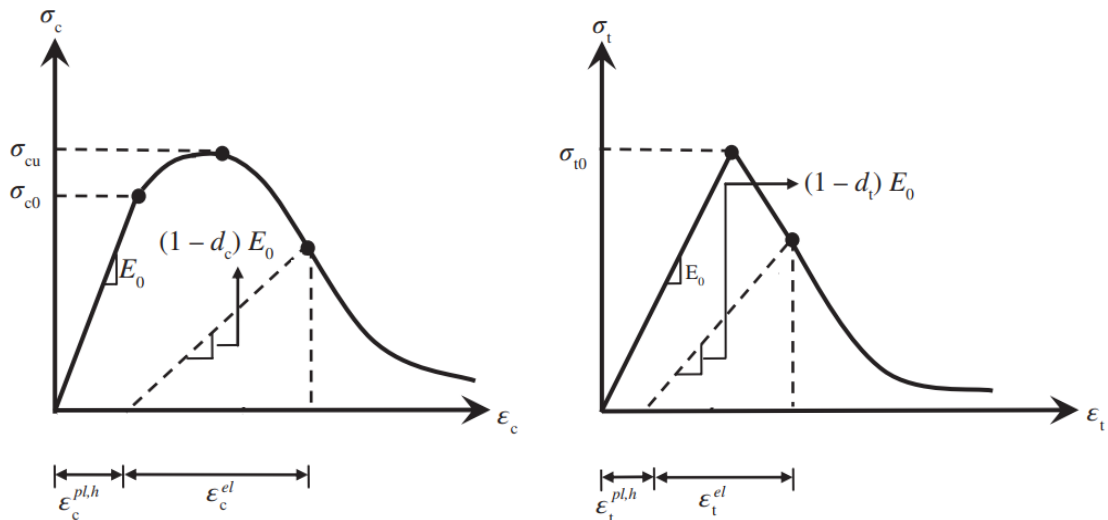
3. MODELAGEM COMPUTACIONAL

Neste capítulo, são apresentadas as diretrizes adotadas para elaboração dos modelos computacionais utilizados no Estudo Paramétrico de Variáveis e na elaboração do Banco de Dados Computacional (BDC). Os pilares foram modelados no programa de elementos finitos ABAQUS/CAE. O comportamento mecânico do concreto, os modelos de comportamento à compressão e tração para o concreto, as curvas de dano do concreto, o comportamento mecânico das armaduras e os parâmetros de entrada dos modelos, necessários para as simulações, são abordadas nesta unidade.

3.1 COMPORTAMENTO MECÂNICO DO CONCRETO

O comportamento mecânico do concreto é orientado pela relação tensão-deformação não-linear observados por dois comportamentos distintos: *hardening* e *softening*. Para simular estes comportamentos, o modelo constitutivo de plasticidade com dano para o concreto, denominado *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), disponível na biblioteca do ABAQUS/CAE, que permite representar o comportamento não-linear do concreto submetido aos estados de tensão triaxiais, biaxiais e uniaxiais, foi adotado. O modelo usa a teoria de fluxo de plasticidade e a mecânica do dano para analisar o comportamento estrutural do concreto (Pekau O, & Zhang Z).

O modelo é baseado nas formulações de Lubliner *et al.* (1989) e Lee e Fenves (1998), que consideram dois mecanismos de ruptura para o concreto: ruptura por tração e ruptura por esmagamento na compressão. A evolução da superfície de ruptura do concreto é governada pelas deformações plásticas $\tilde{\epsilon}_c^{pl}$ e $\tilde{\epsilon}_t^{pl}$, à compressão e a tração, respectivamente, associadas aos respectivos modos de ruína. A Figura 3.1 mostra o comportamento tensão-deformação do concreto para o ensaio uniaxial de tensões.



(a) Resposta do concreto à compressão uniaxial (b) Resposta do concreto à tração uniaxial

Figura 3.1 – Comportamento mecânico do concreto para ensaio uniaxial

(Fonte: Hafezolghorani *et al.* 2015)

O comportamento à compressão uniaxial do concreto é linear até o valor inicial de escoamento (σ_{c0}). Em regime plástico, a resposta típica é caracterizada pela tensão *hardening* seguida de deformação *softening*, após a tensão última (σ_{cu}). A resposta à tração do concreto apresenta uma relação tensão-deformação linear elástica até o valor da tensão de ruptura (σ_{t0}) ser alcançada, seguido do aparecimento das primeiras microfissuras no concreto.

Após a tensão de ruptura, macro fissuras surgem como resposta ao comportamento *softening* do diagrama tensão-deformação, aumentando os níveis de deformação do concreto. A relação constitutiva para o comportamento a compressão e a tração uniaxiais, são apresentados nas Equações 3.1 e 3.2.

$$\sigma_c = (1 - d_c)E_0(\varepsilon_c - \varepsilon_c^{\sim pl}); \tag{3.1}$$

$$\sigma_t = (1 - d_t)E_0(\varepsilon_t - \varepsilon_t^{\sim pl}); \tag{3.2}$$

As Equações 3.1 e 3.2, apresentam a proposta de Hafezolghorani *et al.* (2015). Porém, outros modelos estão disponíveis na literatura como o Model Code 90, que foi adotado nesta pesquisa e que será posteriormente apresentado.

Quando o concreto é descarregado de qualquer ponto do ramo descendente, a resposta ao descarregamento fica fragilizada e a rigidez do concreto sofre dano. O dano da rigidez elástica para o concreto, na tração e na compressão, é medido por duas variáveis denominadas d_t e d_c , que são função das deformações plásticas (ε^{pl}). As Equações 3.3 e 3.4, apresentam as formulações para as variáveis de dano, que também podem ser aplicadas a temperaturas ou variáveis de área.

$$d_c = d_c(\varepsilon_c^{pl}, \theta, f_i); \quad 0 \leq d_c \leq 1 \quad (3.3)$$

$$d_t = d_t(\varepsilon_t^{pl}, \theta, f_i); \quad 0 \leq d_t \leq 1 \quad (3.4)$$

Estas variáveis estimam a degradação do módulo de elasticidade do concreto (E_0), que repercute em perda de rigidez através de penalização imposta ao material por $(1-d)$. Esta consideração forma a base do modelo. Além disso, d_t e d_c , podem expressar as fissuras que surgem no concreto durante o carregamento.

Estas formulações, serviram de base para desenvolver as simulações desta pesquisa, a qual utilizou-se o modelo proposto por Birtel e Mark (2006), para o dano à compressão, e Mahmud, Yang e Hassan (2013), para o dano à tração, apresentados nas Equações 3.5 e 3.6, respectivamente. A Figura 3.2 mostra a curva de dano-deformação inelástica na compressão calculada, e a Figura 3.3 mostra a curva dano-deformação inelástica.

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c E_c^{-1}}{\varepsilon_c^{pl} \left(\frac{1}{b_c} - 1 \right) + \sigma_c E_c^{-1}} \quad (3.5)$$

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t}{f_{ctm}} \quad (3.6)$$

Onde:

σ_c é a tensão de compressão do concreto;

σ_t é a tensão de tração do concreto;

f_{ctm} é a resistência à tração do concreto, calculado por $f_{ctm} = 0,33 f_{cm}^{1/2}$ do Modelo Code (1990);

f_{cm} é a resistência à compressão do concreto, também segundo o Model Code (1990);

b_c é uma constante ($0 < b_c \leq 1$), definido como 0,7 por Birtel e Mark (2006);

$\varepsilon_c^{pl} = b_c \cdot \varepsilon_{cin}$ é a deformação plástica do concreto comprimido;

$\varepsilon_{cin} = \varepsilon_c - \sigma_c \cdot E_{ci}^{-1}$ é a deformação inelástica do concreto comprimido;

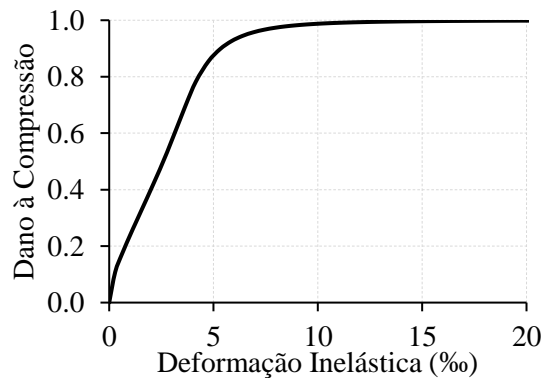


Figura 3.2 – Curva de dano-deformação inelástica para o concreto à compressão
(Fonte: Birtel e Mark, 2006)

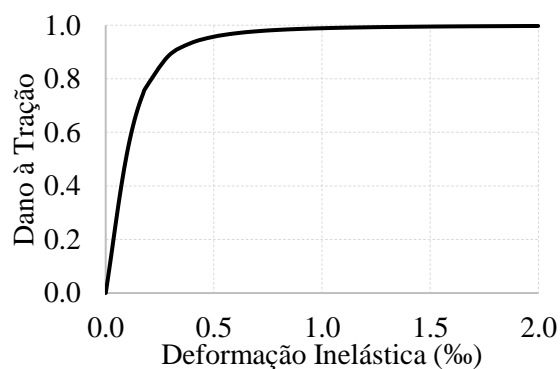


Figura 3.3– Curva dano-abertura de fissura para o concreto à tração
(Fonte: Mahmud, Yang e Hassan, 2013)

3.1.1 Comportamento à Compressão

A relação tensão-deformação uniaxial ($\sigma_c - \varepsilon_c$), na compressão, utilizado para representar o comportamento do concreto foi caracterizado pelo modelo constitutivo do Model Code 90, apresentado na Figura 3.4. O modelo para é representado por um braço ascendente, parabólico, representado pelo trecho A-B, no estágio *hardening*, e um trecho *softening*, descendente, representado pelo trecho B-C, ambos calculados pelas Equações 3.7 e 3.8. O modelo limita a descida da curva até o ponto C, pela tensão última do concreto na compressão ($\sigma_c = 0,5f_{cm}$), sendo f_{cm} a resistência à compressão média do concreto.

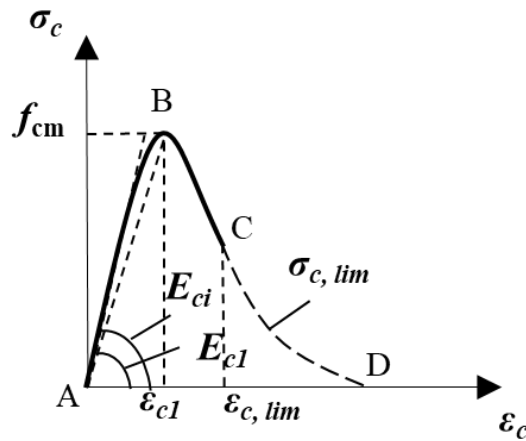


Figura 3.4 – Curva tensão-deformação do Model Code 1990 (Fonte: Model Code, 1990)

$$\sigma_c = \frac{\frac{E_{ci}}{E_{c1}} \times \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2}{1 + \left(\frac{E_c}{E_{c1}} - 2\right) \times \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}} \times f_{cm} \text{ para } \varepsilon_c < \varepsilon_{c,lim} \quad (3.7)$$

$$\frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c1}} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \frac{E_c}{E_{c1}} + 1\right) + \left[\frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2} \frac{E_c}{E_{c1}} + 1\right)^2 - \frac{1}{2}\right]^{1/2} \quad (3.8)$$

Onde:

σ_c tensão de compressão do concreto;

$E_{ci} = E_{c0} [f_{cm}/f_{cm0}]^{1/3}$ é o módulo tangente com $E_{c0} = 21500$ MPa e $f_{cm0} = 10$ MPa;

$E_{c1} = f_{cm}/\varepsilon_{c1}$ é o módulo secante da origem até a tensão máxima f_{cm} .

ε_c deformação de compressão do concreto;

ε_{c1} a deformação máxima do concreto;

$\varepsilon_{c, lim}$ deformação última do concreto à $0,5f_{cm}$;

Após o ponto C, a curva deve ser calculada pelas Equações 3.9 e 3.10. A Figura 3.5a apresenta a curva calculados pelo Model Code 90. Para o cálculo do dano à compressão no concreto, deve-se inserir no ABAQUS/CAE a curva de tensão em função das deformações inelásticas, de acordo com a Figura 3.5b.

$$\sigma_c = \left[\left(\frac{1}{\varepsilon_{c,lim}} \cdot \xi - \frac{2}{(\varepsilon_{c,lim}/\varepsilon_{c1})^2} \right) \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 + \left(\frac{4}{\varepsilon_{c,lim}/\varepsilon_{c1}} - \xi \right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right]^{-1} \cdot f_{cm} \quad (3.9)$$

$$\xi = \frac{4 \cdot \left[\left(\frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \cdot \left(\frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2 \right) \right] + 2 \cdot \frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c1}} - \frac{E_{ci}}{E_{c1}}}{\left[\frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c1}} \cdot \left(\frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2 \right) + 1 \right]^2} \quad (3.10)$$

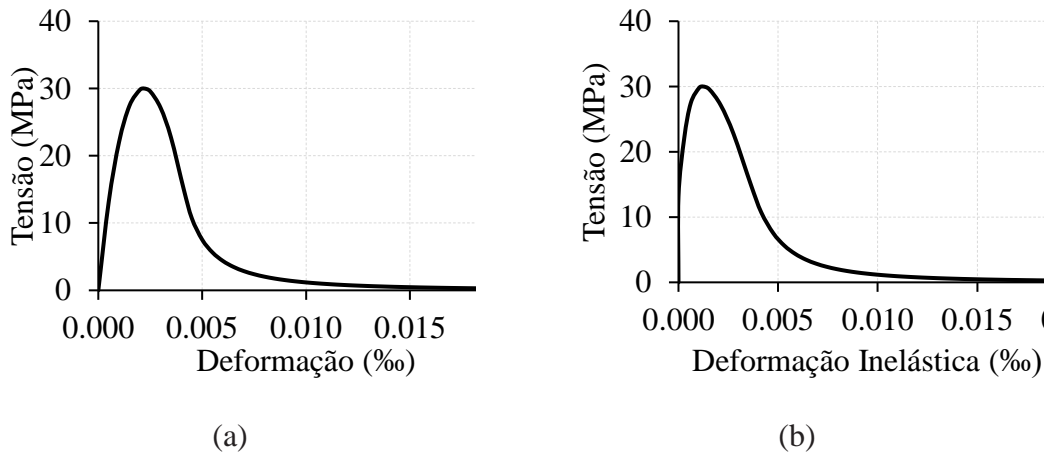


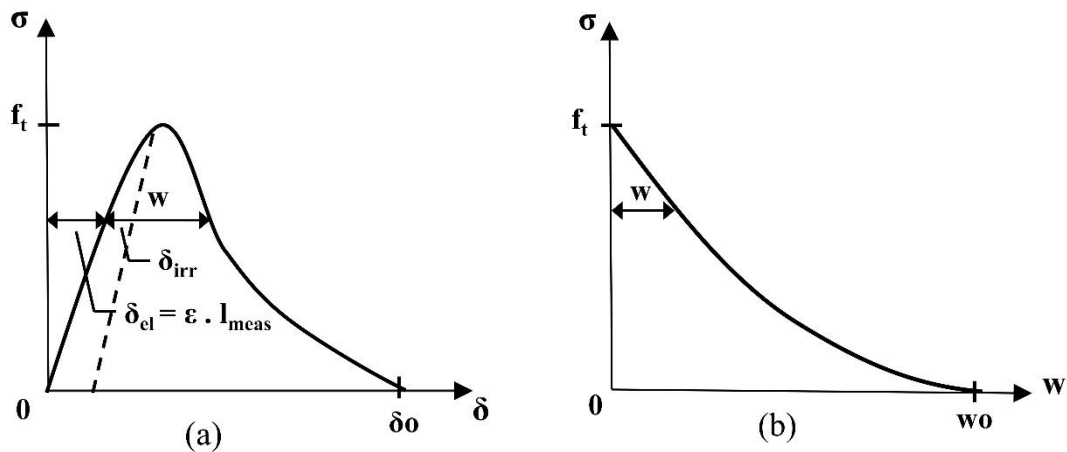
Figura 3.5 – Curvas calculadas pelo Model Code 90 (Fonte: Autor)

O modelo reporta ainda que a deformação máxima de compressão do concreto (ε_{c1}) e a deformação última de compressão do concreto ($\varepsilon_{c, lim}$), são iguais a 0,0022 e 0,0035, respectivamente.

3.1.2 Comportamento à Tração

O modelo de Hordijk (1991) para o concreto, foi aplicado para simular o comportamento à tração. O modelo se baseia na taxa de evolução das fissuras, onde uma única fissura é o principal fator. A evolução da fissura é determinada pela relação entre a tensão de tração e a abertura da fissura ($\sigma-w$), obtida no ensaio de tração uniaxial.

Uma vez que a abertura da fissura não pode ser diretamente medida, deve ser derivada da deformação total medida a partir do comprimento total do corpo de prova (δ), como mostra a Figura 3.6, podendo a abertura de fissura ser definida de acordo com a Equação 3.11.



(a) Curva tensão-deformação total

(b) Curva tensão-abertura de fissura

Figura 3.6 – Diagrama tensão-deformação total e tensão-abertura de fissura
(Fonte: Hordijk, 1991)

$$w = \delta - (\delta_{el} + \delta_{irr}) \quad (3.11)$$

$$\delta_{el} = \frac{\varepsilon_t l}{E_o} \quad (3.12)$$

Onde:

- δ deformação total medida no ensaio de tração uniaxial;
 δ_{el} deformação elástica;
 δ_{irr} deformação irreversível que considera o efeito não linear no descarregamento na face da fissura;
 ε_t deformação de tração medida no ensaio uniaxial;
 l comprimento do corpo de prova
 E_o módulo de elasticidade inicial do concreto;

A tensão nominal para abertura de fissura pode ser calculada de acordo com a Equação 3.13. A tensão-abertura de fissura, calculada pelo modelo de Hordijk (1991), é apresentado na Figura 3.7

$$\frac{\sigma}{f_t} = \left[1 + \left(c_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right] \exp \left(c_2 \frac{w}{w_c} \right) - (1 + c_1^3) \exp c_2 \quad (3.13)$$

Segundo o autor, o melhor ajuste na equação foi obtido para $c_1=3$, $c_2=6.93$ e $w_c=160\mu\text{m}$, onde c_1 e c_2 são constantes e w_c e w_o são a abertura de fissura crítica e abertura de fissura máxima, respectivamente. A relação σ/f_t é a tensão relativa, sendo $f_t = 0,33 \sqrt{f_c}$

3.2 COMPORTAMENTO MECÂNICO DO AÇO

A relação constitutiva bi linear apresentada na Figura 3.7, foi utilizada para representar o comportamento das armaduras dos pilares. Assumiu-se para a relação tensão-deformação das armaduras longitudinais e transversais os limites apresentados nas Equações 3.14 e 3.15.

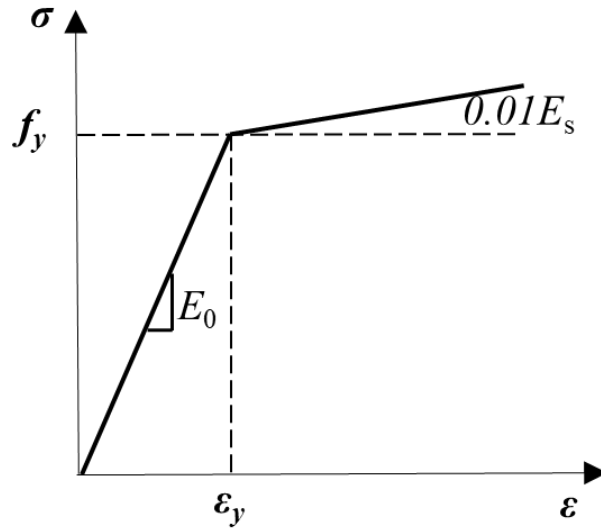


Figura 3.7 – Relação constitutiva das armaduras longitudinais e transversais
(Fonte: Cao *et. al*, 2020)

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \text{ para } 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \quad (3.14)$$

$$\sigma_s = f_y + 0.01E_s(\varepsilon_y - \varepsilon_s) \text{ para } 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \quad (3.15)$$

onde

- σ_s tensão total nas armaduras;
- ε_s deformação total nas armaduras;
- E_s módulo de elasticidade das armaduras;
- ε_y deformação no escoamento;
- f_y tensão no escoamento

3.3 PARÂMETROS DE ENTRADA DO MODELO CDP

Na entrada de dados e definição dos materiais no ABAQUS/CAE, quando da inserção de informações para análise do comportamento dos materiais envolvidos, parâmetros básicos para simulação dos modelos precisam ser inseridos. São eles: ângulo de dilatação (ψ) no plano p-q; excentricidade (ϵ); potencial de fluxo plástico (G); relação f_{b0}/f_{c0} , fator de forma (K); e viscosidade (μ); densidade em massa do concreto; módulo de elasticidade dos materiais (E); coeficiente de poisson dos materiais (ν).

O ângulo de dilatação (ψ) é um parâmetro que representa a mudança de volume do concreto quando no estado inelástico (Malm, 2006). No modelo de dano CPD do ABAQUS/CAE, a função de Drucker-Prager, ilustra o potencial do fluxo plástico para o comportamento *hardening* no plano meridional p-q. O ângulo de dilatação pode variar entre 30° e 40° para o concreto (Kmiecik & Kamiński, 2011). Este fator está associado, também, com o avanço da superfície de ruptura do concreto durante a fase inelástica. Para esta pesquisa, o ângulo de dilatação utilizado foi 35°.

A excentricidade (ϵ) do potencial de fluxo plástico, garante que o angulo de dilatação permanecerá o mesmo durante o intervalo de atuação das tensões no plano p-q. A relação f_{b0}/f_{c0} representa a relação entre a resistência no estado biaxial e uniaxial de tensões no concreto (Genikomsou e Polak, 2015).

A tensão de escoamento do concreto no plano desviatório é usado para determinar os valores de K_c . Este parâmetro é utilizado no CDP para definir o formato da superfície de falha do concreto. Assim, quando K_c for igual a 1, a superfície de falha é esférica. No ABAQUS/CAE, o valor *default* para a superfície de falha é 0,67, semelhante a uma pirâmide, ao qual foi adotado para esta pesquisa. A Figura 3.8 representa a variável K_c no plano de tensões. Matematicamente, este parâmetro mede a razão entre o segundo invariante de tensões no meridiano de tração ($-S_2$) e o segundo invariante de tensões no meridiano de compressão ($-S_1$).

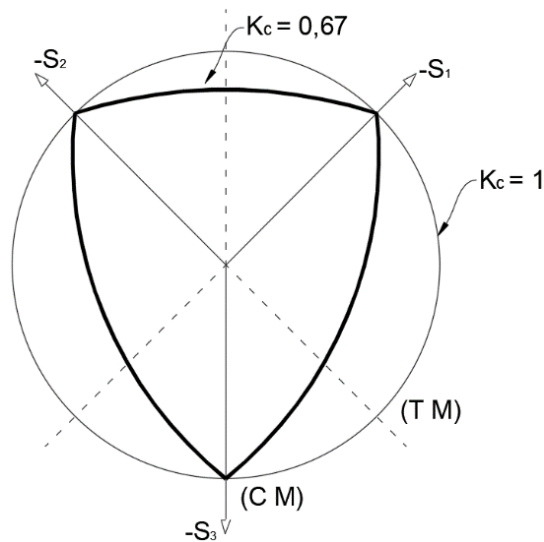


Figura 3.8– Fator de forma no plano de tensão desviatória
(Fonte:Manual ABAQUS CAE)

O parâmetro de viscosidade é utilizado para superar eventuais dificuldades de convergência, típicas de modelos com degradação da rigidez, por meio de uma regularização visco-plástica das equações constitutivas (ABAQUS, 2014), além de reduzir o tempo de análise da simulação. Para a melhor otimização da simulação, o valor 0,0005 foi utilizado.

4. ESTUDO PARAMÉTRICO COMPUTACIONAL

4.1 BANCO DE DADOS COMPUTACIONAL

A partir das diretrizes da modelagem computacional apresentadas no Capítulo 3, simulações computacionais de pilares de concreto armado, submetidos a carregamento lateral monotônico, foram realizadas para estudar a influência da taxa de carregamento axial (P/P_0), esbeltez geométrica (l/h) e taxa de armadura longitudinal (ρ_s) na formação das rótulas plásticas e nas respostas carga-deslocamento. Definiu-se um total de 27 modelos para cada variável, totalizando 81 simulações. A Figura 4.1 apresenta o pilar-padrão utilizado em todas as simulações, e as Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3 apresentam os detalhes de cada modelo simulado, para cada variável.

Na extremidade inferior, os pilares foram fixados em blocos de concreto armado com restrição dos movimentos translacionais e rotacionais, simulando a condição de apoio fixo de um pilar engastado. Na extremidade inferior dos blocos (ligação pilar-bloco), as mesmas condições de contorno foram mantidas, simulando a fixação dos blocos em uma laje de reação. Na extremidade livre, os pilares não tiveram qualquer restrição, permitindo livre translação e rotação.

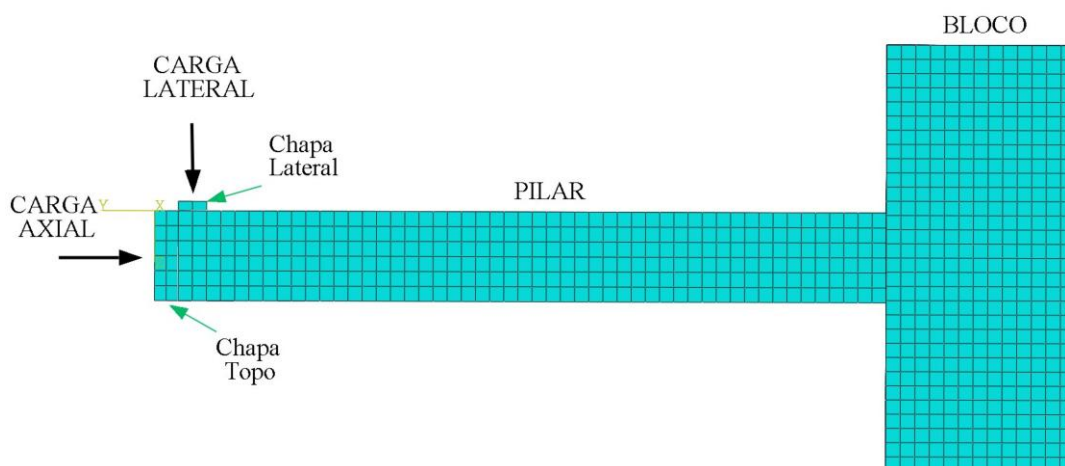


Figura 4.1 – Modelo de pilar-padrão simulado no programa ABAQUS/CAE

(Fonte: Autor)

Tabela 4.1 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável taxa de carregamento axial (P/P_0)

Pilares	b (mm)	h (mm)	l (mm)	ρ_l (%)	A_s (mm ²)	ϕ_l (mm)	N ^o Barras	σ_s (MPa)	$\epsilon_{c1} = 0,7.f_c^{0.31}$	E_s (MPa)	s (mm)	ϕ_{sw} (mm)	P/P_0	l/h	f_c (MPa)	P_0 (kN)	P (kN)
A1	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0	8	30	1725.6	0
A2	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.1	8	30	1725.6	172.6
A3	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.2	8	30	1725.6	345.1
A4	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	30	1725.6	517.7
A5	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.4	8	30	1725.6	690.2
A6	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	30	1725.6	862.8
A7	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.6	8	30	1725.6	1035.4
A8	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.7	8	30	1725.6	1207.9
A9	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	30	1725.6	1380.5
A10	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0	10	30	1440.6	0
A11	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.1	10	30	1440.6	144.1
A12	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.2	10	30	1440.6	288.1
A13	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	10	30	1440.6	432.2
A14	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.4	10	30	1440.6	576.2
A15	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	10	30	1440.6	720.3
A16	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.6	10	30	1440.6	864.4
A17	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.7	10	30	1440.6	1008.4
A18	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	10	30	1440.6	1152.5

Tabela 4.1 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável taxa de carregamento axial (P/P_0) -continuação

Pilares	b (mm)	h (mm)	l (mm)	ρ_l (%)	A_s (mm ²)	ϕ_l (mm)	N ^o Barras	σ_s (MPa)	$\epsilon_{c1} = 0,7.f_c^{0.31}$	E_s (MPa)	s (mm)	ϕ_{sw} (mm)	P/P_0	l/h	f_c (MPa)	P_0 (kN)	P (kN)
A19	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0	12	30	1246.8	0
A20	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.1	12	30	1246.8	125
A21	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.2	12	30	1246.8	249
A22	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	12	30	1246.8	374
A23	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.4	12	30	1246.8	499
A24	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	12	30	1246.8	623
A25	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.6	12	30	1246.8	748
A26	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.7	12	30	1246.8	873
A27	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	12	30	1246.8	997

Tabela 4.2 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável esbeltez geométrica (l/h)

Pilares	b (mm)	h (mm)	l (mm)	ρ_l (%)	A_s (mm ²)	ϕ_l (mm)	N ^o Barras	σ_s (MPa)	$\epsilon_{c1} =$ $0,7.f_c^{0,31}$	E_s (MPa)	s (mm)	ϕ_{sw} (mm)	P/P ₀	l/h	λ_{NBR}	f_c (MPa)	P ₀ (kN)	P (kN)
B1	190	500	2000	1.5	1425	22	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	4	27.68	30	3451.2	1035
B2	190	400	2000	1.5	1140	20	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	5	34.6	30	2761	828.3
B3	190	333.3	2000	1.5	949.9	18	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	6	41.52	30	2300.6	690.2
B4	190	285.7	2000	1.5	814.2	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	7	48.44	30	1972	591.6
B5	190	235	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8.5	55.36	30	1640.1	492
B6	190	222.2	2000	1.5	633.3	14	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	9	62.28	30	1533.7	460.1
B7	190	200	2000	1.5	570	14	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	10	69.2	30	1380.5	414.1
B8	190	181.8	2000	1.5	518.2	13	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	11	76.12	30	1254.9	376.5
B9	190	166	2000	1.5	473.1	12	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	12	83.37	30	1145.8	343.7
B10	190	500	2000	1.5	1425	22	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	4	27.68	30	3451.2	1726
B11	190	400	2000	1.5	1140	20	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	5	34.6	30	2761	1380
B12	190	333.3	2000	1.5	949.9	18	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	6	41.52	30	2300.6	1150
B13	190	285.7	2000	1.5	814.2	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	7	48.44	30	1972	986
B14	190	235	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8.5	55.36	30	1640.1	820
B15	190	222.2	2000	1.5	633.3	14	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	9	62.28	30	1533.7	766.9
B16	190	200	2000	1.5	570	14	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	10	69.2	30	1380.5	690.2
B17	190	181.8	2000	1.5	518.2	13	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	11	76.12	30	1254.9	627.5
B18	190	166	2000	1.5	473.1	12	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	12	83.37	30	1145.8	572.9

Tabela 4.2 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável esbeltez geométrica (l/h) - continuação

Pilares	b (mm)	h (mm)	l (mm)	ρ_l (%)	A_s (mm ²)	ϕ_l (mm)	N^o Barras	σ_s (MPa)	$\epsilon_{c1} = 0,7.f_c^{0,31}$	E_s (MPa)	s (mm)	ϕ_{sw} (mm)	P/P₀	l/h	λ_{NBR}	f_c (MPa)	P₀ (kN)	P (kN)
B19	190	500	2000	1.5	1425	22	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	4	27.68	30	3451.2	2761
B20	190	400	2000	1.5	1140	20	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	5	34.6	30	2761	2209
B21	190	333.3	2000	1.5	949.9	18	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	6	41.52	30	2300.6	1840
B22	190	285.7	2000	1.5	814.2	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	7	48.44	30	1972	1578
B23	190	235	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8.5	55.36	30	1640.1	1312
B24	190	222.2	2000	1.5	633.3	14	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	9	62.28	30	1533.7	1227
B25	190	200	2000	1.5	570	14	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	10	69.2	30	1380.5	1104
B26	190	181.8	2000	1.5	518.2	13	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	11	76.12	30	1254.9	1004
B27	190	166	2000	1.5	473.1	12	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	12	83.37	30	1145.8	916.6

Tabela 4.3 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável taxa de armadura longitudinal (ρ_s)

Pilares	b (mm)	h (mm)	l (mm)	ρ_l (%)	A_s (mm ²)	ϕ_l (mm)	N ^o Barras	σ_s (MPa)	$\epsilon_{c1} =$ $0,7.f_c^{0,31}$	E_s (MPa)	s (mm)	ϕ_{sw} (mm)	P/P ₀	l/h	λ_{NBR}	f_c (MPa)	P ₀ (kN)	P (kN)
C1	190	250	2000	1	475	13	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	1625.4	487.6
C2	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	1725.6	517.7
C3	190	250	2000	2	950	18	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	1825.8	547.7
C4	190	250	2000	2.5	1188	20	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	1926	577.8
C5	190	250	2000	3	1425	22	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	2026.2	607.9
C6	190	250	2000	3.5	1663	24	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	2126.4	637.9
C7	190	250	2000	4	1900	26	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	2226.6	668
C8	190	250	2000	5	2375	28	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	2427	728.1
C9	190	250	2000	6	2850	30	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	2627.5	788.2
C10	190	250	2000	1	475	13	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	1625.4	812.7
C11	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	1725.6	862.8
C12	190	250	2000	2	950	18	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	1825.8	912.9
C13	190	250	2000	2.5	1188	20	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	1926	963
C14	190	250	2000	3	1425	22	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	2026.2	1013
C15	190	250	2000	3.5	1663	24	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	2126.4	1063
C16	190	250	2000	4	1900	26	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	2226.6	1113
C17	190	250	2000	5	2375	28	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	2427	1214
C18	190	250	2000	6	2850	30	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	2627.5	1314

Tabela 4.3 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável taxa de armadura longitudinal (ρ_s) - continuação

Pilares	b (mm)	h (mm)	l (mm)	ρ_1 (%)	A_s (mm²)	ϕ_1 (mm)	N^o Barras	σ_s (MPa)	$\epsilon_{c1} = 0,7.f_c^{0,31}$	E_s (MPa)	s (mm)	ϕ_{sw} (mm)	P/P₀	l/h	λ_{NBR}	f_c (MPa)	P₀ (kN)	P (kN)
C19	190	250	2000	1	475	13	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	1625.4	1300
C20	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	1725.6	1380
C21	190	250	2000	2	950	18	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	1825.8	1461
C22	190	250	2000	2.5	1188	20	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	1926	1541
C23	190	250	2000	3	1425	22	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	2026.2	1621
C24	190	250	2000	3.5	1663	24	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	2126.4	1701
C25	190	250	2000	4	1900	26	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	2226.6	1781
C26	190	250	2000	5	2375	28	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	2427	1942
C27	190	250	2000	6	2850	30	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	2627.5	2102

O efeito da compressão (Tabela 4.1), foi estudada nos pilares do grupo A, pelo parâmetro (P/P_o), que é a relação entre a carga axial aplicada (P) e a carga axial resistida pela seção (P_o) do pilar, considerando as contribuições do concreto e aço. As Equações de 4.1 a 4.3 apresentam o cálculo de P_o . A primeira parcela da Equação 4.1 contabiliza a contribuição do concreto e a segunda a do aço. Para a deformação máxima do concreto, ε_{c1} , mostrado na Equação 4.3, considerou-se o recomendado no item 3.1.5 do Eurocode 2.

$$P_o = b \cdot h \cdot f_c + \sigma_s \cdot A_s \quad (4.1)$$

$$\sigma_s = \varepsilon_{c1} \cdot E_s \quad (4.2)$$

$$\varepsilon_{c1} = 0.7 f_c^{0.31} \leq 2.8\text{‰} \quad (4.3)$$

onde

- b largura da seção transversal do pilar;
- h a altura da seção transversal do pilar;
- f_c' resistência à compressão do concreto ;
- σ_s tensão na armadura longitudinal;
- A_s área da armadura longitudinal;
- ε_{c1} deformação máxima do concreto,

Os níveis de carregamento axial aplicados foram estudados nas faixas de $0P_o$, ou seja, sem carregamento axial aplicado, apenas lateral, até $0,8P_o$, com ambas as ações atuantes. Nos pilares de A1 a A9, manteve-se a esbelteza constante e igual a 8. Nos pilares A10 a A18, manteve-se a esbelteza geométrica (l/h) constante e igual a 10. Nos pilares de A19 a A27, manteve-se a esbelteza constante e igual a 12. A taxa de armadura longitudinal foi mantida constante em todos os pilares da série A.

Para avaliação da esbelteza, utilizou-se os pilares da Tabela 4.2, representado pelos pilares do grupo B. Adotou-se a esbelteza geométrica (l/h) para avaliação deste índice por apresentar a variável de forma geral, sem definições normativas. A faixa de análise variou de 4 a 12, variando entre pilares curtos e esbeltos, de acordo com a NBR 6118. Nos pilares de B1 a B9, manteve-se a taxa de carregamento axial constante e igual a 0.3. Nos pilares

B10 a B18, manteve-se a taxa de carregamento axial constante e igual a 0.5. Nos pilares de B19 a B27, manteve-se a taxa de carregamento axial constante e igual a 0.8. A taxa de armadura longitudinal foi mantida constante em todos os pilares da série *B*.

Para manter as relações de esbeltez apresentadas na Tabela 4.2, o comprimento do pilar (*l*) foi mantido constante, no valor de 2000 mm, e a altura (*h*) variável, com valores de 166 mm a 500 mm. É importante frisar que o comprimento do vão (*l*), representa o vão entre a seção de momento nulo e a seção de momento máximo, representando a totalidade do vão no caso dos pilares desta pesquisa. Em pilares com condições de contorno diferentes, essa condição precisa ser verificada.

A taxa de armadura longitudinal foi analisada pelos pilares do grupo *C*, apresentados na Tabela 4.3. As faixas de análise variaram entre 1,0% e 6% respeitando os valores mínimos e máximos recomendados pela NBR 6118/2014. Nos pilares de C1 a C9, manteve-se a taxa de carregamento axial constante e igual a 0.3. Nos pilares C10 a C18, manteve-se a taxa de carregamento axial constante e igual a 0.5. Nos pilares de C19 a C27, manteve-se a taxa de carregamento axial constante e igual a 0.8. A esbeltez geométrica foi mantida constante em todos os pilares da série *C*.

4.2 SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

A etapa inicial da modelagem exigiu a definição das propriedades dos materiais e dos parâmetros de entrada do modelo CDP discutidos no Capítulo 3 . A Tabela 4.4 apresenta os parâmetros aplicados. A curva de comportamento à compressão foi a do Model Code 90 apresentada na Figura 3.5, calculada de acordo com as Equações de 3.7 a 3.10.

O modelo de Hordjik (1991), para o comportamento à tração do concreto, apresentada na Figura 3.6 e calculada pelas Equações de 3.11 a 3.13, foi utilizada nos modelos. Para o dano à compressão e à tração, calculados pelas Equações 3.5 e 3.6, respectivamente, e pelas curvas apresentadas nas Figuras 3.2 e 3.3, respectivamente, foram utilizados os modelos de Birtel e Mark (2006), para a compressão, e Mahmud, yang e Hassan (2013), para a tração. O modelo de comportamento do aço foi apresentado na Figura 3.7,

calculado de acordo com as Equações 3.14 e 3.15, representada pela curva mostrada na Figura 3.7.

Tabela 4.4 – Propriedades do concreto e aço e parâmetros *CDP* dos modelos

Comportamento à compressão		Dano à compressão		Comportamento à tração		Dano à tração	
σ_c (MPa)	ϵ_c	d_c	ϵ_c	σ_t (MPa)	w (mm)	d_t	w (mm)
13.13	0	0	0	1.80	0	0	0
22.06	0.00029	0.108	0.00029	1.41	0.012	0.216	0.012
27.44	0.00062	0.172	0.00062	1.11	0.025	0.381	0.025
29.80	0.00104	0.244	0.00104	0.89	0.031	0.506	0.031
30	0.00123	0.276	0.00123	0.72	0.048	0.598	0.048
29.57	0.00155	0.327	0.00155	0.60	0.055	0.665	0.055
27.11	0.00213	0.421	0.00213	0.51	0.067	0.715	0.067
22.70	0.00277	0.531	0.00277	0.44	0.077	0.751	0.077
15	0.00363	0.692	0.00363	0.35	0.093	0.801	0.093
10.72	0.00415	0.782	0.00415	0.32	0.143	0.819	0.143
7.52	0.00476	0.854	0.00476	0.27	0.126	0.848	0.126
5.61	0.00532	0.898	0.00532	0.25	0.132	0.861	0.132
4.35	0.00586	0.925	0.00586	0.22	0.145	0.874	0.145
3.49	0.00639	0.944	0.00639	0.20	0.152	0.886	0.152
2.86	0.00691	0.957	0.00691	0.18	0.166	0.897	0.166
2.39	0.00742	0.966	0.00742	0.16	0.177	0.908	0.177
2.03	0.00793	0.973	0.00793	0.14	0.189	0.919	0.189
1.74	0.00844	0.978	0.00844	0.10	0.207	0.939	0.207
1.51	0.00895	0.982	0.00895	0.092	0.217	0.949	0.217
1.33	0.00946	0.985	0.00946	0.076	0.229	0.957	0.229
1.17	0.00996	0.987	0.00996	0.048	0.240	0.973	0.240
1.04	0.01047	0.989	0.01047	0.036	0.252	0.980	0.252
Parâmetros de Plasticidade dos Modelos				Parâmetros dos Materiais			
Ângulo de dilatação		35°		Concreto		Aço	
Excentricidade		0.1		* E_{ci}	31008	E_s	210000
fb_0/fc_0		1.16					
K_c		0.6667		ν_c	0.2	ν_s	0.3
Viscosidade		0.0005					
Note: * $E_{ci}=E_{c0} \cdot [f_{cm}/f_{cm0}]^{1/3}$ (Model Code.1990)							
$f'_c = 30$ MPa							

As aplicações dos parâmetros de plasticidade no ABAQUS/CAE são essenciais para obtenção das respostas dos modelos. O ângulo de dilatação teve efeitos consideráveis em todo o modelo. O aumento no ângulo de dilatação, atua elevando a flexibilidade do sistema. Para os valores da excentricidade do potencial de fluxo (ϵ) e da razão entre a tensão de escoamento compressiva equibiaxial inicial e a tensão de escoamento

compressiva uniaxial inicial (f_{b0}/f_{c0}), os valores padrão foram assumidos, iguais a 0.1 e 1.16, respectivamente.

Se a excentricidade fosse considerada inferior ao padrão, haveria problemas de convergência, especialmente quando para baixas tensões de confinamento. O software ABAQUS/CAE utiliza um valor default para a viscosidade. Este parâmetro melhora a taxa de convergência do modelo. Para definir a forma da superfície de ruptura do concreto, o parâmetro K foi aplicado. Quando igual a 1, define uma superfície esférica. Neste estudo, o valor padrão também foi assumido.

Posteriormente, definiu-se os tipos de elementos a serem utilizados na modelagem dos elementos. Os pilares e blocos foram modelados por elementos cúbicos tridimensionais *Solid* do tipo C3D8R com integração reduzida. A integração reduzida trouxe melhor flexibilidade aos modelos e melhorou as propriedades de convergência. Para as armaduras longitudinais, estribos e armaduras do bloco, elementos do tipo T3D2 (*wire*), do tipo *3Dtruss*, com 2 nós, foram aplicados. A Figura 4.2 apresenta os dois tipos de elementos para o concreto e armaduras.

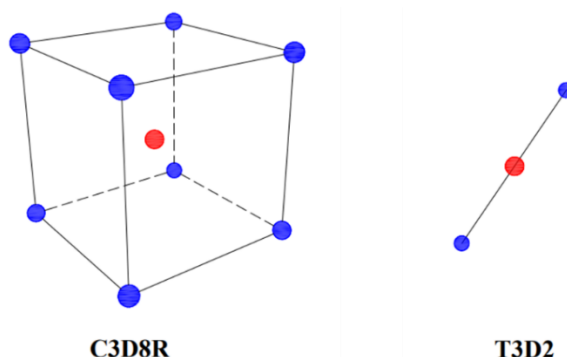


Figura 4.2 – Tipos de elementos aplicados na modelagem (Fonte: Autor)

Os blocos foram modelados com dimensões de 400 mm x 500 mm x 900 mm. Para as armaduras longitudinais, blocos e estribos, foram considerados os aços CA-50, para armaduras longitudinais e bloco, e CA-60 para estribos. Vale ressaltar que as armaduras dos blocos foram as mesmas em todas as simulações, com variação, apenas, das armaduras longitudinais e transversais de acordo com o apresentado nas Tabelas de 4.1 a 4.3. A Figura 4.3 mostra o padrão das armaduras.

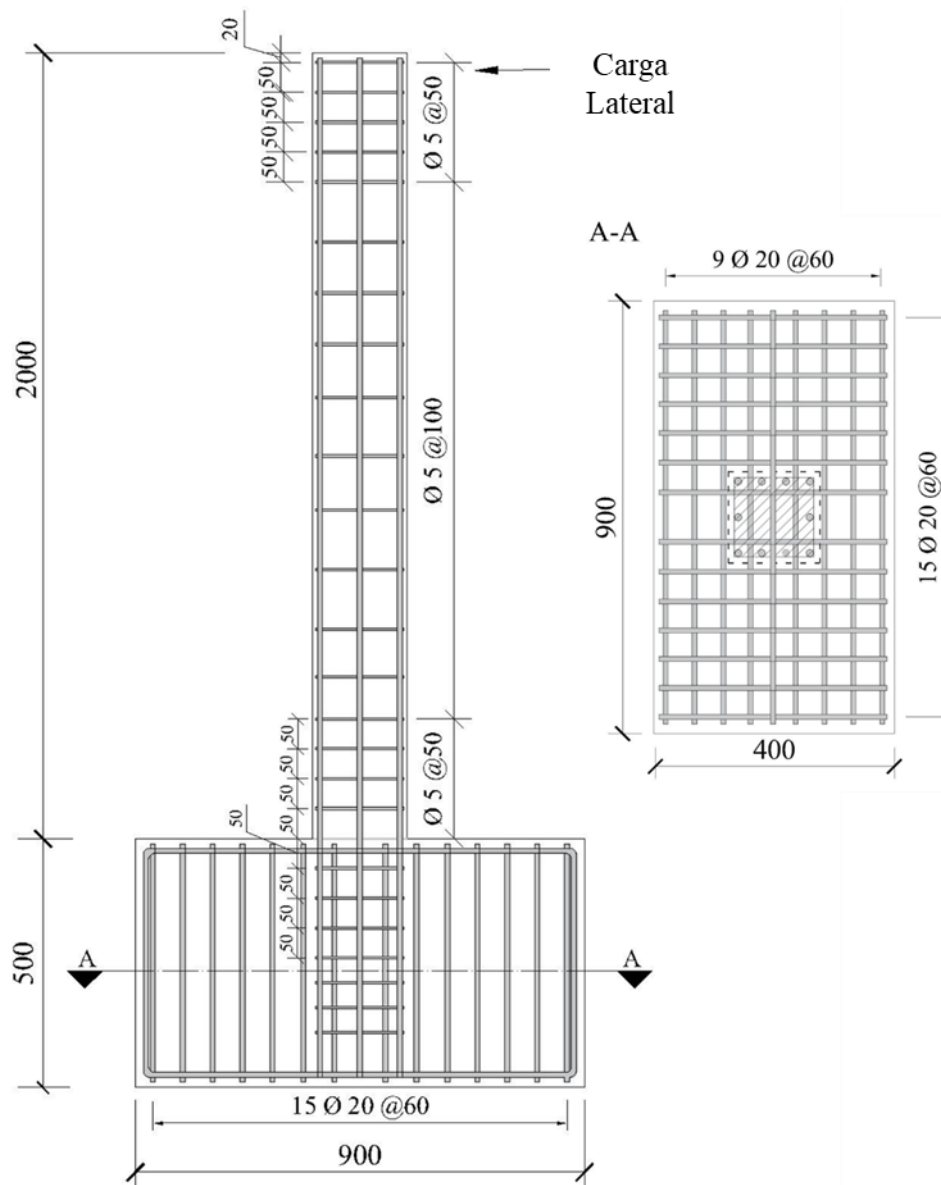


Figura 4.3 – Detalhe das armaduras dos pilares modelados no ABAQUS/CAE
(Fonte: Autor)

A interação entre os elementos do tipo *Solid* (concreto e bloco) e *Truss* (armadura longitudinal do pilar, estribos e armaduras do bloco) foi realizado por uma ligação do tipo *Embedded Constraint*, que pode ser entendida como a restrição de um corpo embutido em outro. Esta interação promove a compatibilização das translações nodais dos elementos imersos (armaduras) com as dos elementos da região hospedeira (pilar e bloco) e é considerada uma aderência perfeita entre ambos os materiais. A Figura 4.4 mostra detalhes da interação.

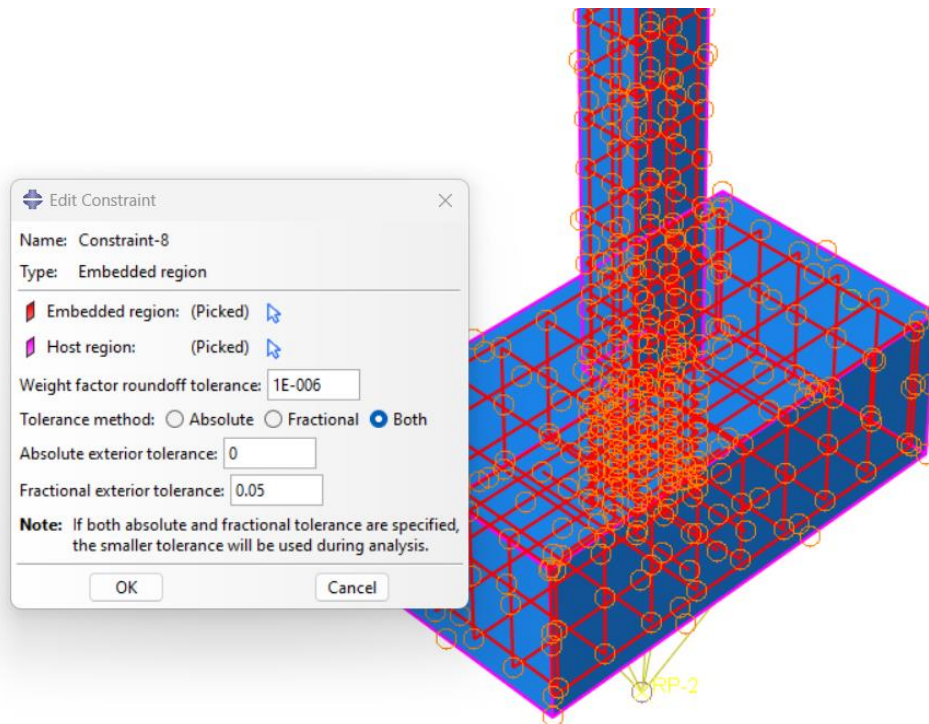
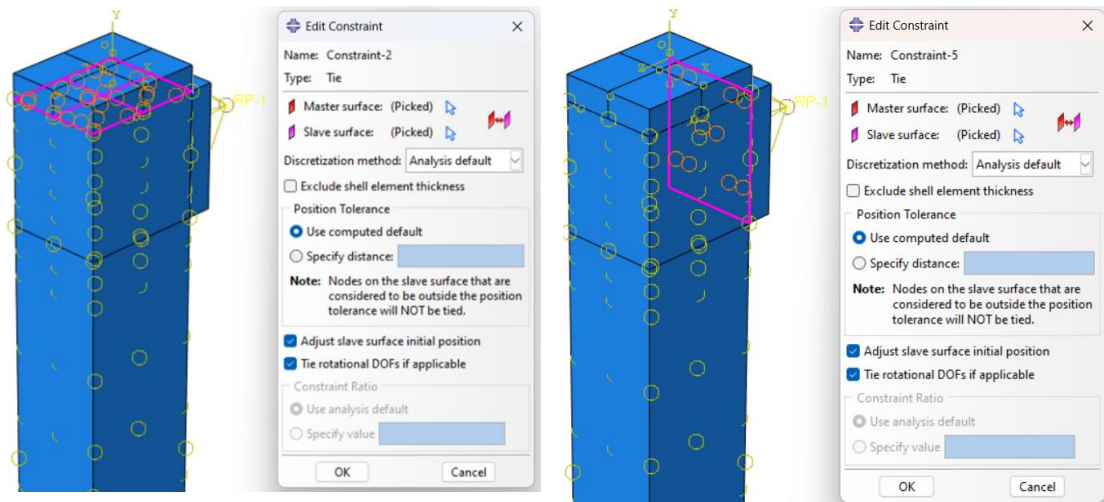


Figura 4.4 – Interação entre armaduras, pilar e bloco - *Embedded Constraint*

(Fonte: Autor)

4.2.1 Carregamentos e Condições de Contorno

Duas ações foram aplicadas nos pilares, na extremidade livre: axial e lateral. Duas chapas foram modeladas na extremidade livre do pilar, como mostra a Figura 4.5. As chapas foram conectadas na extremidade livre pela interação do tipo *Tie Constraint*. Para conexão da chapa lateral à extremidade do pilar, uma partição que delimita a área específica para conexão da chapa, foi realizada.



(a) Chapa superior

(b) Chapa lateral

Figura 4.5 – interação entre chapas e pilar - *Tie Constrain* (Fonte: Autor)

Inicialmente, aplicou-se a carga axial de acordo com os valores predefinidos nas Tabelas de 4.1 a 4.3. A carga axial foi dividida em quatro passos de carga (*Steps*), aplicados separada e simetricamente na superfície da chapa, conforme sequência das Figuras de 4.6 a 4.9.

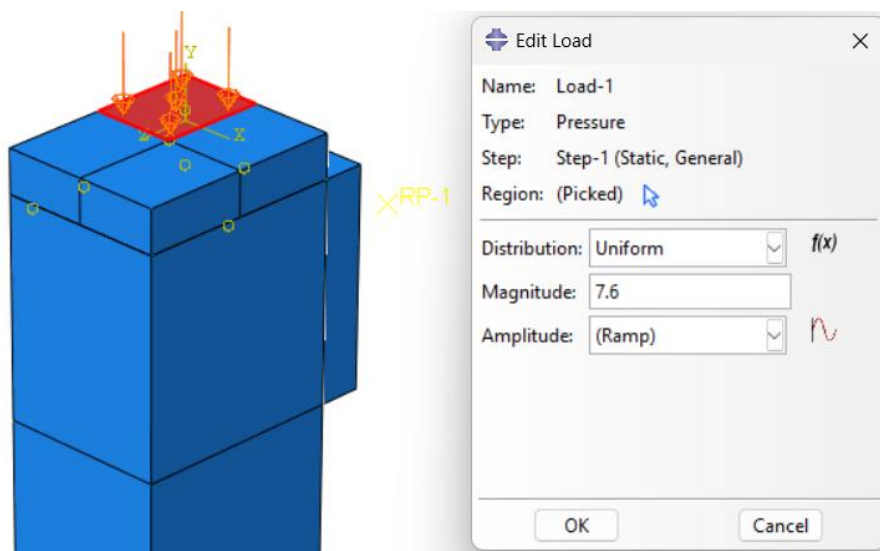


Figura 4.6– Aplicação do carregamento axial - *Step 1* (Fonte: Autor)

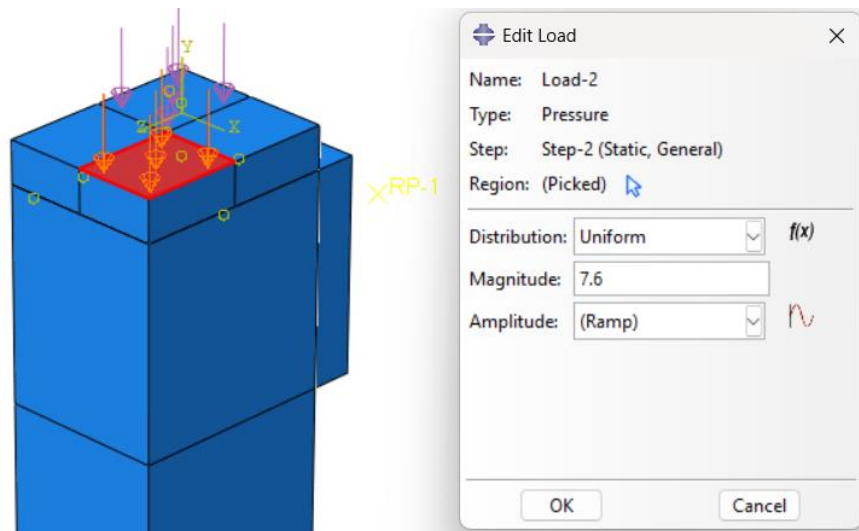


Figura 4.7– Aplicação do carregamento axial - *Step 2* (Fonte: Autor)

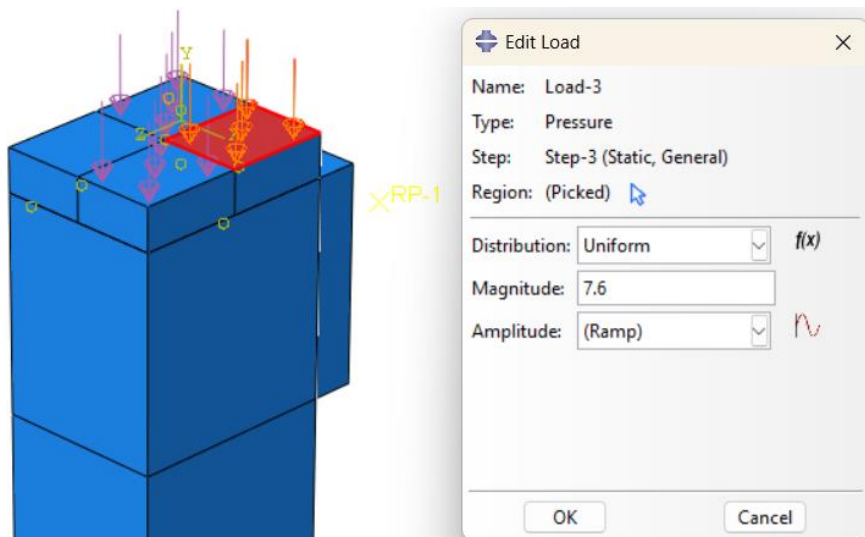


Figura 4.8– Aplicação do carregamento axial - *Step 3* (Fonte: Autor)

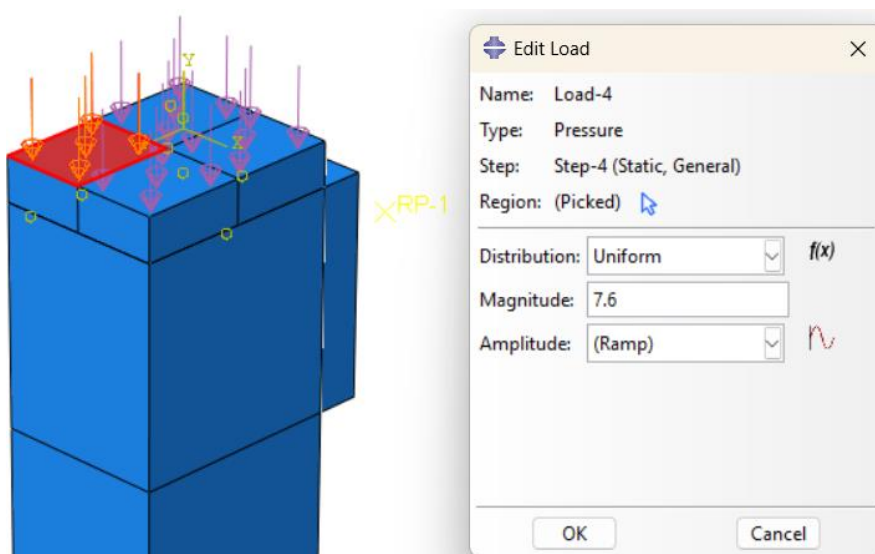


Figura 4.9– Aplicação do carregamento axial - *Step 4* (Fonte: Autor)

Para simular o carregamento lateral nos modelos, o programa permite ao usuário optar entre a imposição de um incremento de força ou deslocamento. Segundo Kim (2015), ambos os métodos são equivalentes, matematicamente, porém o controle de deslocamento apresenta uma estabilidade maior quando comparado ao modelo de força. No modelo controlado pela aplicação direta da força, incrementos de força ΔF são adicionados em cada passo de carga e os deslocamentos são, então, obtidos. No modelo com controle por deslocamentos, incrementos de deslocamentos são adicionados e observa-se a força. A Figura 4.10 apresenta o comportamento para os dois tipos de controle.

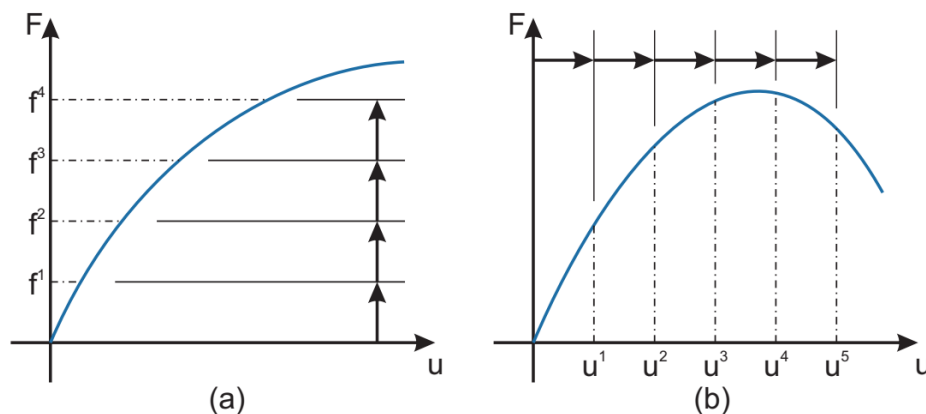


Figura 4.10- Métodos de controle de carga: (a) Controle por incremento de força e (b) controle por incremento de deslocamento (Silva, 2018)

O método utilizado para avaliar a resposta dos pilares na modelagem foi o de controle por deslocamento. Optou-se por este método principalmente pela resposta pós-pico. Quando os modelos foram simulados com incrementos de força, o diagrama força-deslocamento não apresentou resposta no braço descendente, finalizando no valor da carga máxima, como mostrado na Figura 4.10 (a). Quando o controle por deslocamento foi aplicado aos modelos, a resposta pós-pico, como apresentado na Figura 4.10 (b), foi observado e a resposta carga-deslocamento obtida.

A carga foi inserida no passo de carga 5 (*Step 5*), após a aplicação do carregamento axial. Um ponto de referência foi criado (RP1) para aplicação do carregamento lateral e vinculado a superfície da chapa lateral por meio da interação do tipo *Coupling*, como mostra a Figura 4.11.

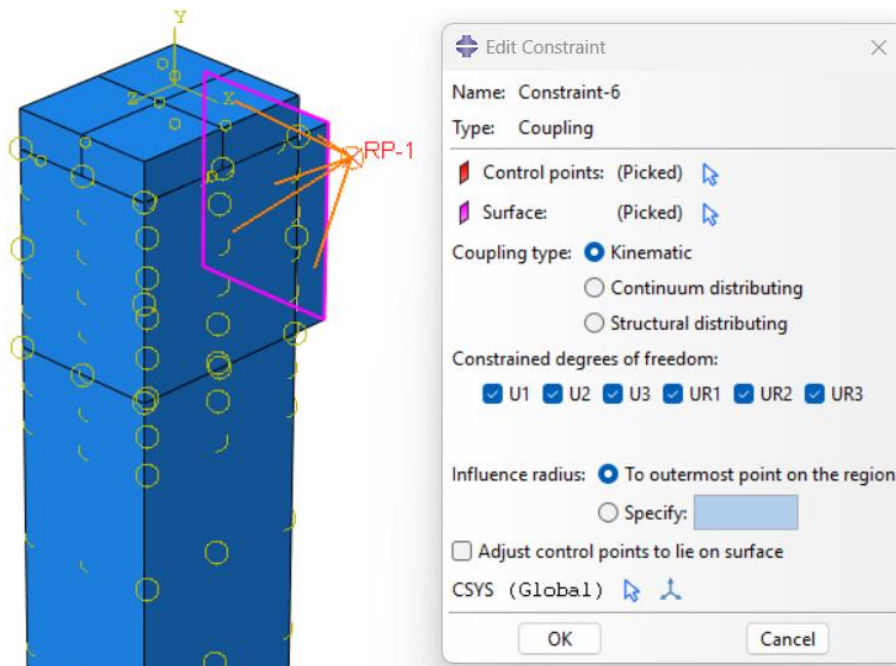


Figura 4.11 – Interação entre o ponto de referência (RP1) e a chapa lateral
(Fonte: Autor)

Para a ligação bloco-laje de reação, também se utilizou a interação do tipo *Coupling* entre a base do bloco e o ponto de referência RP2, de acordo com a Figura 4.12. Este ponto serviu de apoio para obtenção dos esforços no modelo. A Figura 4.13 mostra o modelo definido com as ações, chapas e pontos de referências.

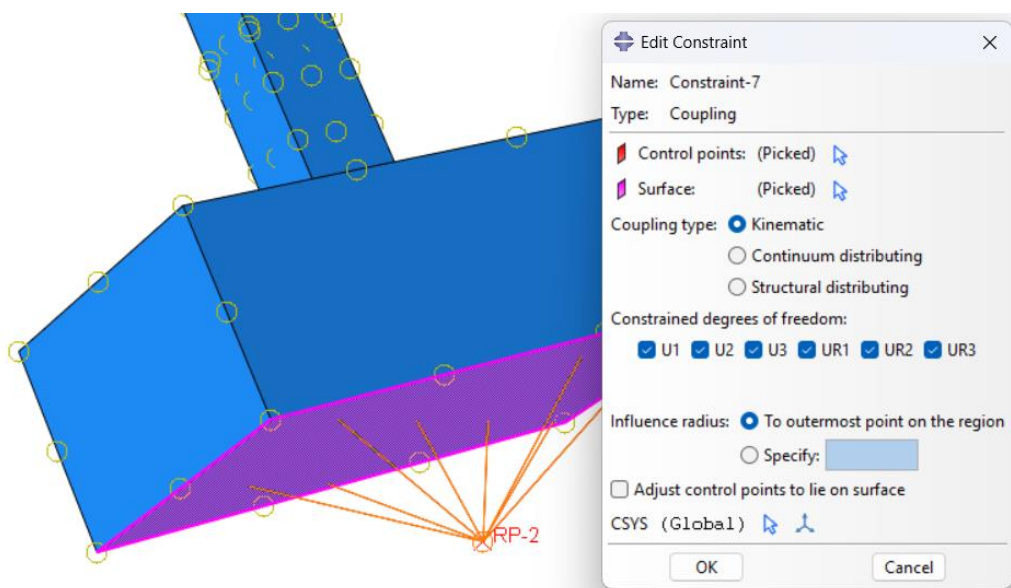


Figura 4.12 – Interação entre o ponto de referência (RP2) e a base do bloco
(Fonte: Autor)

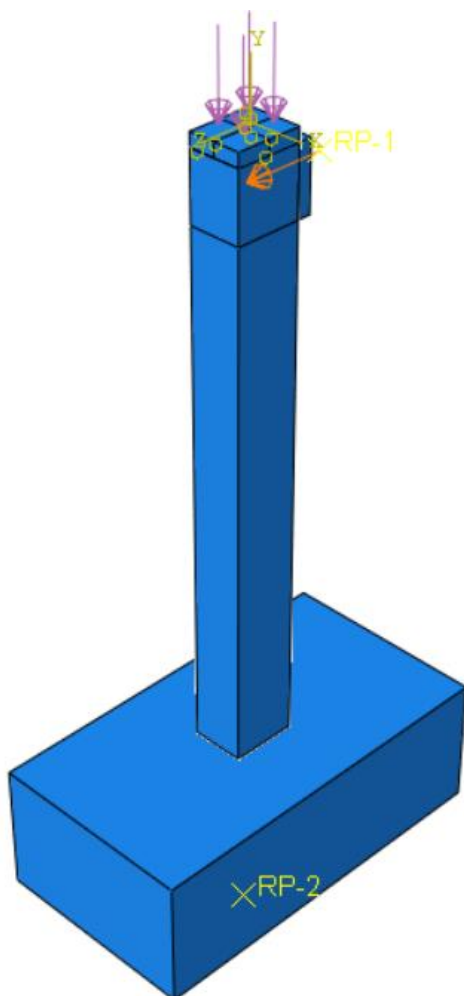


Figura 4.13 – Chapas, ações e pontos de referências definidos (Fonte: Autor)

4.2.2 Análise de Convergência de Malha e Calibração dos Modelos

Para a determinação do tamanho ideal de malha, realizou-se uma análise de convergência de malhas a fim verificar possíveis variações no comportamento dos pilares. Malhas pouco refinadas, poderiam gerar resultados inconsistentes, enquanto malhas muito refinadas demandariam bastante tempo de processamento. Como havia muitos pilares a serem simulados, a escolha da malha ideal se fez necessária.

O pilar ensaiado experimentalmente por Acun (2010), foi simulado considerando os parâmetros definidos na Tabela 4.4 e os tipos de elementos definidos na Figura 4.2. Os modelos foram discretizados com malhas de 40 x 40 mm, 60 x 60 mm e 100 x 100 mm. O pilar modelado foi o 1D2, de seção transversal 350 x 350 mm e altura de 1800 mm engastados em uma sapata de 500 mm x 1350 mm e altura de 400 mm, carregado com

620 kN de força axial, mantido constante durante o ensaio, sendo em seguida carregado com força horizontal até a ruína. A Figura 4.14 mostra as malhas analisadas.

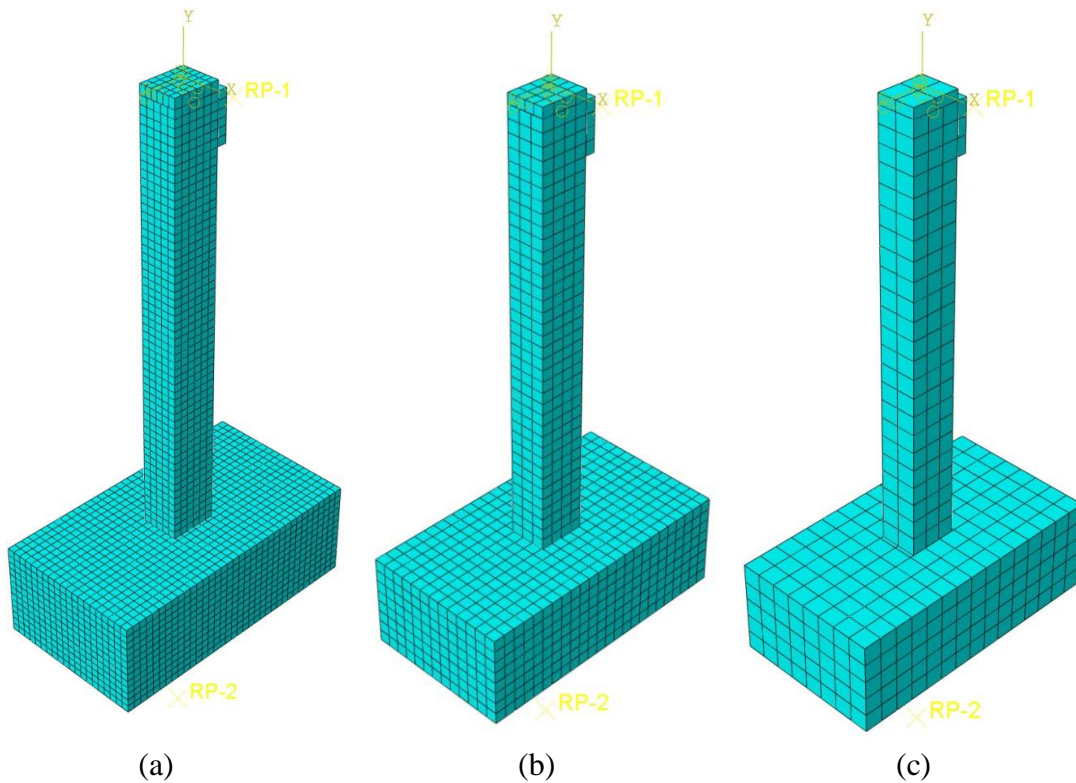


Figura 4.14– Malhas analisadas: (a) 40mm x 40 mm; (b) 60 mm x 60 mm; e (c) 100 mm x 100 mm (Fonte: Autor)

A Figura 4.15 apresenta os resultados da análise. A malha menos refinada (100x100), apresentou divergência importante em relação a curva do autor, superestimando os resultados experimentais. Os modelos mais refinados, (40 x 40) mm e (60x60) mm, apresentaram resultados próximos ao experimental sem que houvesse alteração considerável dos resultados. Porém, o modelo com malha de 40x40 tomou maior tempo de processamento (77') em relação à malha de 60x60 (24'). Com o padrão de malha de 60x60 representando idealmente o comportamento experimental com menor tempo de processamento, adotou-se, então, este padrão para todos os modelos.

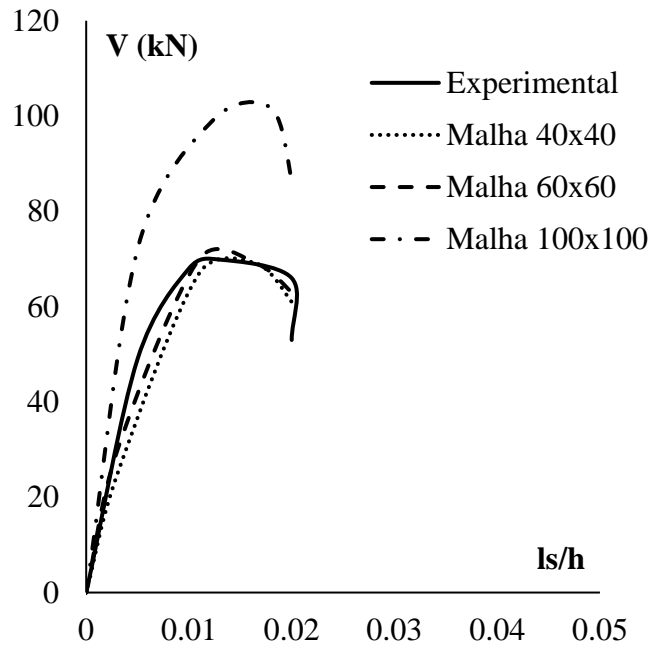


Figura 4.15– Análise de convergência de malha (Fonte: Autor)

Os resultados do modelo apresentaram comportamento semelhante até atingirem 80% da carga horizontal máxima. Após atingir a carga de pico, aproximadamente 70 kN, se iniciou a queda da força horizontal, que alcançou novamente 80% da carga de pico ao atingir o deslocamento relativo de aproximadamente 0,02, o equivalente a 70 mm de deslocamento horizontal. Esse foi o padrão de comportamento do pilar experimental do autor.

O modelo computacional seguiu o mesmo padrão de comportamento no braço ascendente da curva, atingindo 80% da carga de pico com carga próxima à curva experimental para as malhas de 40 x40 e 60 x 60. No comportamento pós pico, houve uma diferença de 12% próximo aos 80% da capacidade máxima do pilar, no braço descendente. Porém, essa diferença está dentro de limites aceitáveis e não desqualifica o modelo, dado a precisão em prever a carga máxima do pilar, bem como o comportamento ascendente da curva.

O diagrama momento-rotação, mostrado na Figura 4.16, foi analisado considerando a malha de 60 x 60, predefinida. É importante ressaltar que os parâmetros de entrada, modelos constitutivos e tamanho da malha, na modelagem do pilar do autor, foram os mesmos utilizados nos pilares desta pesquisa, pois a intenção é calibrar os parâmetros da modelagem. Os demais parâmetros foram os mesmos, o que inclui as propriedades das

armaduras, viscosidade, excentricidade, ângulo de dilatação, densidade do aço e concreto, coeficiente de Poisson do aço e concreto, o fator K e a relação f_{bo}/f_{co} .

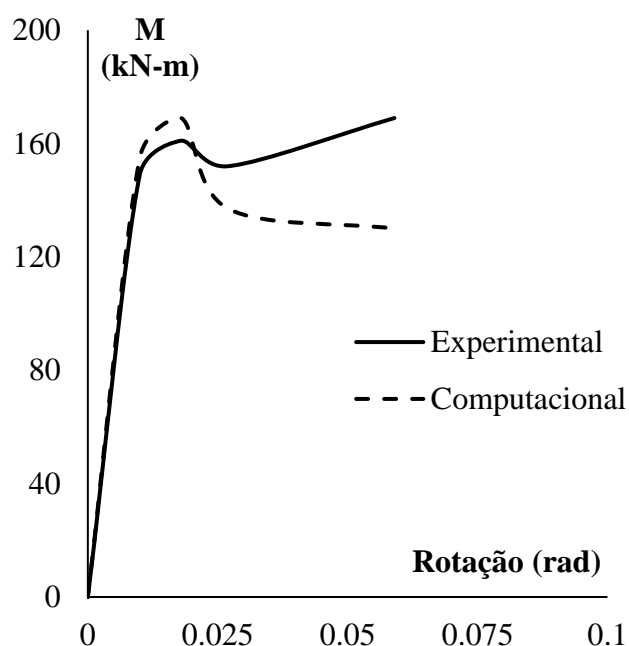


Figura 4.16– Análise de convergência de malha (Fonte: Autor)

O diagrama momento-curvatura da Figura 4.16, mostra que no modelo do autor o momento máximo registrado foi de aproximadamente 161 kN.m, contra 169 kN.m do modelo computacional, com diferença de 8%. O modelo computacional apresentou leve tendência de queda, observada após o pico, enquanto o experimental, leve tendência ascendente para a mesma rotação. Apesar do comportamento pós-pico do diagrama momento-curvatura destoar levemente do obtido experimentalmente, ele ainda se encontra dentro do intervalo proposto pelos comentários da norma ACI 318 (2011), que é de 15% para considerar o modelo como confiável.

As conclusões observadas são de que os valores dos deslocamentos, deformações últimas no concreto comprimido, na armadura tracionada e na comprimida, foram muito bem previstos pelo modelo computacional, com diferenças menores que 5% dos resultados experimentais.

4.3 RESULTADOS DA MODELAGEM

4.3.1 Comprimento da Rótula Plástica

A metodologia para estimar l_p foi adaptada do trabalho de Bae (2005). A magnitude do dano no concreto, segundo o autor, está relacionada com a intensidade das deformações de compressão medidas na seção crítica. Com o aumento das curvaturas, as deformações no lado comprimido do pilar aumentam até um valor crítico. O escoamento da armadura longitudinal no lado comprimido ocorre ($\epsilon_{cs} > \epsilon_y$) seguido do esmagamento do núcleo de concreto. Com o acúmulo das deformações, as rótulas plásticas são, então, formadas. A magnitude das deformações observadas na armadura longitudinal comprimida, de acordo com o autor, nessas circunstâncias, poderia trazer bons indicativos para formação das rótulas.

O método é descrito a seguir:

inicialmente, estima-se a posição da seção crítica com base no momento máximo determinado nos diagramas de momento fletor ou momento-curvatura do pilar. A definição da seção crítica, segundo o autor, é necessária devido a uma região sem danos formada próxima à ligação da base do pilar, denomina *Stub*, como mostra a Figura 4.17, com a seção crítica localizada a $0,5h$ da base do pilar, considerando a região $0,25h$, sem danos.

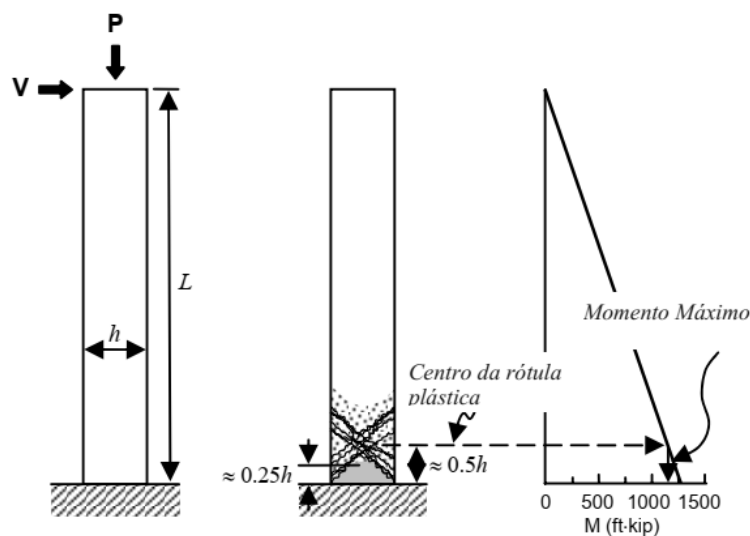


Figura 4.17 – Momento máximo da seção crítica (Fonte: Bae, 2005)

Determinada a seção crítica, investiga-se as seções acima deste ponto que sofreram escoamento da armadura longitudinal, definida nesta pesquisa com o valor de $\epsilon_s > 2,38\%$. A Figura 4.18, exemplifica a metodologia.

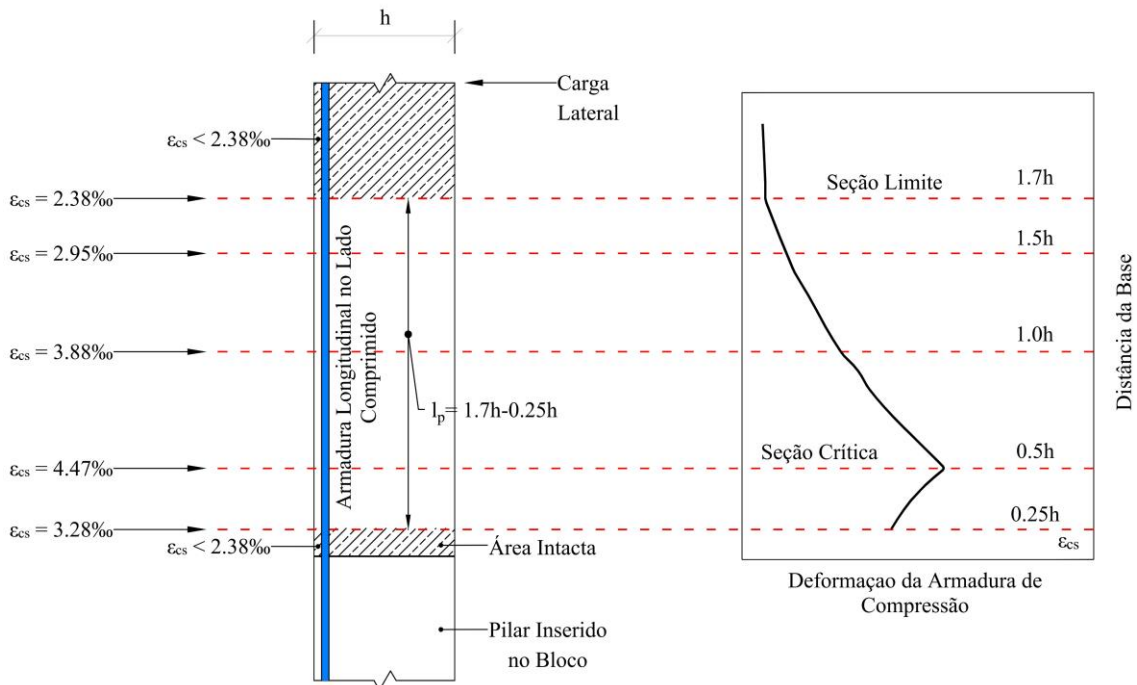


Figura 4.18 – Estimativa do comprimento da rótula plástica (Fonte: Autor)

O comprimento da rótula plástica é aquele medido a partir da última seção que atingiu a deformação de escoamento, acima da seção crítica, subtraído o valor $0,25h$. Assim, estimou-se os valores do comprimento da rótula plástica para os 81 modelos. Os resultados são apresentados nas Tabelas 4.5.

Tabela 4.5 – Comprimento da rótula plástica medido nos modelos computacionais

P/P_o	Pilares	l_p	Pilares	l_p	Pilares	l_p
0	A1	0.29h	A10	0.36h	A19	0.41h
0.1	A2	1.26h	A11	1.57h	A20	1.87h
0.2	A3	1.84h	A12	2.30h	A21	2.74h
0.3	A4	2.23h	A13	2.78h	A22	3.31h
0.4	A5	2.54h	A14	3.18h	A27	3.77h
0.5	A6	2.74h	A15	3.43h	A24	4.07h
0.6	A7	2.95h	A16	3.69h	A25	4.38h
0.7	A8	3.14h	A17	3.93h	A26	4.66h
0.8	A9	3.19h	A18	3.99h	A27	4.73h
l/h	Pilares	l_p	Pilares	l_p	Pilares	l_p
4	B1	1.26h	B10	1.36h	B19	1.69h
5	B2	1.44h	B11	1.69h	B20	1.95h
6	B3	1.48h	B12	1.85h	B21	2.13h
7	B4	1.64h	B13	1.95h	B22	2.34h
8.5	B5	1.72h	B14	2.05h	B23	2.48h
9	B6	1.90h	B15	2.23h	B24	2.66h
10	B7	1.98h	B16	2.48h	B25	2.85h
11	B8	2.18h	B17	2.73h	B26	3.14h
12	B9	2.39h	B18	2.99h	B27	3.44h
A_s/A_g	Pilares	l_p	Pilares	l_p	Pilares	l_p
1	C1	0.72h	C10	0.77h	C19	0.97h
1.5	C2	0.70h	C11	0.82h	C20	0.95h
2	C3	0.75h	C12	0.94h	C21	1.08h
2.5	C4	0.85h	C13	1.02h	C22	1.22h
3	C5	1.06h	C14	1.26h	C23	1.52h
3.5	C6	1.28h	C15	1.50h	C24	1.79h
4	C7	1.39h	C16	1.74h	C25	2.01h
5	C8	1.59h	C17	1.98h	C26	2.28h
6	C9	1.78h	C18	2.23h	C27	2.56h

Contudo, é importante salientar, que os resultados observados nos modelos não apresentaram diferença significativa no comprimento da rótula medidos pelas deformações na armadura de compressão, como sugeriu o autor, em relação ao comprimento medido na armadura de tração.

Acredita-se que a principal razão seja a natureza do carregamento, se cíclico ou monotônico. De acordo com Fardis *et al* (2003), elementos submetidos a carregamentos monotônicos tendem a formar rótulas 1,5 maior que elementos sujeitos a carregamentos cíclicos, caso do ensaio de Bae (2005), devido aos maiores danos observados no concreto causados pelos carregamentos cíclicos, a ponto de os danos romperem o núcleo de

concreto, causando ruptura prematura do núcleo e da seção por esmagamento, evitando a propagação das rótulas.

Para carregamentos monotônicos, caso desta pesquisa, os danos causados no núcleo de concreto, são menores, levando a possibilidade de formações de rótulas maiores, e distribuição uniforme das tensões na seção, o que implica em distribuição uniforme das deformações em ambos os lados da seção, e, portanto, a medida do comprimento da rótula iguais ou próximas em ambos os lados.

4.3.2 Influência de P/P_o no Comprimento da Rótula Plástica

Os resultados dos pilares do *Grupo A*, apresentado na Tabela 4.5, mostra os resultados do comprimento da rótula plástica para a variável taxa de carregamento axial, estimado de acordo com o método descrito na seção 4.3.1. A relação $l_p \times P/P_o$ é mostrado no gráfico da Figura 4.19.

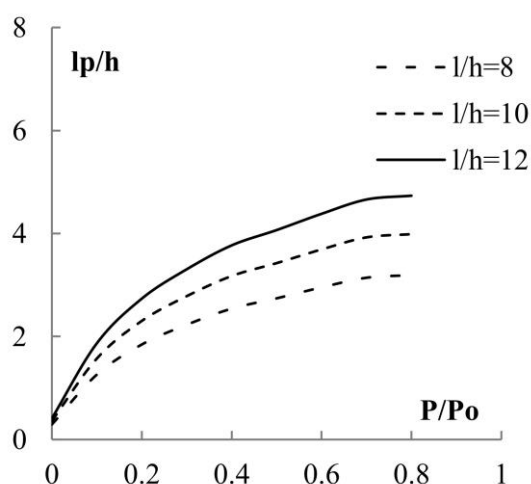


Figura 4.19 – Influência da taxa de carregamento axial no comprimento da rótula plástica (Fonte: Autor)

A variação da variável P/P_o reflete claramente na formação e no comportamento da rótula plástica. O comportamento da curva mostra tendência crescente e parabólica de l_p quando do aumento de P/P_o . Observa-se um crescimento gradual de l_p , a partir de $0,2P_o$ até $0,8P_o$ para as três faixas de esbelteza analisadas. Na faixa de $0P_o$ a $0,1P_o$, observou-se um aumento linear. Na faixa de pilares com esbelteza geométrica igual a 8, pilares de A1 a A9,

l_p apresentou diminuição em todos os níveis de compressão dos pilares, quando comparado aos pilares com esbeltez geométrica iguais a 10 e 12, também para todos os níveis de compressão axial.

Essas conclusões também foram observadas por outros autores como Atalay e Penzien (1975), que concluíram que o comprimento plastificado se estendia com aumento nos níveis de compressão, ou Tanaka e Park (1990) que observaram crescimento de l_p de $0,46h$ para $0,75h$ quando do aumento dos níveis de compressão axial passavam de $0,1f_c'A_g$ para $0,30f_c'A_g$, respectivamente, assim como os trabalhos de Légeron e Paultre (2003) e Thomson e Wallace (2004). Porém, outros trabalhos apresentaram conclusões diferentes. Bae (2005) observou redução no comprimento da rótula, o que, de acordo com Fardis *et al* (2003), se justifica pela natureza do carregamento cíclico, em que l_p tende a ser 1,5 maior para pilares sujeitos a carregamentos monotônicos. Nas conclusões de Park *et al* (1982) e Ceroni *et al.* (2003), a variação do comprimento da rótula se mostrou indiferente a variação dos níveis de compressão do pilar, tanto para carregamentos cíclicos quanto para monotônicos.

4.3.3 Influência de P/P_o nos Deslocamentos Laterais

A Figura 4.20 apresenta o diagrama carga-deslocamentos dos pilares de A1 a A9. A rigidez inicial dos pilares e a carga lateral máxima aumentaram com o aumento de P/P_o . Isso se justifica, em partes, ao retardamento no desenvolvimento das fissuras e atuação do núcleo confinado de concreto, que se tornou efetivamente mais solicitado e rígido, elevando a rigidez até o aparecimento da primeira fissura, elevando a capacidade do elemento nos estágios posteriores de carregamento.

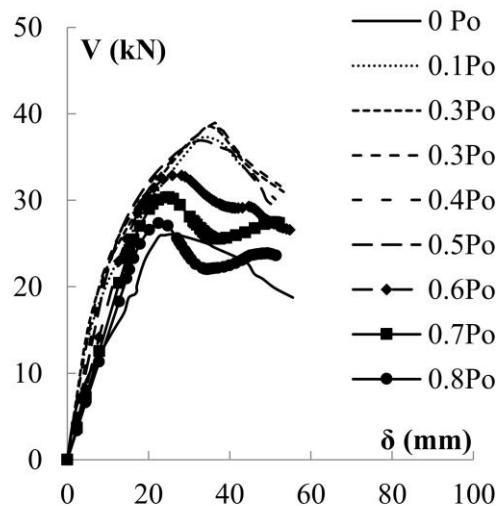


Figura 4.20 – Influência da taxa de carregamento axial nos deslocamentos laterais dos pilares de A1 a A9 (Fonte: Autor)

O aumento de carga foi observado na carga máxima (V_{max}) obtida nos diagramas da Figura 4.20. Até o pilar A6 (0,5Po), observou-se elevação da carga máxima no valor de 56,5% em relação ao pilar A1 (0Po), sem carregamento axial. Após 0,5Po, a carga máxima volta a diminuir, com o V_{max} do pilar A9 (0,8Po) 49% em relação ao pilar A6 (0,5Po). A variação da ductilidade poderia justificar esta questão. O aumento taxa de carregamento axial resultou em maior taxa de degradação da capacidade de carga dos elementos mais solicitados, plastificando prematuramente a seção, elevando a ductilidade dos pilares. Esta premissa pode ser observada na Tabela 4.6, que apresenta os resultados do fator de ductilidade para os deslocamentos dos pilares de A1 a A9.

Tabela 4.6 – Fator de ductilidade para os deslocamentos para a variável P/P_o

P/P_o	$\delta_{Máx}$	δ_u	μ_δ
0	26.21	55.57	2.129
0.1	34.15	45.41	1.302
0.2	34.81	53.24	1.525
0.3	36.37	52.42	1.443
0.4	38.10	51.19	1.374
0.5	39.02	51.59	1.322
0.6	23.55	53.95	2.209
0.7	22.46	52.23	2.325
0.8	21.34	50.37	2.360

$(\mu_\delta = \delta_u / \delta_{Máx})$ – Fator de ductilidade para os deslocamentos

O coeficiente de ductilidade atinge uma média de 1,391 (A2-A6) quando a relação de carga axial varia de 0,1 a 0,5. Posteriormente, o coeficiente de ductilidade aumenta quando a relação de carga axial varia de 0,6 a 0,8 (A7-A9) e atinge uma média de 2,298, equivalente ao valor de ductilidade do pilar A1, sem carregamento axial.

4.3.4 Influência de l/h no Comprimento da Rótula Plástica

Os resultados dos pilares do *Grupo B*, apresentado na Tabela 4.5, mostra os resultados do comprimento da rótula plástica medido para a variável esbeltez geométrica, estimado de acordo com o método descrito na seção 4.3.1. A relação $l_p \times l/h$ é mostrado no gráfico da Figura 4.21.

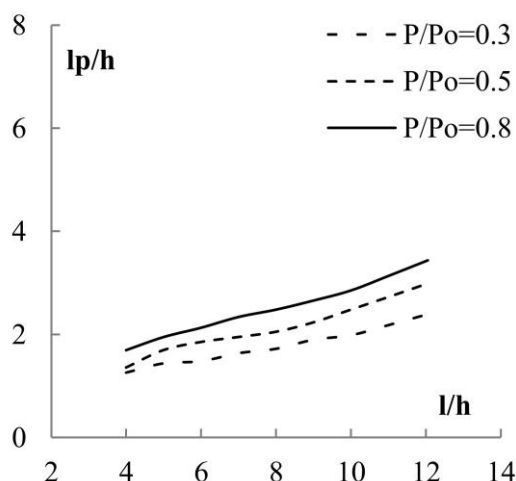


Figura 4.21 – Influência da taxa de carregamento axial nos deslocamentos laterais dos modelos computacionais (Fonte: Autor)

Notavelmente, a relação entre $l_p \times l/h$ segue uma tendência linear. Assim como o comportamento parabólico apresentado na relação do comprimento da rótula com a taxa de carregamento axial, a tendência de l_p pela variação de l/h , foi fundamental para selecionar o modelo de regressão e definir uma expressão para o comprimento da rótula plástica desta pesquisa, que será posteriormente apresentado.

Como observado na Figura 4.21, l_p aumenta consideravelmente com o aumento da esbeltez. O aumento de l_p em relação a l/h é sempre crescente, com l_p máximo medido de

3.44h para o pilar mais esbelto e carregado (*B27*). Esta conclusão também foi observada por outros pesquisadores. As propostas de Pristley e Park (1987), Panagiotakos e Fardis (2001), Fardis e Biskinis (2003), Bae (2005), Ceroni et al.(2003), que consideram a influência da esbeltez em suas propostas de cálculo de l_p , observaram o aumento crescente, com algumas diferentes no tamanho de l_p medido.

Para os pilares curtos da série *B*, que incluem *B1/B2*, com $P/P_o=0,3$, *B10/B11*, com $P/P_o=0,5$, e *B19/B20*, $P/P_o=0,8$, não se observou tendência diferente dos pilares mais esbeltos, mesmo os mais carregados, ou seja, a esbeltez foi determinante na formação das rótulas independente de outras variáveis ou do índice de esbeltez do pilar, considerando que os efeitos de 2ª ordem não foram predominantes. De acordo com Barrera (2011), os efeitos de 2ª ordem influenciam no comprimento plastificado, uma vez que esses efeitos não permitem que as rótulas se formem. Nesta pesquisa os pilares foram cuidadosamente dimensionamentos para evitar esses efeitos. Alguns autores observaram que a formação das seções plastificadas, diminuiu com o aumento da taxa de carregamento axial em pilares esbeltos, quando comparados àqueles com taxa de carregamento menor nos mesmos pilares.

4.3.5 Influência de l/h nos Deslocamentos Laterais

A Figura 4.22 apresenta o diagrama carga-deslocamentos dos pilares de *B1* a *B9* para a variável esbeltez geométrica (l/h). A influência deste parâmetro está essencialmente ligada à não linearidade geométrica, o que gera implicações não apenas na capacidade resistente dos elementos, mas também, e principalmente, na capacidade de deformação. Esse fenômeno provocou uma descida brusca, após a carga de pico, reduzindo a capacidade de deformação dos pilares mais esbeltos (pilares *B5* a *B9*).

Foi observado redução na resistência dos pilares, observada nos valores de cargas máximas da Figura 4.22, dos elementos com mesma propriedades mecânicas e geométricas da seção transversal, mesmos níveis de carregamento axial. O incremento dos efeitos de segunda ordem no suporte esbelto ($\lambda=9$), não apenas logra reduzir a resistência, mas também a energia dissipada abaixo da curva de resposta $P-\delta$ e, em consequência, a ductilidade.

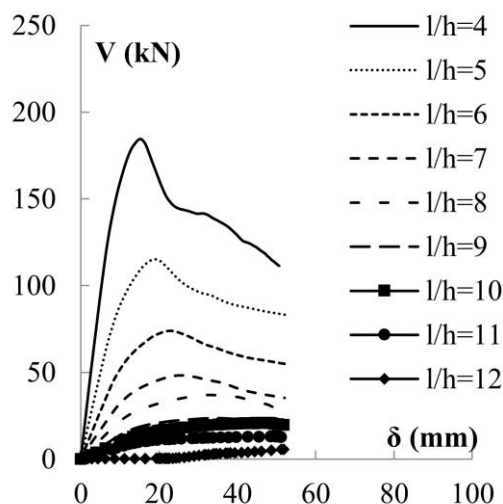


Figura 4.22 – Influência da esbelteza geométrica nos deslocamentos laterais dos modelos computacionais (Fonte: Autor)

Além disso, na Tabela 4.22, observa-se que o fator de ductilidade também foi afetado pela esbelteza. A capacidade de dissipação de energia em forma de deformação aumenta nos elementos mais esbeltos, devido a desconsideração dos efeitos de 2ª ordem. Conforme ilustrado na Figura 4.22, nas faixas elástica e elastoplásticas da resposta carga-deslocamento, que incluem a resposta até o escoamento para o trecho elástico, e do escoamento até a carga máxima para o elastoplástico, a influência do parâmetro afetou significativamente a resposta dos modelos. O aumento de l/h reduziu essencialmente a rigidez inicial e os deslocamentos laterais, e elevou os valores de V_{max} .

Para o pilar com $l/h=4$ (pilar *B1*), a carga máxima atingiu 184,38 kN, contra 23kN do pilar *B9*, com $l/h=12$. A esbelteza também afetou a ductilidade, como mostra a Tabela 4.7. A menor relação ($l/h=4$), resultou em uma maior taxa de degradação da capacidade de suporte e menor ductilidade.

Tabela 4.7 – Fator de ductilidade para os deslocamentos para a variável l/h

l/h	$\delta_{Máx}$	δ_u	μ_δ
4	15.46	22.10	1.435
5	18.52	26.95	1.455
6	22.97	35.01	1.524
7	24.98	39.40	1.577
8	25.95	41.04	1.581
9	27.87	44.53	1.598
10	28.50	45.86	1.609
11	29.22	47.46	1.624
12	30.79	50.65	1.645

$(\mu_\delta = \delta_u / \delta_{Máx})$ – Fator de ductilidade para os deslocamentos

4.3.6 Influência da ρ_s no Comprimento da Rótula Plástica

Em pilares submetidos a combinação de flexão e compressão axial, a influência da quantidade de armadura longitudinal se torna mais relevante. A combinação dos fatores resulta no aumento da quantidade de armadura longitudinal causando um efeito contrário aos observados nas variáveis anteriores sobre a formação da rótula plástica. Enquanto P/P_0 e l/h elevam significativamente o comprimento da rótula plástica, ρ_s resulta em aumento ligeiramente linear no comprimento da rótula, sendo observado valores quase constantes quando a taxa de armadura longitudinal varia de 1,0% a 2,5%, apresentando melhor resultados para valores superiores a 2,5%.

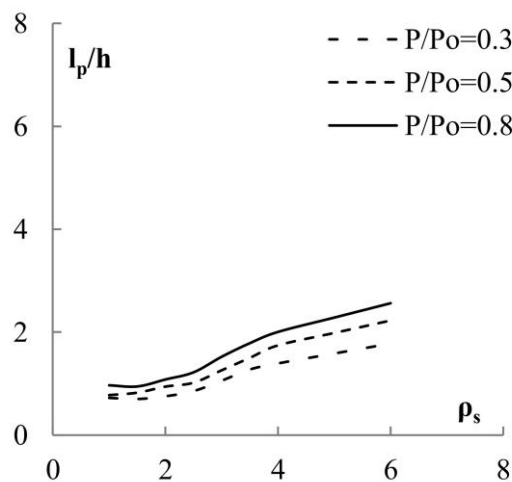


Figura 4.23 – Influência da esbelteza geométrica nos deslocamentos laterais dos modelos computacionais (Fonte: Autor)

variável para as diferentes faixas de parâmetros e estados de carregamento (elástico e último), e, conseqüentemente, o efeito na ductilidade também será variável.

A carga lateral máxima foi fortemente afetada com o aumento da taxa de armadura longitudinal para uma determinada taxa de carregamento axial e para uma determinada relação de esbeltez, resultando em aumento da capacidade resistente dos modelos. Além disso, o efeito da taxa de armadura longitudinal resultou em um aumento ligeiramente linear no comprimento da rótula plástica, sendo observado valores quase constantes quando a taxa de armadura longitudinal varia de 1,0% a 2,5%, apresentando melhor resultados para valores superiores a 2,5%.

4.3.7 Influência da ρ_s nos Deslocamentos Laterais

No diagrama carga-deslocamento, a taxa de armadura longitudinal não apresentou efeito importante na rigidez inicial dos pilares. A carga lateral máxima foi fortemente afetada com o aumento da taxa de armadura longitudinal para uma determinada taxa de carregamento axial e para uma determinada relação de esbeltez, resultando em aumento da capacidade resistente dos modelos.

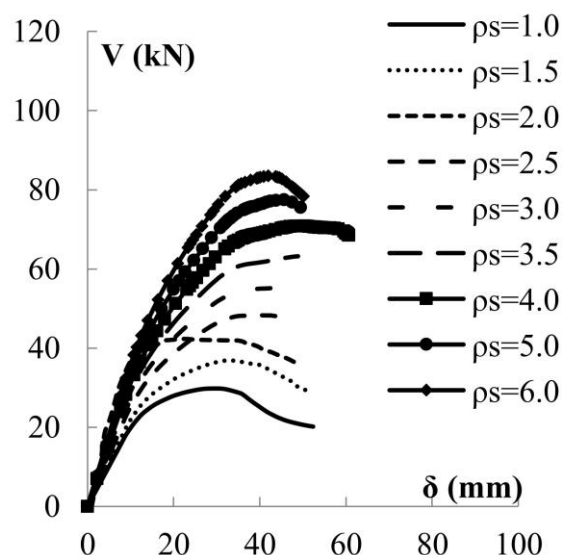


Figura 4.24 – Influência da esbeltez geométrica nos deslocamentos laterais dos modelos computacionais (Fonte: Autor)

Tabela 4.8 – Fator de ductilidade para os deslocamentos para a variável ρ_s

ρ_s	$\delta_{Máx}$	δ_u	μ_δ
1.0	30.50	52.38	1.717
1.5	32.92	51.34	1.559
2.0	35.25	51.69	1.466
2.5	40.16	58.51	1.457
3.0	46.28	62.92	1.359
3.5	46.44	58.85	1.267
4.0	49.54	60.72	1.225
5.0	47.18	56.71	1.202
6.0	42.01	50.10	1.190

$(\mu_\delta = \delta_u / \delta_{Máx})$ – Fator de ductilidade para os deslocamentos

5. PROGRAMA EXPERIMENTAL

Este capítulo apresenta a metodologia experimental empregada para execução e ensaio dos pilares desta pesquisa. A elaboração do programa experimental tem por objetivo observar a formação das rótulas e validar os resultados observados nas simulações computacionais. Os ensaios foram realizados nas instalações dos Laboratórios de Engenharia Civil e da Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará (UFPA).

Um total de 06 pilares de concreto armado, em escala real, foram ensaiados. Os modelos, nomeados de P1 a P6, de dimensões h , b e l , foram analisados aos pares para estudar os efeitos da taxa de carregamento axial (P/P_0), esbeltez geométrica (l/h) e taxa de armadura longitudinal (ρ_s) nas rotações, deslocamentos e formação das rótulas plásticas. As principais características dos pilares e os parâmetros analisados, são apresentados na Tabela 5.1. Os pilares P1/P2 avaliaram os efeitos da compressão axial, os pilares P3/P4, a esbeltez geométrica, e os pilares P5/P6, a influência da taxa de armadura longitudinal.

Os pilares foram idealizados com apoios fixos na extremidade inferior e livres na extremidade superior, com as ações axial e horizontal aplicadas na extremidade livre, com ruptura estimada por flexão lateral e escoamento da armadura longitudinal de tração do pilar, para observação das seções plastificadas e do comprimento da rótula plástica. Para o apoio fixo, blocos com dimensões h_b , b_b e l_b , foram executados na base de todos os pilares e fixados na laje de reação por tirantes metálicos. A Figura 5.1 mostra a representação geral dos pilares ensaiados.

Tabela 5.1 – Características e parâmetros dos pilares

Pilares	h	b	l	A_s	h_b	b_b	l_b	A_{sxb}	A_{syb}	P	P/P_0	l/h	ρ_s	f_{ys}	f_c
	mm	mm	mm		mm	mm	mm			kN			%	Mpa	Mpa
P1			2200	8 ϕ 10				10 ϕ 10	7 ϕ 10	270	0.2	9	1.26		
P2			2200	8 ϕ 10				10 ϕ 10	7 ϕ 10	540	0.4	9	1.26		
P3	250	200	2600	8 ϕ 10	500	600	1450	10 ϕ 10	7 ϕ 10	337	0.25	10	1.26	580	27
P4			3000	8 ϕ 10				10 ϕ 10	7 ϕ 10	337	0.25	12	1.26		
P5			2200	8 ϕ 12.5				10 ϕ 10	7 ϕ 10	337	0.25	9	1.96		
P6			2200	12 ϕ 12.5				10 ϕ 10	7 ϕ 10	337	0.25	9	2.94		

h, b, l - altura, largura, comprimento do pilar;

h_b, b_b, l_b - altura, largura, comprimento do bloco;

A_s, A_{sxb}, A_{syb} - armadura longitudinal do pilar, armadura do bloco na direção x, armadura do bloco na direção y;

$P/P_0, l/h, \rho_s$ - taxa de carregamento axial, esbelteza geométrica, taxa de armadura longitudinal;

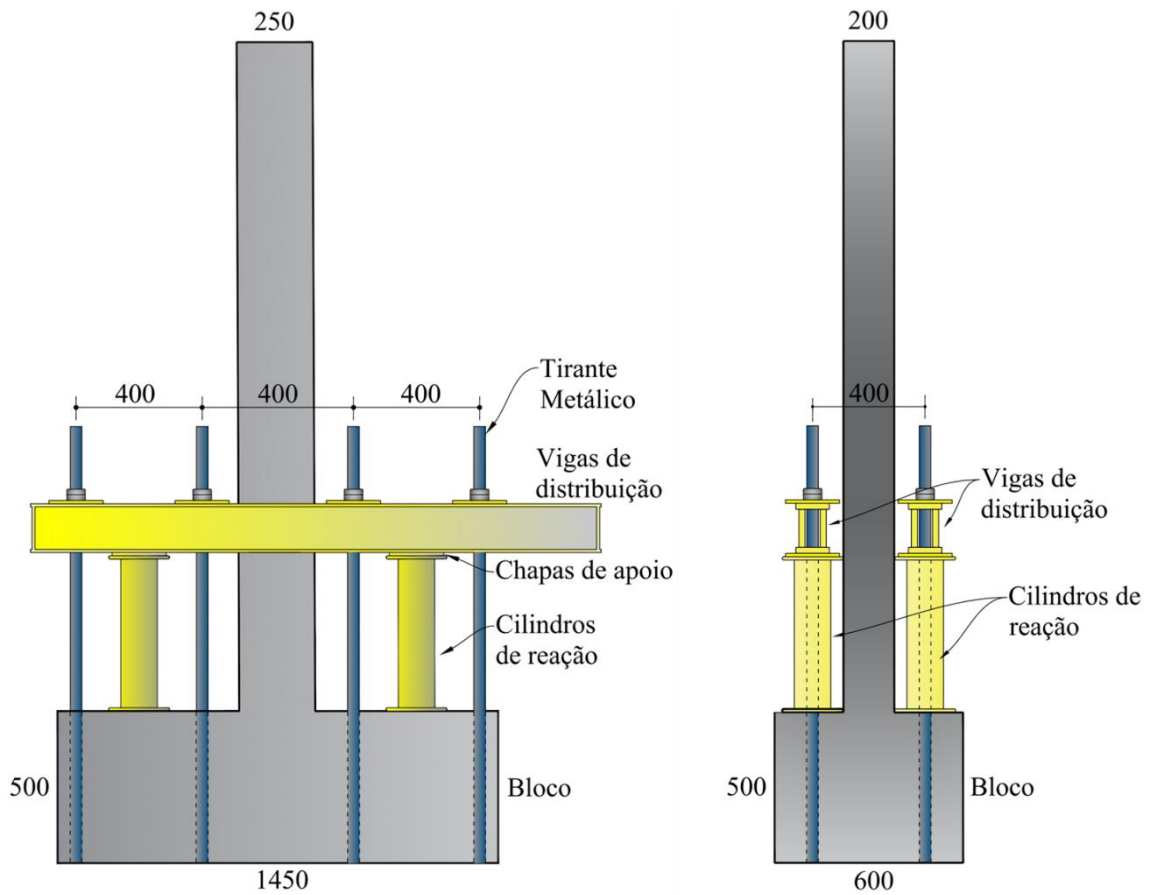


Figura 5.1 – Representação geral dos pilares (Fonte: Autor)

Todos os pilares foram executados com a mesma seção transversal, com dimensões de (250 x 200) mm. O comprimento $l = 2200$ mm foi atribuído aos pilares P1/P2/P5/P6, enquanto $l = 2600$ mm e $l = 3000$ mm, aos pilares P3 e P4, respectivamente. As dimensões dos blocos (500 x 600 x 1450) mm, considerou, além da idealização do apoio fixo, o espaçamento entre os tirantes da laje de reação.

As armaduras principais dos pilares foram constituídas por 8 ϕ 10 mm, para os pilares P1/P2/P3/P4, 8 ϕ 12,5 mm para P5 e 12 ϕ 12,5 mm para P6. Os pilares P1/P2 possuíram armaduras idênticas, variando apenas os níveis de carregamento axial aplicado. Estribos de 5,0 c/50 mm, foram distribuídos nas regiões da extremidade dos pilares, e estribos de 5,0 c/150 mm foram espaçados ao longo de todo o comprimento do pilar. Todos os blocos foram armados com armaduras idênticas, nas duas direções ortogonais, com barras de 10mm, espaçadas uniformemente. As Figuras de 5.2 a 5.7 mostram detalhes das armaduras.

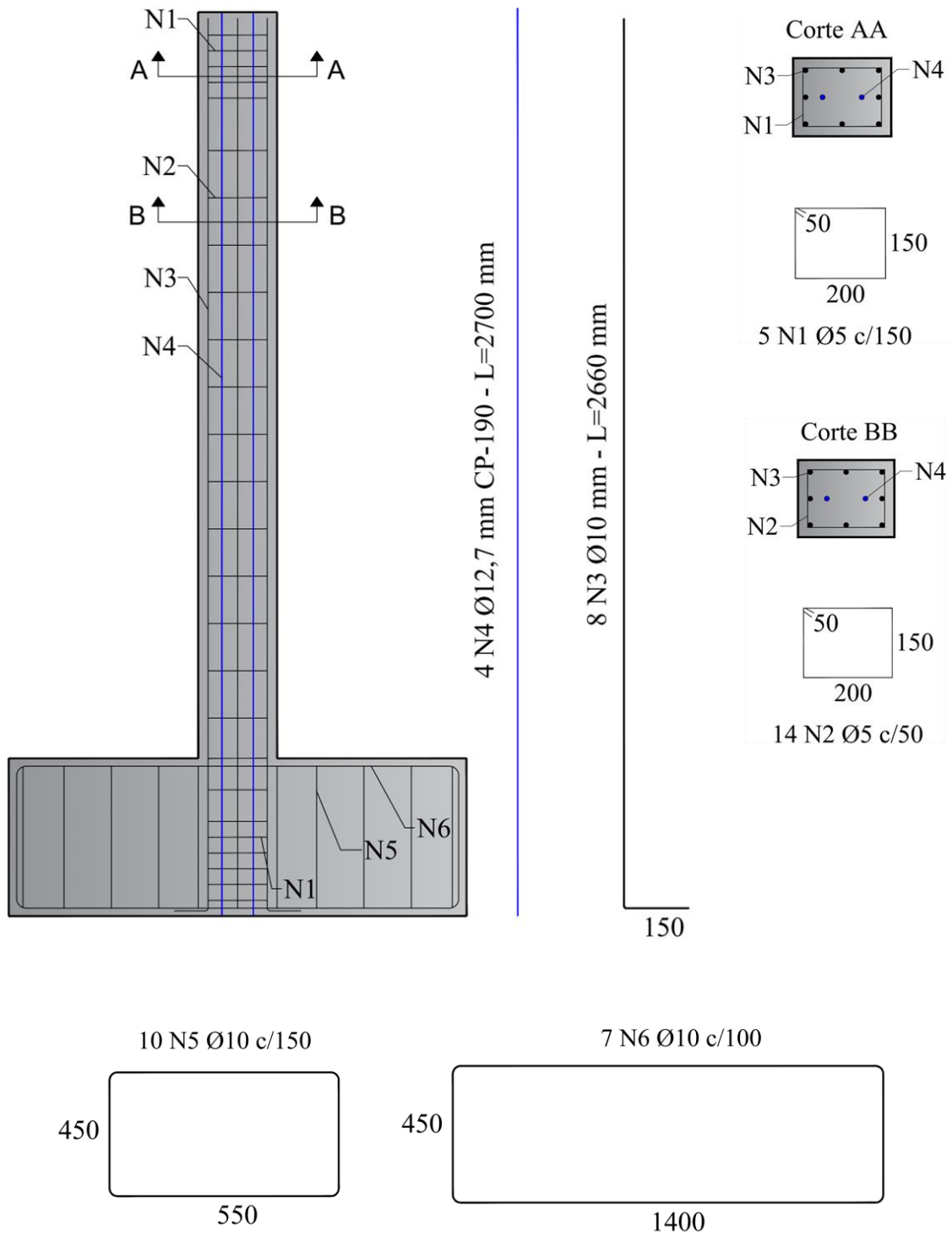


Figura 5.2 – Armaduras dos pilares P1 e P2 - dimensões em mm (Fonte: Autor)

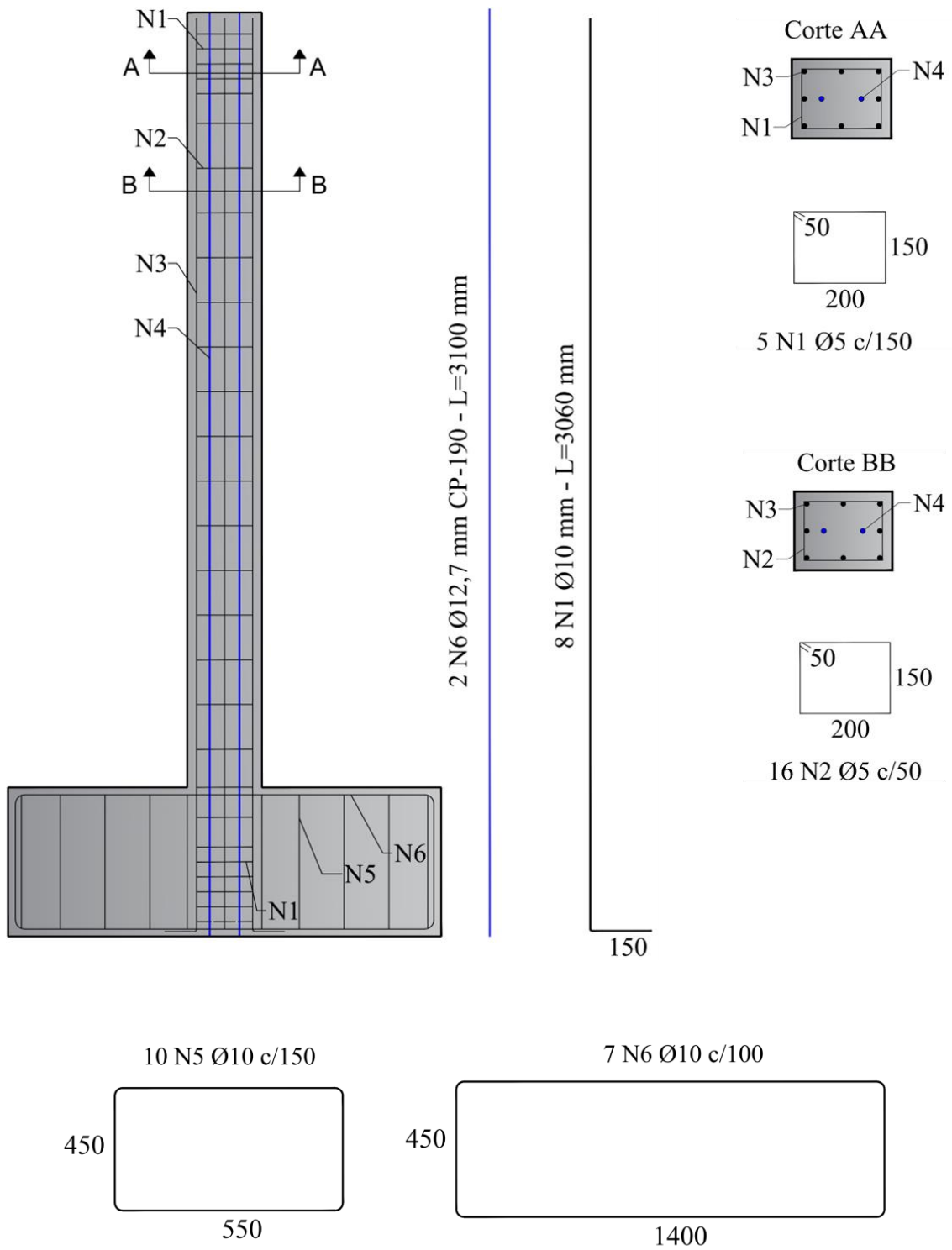


Figura 5.3 – Armaduras dos pilares P3 - dimensões em mm (Fonte: Autor)

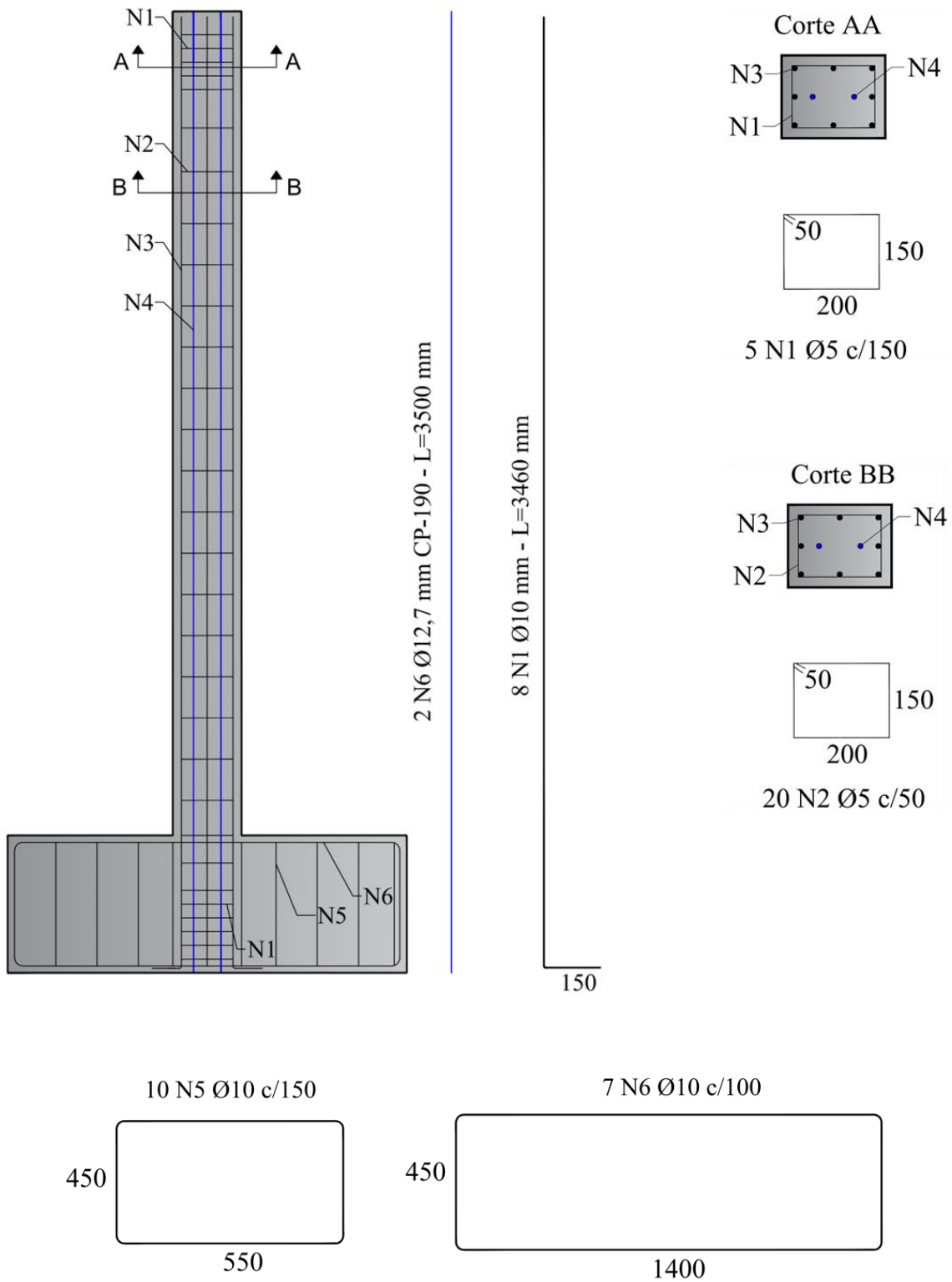


Figura 5.4 – Armaduras do pilar P4 - dimensões em mm (Fonte: Autor)

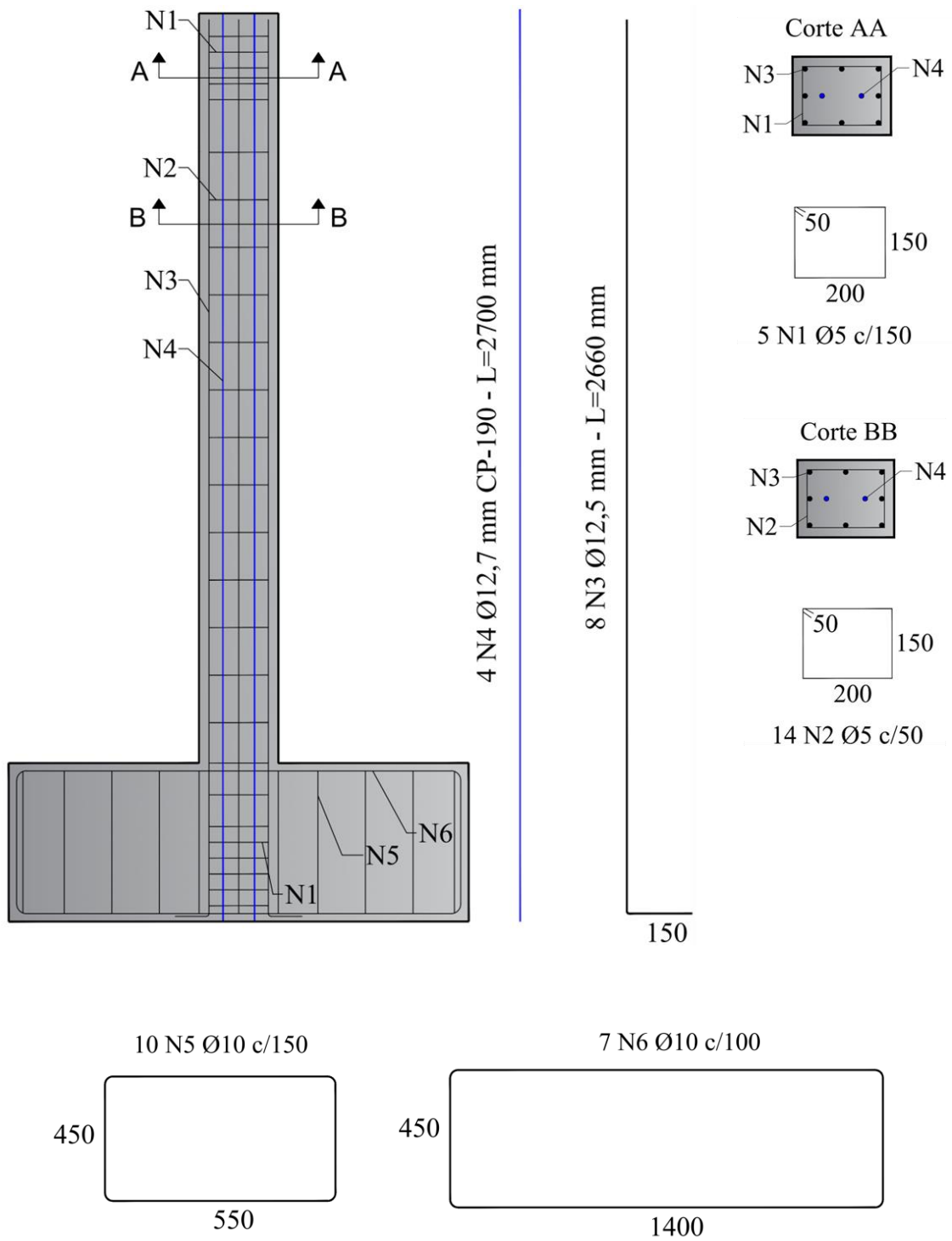


Figura 5.5 – Armaduras do pilar P5 - dimensões em mm (Fonte: Autor)

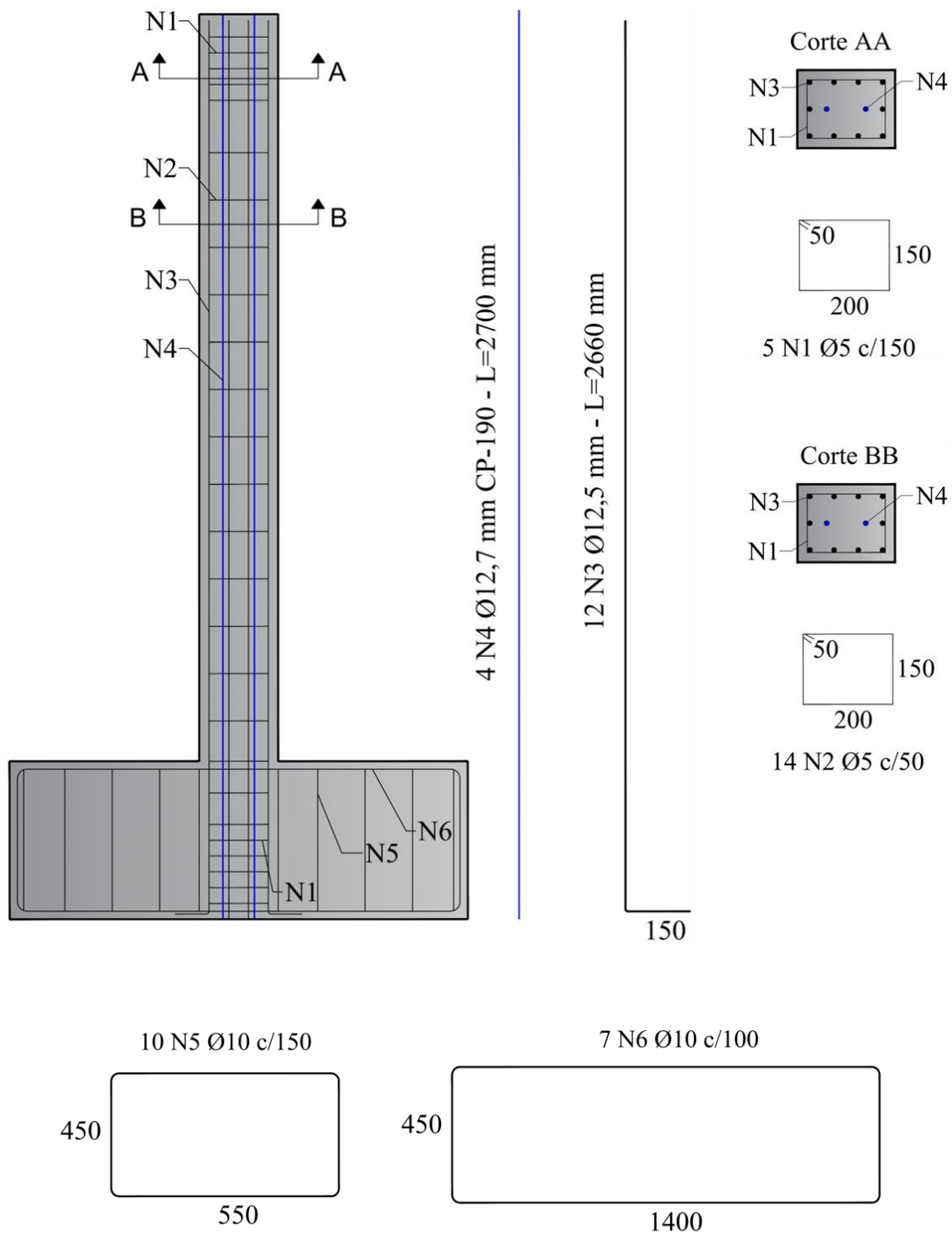


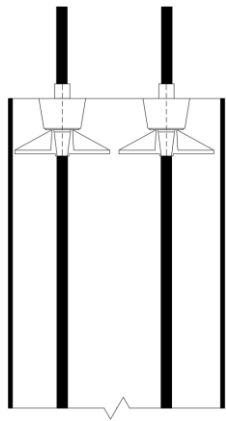
Figura 5.6 – Armaduras do pilar P6 - dimensões em mm (Fonte: Autor)



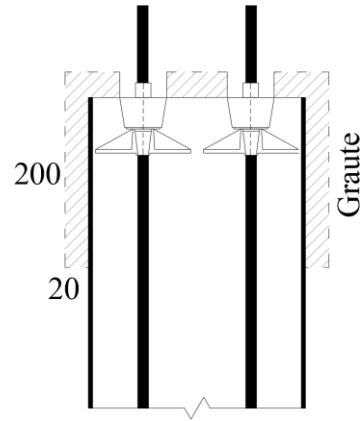
Figura 5.7 – Armaduras dos pilares e blocos (Fonte: Autor)

O carregamento axial foi aplicado com o uso da protensão não aderente, através de cordoalhas do tipo CP 190 RB 12,7 mm, 7 fios, engraxadas e plastificadas, com carga mínima de ruptura de 184 kN. A protensão dos cabos foi realizada como ilustrado na sequência da Figura 5.8. Realizou-se um reforço na extremidade livre dos pilares P1/P2 e P5/P6, Figura 5.8 (b), com graute, posteriormente a concretagem, com argamassa industrializada de resistência aproximada a dos pilares, a fim de evitar ruptura localizada.

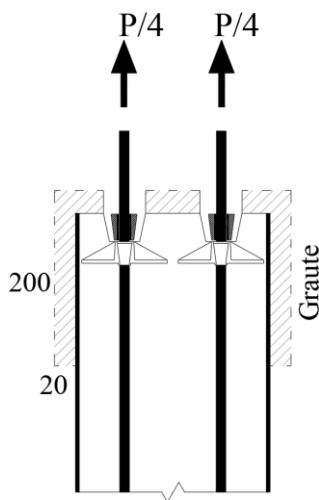
Uma *pocket former* foi inserida antes da concretagem, em cada cabo, para criar o nicho de acesso ao bloco de ancoragem para posterior protensão dos cabos e cravação das cunhas. Após a tração do cabo, Figura 5.8 (c), a cunha foi cravada pelo dispositivo de retorno do macaco de protensão. Em seguida, o nicho foi preenchido com graute, Figura 5.8 (d). A Figura 5.9 mostra detalhes da etapa de protensão.



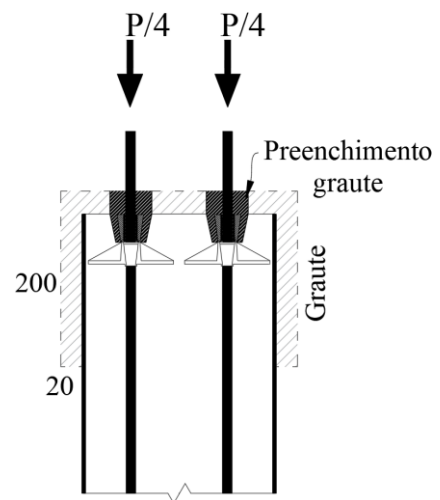
(a) Pilar após concretagem



(b) Grauteamento da extremidade livre



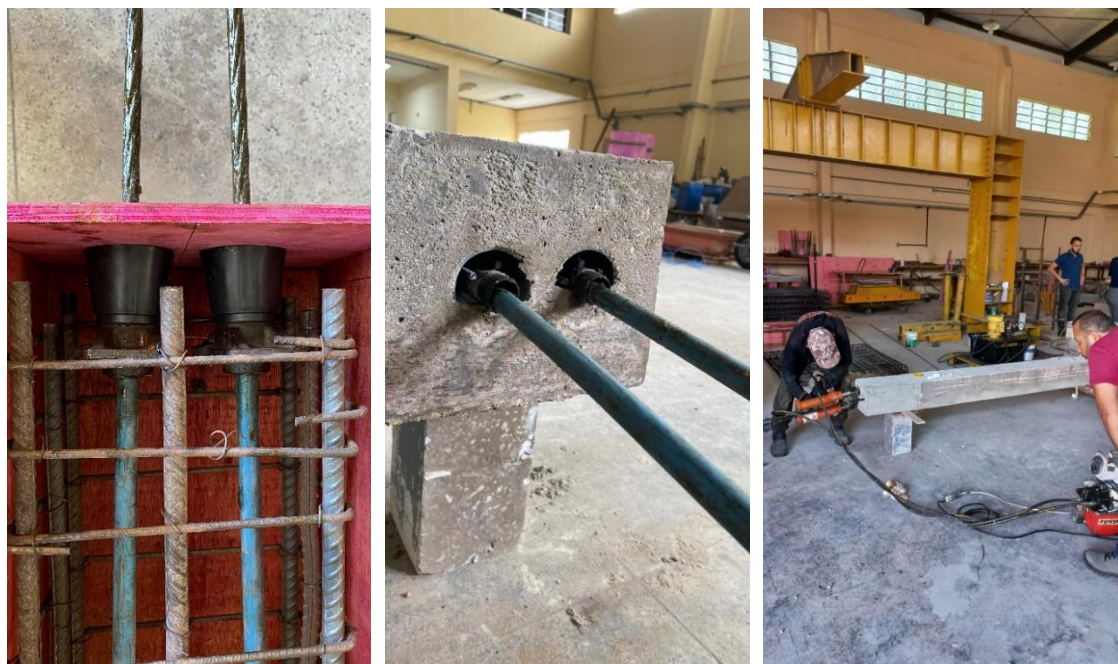
(c) Tração dos cabos e cravação da cunha



(d) Tração dos cabos e cravação da cunha

Figura 5.8 – Sequência de protensão e grauteamento dos pilares P1/P2 e P5/P6

(Fonte: Autor)



(a) Ancoragem ativa antes da concretagem

(b) Ancoragem ativa depois da concretagem

(c) Protensão dos cabos

Figura 5.9 – Detalhes da protensão dos pilares (Fonte: Autor)

O número de cabos e as forças aplicadas em cada cabo, foram estimadas considerando a taxa de carregamento apresentada na Tabela 5.1, e as perdas na protensão. Nos pilares de menor comprimento (P1/P2/P5/P6), atribuiu-se uma quantidade maior de cabos (04 cabos), prevendo maiores perdas imediatas na força de protensão, e para os pilares P3/P4, de maior comprimento, atribuiu-se quantidades menores de cabos (02 cabos). As Figuras 5.10 e 5.11, mostram detalhes da distribuição dos cabos nas seções dos pilares.

Vale ressaltar que as perdas progressivas não foram consideradas no cálculo total das perdas devido ao curto espaço de tempo entre a protensão e o ensaio das peças, assim como as perdas imediatas por atrito e por encurtamento do concreto, a primeira por não se aplicar ao caso de protensão não aderente e a segunda por ter valor desprezível, considerou-se apenas as perdas imediatas por acomodação da cunha na ancoragem. A Tabela 5.2, apresenta as cargas e perdas na protensão.

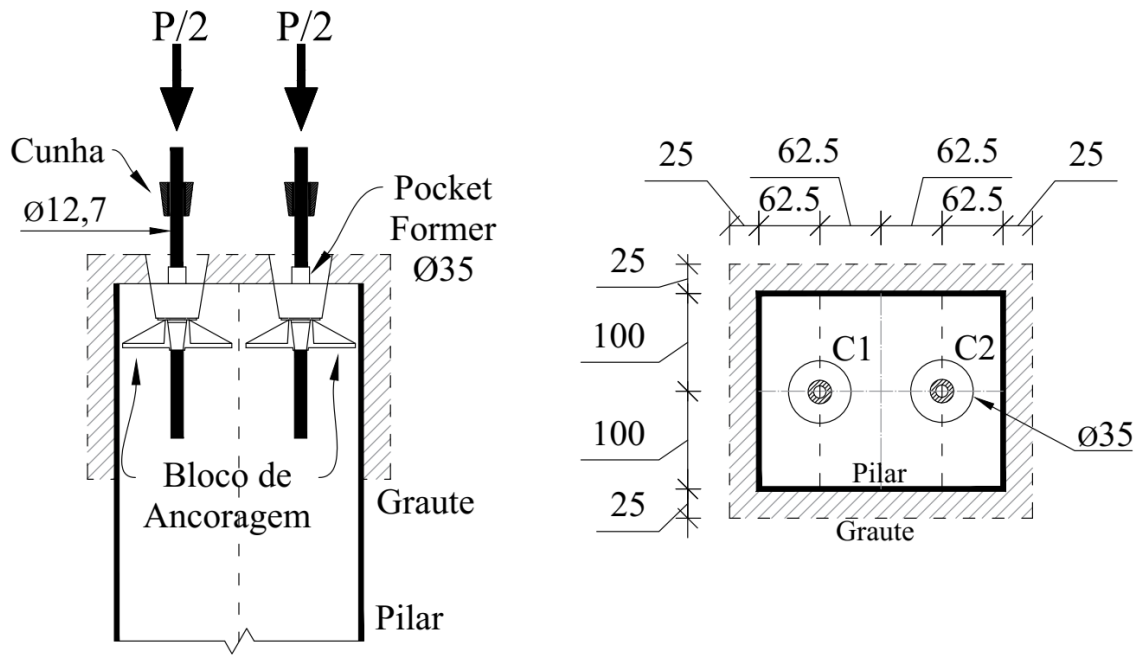


Figura 5.10 – Detalhe da ancoragem e distribuição dos cabos para os pilares P3/P4
(Fonte: Autor)

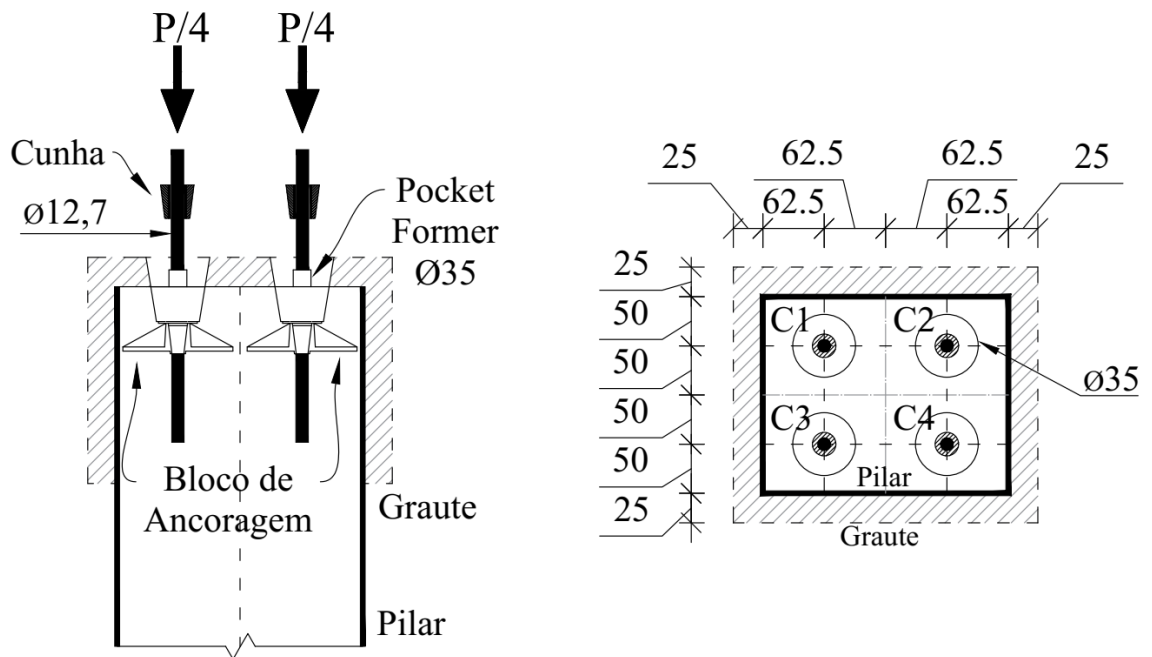


Figura 5.11 – Detalhe da ancoragem e distribuição dos cabos para os pilares P1/P2
e P5/P6 (Fonte: Autor)

Tabela 5.2 – Cargas e perdas na protensão

Pilares	$P_{estimado}$	Cabos	P_{macaco}	σ_{macaco}	ΔL	L_{Cabo}	$\varepsilon_p = \Delta L/L$	$\sigma_f = E_p \times \varepsilon_p$	Perdas Imediatas	$P_{CaboPerdas}$	$P_{aplicado}$	$P_{Aplicado}/P_{estimado}$
	kN	qtde	kN	MPa	mm	mm	mm/mm	MPa	σ_f/σ_{macaco} (%)	kN	kN	
P1	270	C1	100	790	6.6	2600	0.00254	507.7	35.7%	64.3	256	0.949
		C2	100	790	6.9	2600	0.00265	530.8	32.8%	67.2		
		C3	100	790	6.4	2600	0.00246	492.3	37.7%	62.3		
		C4	100	790	6.4	2600	0.00246	492.3	37.7%	62.3		
P2	540	C1	170	1343	12.9	2600	0.00496	992.3	26.1%	125.6	492	0.911
		C2	170	1343	12.5	2600	0.00481	961.5	28.4%	121.7		
		C3	170	1343	12.5	2600	0.00481	961.5	28.4%	121.7		
		C4	170	1343	12.6	2600	0.00485	969.2	27.8%	122.7		
P3	337.5	C1	170	1343	16.4	3100	0.00529	1058.1	21.2%	134.0	271	0.804
		C2	170	1343	16.8	3100	0.00542	1083.9	19.3%	137.2		
P4	337.5	C1	170	1343	18.9	3500	0.00540	1080.0	19.6%	136.7	271	0.802
		C2	170	1343	18.5	3500	0.00529	1057.1	21.3%	133.8		
P5	337.5	C1	150	1184	10.4	2600	0.00400	800.0	32.4%	101.4	373	1.11
		C2	150	1184	9.8	2600	0.00377	753.8	36.3%	95.5		
		C3	150	1184	8.8	2600	0.00338	676.9	42.8%	85.8		
		C4	150	1184	9.3	2600	0.00358	715.4	39.6%	90.6		
P6	337.5	C1	150	1184	9.2	2600	0.00354	707.7	40.2%	89.7	366	1.09
		C2	150	1184	9.3	2600	0.00358	715.4	39.6%	90.6		
		C3	150	1184	9.3	2600	0.00358	715.4	39.6%	90.6		
		C4	150	1184	9.8	2600	0.00377	753.8	36.3%	95.5		

Para todos os pilares, buscou-se aplicar cargas (P_{macaco}) acima das estimadas ($P_{estimada}$), para que a força real aplicada em cada pilar ($P_{aplicado}$), se aproximasse à estimada após as perdas de carga na protensão. As perdas foram determinadas a partir da relação entre as tensões (σ_f/σ_{macaco}), onde σ_{macaco} é a tensão aplicada pelo macaco no ato da protensão, correspondente a força P_{macaco} , e σ_f é a tensão final na cordoalha, determinada a partir da deformação ε_p , calculada em função do alongamento (ΔL) medido no cabo.

Para medida do alongamento, inicialmente fez-se uma marcação do comprimento inicial $l_0 = 100$ mm, a partir da face do pilar. Posteriormente, após a tração do cabo e cravação da cunha, mediu-se o comprimento final na cordoalha l_f . Pela diferença entre comprimento final e inicial ($\Delta L = l_f - l_0$), o alongamento em cada cabo pôde ser determinado. O alongamento final em cada cabo é apresentado na Tabela 5.2. O módulo de elasticidade, considerado para a armadura de protensão, foi obtido do catálogo do fabricante, Belgo Bekaert Arames, de valor $E_p = 200$ GPa.

5.1 MATERIAIS

5.1.1 Aço

O aço utilizado nos experimentos foi caracterizado a partir de ensaios de tração realizados de acordo com as recomendações da NBR 6152 (1992). Ao todo, foram extraídas três amostras de 600 mm de comprimento dos aços de 5,0 mm (CA-60), usado para estribos, 10 mm (CA-50), usados para armaduras longitudinais dos pilares e armaduras dos blocos, e 12,5 mm (CA-50), utilizados apenas como armadura principal dos pilares. Todas as amostras são do mesmo lote para fins de determinação das propriedades mecânicas do aço – resistência a tração, módulo de elasticidade, tensão de escoamento e de ruptura – na máquina universal de ensaio do Laboratório de Engenharia Civil da UFPa. A Figura 5.18 mostra o ensaio de tração das barras.



Figura 5.12 - Ensaio de tração dos aços (Fonte: Autor)

5.1.2 Concreto

Utilizou-se concreto usinado com abatimento 12 ± 1 mm e diâmetro máximo do agregado de 19 mm. As propriedades mecânicas do concreto foram obtidas a partir do ensaio de corpos-de-prova (CP) cilíndricos de (100 x 200) mm, extraídos na concretagem, posteriormente submetidos a ensaios de compressão axial, diametral e módulo de elasticidade.

A resistência à compressão (f_{ck}) foi obtida no ensaio de compressão axial realizado em 09 CP's, executados de acordo com NBR 5739 (2018). A resistência à tração (f_{ct}) foi obtida no ensaio de compressão diametral, com a ruptura de 03 CP's de (100 x 200) mm, executada de acordo com as recomendações da NBR 7222 (2011), e o módulo de elasticidade (E_c) foi obtido pelo ensaio de módulo recomendado na NBR 8522 (2017), onde realizou-se a ruptura de 03. Detalhes dos ensaios mecânicos são apresentados na Figura 5.13.



(a) Compressão axial (b) Compressão diametral (c) Módulo de elasticidade

Figura 5.13 – Ensaio mecânicos de CP's de concreto (Fonte: Autor)

As Figuras 5.14 e 5.15, mostram as fôrmas e armaduras preparadas para a concretagem. Um volume total de 4m³ foi utilizado na concretagem dos 06 pilares. O ensaio de abatimento de tronco de cone foi realizado de acordo com NBR 16880 (2020) antes do lançamento do concreto nas fôrmas (Figura 5.16a). Em seguida, iniciou-se o lançamento do concreto com o auxílio de carrinhos de mão (Figura 5.16b).

Uma rampa na lateral dos pilares foi providenciada para agilizar o preenchimento das fôrmas (Figura 5.16c) e evitar perdas de material. Simultaneamente ao lançamento, realizou-se o adensamento (Figura 5.16d). Em seguida, procedeu-se o acabamento e finalização, como apresentado na Figura 5.16e. Os CP's foram moldados e curados de acordo com as recomendações das normas NBR 5738 (2015) e NBR 7215 (2019). Detalhes dos corpos de prova moldados, são apresentados na Figura 5.16f.



Figura 5.14 – Preparação dos pilares para concretagem (Fonte: Autor)



Figura 5.15 – Detalhe dos pilares na concretagem (Fonte: Autor)



(a) Ensaio de abatimento



(b) Lançamento do concreto



(c) Rampa para lançamento do concreto



(d) Adensamento



(e) Finalização e acabamento



(f) moldagem de corpos de prova de concreto

Figura 5.16– Concretagem dos pilares (Fonte: Autor)

5.2 INSTRUMENTAÇÃO

5.2.1 Deslocamentos

Os deslocamentos foram medidos por régua potenciométrica ou potenciômetros da marca LEMAQS, Modelo KTC – 100 mm, com tamanho total da haste de 330 mm, ao longo do vão do pilar e na face superior dos blocos. Ao todo, quatro potenciômetros foram utilizados em cada pilar, sendo três para a medida dos deslocamentos laterais e um para medida do deslocamento vertical do bloco. As Figuras de 5.17 a 5.19, mostram a posição dos equipamentos nos pilares e blocos. Os deslocamentos verticais dos pilares não foram medidos.

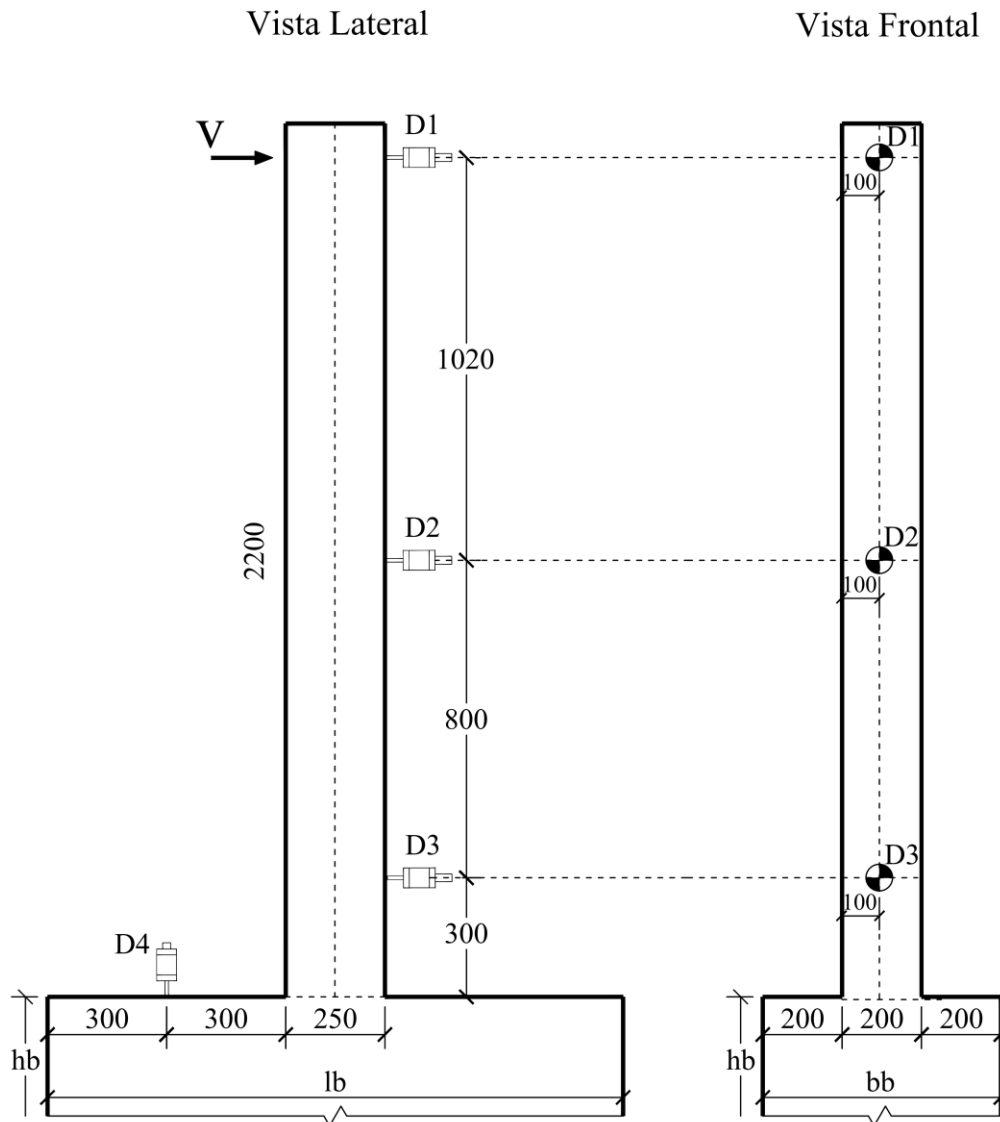


Figura 5.17 – Posição dos potenciômetros nos pilares P1/P2 e P5/P6 (Fonte: Autor)

Vista Lateral

Vista Frontal

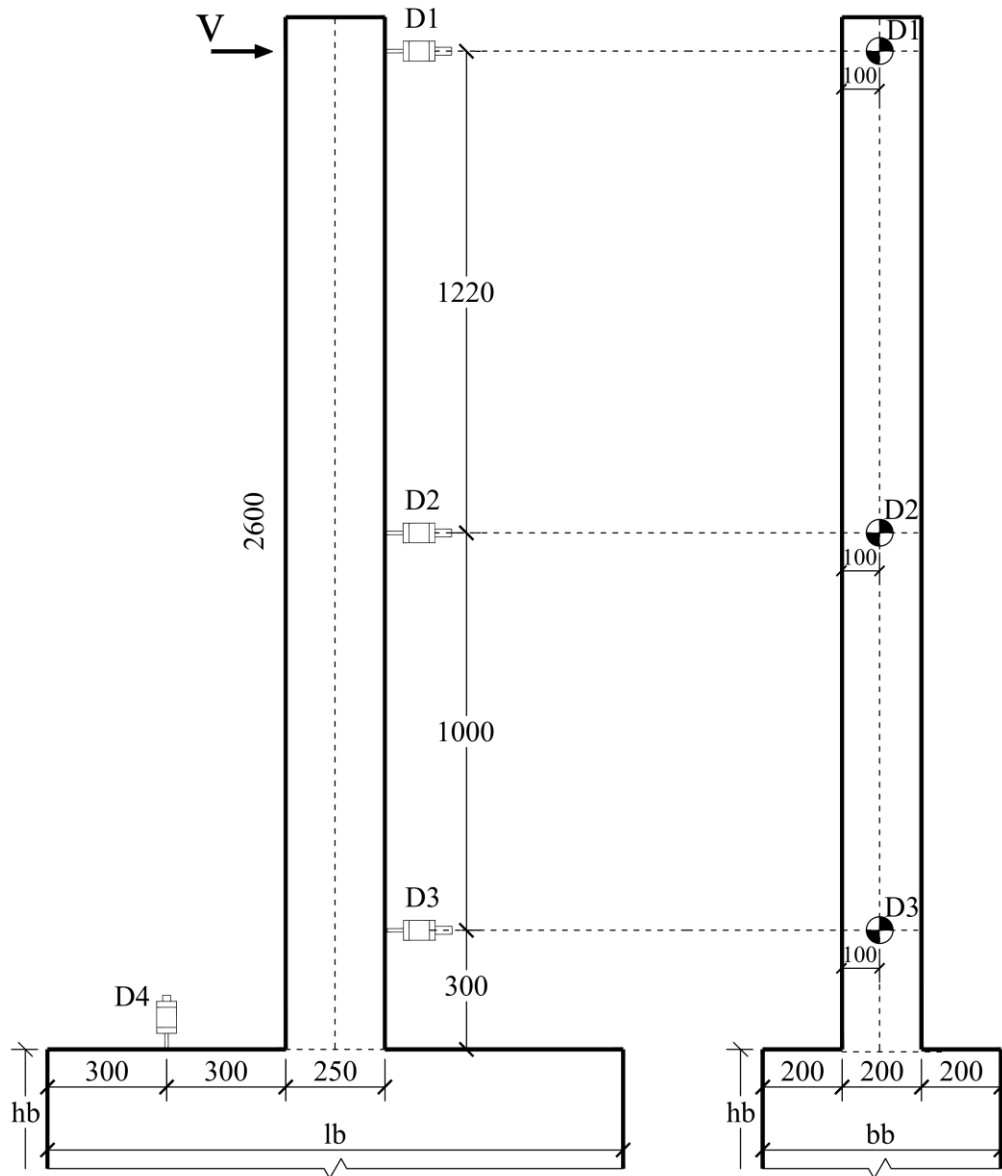


Figura 5.18– Posição dos potenciômetros no pilar P3 (Fonte: Autor)

Vista Lateral

Vista Frontal

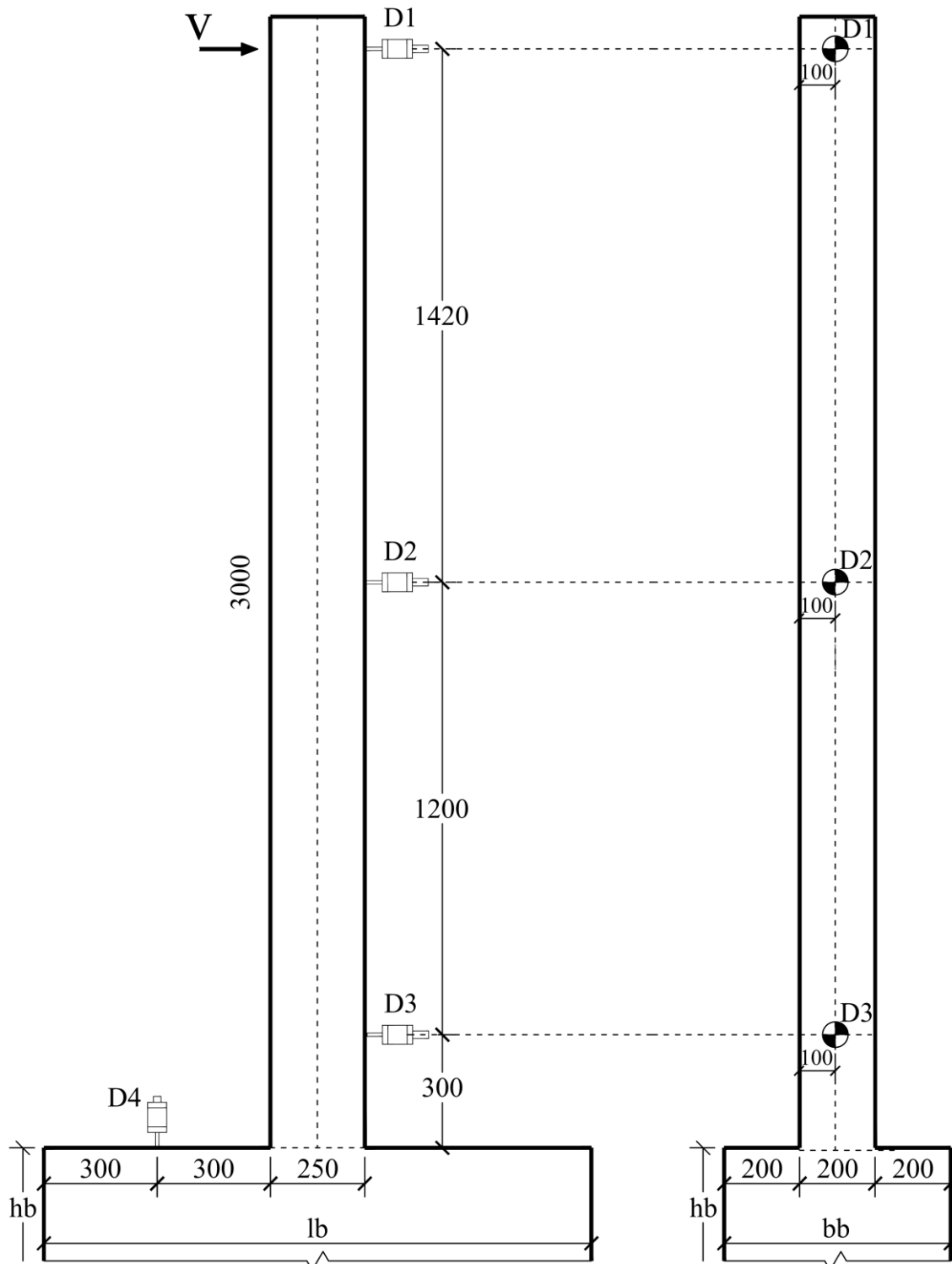


Figura 5.19– Posição dos potenciômetros nos pilares P4 (Fonte: Autor)

Com o auxílio de cavaletes, régua metálicas e perfis metálicos, os potenciômetros foram cuidadosamente fixados sem nenhum contato com o sistema de ensaio, apenas nos pontos de tomada dos deslocamentos, com todo o sistema apoiado na laje de reação. Os potenciômetros foram conectados em uma régua metálica longitudinal com o auxílio de braçadeiras plásticas. A régua longitudinal com os potenciômetros, foi fixada em outras duas régua transversais, apoiadas e fixadas em cilindros metálicos e cavaletes sob a laje de reação. As Figuras de 5.19 a 5.21, mostram os detalhes do posicionamento e fixação dos potenciômetros.



Figura 5.20– Fixação dos potenciômetros dos pilares P1/P2/P5/P6 (Fonte: Autor)



Figura 5.21 – Fixação dos potenciômetros do P3 (Fonte: Autor)



Figura 5.22 – Fixação dos potenciômetros do P4 (Fonte: Autor)

O potenciômetro D_1 foi posicionado no alinhamento do cilindro hidráulico, a 80 mm do topo, D_3 a 300 mm do bloco, e T_2 no centro dos pilares. A distância entre os potenciômetros, dependeu do pilar ensaiado, como ilustrados nas Figuras de 5.17 a 5.19. O deslocamento no bloco foi monitorado por um potenciômetro (D_4) centralizado na face superior tracionada, para monitoramento da rotação, e fixado em dois perfis metálicos, que por sua vez se apoiaram em cilindros metálicos apoiados na laje de reação. A Figura 5.23, mostra o detalhe do potenciômetro do bloco.



(a) Vigas de fixação de *D4*



(b) Posicionamento de *D4*

Figura 5.23– Detalhe do potenciômetro do bloco (Fonte: Autor)

5.2.2 Deformações

As deformações foram medidas nas armaduras longitudinais de tração e no concreto, nas adjacências da seção da ligação pilar-bloco. Extensômetros de resistência elétrica do tipo *strain gauges*, foram utilizadas. Para o concreto, extensômetros fabricados pela empresa KYOWA ELECTRONIC INSTRUMENTS CO. LTD., do tipo KC-80-120-A1-11, com comprimento de 84 mm, fator $2,13 \pm 1\%$ e resistência de $120,2 \pm 0,2$ ohms, foram utilizados na face comprimida do pilar, a 150 mm da face superior do bloco, como mostra a Figura 5.24.

Para o monitoramento das deformações das armaduras, foram utilizados *strain gauges* do tipo KFC-5-120-C1-11 com comprimento de 5 mm, fator $2,11 \pm 1\%$ e resistência de $119,8 \pm 0,2$ ohms. A Figura 5.25 mostra detalhes da colagem dos extensômetros.

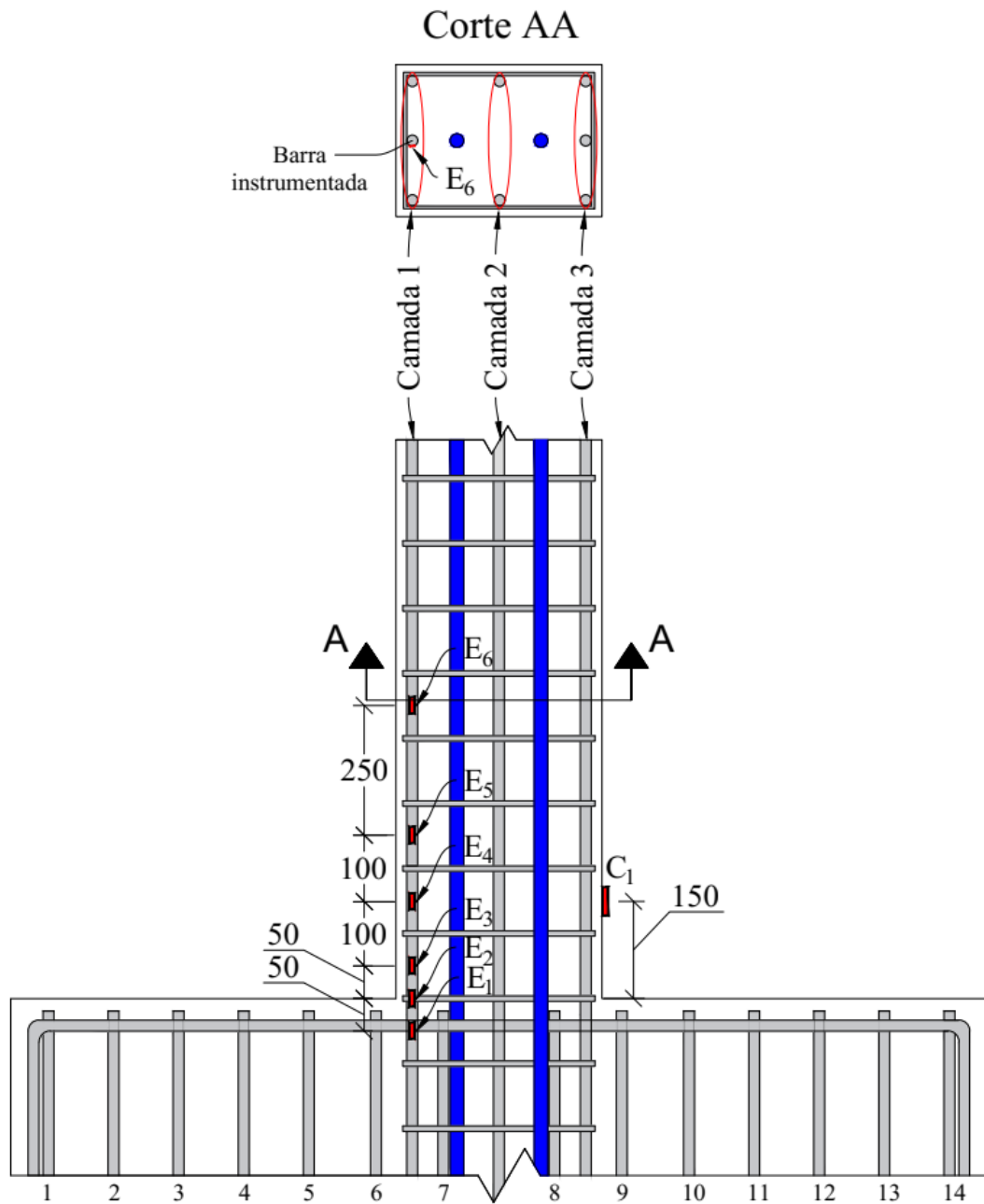


Figura 5.24 – Posicionamento dos extensômetros do aço e concreto (Fonte: Autor)



(a) Extensômetro do aço



(b) Extensômetro do concreto

Figura 5.25 – Instrumentação das barras longitudinais e concreto (Fonte: Autor)

Os extensômetros na armadura longitudinal foram posicionados paralelo ao eixo longitudinal da barra em diferentes posições ao longo da armadura, cobrindo uma faixa aproximada de $l=2h$ de armadura tracionada em direção a extremidade livre do pilar. As deformações na seção da ligação pilar-bloco foi monitorada pelo extensômetro E_2 e outros dois nas adjacências, E_1 e E_3 , localizados a 50 mm acima e abaixo dela. A distribuição dos extensômetros foi pensada visando a observação do comprimento da rótula plástica ao longo do vão do pilar. A ruptura principal dos pilares foi previamente definida por flexão com escoamento da armadura longitudinal e esmagamento do concreto, como observada nos modelos computacionais apresentados no Capítulo 4.

5.3 SISTEMA DE ENSAIO

Os pilares foram ensaiados com o auxílio do pórtico e da laje de reação do Laboratório da Pós-Graduação em Engenharia Civil. Apenas o pilar do pórtico metálico foi utilizado no ensaio. Vale ressaltar que duas ações foram aplicadas aos pilares: axial e horizontal. Dada a instabilidade na utilização de dois macacos na aplicação simultânea dessas ações, a protensão foi utilizada como um recurso para aplicação prévia da ação axial, restando apenas a ação lateral para ser aplicada no momento do ensaio. As Figuras de 5.26 a 5.28 mostram os esquemas do sistema de ensaio.

A laje de reação foi utilizada para fixação dos pilares por meio de 08 tirantes metálicos espaçados a cada 400 mm, fixados por porcas de 100 mm em dois perfis metálicos de distribuição apoiados em quatro cilindros de reação, sob o bloco. Chapas retangulares e circulares, de diferentes tamanhos e diâmetros, foram utilizadas nas diversas conexões dos elementos componentes do ensaio. As Figuras 5.29 a 5.31 mostram os ensaios dos pilares.

O pórtico do laboratório possui uma altura total de 3200 mm, o que inicialmente impossibilitou o ensaio do pilar P4, com altura total de 3500 mm. Por essa razão, uma extensão de 600 mm foi adaptada ao pilar do pórtico, aumentando a altura total para 3800 mm. Uma chapa de 5 polegadas foi soldada na extremidade superior do pórtico e fixada por um perfil metálico inclinado soldado ao pórtico. Uma treliça metálica, utilizada como suporte para o macaco e célula de carga (ver Figuras 5.26, 5.27 e 5.28), foi soldada na chapa para apoio e sustentação de todos os componentes de aplicação da carga lateral, incluindo, além do macaco e célula de carga, um cilindro metálico e chapas auxiliares.

O dispositivo de carregamento consistiu em um cilindro hidráulico (macaco hidráulico) da marca ENERPAC, do tipo HCG1008, 200 mm de curso, com capacidade de carga de 1000 kN, apoiado sobre uma célula de carga da marca ALFA INSTRUMENTOS, do tipo 0002707 C100T em aço liga níquelado com capacidade de 1000 kN e precisão de 1 kN. Previamente, os pilares foram submetidos a um pré-carregamento de 1 kN com objetivo de estabilização do sistema. O macaco foi conectado em uma bomba de controle de fluxo manual.

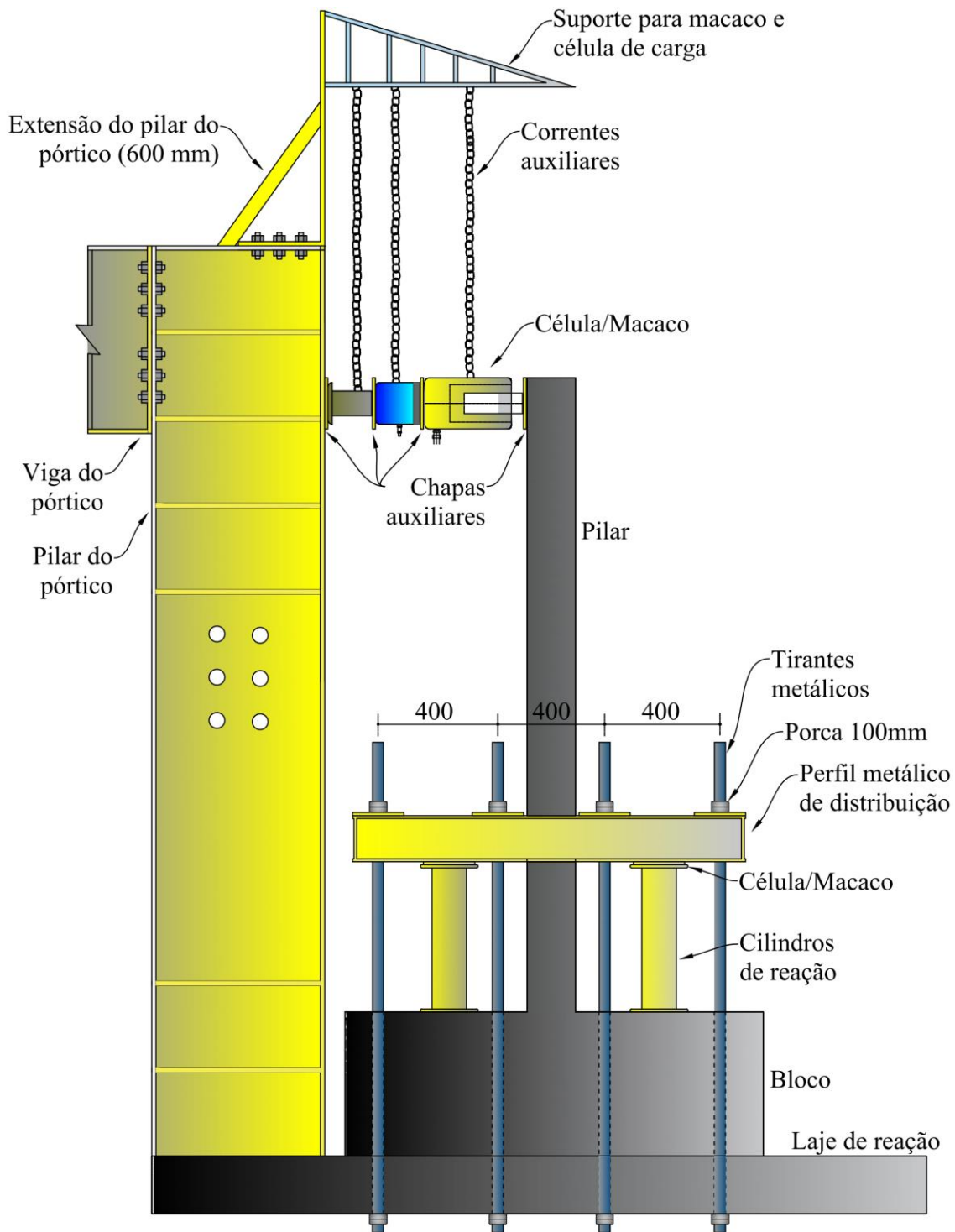


Figura 5.26 – Sistema de ensaio dos pilares P1/P2/P5/P6 (Fonte: Autor)

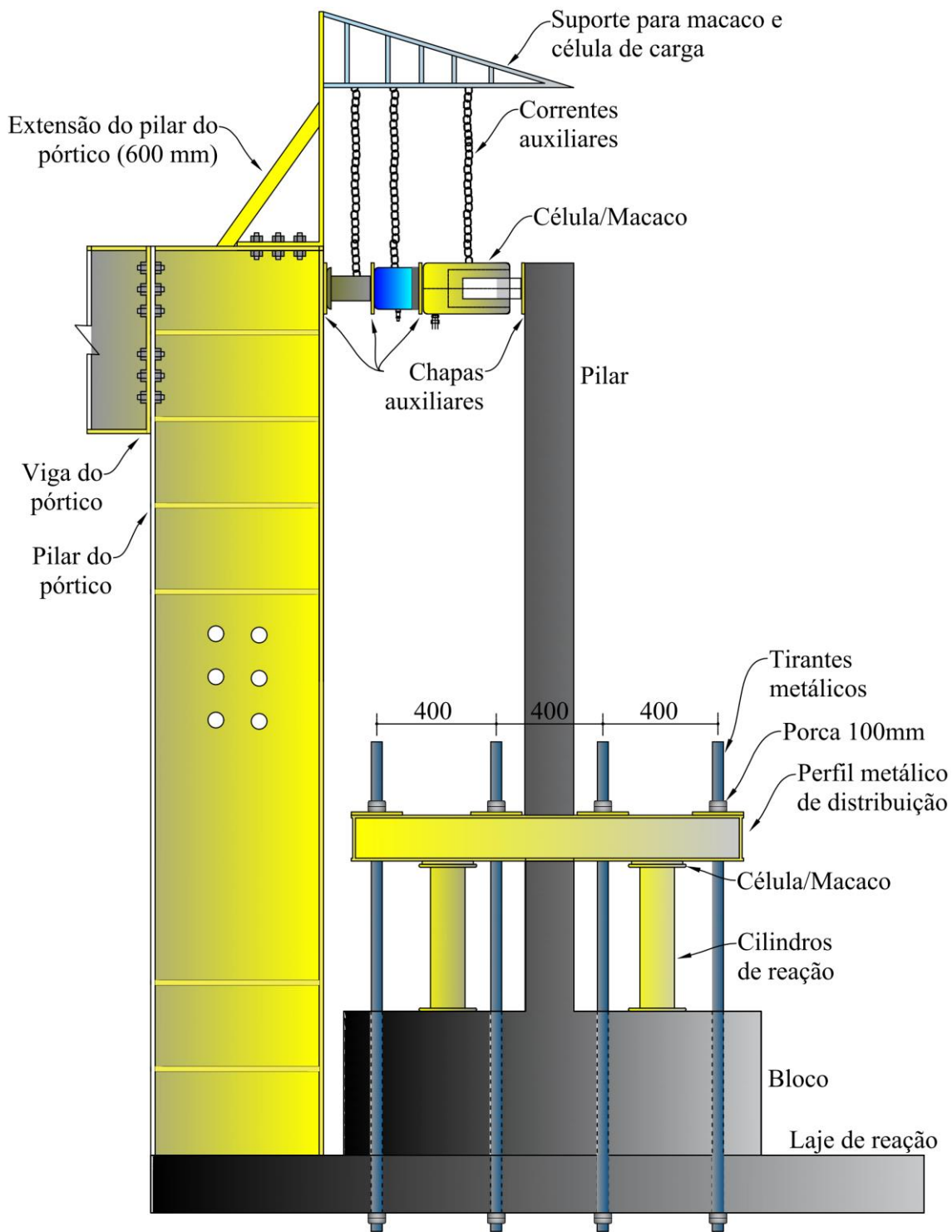


Figura 5.27 – Sistema de ensaio do pilar P3 (Fonte: Autor)

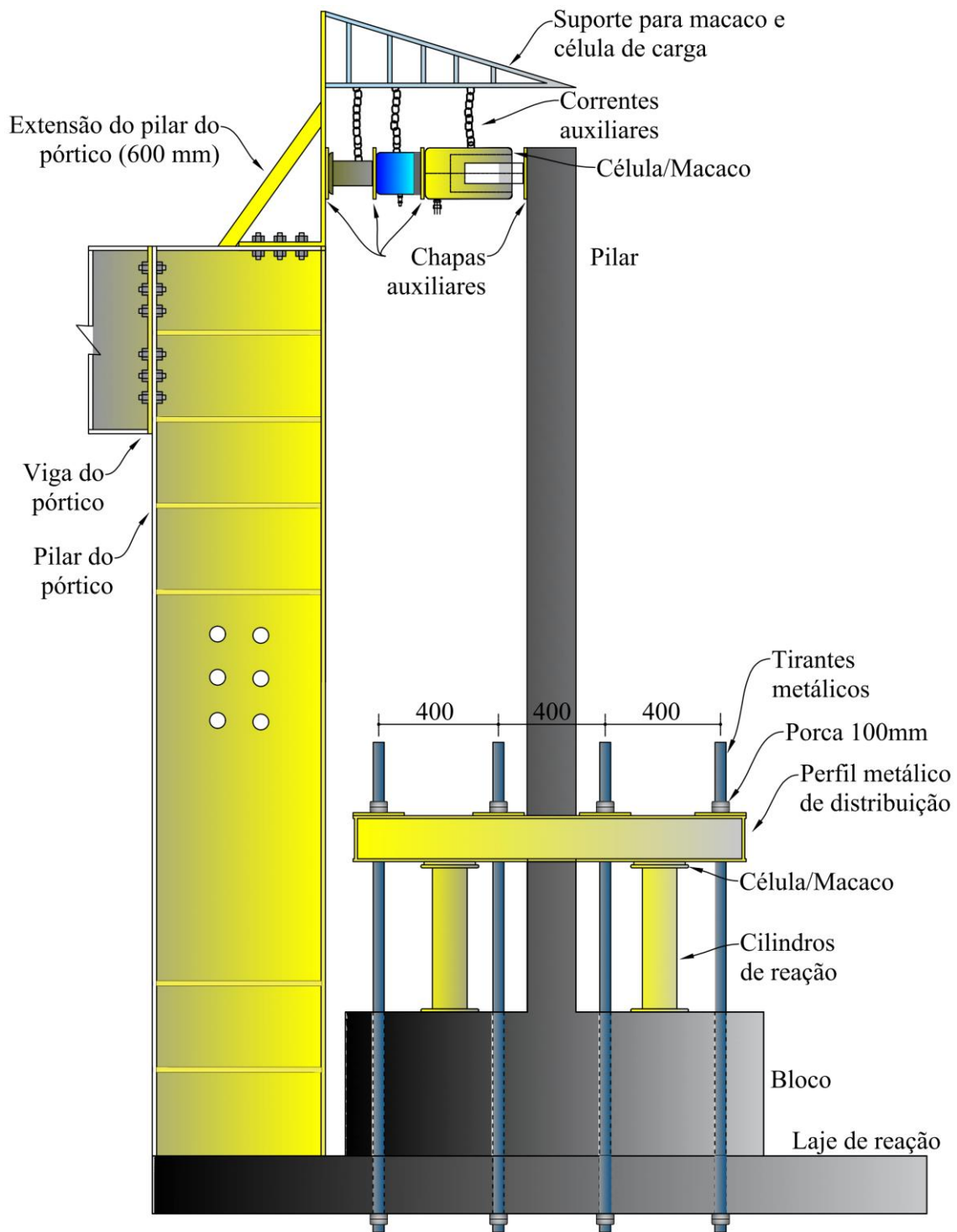


Figura 5.28 – Sistema de ensaio do pilar P4 (Fonte: Autor)



(a) P1



(b) P2

Figura 5.29 – Ensaio dos pilares P1/P2 (Fonte: Autor)



(a) P3



(b) P4

Figura 5.30 – Ensaio dos pilares P3/P4 (Fonte: Autor)



(a) P5



(b) P6

Figura 5.31 – Ensaio dos pilares P5/P6 (Fonte: Autor)

Os dados de deformação, deslocamentos e cargas foram obtidos pelo sistema de aquisição de dados ALMEMO 5690-2, controlado pelo programa AMR WinControl, fabricado pela empresa Akrobit software GmbH. O sistema, compatível com Windows, foi capaz de ler e interpretar os diferentes tipos de dados provenientes de extensômetros, potenciômetros e células de carga conectados diretamente ao computador. A Figura 5.36 mostra o sistema de aquisição de dados no momento do ensaio.

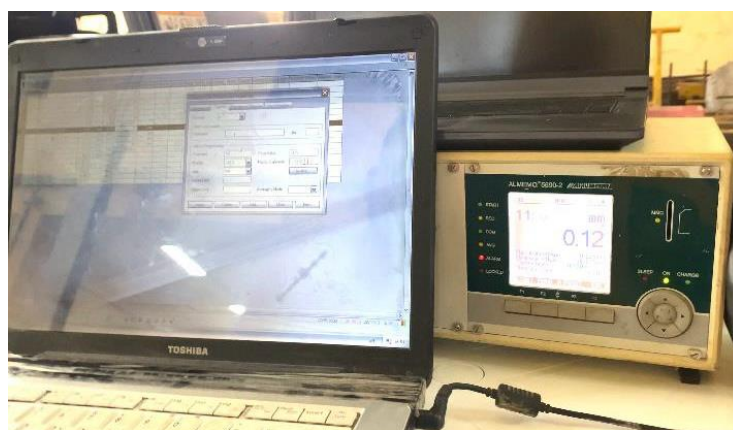


Figura 5.32 – Sistema de aquisição de dados Almemo (Fonte: Autor)

6. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

6.1 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

6.1.1 Aço

Os valores médios das tensões de escoamento e de ruptura, da deformação de escoamento e do módulo de elasticidade das amostras dos aços de armadura passiva CA-50 e CA-60, e armadura ativa de protensão CP190RB, são apresentados na Tabela 6.1. Barras de 5,0 mm, de aço CA60, foram utilizadas como estribo, e 10 mm e 12,5 mm, de aço CA50, como armadura longitudinal dos pilares e blocos, e cordoalhas engraxadas de 12,7mm foram utilizados como armadura de protensão.

Buscou-se determinar a inclinação média em cada passo de carga imposto para se obter o valor médio do módulo de elasticidade. Adicionalmente, todas as amostras atenderam aos critérios de ductilidade da NBR7480 (1996), que admite que a tensão de ruptura f_u do aço utilizado seja, no mínimo, igual a $1,10 f_{ys}$ para aços com patamar de escoamento. A Figura 6.1, apresenta as curvas dos aços CA-50 e CA60.

Tabela 6.1– Propriedades mecânicas dos aços

ϕ (mm)	Aços		f_{ys} (MPa)	f_u (MPa)	ϵ_{ys} (‰)	E_s (GPa)
5	CA60	Estribo	670	700	4.6	257.7
10	CA50	Passiva	580,6	690	2.3	200.19
12,5	CA50	Passiva	571	685	2.35	192.45
12,7	CP190	Ativa	1714*	1900**	1.0***	200

* $f_{pyk} = 0,90 f_{ptk}$ – tensão de escoamento a 1‰ de alongamento;

** f_{ptk} - Tensão máxima de ruptura (fornecida pelo fabricante);

*** ϵ_{yp} – Deformação permanente para monocordoalha, equivalente a f_{pyk}

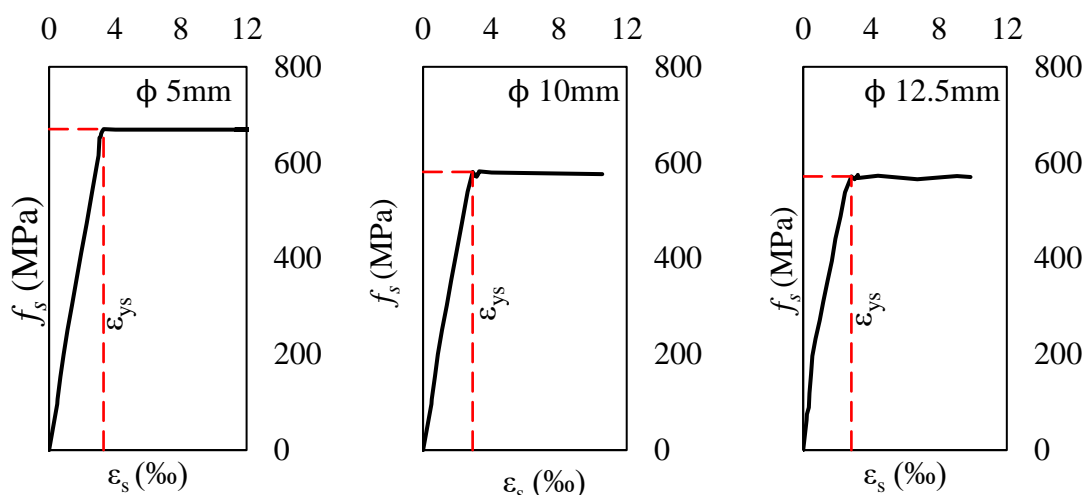


Figura 6.1 – Diagrama dos aços CA50 e CA60 (Fonte: Autor)

As propriedades mecânicas do aço de protensão, apresentadas na Tabela 6.1, foram fornecidos pela empresa Marcon S. C. C. LTDA, que presta serviços de protensão em estruturas de concreto na cidade de Belém, e foi a responsável pelo fornecimento dos cabos, equipamentos e protensão das cordoalhas nos pilares desta pesquisa. De acordo com a empresa, os cabos fornecidos foram provenientes de uma bobina específica, a qual realizou-se ensaio de tração seguindo as recomendações das normas NBR 6349/2022 e NBR 6118/2014.

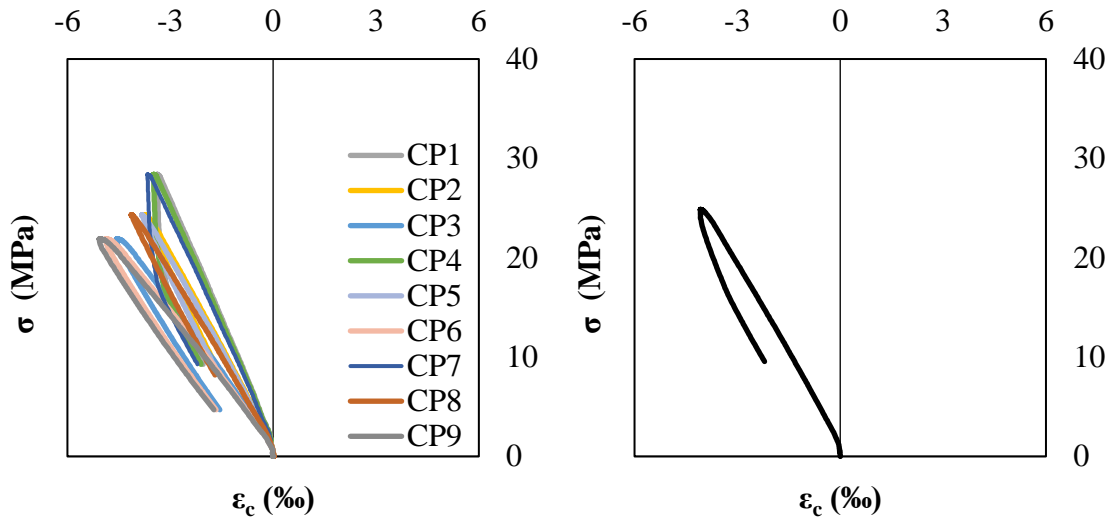
6.1.2 Concreto

A partir dos ensaios dos corpos de prova de concreto aos 28 dias de idade, foram obtidos os resultados médios de CP's cilíndricos de (100 x 200) mm utilizadas para a realização de ensaios de compressão axial (f_c), compressão diametral (f_{ct}) e módulo de elasticidade (E_c). Os resultados são apresentados na Tabela 6.2, juntamente com as estimativas de resistência à tração e módulo de elasticidade previstas pela NBR 6118 (2014), calculadas a partir de f_c . Observa-se que os resultados experimentais ficaram próximos dos resultados teóricos.

Tabela 6.2 – Propriedades mecânicas do concreto

A	Experimental			Teórico	
	f_c	f_{ct}	E_c	$*f_{ct,m}$	$*E_{ci}$
(mm)	(MPa)	(MPa)	(GPa)	(MPa)	(GPa)
100 x 200	27	2.2	28.66	2.7	29.09

*Valores calculados conforme os itens 8.2.5 e 8.2.8 da NBR 6118 (2014)



(a) Amostras ensaiadas aos 28 dias

(b) Resistência à compressão média 28 dias

Figura 6.2 – Curva tensão-deformação do concreto aos 28 dias (Fonte: Autor)

6.1.3 Deslocamentos Horizontais

Os resultados dos deslocamentos horizontais dos pilares P1 a P6, medidos nos potenciômetros D1, D2, D3, mostrados na seção 5.2.1, são apresentados nas Figuras de 6.3 a 6.8. Observa-se queda suave da curva, sem ruptura brusca, com ruína por flexão na armadura longitudinal de tração sem esmagamento do concreto. O comportamento dúctil observado era esperado, e foi estimado prevendo a melhor observação do comprimento de plastificação dos pilares. Com isso, o comportamento dos elementos e os modos de ruína previstos ficaram dentro do esperado para a pesquisa.

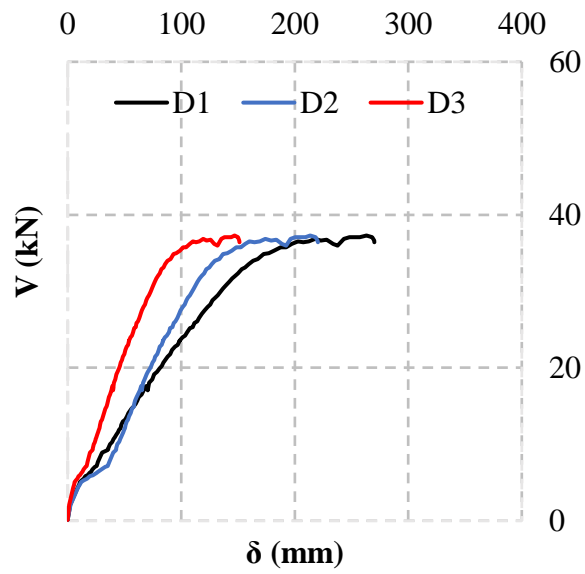


Figura 6.3 – Deslocamentos horizontais do pilar P1 (Fonte: Autor)

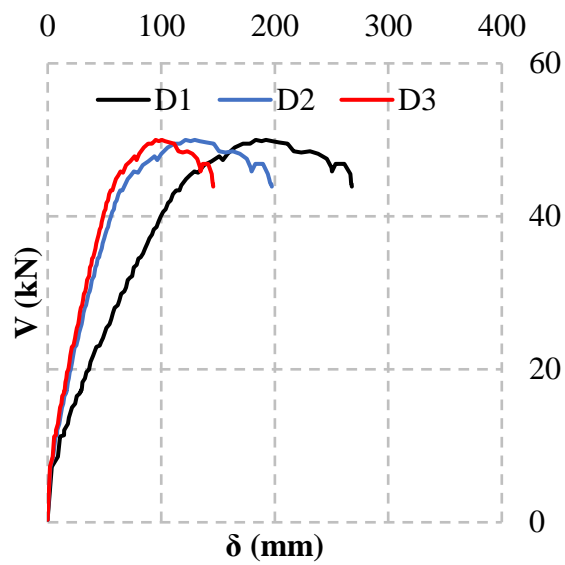


Figura 6.4 – Deslocamentos horizontais do pilar P2 (Fonte: Autor)

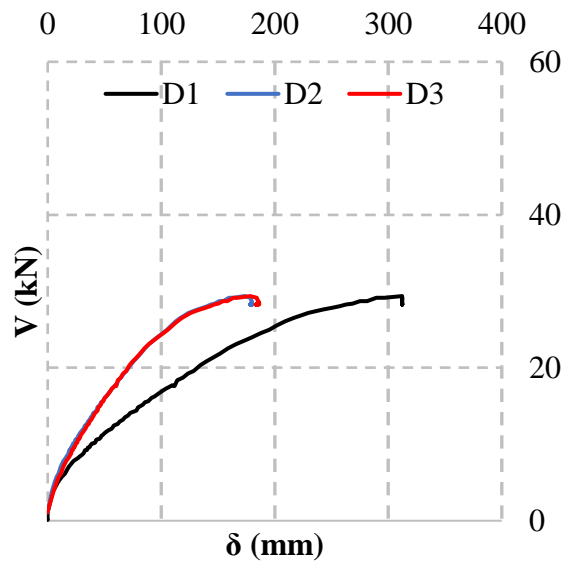


Figura 6.5 – Deslocamentos horizontais do pilar P3 (Fonte: Autor)

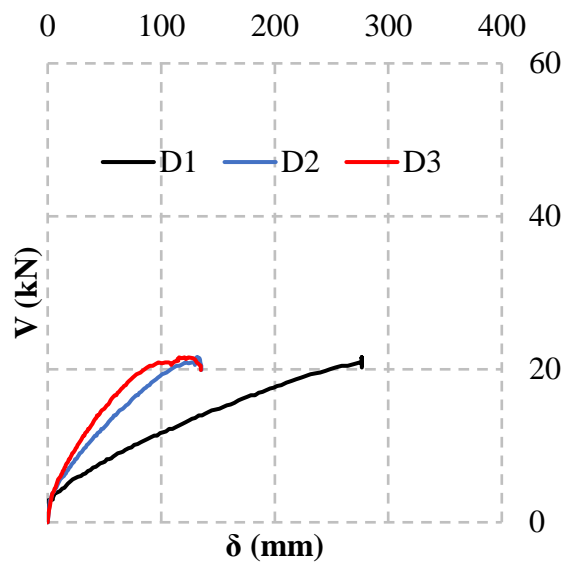


Figura 6.6 – Deslocamentos horizontais do pilar P4 (Fonte: Autor)

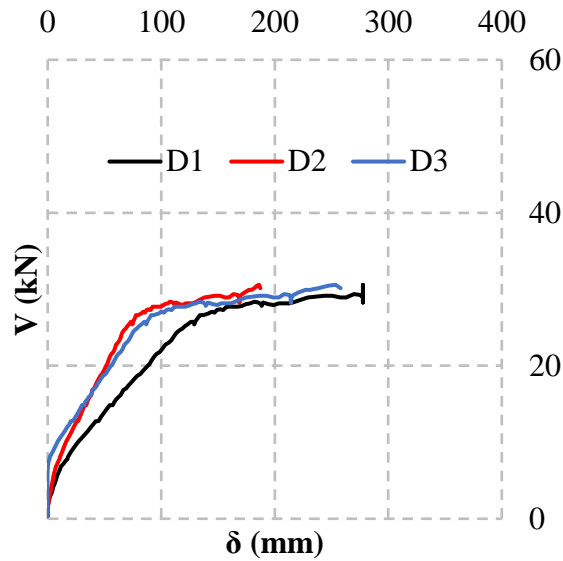


Figura 6.7 – Deslocamentos horizontais do pilar P5 (Fonte: Autor)

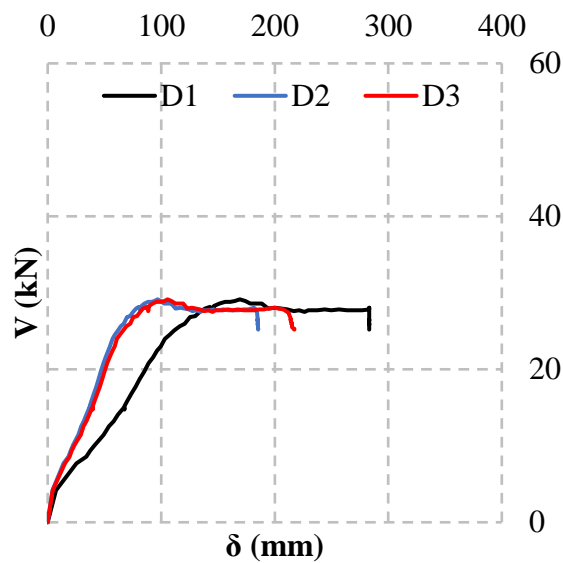


Figura 6.8 – Deslocamentos horizontais do pilar P6 (Fonte: Autor)

Observou-se significativa alteração nas curvas carga-deslocamento horizontal dos pares de pilares. No comparativo dos deslocamentos máximos, medido pelo potenciômetro D1, observou-se aumento expressivo na carga horizontal última (V_u) do pilar P2 em relação a P1, vista na Figura 6.3 e 6.4. Devido à elevação da taxa de carregamento axial (P/P_0), de 0,2 para 0,4, um ganho de 36,5% do pilar P2, ou 49,67 kN de carga máxima de P2, foi observado, contra 36,41 kN de carga máxima do pilar P1.

Observou-se, também, mudança no padrão das curvas entre os pilares P3 e P4, devido a diferença de esbeltez. O pilar P4, com esbeltez geométrica igual a 12, apresentou carga máxima de 17,05 kN, contra 25.42 de P3, com esbeltez igual a 10, uma diminuição de 39.5%. As Figuras 6.5 e 6.6 apresentam as curvas dos pilares P3 e P4.

Por fim, a variação da taxa de armadura longitudinal também alterou o padrão de comportamento das curvas carga-deslocamento dos pilares P5 e P6 e os valores de cargas máximas medidas para um mesmo deslocamento, como observado nas Figuras 6.7 e 6.8. Um aumento significativo de 54% na carga máxima do pilar P6, com taxa de armadura 2%, foi observado em relação ao pilar P5 com taxa de 1%, com $V_u = 29.64$ kN de P5, contra 45.62 kN de P6. A Figura 6.9 mostra o comparativo entre os deslocamentos máximos dos pares de pilares.

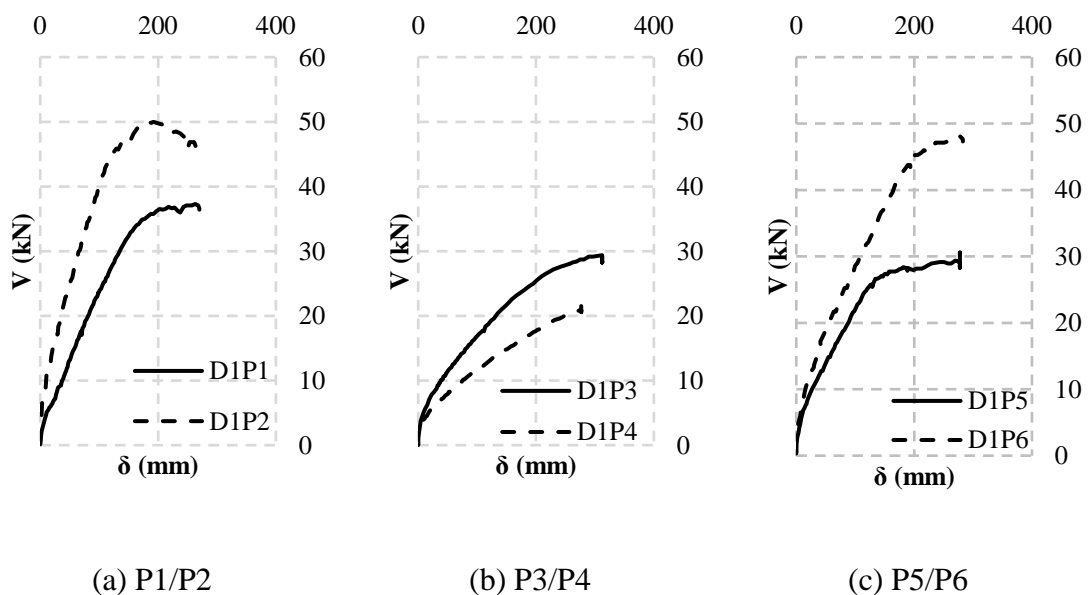
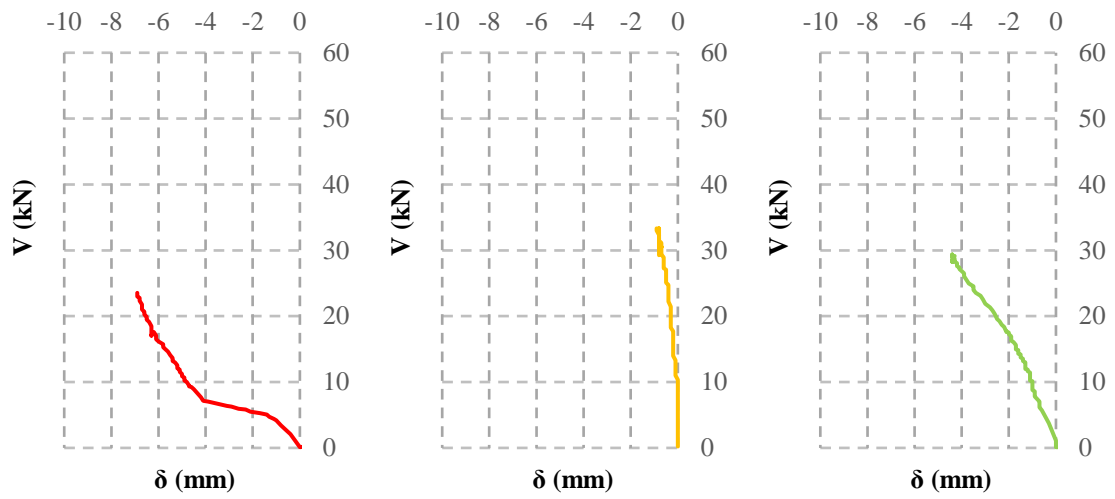


Figura 6.9 – Comparativo entre deslocamentos máximos (Fonte: Autor)

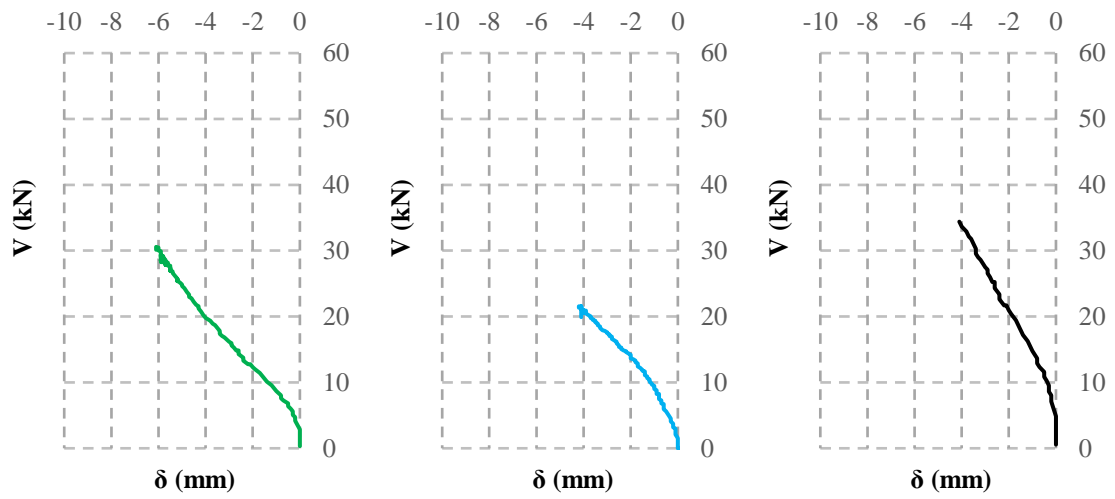
Durante o ensaio dos pilares os deslocamentos verticais dos blocos foram monitorados pelo potenciômetro D4, como apresentado na seção 5.2.1, para observação das rotações. A Figura 6.10 apresenta os resultados. Como esperado, não foi possível impedir a rotação do elemento, apesar dos esforços. Porém, os deslocamentos medidos foram pequenos, a ponto de não causarem interferência nos resultados.



(a) P1

(b) P2

(c) P3



(d) P4

(e) P5

(f) P6

Figura 6.10 – Deslocamentos verticais dos blocos (Fonte: Autor)

6.2 DEFORMAÇÕES

6.2.1 Deformações nas Armaduras

Os dados de deformações foram obtidos por meio de 06 extensômetros elétricos de resistência instalados diretamente nas barras de aço de armadura longitudinal. Apenas a barra central da primeira camada de armadura longitudinal de cada pilar foi monitorada. A Figura 6.11 mostra o detalhe dos pontos de instrumentação das barras de armadura longitudinal. Na Figura 6.1, V é a carga aplicada no topo do pilar e E a nomenclatura aplicada para os extensômetros.

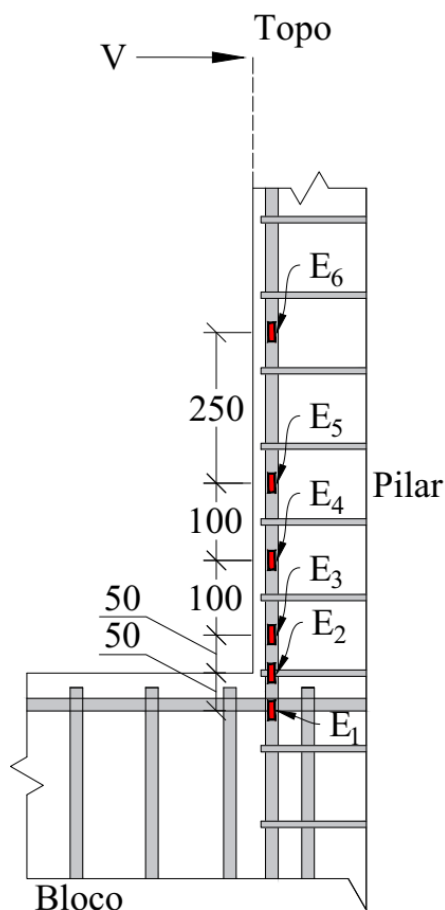


Figura 6.11– Detalhe dos pontos de instrumentação da armadura longitudinal

(Fonte: Autor)

Os extensômetros foram posicionados na armadura tracionada do pilar. O critério adotado para a mudança de regime elástico para o plástico se caracterizou como o fator chave

desta pesquisa. O escoamento das seções dentro do comprimento monitorado ao longo da armadura instrumentada foi estabelecido como o início da plastificação, e adotado como o critério para determinação do comprimento da rótula plástica (l_p), assim como nos modelos computacionais analisados no Capítulo 4. O escoamento foi considerado para a deformação $\varepsilon_s = 2,38\%$, para o aço CA-50 que compõe a armadura longitudinal dos pilares. As Figuras de 6.12 a 6.17 apresentam os diagramas carga-deformação das armaduras longitudinais dos pilares, com a carga de escoamento representada, V_y , e os limites de escoamento na tração (ε_{ys}) e compressão (ε_{yc}) da armadura longitudinal.

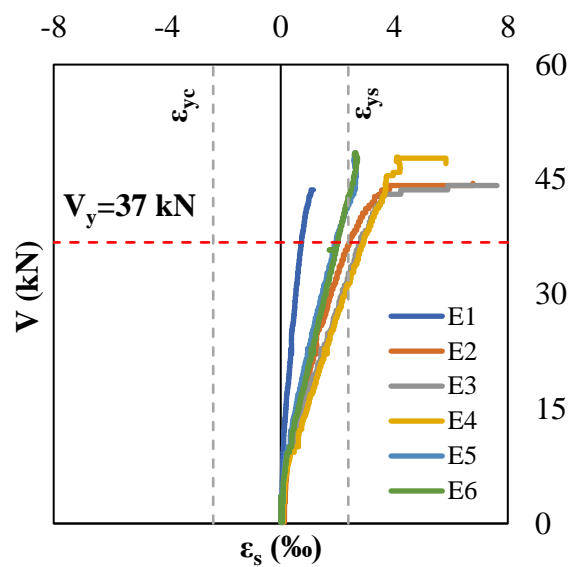


Figura 6.12 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P1

(Fonte: Autor)

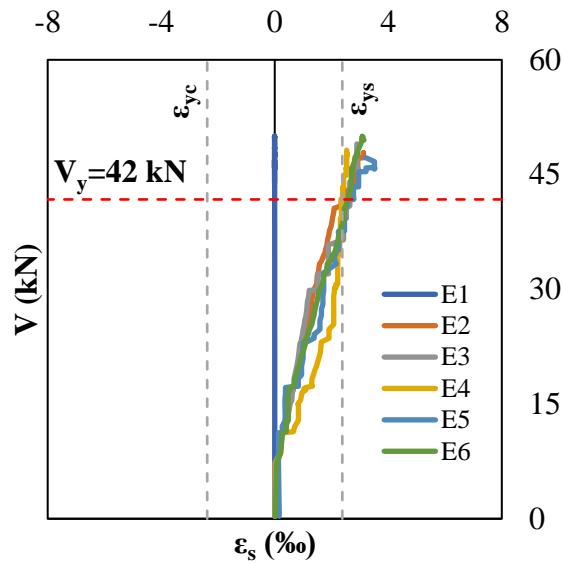


Figura 6.13 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P2
(Fonte: Autor)

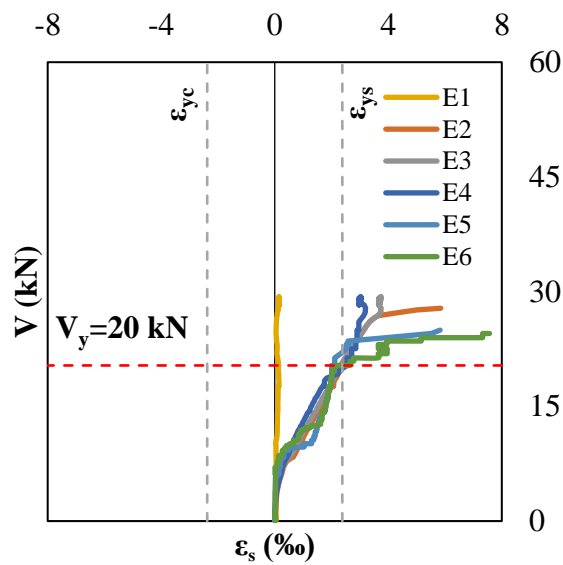


Figura 6.14 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P3
(Fonte: Autor)

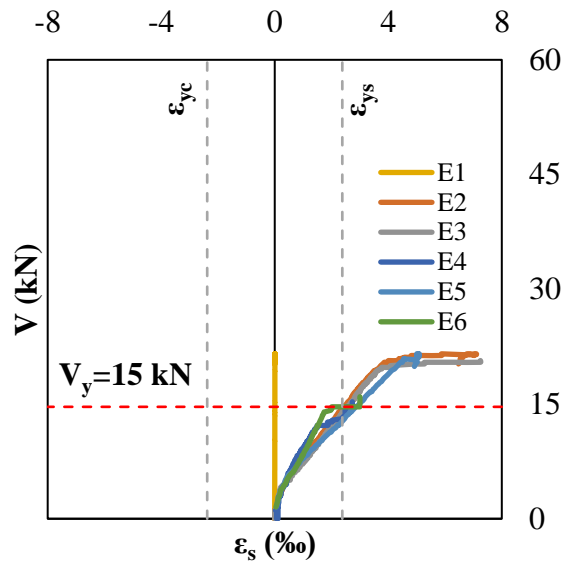


Figura 6.15 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P4
(Fonte: Autor)

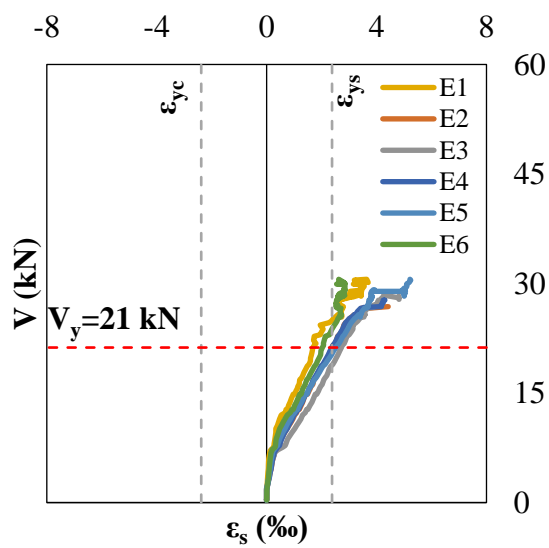


Figura 6.16 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P5
(Fonte: Autor)

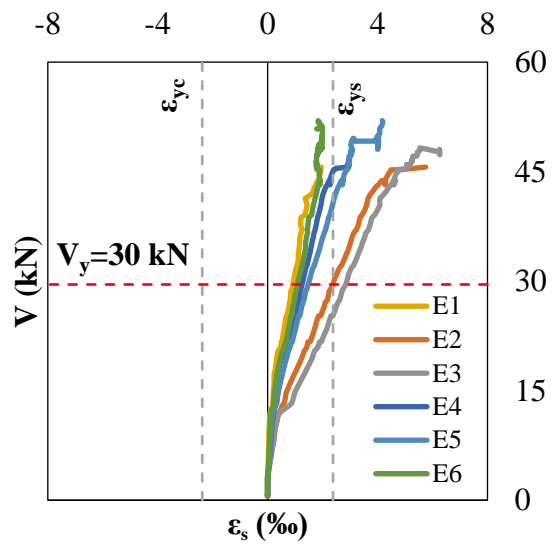


Figura 6.17 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P6
(Fonte: Autor)

6.2.2 Deformações no Concreto

Os dados de deformações no concreto foram também obtidos por extensômetros elétricos posicionados na superfície comprimida do concreto, a 150 mm acima do bloco, na direção longitudinal do pilar, como mostrados nas Figuras 5.24 e 5.25b. Não foi observado esmagamento do concreto em nenhum dos elementos ensaiados, considerado a uma deformação de $\varepsilon_c = 3,5 \text{ ‰}$, conforme prescreve a NBR 6118 (2014) para elementos estruturais sujeitos à flexão, como mostram as curvas carga-deformação do concreto apresentados nas Figuras de 6.18 a 6.23.

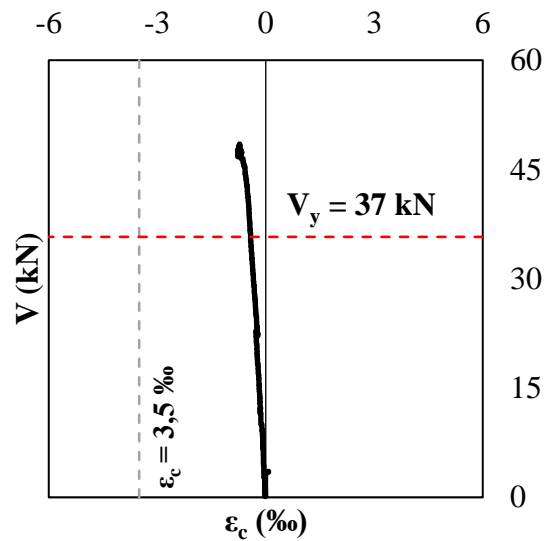


Figura 6.18– Deformações do concreto do pilar P1 (Fonte: Autor)

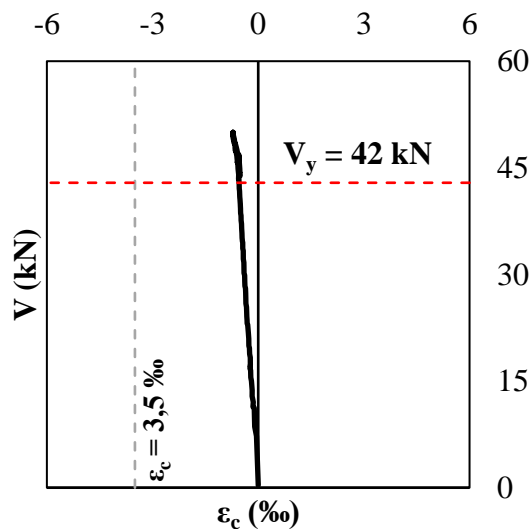


Figura 6.19– Deformações do concreto do pilar P2 (Fonte: Autor)

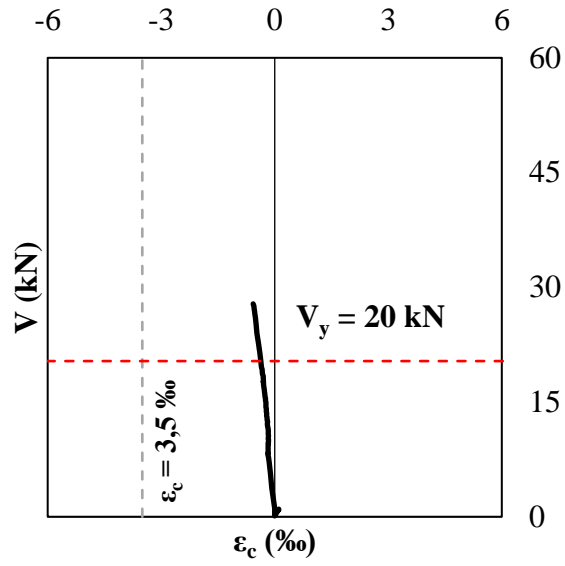


Figura 6.20 – Deformações do concreto do pilar P3 (Fonte: Autor)

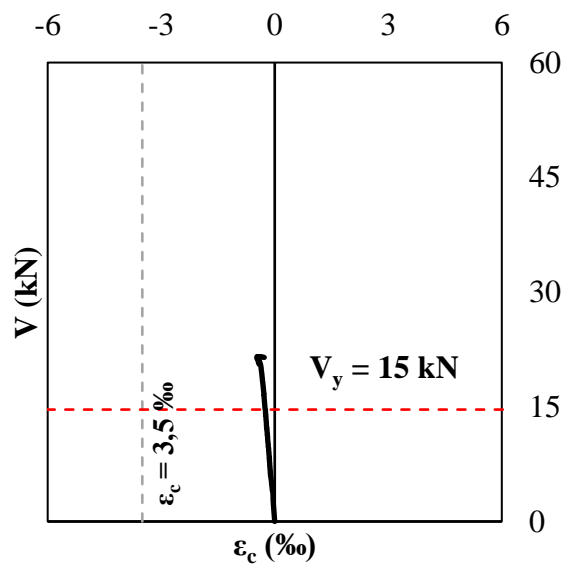


Figura 6.21 – Deformações do concreto do pilar P4 (Fonte: Autor)

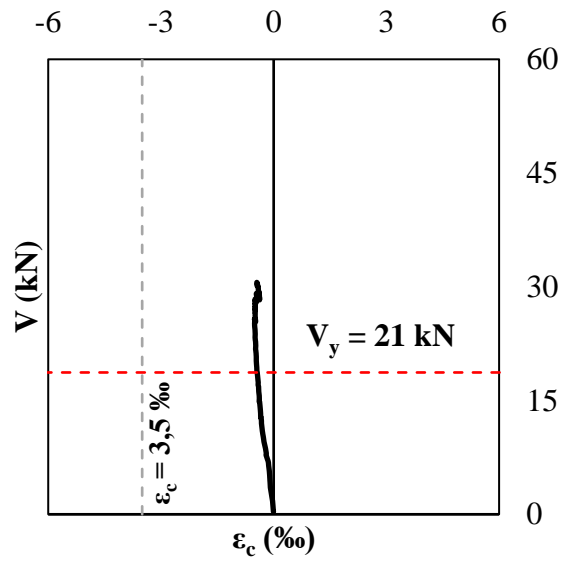


Figura 6.22 – Deformações do concreto do pilar P5 (Fonte: Autor)

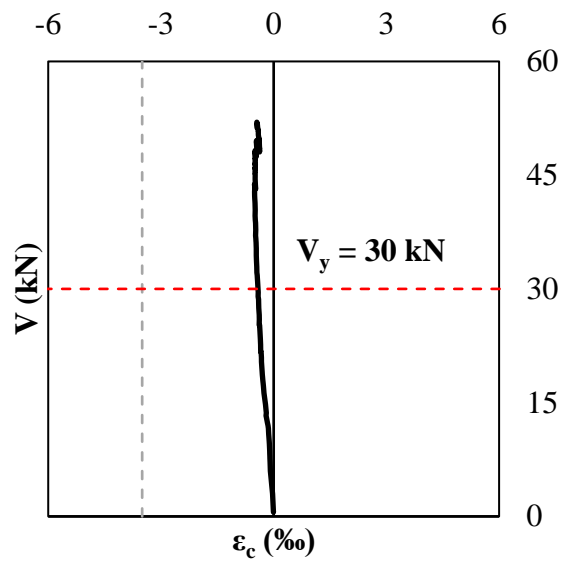


Figura 6.23 – Deformações do concreto do pilar P6 (Fonte: Autor)

7. ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

7.1 COMPRIMENTO DA RÓTULA PLÁSTICA

O critério estabelecido para tomada do comprimento da rótula plástica foi o mesmo estabelecido nos modelos computacionais apresentado na Figura 4.18, seção 4.3.1, Capítulo 4. A extensão das seções plastificadas ao longo da barra foi medida a partir da seção crítica do elemento, e determinada pelos extensômetros locados na barra monitora. Esse critério também foi estabelecido para o modo de ruína dos pilares, estimados por flexão da armadura longitudinal. A Figura 7.1 ilustra o método estabelecido para a determinação do comprimento da rótula (l_p).

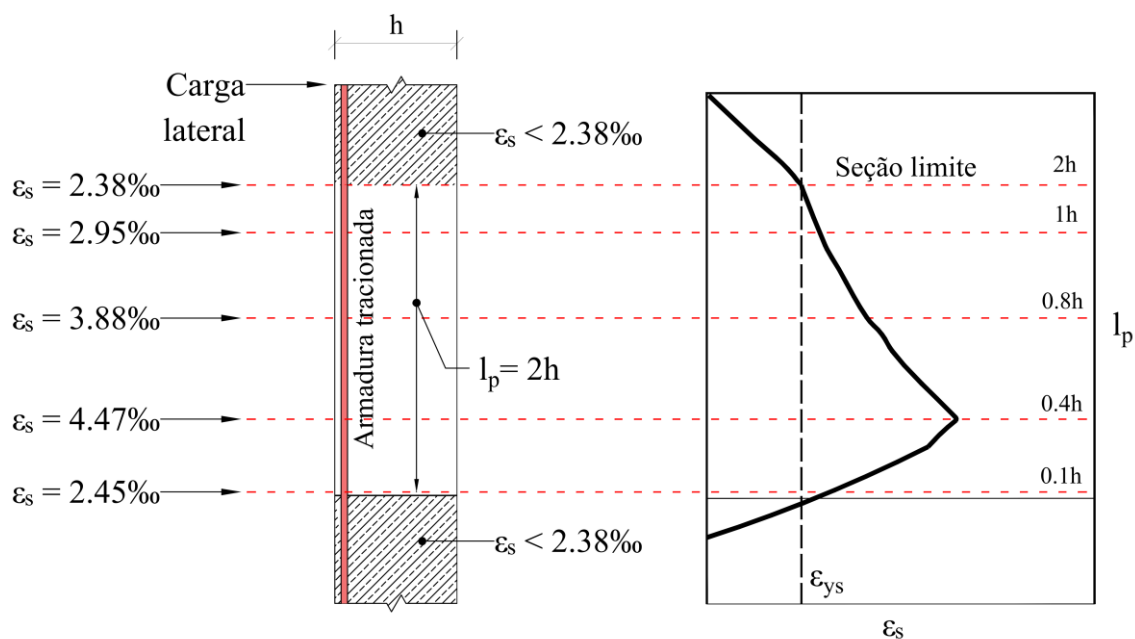


Figura 7.1 – Critério para determinação do comprimento da rótula plástica

(Fonte: Autor)

Tal critério foi adotado por autores diversos da literatura, com destaque para Bae (2009) e Barrera et. al. (2012). O primeiro instrumentou a armadura comprimida para estudo da rótula plástica em situação sísmica, posicionando 06 extensômetros em um comprimento equivalente a quatro vezes a altura (h) do pilar. A segunda instrumentou o equivalente a duas vezes a altura do pilar, nas barras comprimidas e tracionadas. Esse critério permite estabelecer o comprimento da rótula plástica pela tomada das deformações nas armaduras

longitudinais comprimidas ou tracionadas, ou em ambas, como no caso de Barrera et. al. (2012), dependendo do modo de ruptura do elemento.

Como discutido no Capítulo 4, vale reiterar, que os resultados observados nos modelos computacionais não apresentaram diferença no comprimento da rótula medidos pelas deformações na armadura de compressão, como sugeriu o autor, em relação ao comprimento medido na armadura de tração. Por essa razão, e dados os custos dos ensaios, considerando que foram elementos ensaiados em escala real, os pilares foram monitorados no lado tracionado da armadura longitudinal do pilar e não no comprimido, como sugere Bae (2005).

Como discutido, acredita-se que a principal razão de não haver diferença nas deformações medidas no lado tracionado ou comprimido, seja a natureza do carregamento. De acordo com Fardis *et al* (2003), elementos submetidos a carregamentos monotônicos tendem a formar rótulas 1,5 maior que elementos sujeitos a carregamentos cíclicos, caso do ensaio de Bae (2005), devido aos maiores danos observados no concreto causados pelos carregamentos cíclicos, a ponto de os danos romperem o núcleo de concreto, causando ruptura prematura do núcleo e da seção por esmagamento, evitando a propagação das rótulas.

Para carregamentos monotônicos, caso desta pesquisa, os danos causados no núcleo de concreto são menores, levando a possibilidade de formações de rótulas maiores, e distribuição uniforme das tensões na seção, o que implica em distribuição uniforme das deformações em ambos os lados da seção, e, portanto, medida do comprimento da rótula iguais, ou próximas, em ambos os lados.

Na pesquisa experimental, optou-se por instrumentar as deformações na barra tracionada, em um comprimento equivalente a duas vezes a altura do pilar ($l_p/h = 2$), com extensômetros cobrindo um total de 500 mm. A Figura 7.2 apresenta o comprimento instrumentado dos pilares. As curvas carga-deformação das armaduras longitudinais apresentados anteriormente nas Figuras de 6.12 a 6.17, seção 6.2.1, Capítulo 6, são reapresentadas nas Figuras de 7.3 a 7.8, para os pilares de P1 a P6, respectivamente. As Figuras apresentam a carga V_{yE} , que é a carga equivalente a deformação de escoamento e o extensômetro que registrou a última deformação acima de 2,38‰.

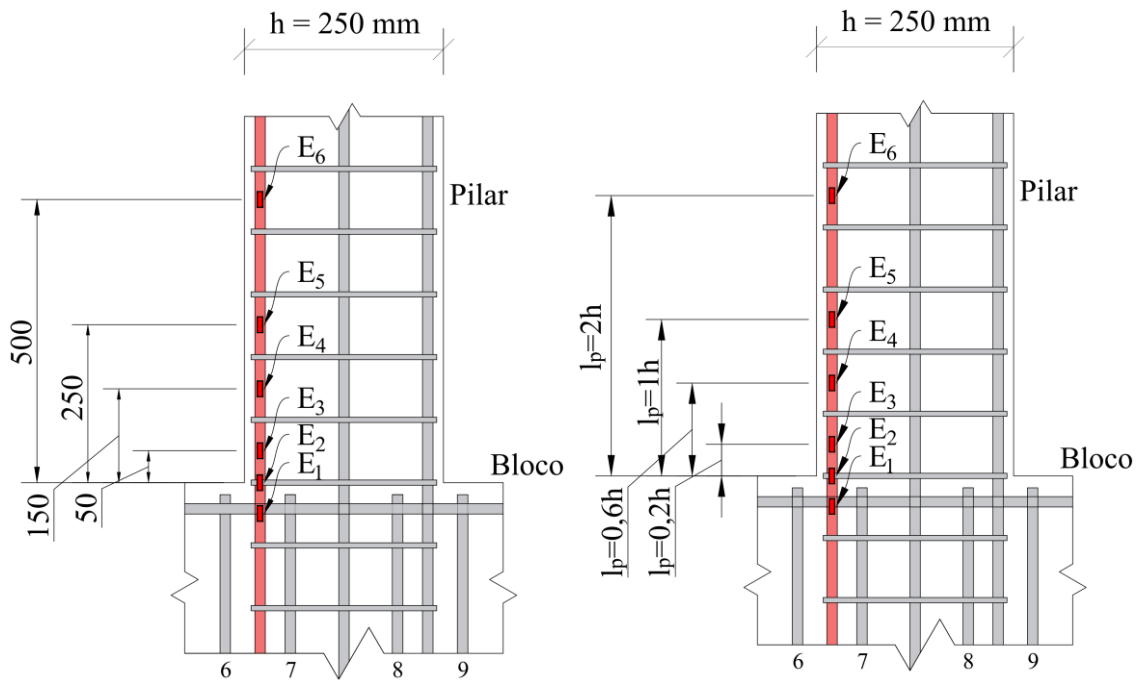


Figura 7.2 – Comprimento da rótula plástica monitorado nos pilares experimentais

(Fonte: Autor)

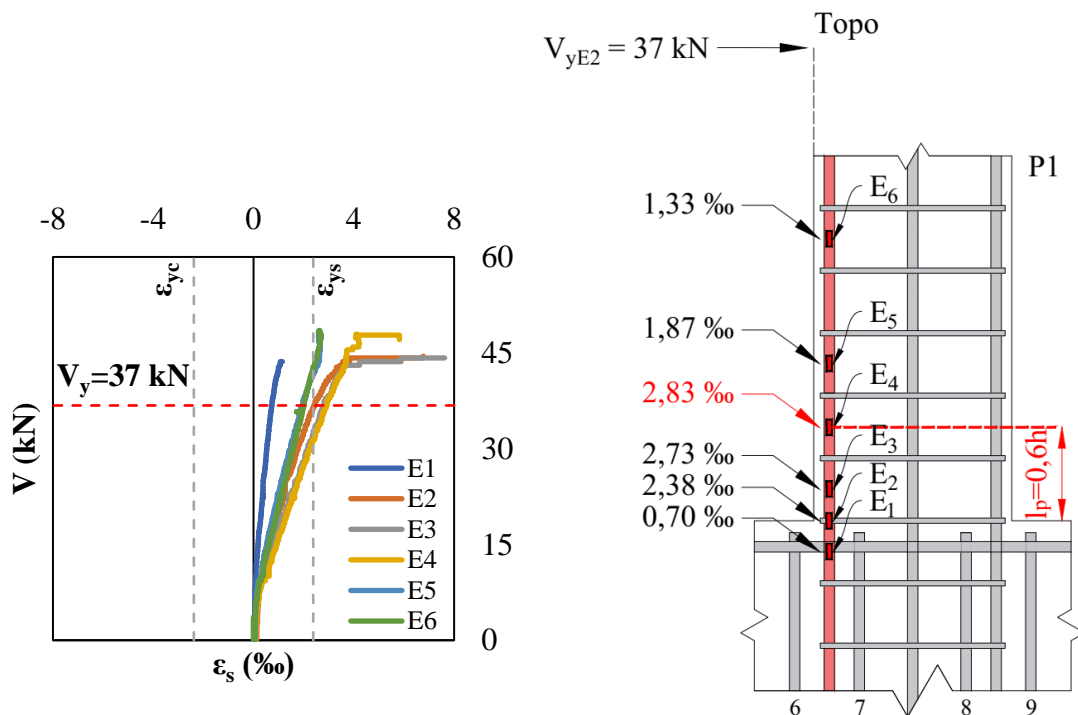


Figura 7.3 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P1

(Fonte: Autor)

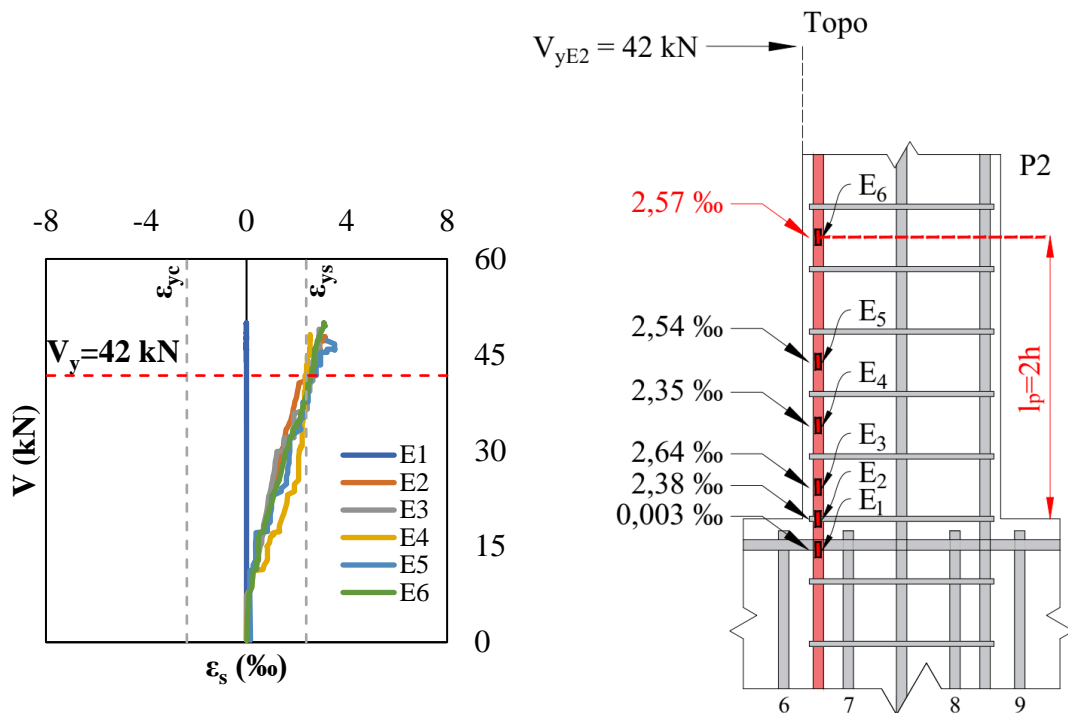


Figura 7.4 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P2
(Fonte: Autor)

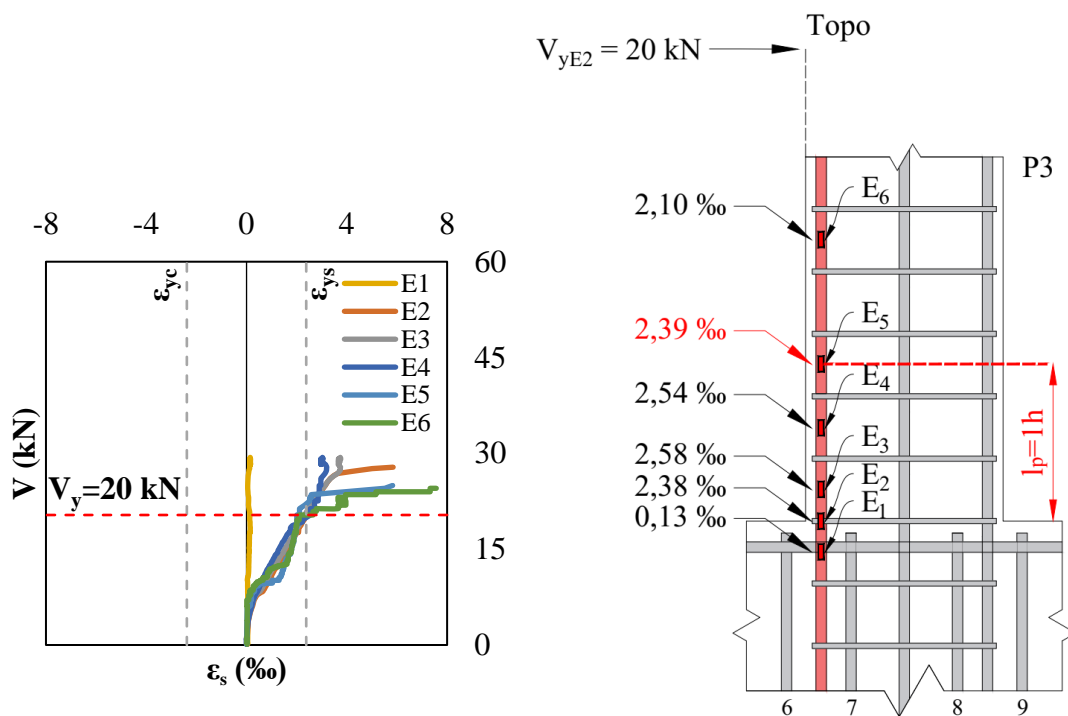


Figura 7.5 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P3
(Fonte: Autor)

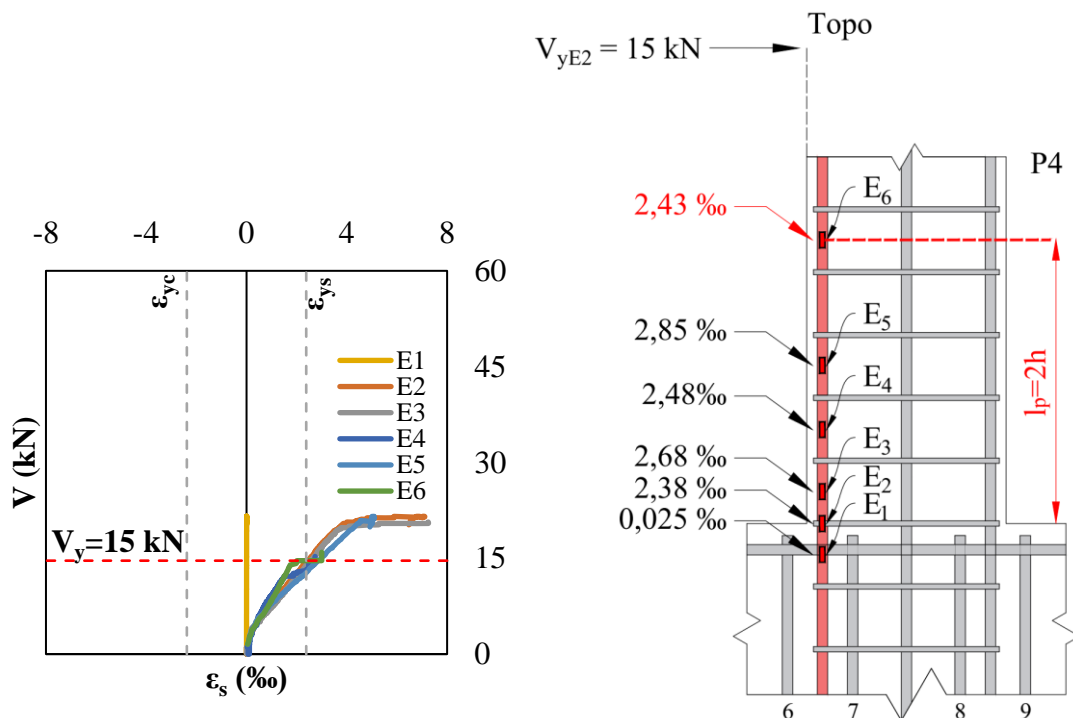


Figura 7.6 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P4
(Fonte: Autor)

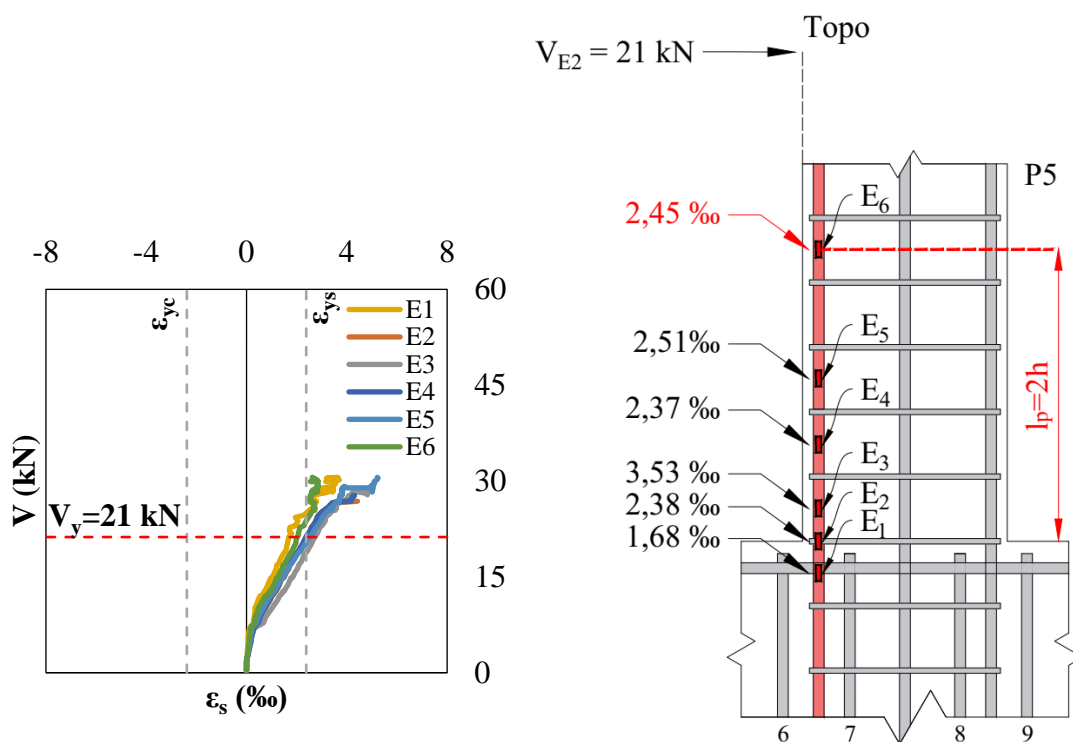


Figura 7.7 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P5
(Fonte: Autor)

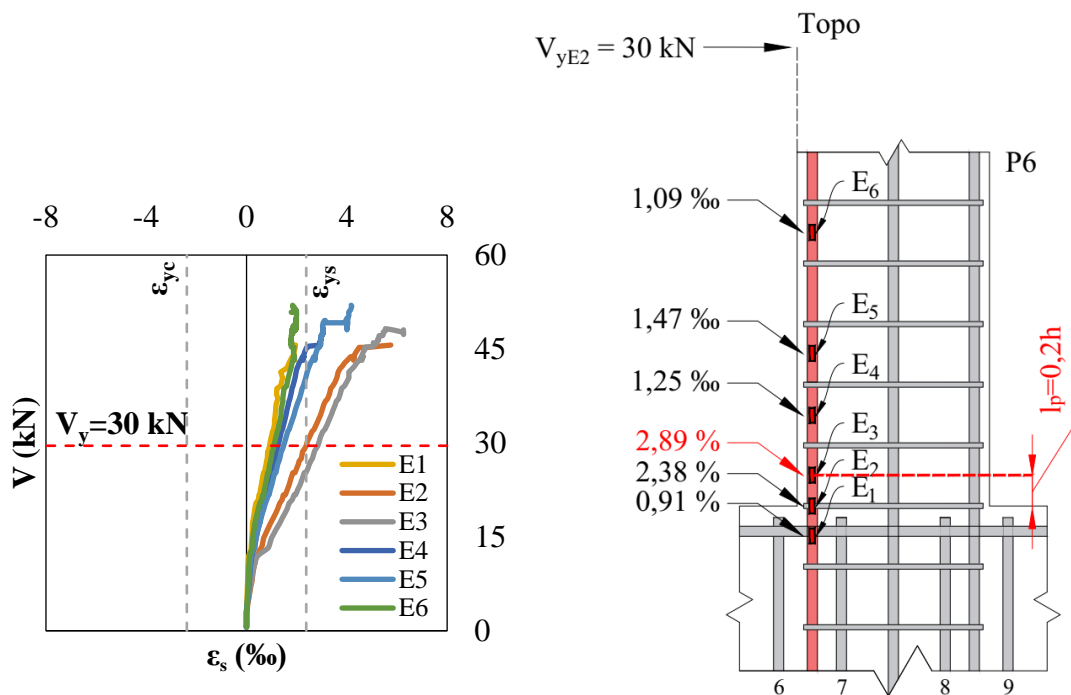


Figura 7.8 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P6
(Fonte: Autor)

Como observado nos valores das Figuras de 7.3 a 7.8, os valores do comprimento da rótula plásticas variaram entre $0,2h$ a $2h$. A carga de escoamento V_y , foram medidas no extensômetro $E2$, localizado na seção da ligação pilar-bloco, quando $E2$ atingiu $\epsilon_{ys} = 2,38 \text{ ‰}$. A partir dela, todos os extensômetros que ultrapassaram esta deformação antes de alcançar V_y , foram consideradas na determinação do comprimento da rótula. É importante reiterar que o comprimento monitorado foi suficiente para se obter os resultados dentro do esperado para a pesquisa. Destaca-se, ainda, que era esperado que nem todos os extensômetros entrassem em regime de escoamento.

É importante observar, também, a mudança no comprimento da rótula plástica com a variação de cada parâmetro. Nos pares de pilares P1/P2, o comprimento medido de P2 foi 3,3 vezes o comprimento de P1, para uma variação da taxa de carregamento axial (P/P_0) duas vezes maior. Para os pares de pilares P3/P4, a variação da esbelteza geométrica (l/h) de 10 para 12, dobrou o comprimento da rótula plástica medido no pilar P4 em relação a P3.

Nos pares de pilares P5 e P6, observou-se tendência oposta aos das demais séries. O aumento da taxa armadura longitudinal, de 1,96% do pilar P5, para 2,94% do pilar P6,

reduziu o comprimento da rótula plástica de 2h, em P5, para 0,2h em P6. Essa tendência foi observada na avaliação paramétrica realizada via simulação computacional, apresentado no Capítulo 4, onde mostrou-se que o aumento da taxa de armadura longitudinal teve tendência a manter constante a ponto de quase reduzir o comprimento medido.

Vala ressaltar que as observações dos modelos computacionais tendem a ser mais rígidos que as observações experimentais por não considerarem fatores ambientais como fluência, retração. Por isso, conclui-se que a taxa de armadura reduziu o comprimento da rótula medido nos pilares experimentais.

7.2 CARGAS ÚLTIMAS E MODOS DE RUPTURA

Os modos de ruptura e as cargas previstas e experimentais, são apresentadas na Tabela 7.1. As previsões foram feitas segundo as recomendações das normas ACI 318 (2019), ABNT NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2014) e Model Code 2010 (2013). As relações entre as cargas experimentais e estimadas, também são apresentadas na Tabela 6.3, assim como suas relações.

O dimensionamento dos pilares e as estimativas foram realizadas com base no programa experimental e nas ações atuantes, com enfoque no modo de ruína previsto para escoamento da armadura longitudinal de tração, causada por flexão, induzida pela ação lateral aplicada na extremidade livre do pilar, com o objetivo de obter respostas satisfatórias e assertivas sobre a formação das rótulas plásticas, baseado na análise paramétrica. Assim, as cargas últimas, estimadas e experimentais, foram aquelas correspondentes à ruína por flexão lateral (V), denominadas V_{NBR} , V_{EC2} , V_{ACI} e V_{MC10} para as estimativas das normas supracitadas, e V_u para as experimentais. A carga de escoamento (V_y) também é apresentada na Tabela 7.1.

É importante salientar que foram feitas verificações de outros estados limites últimos a fim de garantir o modo de ruína previsto. Realizou-se verificação dos modos de ruptura ao cisalhamento, com verificação de falha das diagonais tracionadas (V_{RD3}) e comprimidas (V_{RD2}), dada a aplicação da ação lateral, para providencias de capacidade resistente ao cisalhamento suficiente com a adição de estribos, a fim de evitar a falha

desta natureza, assim como verificações à flexo-compressão, dada a atuação da ação axial gerada pelos cabos de protensão excêntricos em relação aos eixos dos pilares, distribuídos conforme apresentado no Capítulo 5, Figura 5.11, a fim de evitar falhas provenientes dos efeitos de segunda ordem. Portanto, todos os pilares foram dimensionados para evitar os potenciais modos de ruínas que não fossem por flexão lateral com escoamento da armadura longitudinal de tração do pilar.

Tabela 7.1 – Cargas últimas e modo de ruptura

Pilar	V_y (kN)	V_u (kN)	V_{NBR} (kN)	V_{EC2} (kN)	V_{ACI} (kN)	V_{MC10} (kN)	V_u/V_{NBR}	V_u/V_{EC2}	V_u/V_{ACI}	V_u/V_{MC10}	Ruptura	
P1	37.0	47.3	33.4	38.7	30.3	42.8	1.42	1.22	1.56	1.10	Flexão (LT*)	
P2	42.0	50.0	33.4	38.7	30.3	42.8	1.50	1.29	1.65	1.17	Flexão (LT*)	
P3	20.0	29.2	28.2	25.4	25.6	36.2	1.03	1.15	1.14	1.24	Flexão (LT*)	
P4	15.0	21.2	24.5	22.0	22.2	31.4	1.15	0.96	0.96	1.48	Flexão (LT*)	
P5	21.0	29.2	33.4	46.9	41.7	42.8	1.14	1.61	1.43	1.47	Flexão (LT*)	
P6	30.0	48.2	33.4	70.4	51.0	42.8	1.44	1.46	1.06	1.13	Flexão (LT*)	
							Média	1.28	1.28	1.30	1.26	
							DP	0.18	0.21	0.26	0.15	
							CV	0.14	0.16	0.20	0.12	

LT -Escoamento da Armadura Longitudinal de Tração;
 DP – Desvio Padrão;
 CV – Coeficiente de Variação;

O aumento da carga última observado no pilar P2 ($V_u = 50\text{kN}$), é explicado pelo aumento do momento de fissuração, devido a maior taxa de carregamento axial que aumentou a rigidez do pilar no Estádio I, e em boa parte da altura da seção do elemento. Para este fato, também pode ser considerado o enrijecimento da armadura de tração ocasionado pelo efeito da força axial. Buchaim (2001), observou que quando ocorre a fissuração da seção (seção T analisada pelo autor), há redução de 70% na rigidez.

É importante ressaltar o efeito da força cortante na problemática aqui analisada. Analiticamente é possível ponderar que a força cortante cresce, pois há aumento do momento resistente com o crescimento dos níveis de compressão axial no pilar P2. Como consequência, o efeito combinado corrobora a redução do comprimento da rótula plástica, observada com a redução da rotação plástica que será posteriormente analisado.

As relações V_u/V_{norma} , mostraram imprevisibilidade e dispersão nas estimativas dos resultados, com divergência significativa em relação aos resultados experimentais.

Destaca-se o pilar P2, com taxa de carregamento $P/P_o = 0.4$, e P5 com taxa de armadura de 2%, com algumas normas variando V_u/V_{norma} acima de 1,5. O DP e CV elevados, ambos acima de 10%, corroboram a dificuldade de previsão das normas nas condições específicas da pesquisa.

7.3 DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS E ROTAÇÕES

Os deslocamentos e as rotações experimentais foram determinados como apresentado na Figura 7.9 e os resultados são apresentados na Tabela 7.2. Os deslocamentos considerados foram os medidos no topo do pilar pelo potenciômetro D1, como apresentado nas Figuras 5.17, 5.18 e 5.19. As rotações medidas são relativas ao vão do pilar (l) e foram calculadas a partir dos deslocamentos últimos (δ_u) e elásticos (δ_y).

As rotações elásticas (θ_y) foram determinadas a partir dos deslocamentos medido no passo de carga do escoamento da armadura longitudinal, calculadas como $\theta_y = \delta_y/l$. As rotações plásticas (θ_p) foram determinadas pela diferença do deslocamento último pelo elástico ($\delta_p = \delta_u - \delta_y$), calculadas como $\theta_p = \delta_p/l$. Por fim, as rotações máximas, foram calculadas como $\theta_{max} = \delta_u/l$.

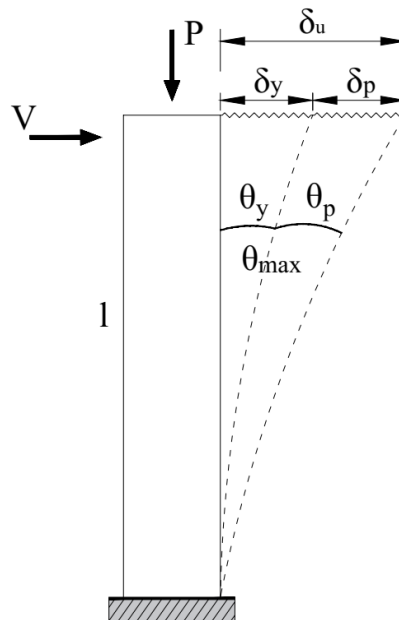


Figura 7.9– Deslocamentos e rotações nos pilares (Fonte: Autor)

Tabela 7.2 – Deslocamentos e rotações experimentais

Pilar	P/Po	l/h	ρ_s	l	δ_y	δ_u	θ_y	θ_p	θ_{max}
				(mm)	(mm)	(mm)	(°)	(°)	(°)
P1	0.2	9	1.26	2200	127.5	270.1	3.32	3.71	7.00
P2	0.4	9	1.26	2200	108.3	192.2	2.82	2.18	4.99
P3	0.25	10	1.26	2600	101.7	248.2	2.24	3.22	5.45
P4	0.25	12	1.26	3000	134.6	376.0	2.57	4.60	7.14
P5	0.25	9	1.96	2200	151.5	208.2	3.94	1.48	5.41
P6	0.25	9	2.94	2200	94.5	173.4	2.46	2.05	4.51

Os deslocamentos e rotações experimentais foram significativamente impactadas pela variação dos parâmetros analisados na pesquisa, com destaque para os pilares P1 e P2 os quais variaram os níveis de compressão axial. Observou-se que o aumento nos níveis de compressão do pilar P2 diminuiu em 17.4% a rotação elástica, 28.5% a rotação máxima e 41.2% as rotações plásticas. A Figura 7.10, mostra as rotações experimentais e normativas para os pilares P1/P2.

Isso é explicado pelo aumento da força axial, onde o concreto passa a ser tanto mais solicitado quanto a armadura longitudinal, o que decore na possibilidade de o concreto atingir seus níveis de encurtamento antes da armadura longitudinal. Isso decorre de uma redução da curvatura e conseqüente redução do comprimento plastificado do pilar. Além disso, a diminuição do alongamento da armadura e da curvatura dos pilares, ocasionada pelo aumento da carga axial no pilar P2, também foi um fator para a diminuição da rotação e do comprimento da rótula plástica.

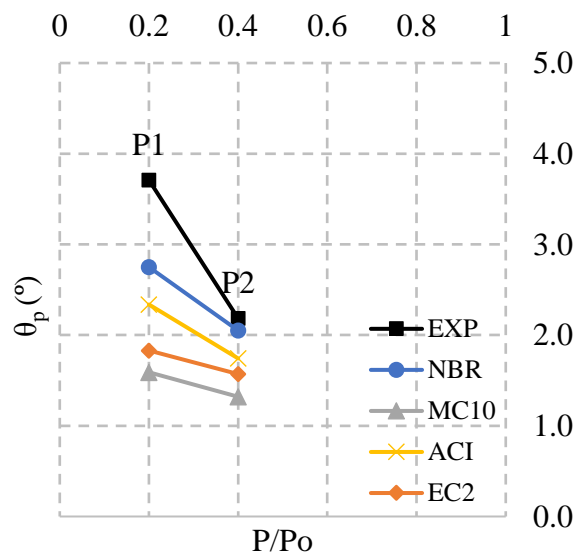


Figura 7.10 – Influência da força axial nas rotações plásticas (Fonte: Autor)

Os pilares P3/P4 tiveram comportamento dentro do esperado. Quanto maior a esbeltez, maior a rotação plástica e o comprimento plastificado. O pilar P4 apresentou rotação elástica 32.5%, rotação máxima 31% e rotação plástica 42.8% maior que o pilar P3, com menor esbeltez. Os resultados dos pilares P3/P4 são apresentados na Figura 7.11. Diversos autores avaliaram o efeito da esbeltez na rotação plástica dos pilares com destaque para Buchaim (2001), que chegou às mesmas conclusões observadas nesta pesquisa.

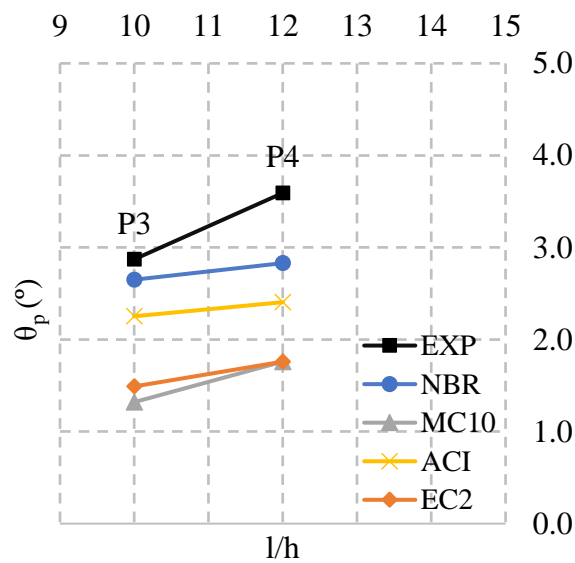


Figura 7.11– Influência da esbeltez nas rotações plásticas (Fonte: Autor)

Por fim, na comparação dos pilares P5/P6, o pilar P6 apresentou índices de deformação menores quando comparado ao pilar P5, com valores 17% maior para a rotação máxima e 38.5% de aumento da rotação plástica. A capacidade de rotação dos pilares está diretamente relacionada à capacidade resistente do elemento. Com taxa de armadura longitudinal maior, a capacidade do pilar P6 alcançar maiores curvaturas é reduzida, trazendo como consequência a redução da rotação plástica e do comprimento plastificado.

Além disso, assim como observado com o parâmetro taxa de carregamento axial, a força axial, apesar de serem as mesmas em P5 e P6, acabaram tendo influência também na redução do alongamento das armaduras, reduzindo a possibilidade de P6 alcançar maiores rotações plásticas e comprimento de plastificação. A Figura 7.12 mostra a influência da taxa de armadura longitudinal dos pilares P5/P6.

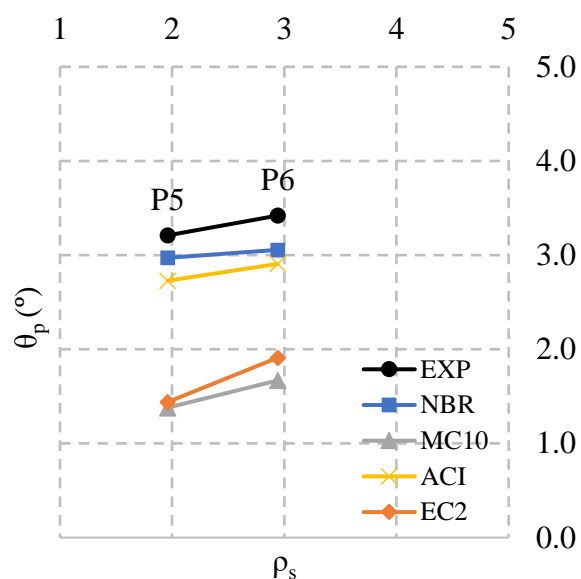


Figura 7.12 – Influência da taxa de armadura longitudinal nas rotações plásticas

(Fonte: Autor)

A capacidade de rotação plástica dos pilares foi comparada às estimativas normativas do ACI 318 (2019), ABNT NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2014) e Model Code 2010 (2013), como mostrado nas Figuras de 7.10 a 7.12. A Tabela 7.3 mostra a relação entre os resultados experimentais das normas.

Tabela 7.3 – Rotações plásticas estimadas

Pilar	θ_p (°)	θ_{pNBR} (°)	θ_{pMC10} (°)	θ_{pACI} (°)	θ_{pEC2} (°)	θ_p/θ_{pNBR}	θ_p/θ_{pMC10}	θ_p/θ_{pACI}	θ_p/θ_{pEC2}
P1	3.71	2.75	1.59	2.34	1.83	1.35	2.33	1.59	2.03
P2	2.18	2.05	1.32	1.74	1.57	1.07	1.65	1.25	1.39
P3	2.87	2.65	1.32	2.25	1.49	1.08	2.18	1.27	1.93
P4	3.59	2.83	1.76	2.41	1.76	1.27	2.04	1.49	2.04
P5	2.97	3.21	1.38	2.73	1.44	0.93	2.15	1.09	2.06
P6	3.06	3.42	1.67	2.91	1.91	0.89	1.83	1.05	1.60

De maneira geral, as normas estimam a capacidade de rotação plásticas de elementos de concreto armado em função da profundidade da linha neutra no ELU para o caso comum de uma seção retangular em flexão simples com armadura simples, para isso, bastando transformar a taxa mecânica de armadura para o ELU, igual a $\omega_{1d} = A_{s1}.f_{yd}/(0,85f_{cd}.b.b)$, para a seção retangular para o valor de x/d analisado. Esta consideração, limitou consideravelmente a estimativa das rotações a valores consideráveis e abaixo dos resultados experimentais nesta pesquisa.

Além disso, os gráficos da capacidade de rotação plástica, nos ramos ascendente e descendente, mostrados no Capítulo 2, foram linearizados na NBR 6118: 2014, entre os três pontos da função $\theta_{pl}(x/d)$ correspondentes à taxa geométrica mínima da armadura, ao ponto de máximo, e aquele correspondente a $x/d = 0.45$.

A deformação limite do concreto considerada por diferentes pesquisadores é maior do que as estabelecidas no dimensionamento, de 5‰ ao invés de 3.5‰, também considerada nesta pesquisa. Por outro lado, favorecendo o aumento da capacidade de rotação plástica, nas curvas atuais foram incorporadas as características dos aços CA-50 e CA-60 em acordo com a NBR 7480: 2007 no segmento plastificado.

7.4 FATOR DE DUCTILIDADE PARA OS DESLOCAMENTOS

A capacidade de um elemento fletido em dissipar energia em forma de deformação, em caso de descarga ou ruptura, representa a sua ductilidade. Este parâmetro foi analisado para melhor entender a deformabilidade dos pilares e compreender a formação das rótulas plásticas. Nesta pesquisa, a ductilidade foi avaliada pelo fator ductilidade para os deslocamentos calculado como a relação entre os deslocamentos últimos e elásticos ($\mu_{\delta} = \delta_u/\delta_y$). Os resultados são apresentados na Tabela 7.4.

Tabela 7.4 – Fator de ductilidade para os deslocamentos

Pilar	P/Po	l/h	ρ_s	δ_y	δ_u	μ_δ
				(mm)	(mm)	
P1	0.2	9	1.26	127.5	270.1	2.12
P2	0.4	9	1.26	108.3	192.2	1.77
P3	0.25	10	1.26	134.6	265.0	1.97
P4	0.25	12	1.26	101.7	290.0	2.85
P5	0.25	9	1.96	94.0	208.2	2.21
P6	0.25	9	2.94	155.6	273.0	1.76

Comparando a ductilidade dos pares de pilares P1/P2, e como observou-se no estudo paramétrico, houve redução da ductilidade do pilar P2, em relação ao pilar P1, ambos com a mesma esbeltez e taxa de armadura longitudinal. Como a faixa de carregamento axial analisadas foram abaixo de 0,5, observou-se o mesmo padrão que os dos modelos computacionais (Ver Tabela 4.6). Lembrando que se observou nas simulações que a ductilidade diminui com o aumento da taxa de carregamento até o valor $P/Po = 0,5$, aumentando para taxas maiores. O mesmo comportamento observado nas simulações computacionais, foi observado para as variáveis l/h e ρ_s (Ver Tabelas 4.7 e 4.8).

8. MÉTODO ANALÍTICO PARA ESTIMAR O COMPRIMENTO DA RÓTULA PLÁSTICA

Com base nos resultados apresentados na simulação computacional, Capítulo 4, e nos resultados experimentais, Capítulo 7, neste capítulo introduz-se uma proposta analítica para o cálculo do comprimento da rótula plástica, a fim de estimar analiticamente os deslocamentos laterais de pilares de concreto armado. A proposta é introduzida a partir do banco de dados computacional apresentado nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3. A proposta é validada frente a um banco de dados experimental e comparado com outras propostas disponíveis na literatura.

8.1 MÉTODO ANALÍTICO

A proposta se baseia na idealização de Pristley e Park (1975). O método se baseia em determinar analiticamente os deslocamentos com base no comprimento da rótula plástica, relacionando os índices à nível da seção transversal do pilar, curvatura, com os índices à nível do elemento, deslocamentos e rotações.

Inicialmente, considera-se o pilar com as ações axiais e laterais, Figura 8.1a, que produz o diagrama de momento fletor e a distribuição de curvatura apresenta nas Figuras 8.1b e 8.1c. De acordo com a Figura 8.1c, as curvaturas são divididas em elástica (ϕ_y), que ocorrem nas seções as quais a armadura longitudinal não sofreu escoamento, ou, para o concreto, se estendem nas seções que iniciaram o comportamento não linear, e as curvaturas inelástica ($\phi_p = \phi - \phi_y$), que se estendem nas seções plastificadas no entorno da seção de momento máximo, seções que representam o comprimento plastificado (l_p) do pilar.

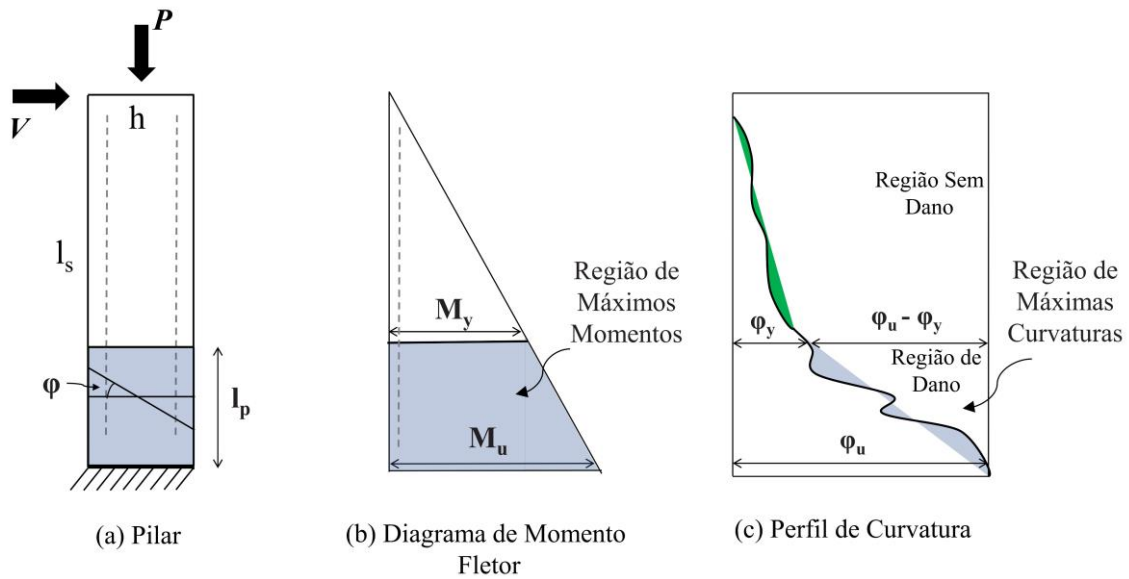


Figura 8.1– Distribuição de momento e curvatura ao longo de um pilar fletido
(Fonte: Autor)

Considerando que as curvaturas inelásticas sejam constantes dentro da região do comprimento da rótula plástica, e usando o teorema do segundo momento de área, Priestley e Park (1975) desenvolveram a Equação 8.1.

$$\Delta_{topo} = \delta \left(\frac{\varphi_y \cdot l_s^2}{3} \right) + [(\varphi_u - \varphi_y) \cdot l_p (l_s - 0.5l_p)] \quad (8.1)$$

onde

Δ_{topo} deslocamento total medido no topo do pilar;

φ_y curvatura no ponto de plastificação;

φ_u curvatura última;

δ fator de amplificação (ACI 318/2019);

l_p comprimento da rótula plástica;

l_s vão do pilar;

O primeiro termo da Equação 8.1, representa a parcela elástica dos deslocamentos total medido no topo do pilar, até o ponto de plastificação, considerado nesta pesquisa como o escoamento da armadura longitudinal de valor igual a $\varepsilon_s = 2,38\%$, o segundo termo da

Equação 8.1 representa a parcela plástica dos deslocamentos, tomado a partir do ponto de plastificação até a ruína. Definindo-se, então, corretamente o comprimento da rótula plástica, define-se analiticamente os deslocamentos. O trecho elástico foi calibrado por um fator que considera os efeitos de 2ª ordem.

Para definição da parcela elástica do deslocamento, considera-se a Figura 8.2. Determinado o momento fletor do elemento (M), e considerando que o elemento possui uma rigidez EI , define-se a curvatura elástica de acordo com a Equação 8.2. Aplicando a primeira integração, define-se a parcela elástica das rotações de acordo com a Equação 8.3.

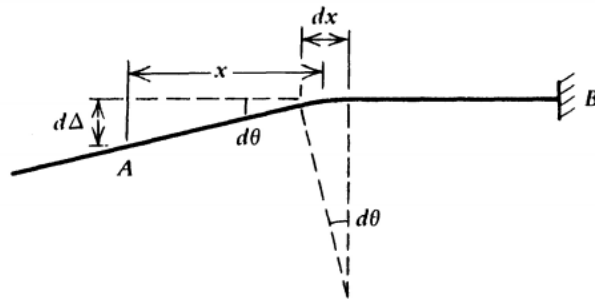


Figura 8.2 – Rotação e deslocamento por flexão em um elemento engastado
(Fonte: Park e Paulay, 1975)

$$\varphi_y = \frac{M}{EI} \quad (8.2)$$

$$\theta_{AB} = \theta_y = \int_A^B \varphi_y dx \quad (8.3)$$

Sendo dx o comprimento infinitesimal entre as duas seções, por integração, determina-se a rotação θ ao longo do comprimento BA . Integrando a Equação 8.3, obtém-se a deflexão do ponto A até a tangente que corta o eixo do pilar em B , de acordo com Equação 8.4. As Equações 8.3 e 8.4 são generalizações do teorema do segundo momento de área, que são aplicadas para problemas que envolvem curvaturas elásticas ou plásticas, segundo Priestley e Park (1975).

$$\Delta_{AB} = \Delta_y = \int_A^B x\varphi dx \quad (8.4)$$

Para definir analiticamente a curvatura, primeiramente é necessário definir um modelo de comportamento. O modelo constitutivo do EC2, para o concreto, foi adotado para delimitar os limites de deformação do modelo, de acordo com a Figura 8.3a. As Figuras 8.3b e 8.3c, mostram os perfis de curvatura elástica e última de Priestley e Park (1975) adaptados ao modelo de comportamento do EC2. Para calcular a curvatura elástica (φ_y) e últimas (φ_u), aplica-se as Equações 8.5, 8.6 e 8.7.

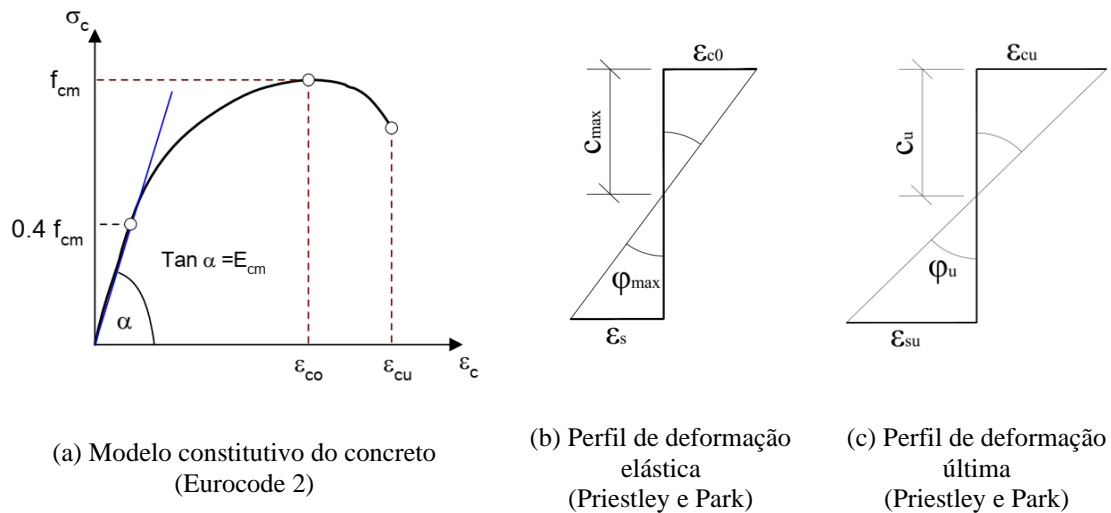


Figura 8.3 – Limite de deformações e perfis de curvaturas

(Fonte: Adaptado de Eurocode 2, 2014, e Priestley e Park, 1975)

$$\varphi_y = \frac{\varepsilon_{c0}}{c_{max}} ; \varphi_p = \frac{0.5\varepsilon_{cu}}{c_u} \quad (8.5)$$

$$\varepsilon_{c0}(\text{‰}) = 0.7f_{cm}^{0.31} < 2.8 \quad (8.6)$$

$$\varepsilon_{cu}(\text{‰}) = 3.5 \quad (8.7)$$

onde

ε_{c0} deformação máxima do concreto; (ε_{c0} (‰))= $0.7 f_{cm}^{0.31} < 2.8$)

ε_{cu} deformação última do concreto; ε_{cu} (‰)= 3,5

c_{max} profundidade da linha neutra na deformação máxima do concreto;

A proposta foi elaborada para uma variação do índice geométrico de esbeltez de 4 a 12, equivalente a índices 30 a 85 em valores da NBR 6118. Como discutido no Capítulo 2, os efeitos de segunda ordem não podem ser desconsiderados para pilares desta pesquisa. Com isso, o fator amplificador, apresentado na Equação 8.1 (δ), amplifica os deslocamentos elásticos a fim de considerar o efeito P- Δ . Chen e Lui (2009) e Barrera (2011), aplicaram o fator de amplificação em suas propostas também a fim de melhorar a resposta de seus modelos analíticos. A Equação 8.7 apresenta o fator de amplificação sem valores de ponderação. A rigidez aplicada no cálculo da carga crítica de Euler (P_{cr}), deve ser a rigidez a flexão EI_e .

$$\delta = \frac{1}{1 - \frac{P}{P_{cr}}} \quad (8.7)$$

onde

δ fator de amplificação elástica;

P é a carga axial aplicada no pilar;

P_{cr} carga crítica de Euler ($\pi^2 \cdot EI_e / l_s^2$);

Para o cálculo da parcela plástica da Equação 8.1, considera-se a Figura 8.4. Um elemento carregado por uma ação axial, mantida constante, e sujeito a uma ação lateral, ambas aplicadas na extremidade livre de um pilar engastado (Figura 8.4a), apresentam distribuição de momentos (Figura 8.4b) e curvaturas (Figura 8.4c) máximas nas seções próximas à base do pilar. A região azul sombreada na Figura 8.1 (c), é representada na Figura 8.4c pelo retângulo equivalente de altura $\varphi_u - \varphi_y$ e profundidade l_p . Assim, a área equivalente é determinada pela Equação 8.8.

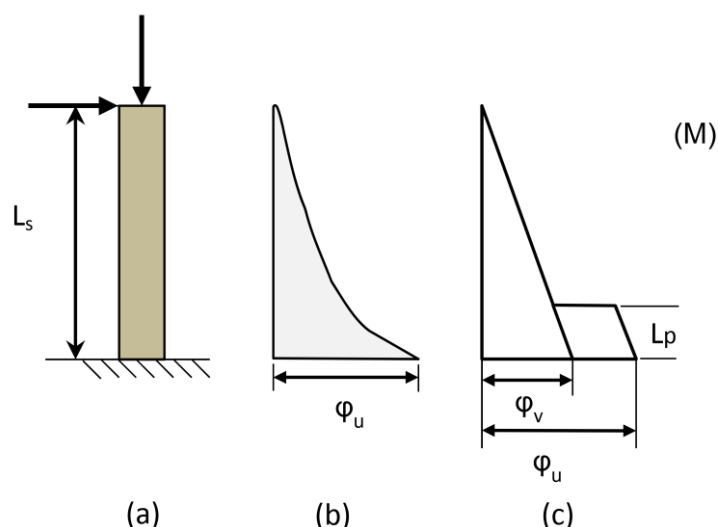


Figura 8.4 – Determinação da área equivalente (Fonte: Barrera, 2010)

$$\theta_p = (\varphi_u - \varphi_y) \cdot l_p \quad (8.8)$$

A Equação 8.8, calcula a rotação plástica em termos das curvaturas últimas, elástica e do comprimento equivalente da rótula plástica. A distância do centro do retângulo equivalente, até o topo do pilar, é igual a $(l_s - 0,5l_p)$. Obtém-se o deslocamento plástico, do ponto de plastificação até a ruptura do elemento, de acordo com a Equação 8.9.

$$\Delta_p = (\varphi_u - \varphi_y) \cdot l_p \cdot (l_s - 0,5 \cdot l_p) \quad (8.9)$$

O comprimento l_s é a distância entre as seções de momento máximo e nulo, sendo igual ao comprimento total (l) para pilares engastado. Para aplicar a Equação 8.9 é necessário conhecer previamente a as curvaturas da seção crítica e o comprimento equivalente da rótula plástica.

8.2 PROPOSTA DE EQUAÇÃO PARA l_p

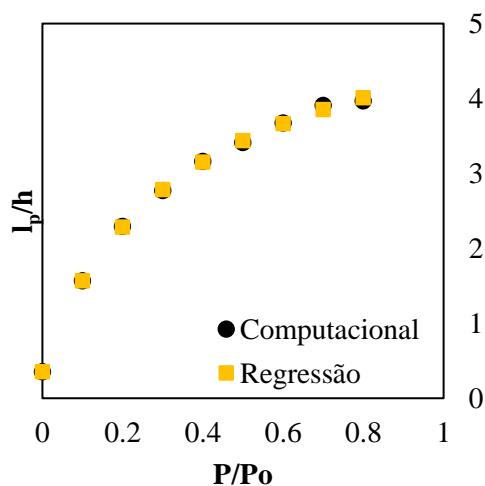
Para elaboração da proposta, utilizou-se os resultados das estimativas de l_p da Tabela 4.5, obtidos a partir do banco de computacional apresentado nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3. Com os resultados das estimativas de l_p , aplicou-se modelos matemáticos de regressão da fim de corroborar as relações individuais observadas na análise paramétrica de variáveis, entre a variável dependente (l_p/h) e as variáveis independentes P/P_o , l/h e

ρ_s , com o objetivo analisar estatisticamente a capacidade dos termos independentes em explicar o comportamento de l_p/h .

Observadas essas relações, aplicou-se modelos matemáticos de regressão linear e não linear de acordo com o comportamento observado nas Figuras 4.19, 4.21 e 4.23. Os resultados, o tipo e o modelo da regressão aplicado para cada variável, são apresentados nas Tabelas 8.1, 8.2 e 8.3.

Tabela 8.1 – Estatística da análise de regressão individual de P/P_0

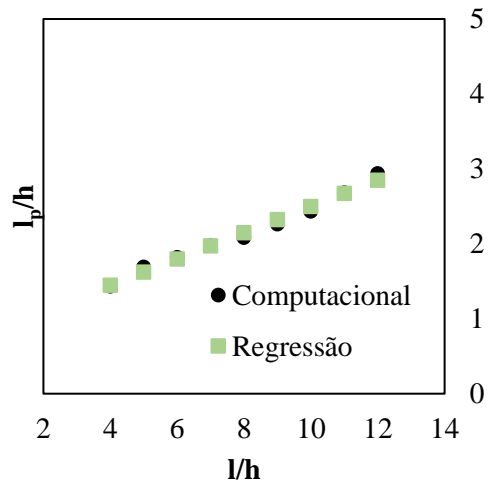
<i>Estatística de Regressão (P/P₀)</i>		$y = \frac{(y_{min} - y_{max})}{1 + \left(\frac{x}{x_0}\right)^p}$
<i>Tipo de Regressão: Não Linear (Logístico)</i>		
R múltiplo	0.990	$y_{min}=5.82$
R-Quadrado	0.979	$y_{min}=0.35$
R-quadrado ajustado	0.972	$x_0=0.38$
Erro padrão	0.079	P=0.94
<i>valor-P</i>	0.00000051	SQE=0.005704796
Observações	27	



Modelo de regressão para P/P_0 (Fonte: Autor)

Tabela 8.2 – Estatística da análise de regressão individual de l/h

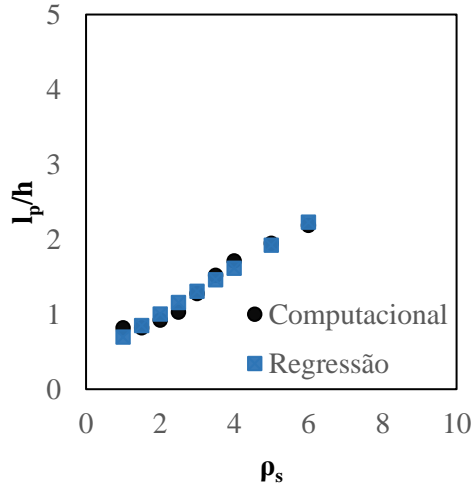
<i>Estatística de regressão (l/h)</i>		$ax+b$
<i>Tipo de Regressão: Linear Simples</i>		
R múltiplo	0.989	a=0.175
R-Quadrado	0.977	b=0.74
		SQE=0.025646728
R-quadrado ajustado	0.974	
Erro padrão	0.083	
valor-P	5.27E-07	
Observações	27	



Modelo de regressão para l/h (Fonte: Autor)

Tabela 8.3 – Estatística da análise de regressão individual de ρ_s

<i>Estatística de regressão(ρ_s)</i>		<i>ax+b</i>
<i>Tipo de Regressão: Linear Simples</i>		
R múltiplo	0.989	a= 0.31
R-Quadrado	0.971	b= 0.39
R-quadrado ajustado	0.964	SQE = 5.42
Erro padrão	0.0831	
valor-P	5.27E-07	
Observações	27	



Modelo de regressão para ρ_s (Fonte: Autor)

Os valores de significância individual (*valor-p*) ficaram abaixo de 0,05, valor aceitável para uma boa correlação. Além disso, o coeficiente de determinação, que é o índice que explica a variabilidade de l_p , ficaram acima 0,95 para todas as variáveis envolvidas, outra forte indicação estatística da relação entre a variável dependente e independente.

Por fim, para gerar uma equação para l_p que envolvesse as três variáveis independentes, um modelo de regressão múltipla foi escolhido, para obtenção da proposta final de cálculo do comprimento da rótula plástica. A Equação 8.10 mostra o modelo matemático de regressão aplicado nos 81 modelos.

$$y = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_0 \quad (8.10)$$

x_1 , x_2 e x_3 , representam as variáveis independentes P/P_0 , l/h e ρ_s , respectivamente; b_1 , b_2 , b_3 , os coeficientes das variáveis, e b_0 a interseção.

A análise de regressão múltipla foi realizada com auxílio da ferramenta *Solver* do programa *Excel*. A ferramenta foi aplicada da seguinte maneira: em uma lógica de randomização, a Somatória do Quadrado dos Erros (SQE), aplicados aos resultados da Tabela 4.5, deve se aproximar de um valor mínimo (zero ou próximo de zero), quando os coeficientes da Equação 8.10 (b_1 , b_2 , b_3 e b_0) variassem. Como o parâmetro SQE mede o erro pela diferença do resultado observado, no caso o resultado do banco de dados, pelo estimado, ao quadrado, $(l_{p\text{Observado}} - l_{p\text{Estimado}})^2$, a ferramenta buscou a melhor combinação de coeficientes que aproximasse o SQE de zero variando b_1 , b_2 , b_3 e b_0 . Assim, os coeficientes da equação foram determinados para o valor de SQE próximo a zero. A Tabela 8.4 apresenta os resultados da análise de regressão.

Tabela 8.4 – Estatística da análise de regressão múltipla das variáveis independentes

Estatística da Regressão	
Tipo de Regressão: Múltipla	
R múltiplo	0.9952
R-Quadrado	0.9905
R-quadrado ajustado	0.9848
Erro padrão	0.0693
<i>F de Significação</i>	0.000018
<i>valor-P (P/P₀)</i>	0.007073283
<i>valor-P (l/h)</i>	0.028685615
<i>valor-P (ρ_s)</i>	0.016307638
Modelo de Regressão	
$y = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_0$	
Interseção	0.15
P/P₀	2.50
l/h	0.10
ρ_s	-0.25
Observações	81

Os testes global e individual de significância do modelo de regressão, *F de Significância* e *valor-p*, respectivamente, mostram que tanto a equação global quanto as variáveis independentes, são estatisticamente adequadas para prever o comportamento da variável dependente (l_p), ambas com valores abaixo de 0,05. Os valores de R^2 e do R^2 ajustado, mostram que as três variáveis independentes, juntas, explicaram muito bem a variabilidade de l_p . Assim, determinado os coeficientes da equação 8.10, obtém-se a Equação 8.11.

$$\frac{l_p}{h} = \left(0.15 + 2.5 \frac{P}{P_0}\right) + \left(+0.1 \frac{l_s}{h} - 0.25 \frac{A_s}{A_g}\right) \quad (8.11)$$

8.3 AVALIAÇÃO DA PROPOSTA

Inicialmente, comparou-se as curvas carga-deslocamento experimentais de quatro pilares obtidos do trabalho de Barrera (2011), com a proposta da Equação 8.1 ajustada com a Equação 8.11. As principais características dos pilares são apresentadas na Tabela 8.5. A proposta foi aplicada inicialmente aos quatro pilares de Barrera (2011) por apresentarem características, condições de contorno e carregamento semelhantes ao desta pesquisa. Posteriormente, apresenta-se os resultados das estimativas da proposta frente a um BD experimental.

Tabela 8.5– Características dos pilares de *Barrera* (2011)

Pilar	P (kN)	l/h	ρ_s (%)	P/P ₀	f_c (MPa)	l_s (mm)	h_p (mm)	b_p (mm)	f_y (MPa)	d_b (mm)
N30-7.5-30	350	7.5	1.4	0.3	30.1	1500	200	150	538	12
N30-7.5-45	533	7.5	1.4	0.42	33	1500	200	150	538	12
N30-10.5- 30	255	10.5	2.2	0.3	31.8	1470	140	150	537	10
N30-10.5-45	381	10.5	2.2	0.41	31.6	1470	140	150	537	10

d_b – diâmetro da armadura longitudinal

As curvas carga-deslocamento experimentais do trabalho de Barrera (2011) e a da proposta desta pesquisa, são apresentadas nas Figuras 8.5, 8.6, 8.7 e 8.8. A precisão da proposta foi avaliada pela relação entre os deslocamentos últimos medidos experimentalmente ($\Delta_{u,Exp}$) com os deslocamentos últimos estimados pela proposta ($\Delta_{u,proposta}$) ($\Delta_{u,Exp} = \Delta_{u,proposta}$). Os pilares foram submetidos a compressão axial constante de 0,3P₀ e 0,45P₀, índice de esbeltez de 7,5 e 10,5, taxa de armadura longitudinal de 1,4% e 2,2%, e foram fletidos por um carregamento lateral monotônico até a ruína.

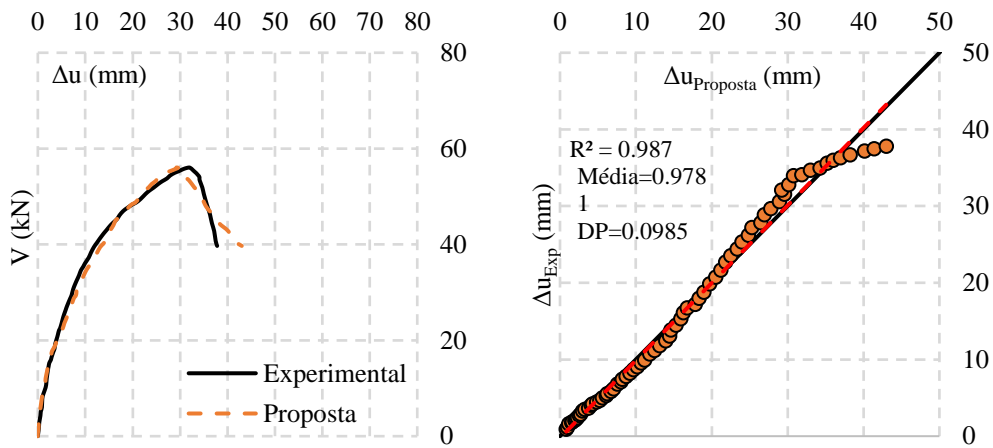


Figura 8.5 – Avaliação da proposta – Pilar N30-7.5-30 (Fonte: Autor)

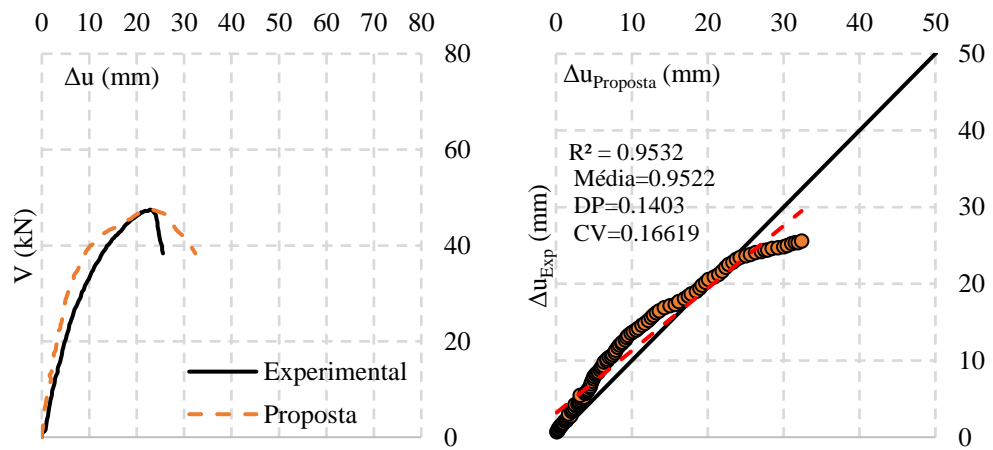


Figura 8.6 – Avaliação da proposta – Pilar N30-7.5-45 (Fonte: Autor)

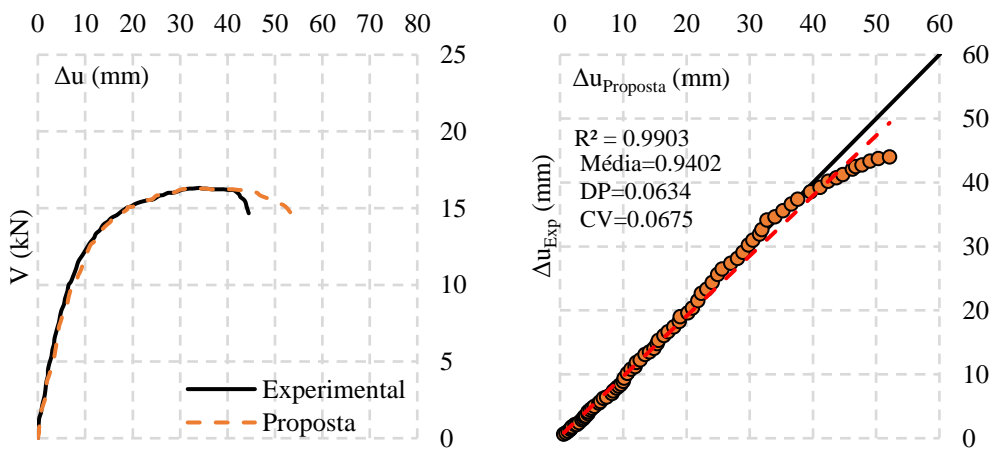


Figura 8.7 – Avaliação da proposta – Pilar N30-10.5-30 (Fonte: Autor)

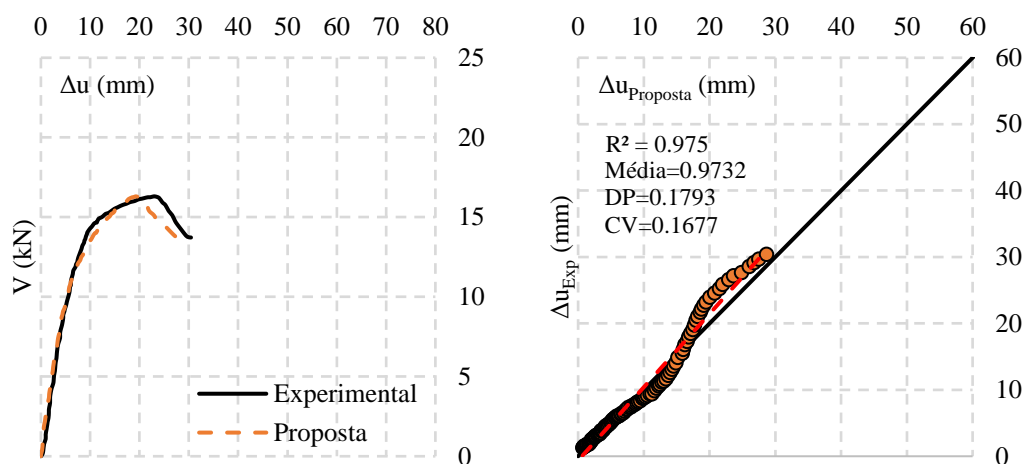


Figura 8.8 – Avaliação da proposta – Pilar N30-10.5-45 (Fonte: Autor)

Para os quatro pilares comparados, a proposta apresentou bom desempenho. Observa-se que as curvas estimadas pela Equação 8.1 e ajustada pela proposta da Equação 8.11 contornaram com simetria razoável e precisão as curvas experimentais para os trechos elásticos e plásticos da resposta carga-deslocamento, confirmada pelas relações $\Delta u_{Exp} = \Delta u_{proposta}$, com os resultados variando bem próximos à linha de controle. Traçou-se uma linha de tendência linear, em vermelho, para observação da variabilidade pelo coeficiente de determinação (R^2), e todos os pilares variaram acima de 0,95.

Os valores da média foram tomados para a relação $\Delta u_{Exp}/\Delta u_{proposta}$, com todos os pilares apresentando média acima de 90%. O máximo desvio padrão (DP) observado foi de 17,9% no pilar N30-10.5-45, com maior índice de esbeltez e maior taxa de compressão axial. O maior coeficiente de variação (CV), também foi observado neste pilar, de 16,7%. Os demais apresentaram média abaixo desses valores. A tendência da proposta foi estimar valores acima dos experimentais, o que, em uma aplicação prática, seria favorável a segurança.

Quando se analisa o parâmetro compressão axial (P/P_0), observasse duas tendências importantes. A primeira é a redução acentuada dos deslocamentos, claramente observada na comparação dos diagramas V- Δ dos pilares N30-7.5-30 e N30-7.5-45, Figura 8.5 e 8.6, respectivamente, e N30-10.5-30 e N30-10.5-45, Figura 8.6 e 8.7, respectivamente. A segunda é o aumento da inclinação da curva carga-deslocamento, observada nos pilares com níveis de compressão axial maiores. A maior inclinação é um indicativo de ganho de

rigidez do elemento com o aumento deste parâmetro, observada anteriormente na análise paramétrica.

Aplicada aos mesmos pilares, a estimativa do comprimento relativo da rótula plástica, proposto na Equação 8.11, foi comparada a sete métodos analíticos propostos por Park e Paulay (1987), Panagiotakos e Fardis (2001), Mander J.B. (1984), Paulay e Priestley (1992), Zahn F. F. (1986) e Bae (2005). Os resultados da comparação são apresentados na Tabela 8.6, apresentados no Capítulo 2.

Tabela 8.6 – Comparação de métodos para estimar o comprimento da rótula

Pilares	Park e Paulay (1987)	Fardis et al (2001)	Mander (1984)	Paulay e Priestley (1992)	Zahn (1986)	Bae (2005)	Proposta
N30-7.5-30	0.96h	1.35h	0.60h	1.31h	1.24h	1.22h	2.29h
N30-7.5-45	0.96h	1.35h	0.60h	1.31h	1.28h	1.50h	2.52h
N30-10.5- 30	1.27h	1.80h	0.79h	1.68h	1.22h	1.69h	2.63h
N30-10.5-45	1.27h	1.80h	0.79h	1.68h	1.25h	2.05h	2.82h

Apenas os métodos de Zahn F. F. (1986), Bae (2005) e a proposta da Equação 8.11, incluem a compressão axial nas estimativas do comprimento da rótula plástica. Sendo uma das variáveis da proposta a taxa de armadura longitudinal, e a estimativa de l_p obtida das deformações da armadura longitudinal comprimida, os aumentos dos níveis de compressão na armadura aumentaram consideravelmente as estimativas de l_p por ampliar as deformações na armadura e o dano no concreto. Além disso, o fator de amplificação aplicado na Equação 8.1, aumentou os deslocamentos últimos dos pilares, elevando as estimativas de l_p/h nos pilares com maior índice de esbeltez.

Por fim, as estimativas das maiorias dos métodos, em geral, subestimam os valores de l_p , em parte por desconsideraram fatores como a compressão axial, e em parte por considerarem a aplicação em estruturas submetidas a carregamentos cíclicos. A variação da esbeltez mostrou-se um fator relevante nas estimativas dos métodos, porém, a maioria também tende a apresentar resultados conservadores.

Realizou-se uma avaliação mais ampla da proposta, comparando os resultados dos deslocamentos últimos estimados pela Equação 8.1, aos resultados dos deslocamentos últimos experimentais de um banco de dados contendo 61 pilares de concreto armado sujeitos a compressão axial e flexão lateral. A Tabela 8.7 mostra o resumo dos pilares do

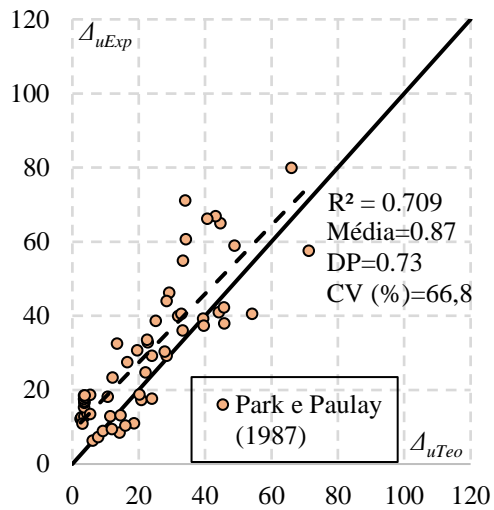
BD experimental. Os pilares foram selecionados de modo que as condições de contorno, carregamento, modos de ruína e demais parâmetros se aproximassem aos desta pesquisa a fim de evitar grandes variações de resultados.

As variáveis consideradas na seleção foram: compressão axial (P/P_0), relação geométrica de esbeltez (l/h), resistência à compressão do concreto (f_c) e taxa de armadura longitudinal (ρ_s). A faixa de compressão axial variou entre $0P_0$ e $0,65P_0$, de esbeltez entre 1,5 e 10. A resistência à compressão variou entre 19,3 MPa e 57,7 MPa e a taxa de armadura longitudinal entre 0,09% e 2,3%. A Tabela 8.7 apresenta as principais características dos pilares do banco de dados. As características completas são apresentadas no Anexo A.

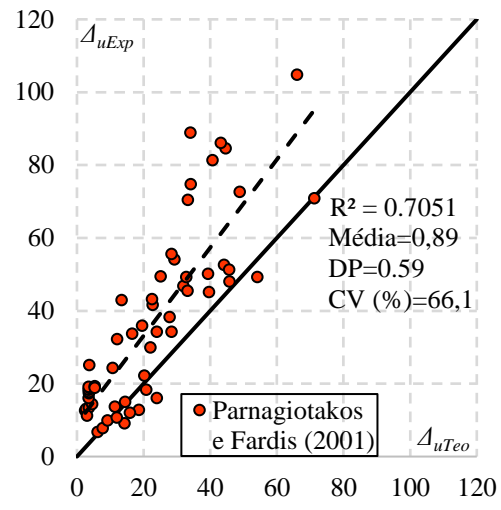
Tabela 8.7– Resumo dos pilares do banco de dados experimental

Autor	Nº de Pilares	l/h	P/P_0	b (mm)	h (mm)	l (mm)	ρ_l (%)	f_c (MPa)	f_{ys} (MPa)
LAM at al (2011)	4	1,50	0,4-0,6	267	267	800	0,09-0,16	42-47	631
Henkhaus et al (2013)	3	1,62	0,37-0,43	457	457	1473	1,50	19,3-24,1	455
LAM at al (2011)	4	3,00	0,45-0,65	160	160	904,8	0,29	42-47	631
Haroon et al (2020)	12	3,00	0,0-0,3	250	250	830	1,30	27-30	339
Rodrigues et al (2012)	1	3,40	0,08	350	400	1700	1,13	24,39	477
Thanh e Li (2009)	4	3,40	0,05-0,50	350	350	1200	2,05	25,0	408
Thanh e Li (2009)	4	3,50	0,05-0,50	250	490	1700	2,05	25,0	408
Rodrigues et al (2012)	2	4,25	0,04-0,12	200	400	1700	1,13	21,4-48,4	477
Thanh e Li (2009)	2	4,90	0,20-0,50	350	350	1700	2,05	25	408
Acun e Sucuoglu (2010)	1	5,10	0,2	350	350	1800	1,00	25	454
Rodrigues et al (2012)	1	5,70	0,10	300	300	1700	1,13	21,57	477
Barrera et al. (2011)	6	7,5	0,29-0,40	150	200	1500	2,30	30,1-57,7	537
Barrera et al. (2011)	18	10,5	0,0-0,51	150	140	1470	2,20	29,9-51,1	538

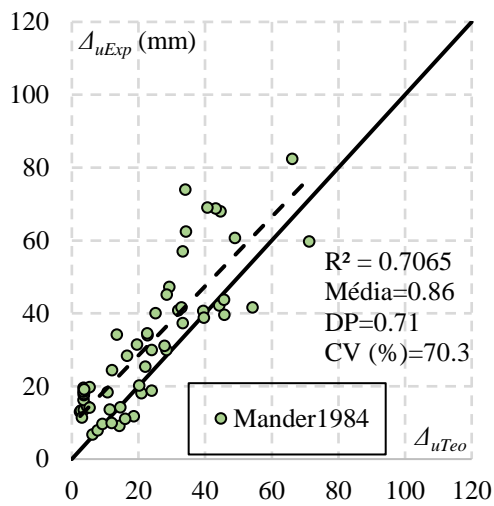
Para todos os pilares do banco de dados experimental, as estimativas de deslocamentos foram determinadas pelos métodos de Park e Paulay (1987), Panagiotakos e Fardis (2001), Mander J.B. (1984), Paulay e Priestley (1992), Zahn F. F. (1986) e Bae (2005), e obtidas os deslocamentos teóricos ($\Delta_{u,Teo}$). Estes deslocamentos foram comparados aos deslocamentos experimentais ($\Delta_{u,Exp}$) da Tabela 8.7. A Figura 8.10 apresenta os resultados da proposta para a relação $\Delta_{u,Exp}/\Delta_{u,Teo}$ para os pilares do BD da Tabela 8.7, e a Figura 8.9 apresenta os resultados das estimativas de outros autores para o BD da Tabela 8.7 para a mesma relação. Os resultados dos deslocamentos estimados e experimentais são apresentados no Anexo B.



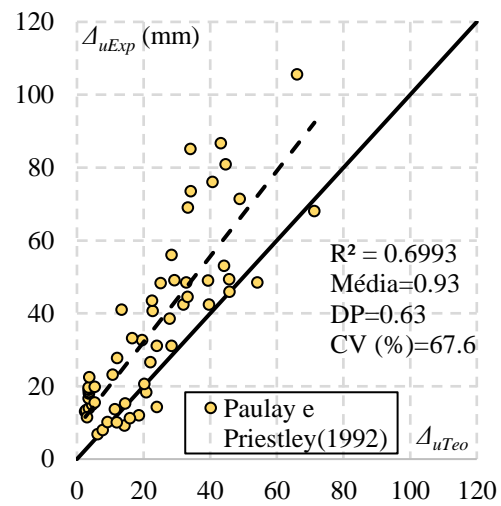
(a)



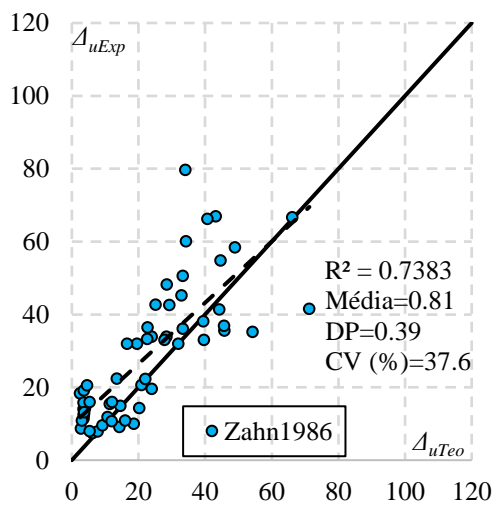
(b)



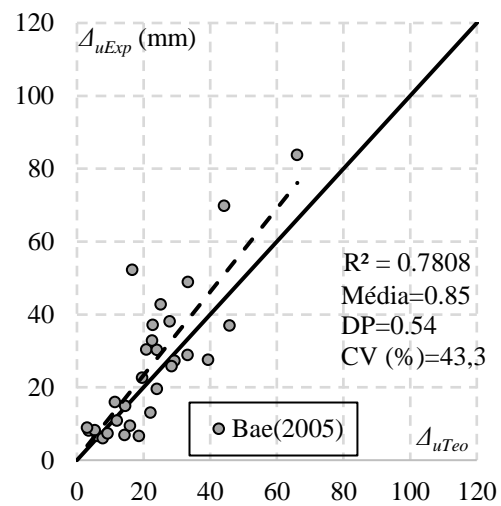
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 8.9 – Avaliação de métodos analíticos – Banco de dados da Tabela 8.7

(Fonte: Autor)

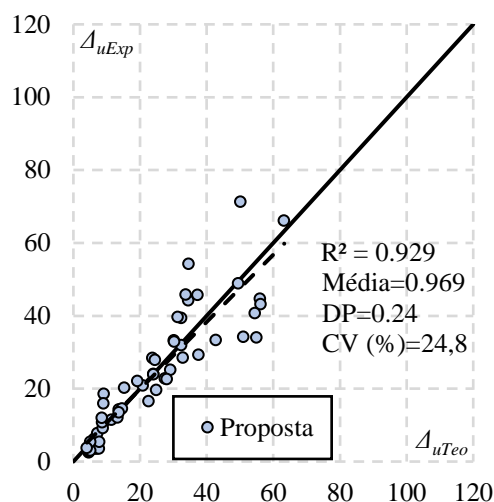


Figura 8.10 – Avaliação da proposta – Banco de dados da Tabela 8.7 (Fonte: Autor)

Os valores do coeficiente de determinação (R^2), média, desvio padrão (DP) e coeficiente de variação (CV), também são apresentados nas Figuras 8.9 e 8.10. Vale ressaltar que o coeficiente de determinação é uma medida de ajuste do modelo estatístico linear generalizado, como a regressão linear simples ou múltipla (caso desta pesquisa), dos valores observados de uma variável aleatória. Sendo assim, este parâmetro fornece um bom indicativo de precisão, não apenas entre os deslocamentos teóricos e experimentais, mas também dos parâmetros e variáveis envolvidas nos cálculos dessas variáveis.

O DP e o CV são parâmetros estatísticos que interpretam a variabilidade e a precisão dos resultados da média. O desvio padrão assegura o intervalo de variação da média, ou seja, um baixo desvio padrão indica que os dados tendem a estarem próximos da média, enquanto o coeficiente de variação estima a variabilidade dos dados em relação à média. Assim, quanto menor for o coeficiente de variação menor a variabilidade da média dos resultados.

Como esperado, os resultados estimados por todos os métodos, incluindo a proposta desta pesquisa, apresentaram dispersões nos resultados. Porém, a proposta apresentou maior coerência e convergência nos resultados, com o maior valor da média e coeficiente de variação. O DP e CV da proposta, com valores de 0,24 e 24,8%, ainda que mostrem variabilidade importante, o que apenas reforça a dificuldade de previsão dos deslocamentos, não apenas pelos método teóricos, mas também por normas de projeto, ficaram bem abaixo dos estimados pelas demais propostas.

De modo geral, os métodos negligenciam fatores importantes, como a compressão axial no cálculo do comprimento da rótula plástica, com dificuldade, principalmente, em prever a resposta pós ponto de plastificação, observado pelos diferentes equações apresentados nesses métodos. Quatro dos seis métodos avaliados não ultrapassaram 70% para valores do coeficiente de determinação (R^2), indicando falta de ajustes nos modelos de previsão, o que implica, com a proposta ficando acima de 90%.

Park e Paulay (1987), Figura 8.9a, consideram na expressão de cálculo do comprimento da rótula plástica apenas os parâmetros de flexão do pilar e os efeitos do deslizamento da armadura longitudinal, assim como Panagiotakos e Fardis (2001), Mander J.B. (1984) e Paulay e Priestley (1992), Figura 8.9b, c e d, o que pode explicar a dispersão nos resultados. Zahn F. F. (1986) e Bae (2005), por outro lado, apresentaram menores dispersões, quando comparados aos demais métodos. Uma possível explicação seria que os autores consideram em seus métodos variáveis como a taxa de carregamento axial, índice de esbeltez e taxa de armadura longitudinal para estimar a resposta pós-escoamento, porém ainda com valores abaixo de 80% para R^2 .

Assim, conclui-se que apesar de a expressão analítica desenvolvida por Priestley e Park (1975), mostrada na Equação 8.1, apresentar-se como simplificada, quando definido corretamente seus parâmetros, torna-se adequada para estimar o comportamento dos pilares. Quando ajustada pela equação proposta (Equação 8.11), o modelo de Priestley e Park (1975) apresentaram bom ajuste na resposta dos modelos experimentais.

9. CONCLUSÕES

Esta pesquisa introduziu uma expressão inovadora e simplificada para estimar o comprimento da rótula plástica de pilares de concreto armado, sujeitos à flexão lateral e carregamento axial. O objetivo foi propor uma equação analítica para o cálculo dos deslocamentos laterais com base no comprimento da rótula plástica. A equação foi composta pelas principais variáveis de influência da formação das rótulas, previamente analisadas por um estudo paramétrico computacional, que analisou a influência dos parâmetros taxa de carregamento axial, esbeltez geométrica e taxa de armadura longitudinal no comprimento da rótula plástica.

A equação introduzida foi obtida via banco de dados computacional, com 27 modelos simulados para cada variável, e validada por um programa experimental contendo seis pilares produzidos em escala real. A proposta foi validada aplicando a equação em pilares ensaiados por autores da literatura pela análise dos diagramas carga-deslocamento experimental. Além disso, um banco de dados experimental contendo 61 pilares ensaiados por outros autores foi utilizada para validar a proposta, comparando a métodos de outros autores obtidos na literatura. As seguintes conclusões foram obtidas:

- (1) A análise dos 81 modelos, realizada no programa de elementos finitos ABAQUS/CAE, produziu respostas satisfatórias dos pilares, reproduzindo com eficiência a faixa elástica, a faixa elastoplástica e o estágio de ruptura dos pilares de concreto. Os modelos foram capazes, ainda, de prever a formação das rótulas e apresentar a diferença para cada variável do estudo;
- (2) O estudo paramétrico computacional mostrou o comportamento de cada variável na formação das rótulas plásticas e nos deslocamentos laterais, além da forte influência de cada uma delas (P/P_0 , l/h e ρ_s) na formação de l_p .
- (3) Na modelagem computacional, a taxa de carregamento axial apresentou influencia significativamente tanto para os deslocamentos laterais quanto para a formação da rótula plástica. A análise dos modelos com carga axial de nula a $0,5P_0$, apresentou um aumento na rigidez inicial e nas cargas laterais. Depois de $0,5P_0$, a rigidez inicial e a carga lateral máxima não apresentaram melhora, diminuindo até $0,8P_0$ devido, principalmente, aos efeitos de segunda ordem que se tornaram mais significativo, diminuindo a capacidade de carga dos pilares.

- (4) Um aumento gradual no comprimento da rótula plástica entre as faixas de $0,2P_o$ a $0,8P_o$, foi observado na avaliação paramétrica, corroborando a influência deste parâmetro.
- (5) Experimentalmente, o comportamento observado nas simulações também foi observado nos ensaios. Com duas faixas de carregamento axial avaliadas (0,2 e 0,4) o pilar com a maior taxa de carregamento apresentou maior comprimento da rótula ($l_p=2,0h$), enquanto o de menor taxa apresentou comprimento da rótula igual $1,0h$.
- (6) A esbeltez geométrica apresentou um forte impacto no comportamento dos pilares, tanto para o deslocamento lateral quanto para o comprimento da rótula plástica, na modelagem computacional. Nas faixas elásticas, a esbeltez geométrica essencialmente melhorou a rigidez inicial observadas nos diagramas carga-deslocamento. Além disso, observou-se que o aumento de l/h elevou o comprimento da rótula plástica.
- (7) Experimentalmente, os resultados dos pilares que estudaram a esbeltez geométrica, mostraram aumento no comprimento da rótula de $l_p=1,0h$ para $l_p=2,0h$, para esbeltezes de 10 e 12, respectivamente. As cargas máximas, observadas nos diagramas carga-deslocamento, diminuiram com o aumento da esbeltez, com percentual em torno de 25% menor para o valor de V_{max} do pilar com esbeltez igual a 10 em relação ao de 12.
- (8) A carga lateral máxima foi fortemente afetada com o crescimento da taxa de armadura longitudinal, para um dado valor da taxa de carregamento axial e índice de esbeltez. Na região de ruptura, resultou em um aumento ligeiramente linear no comprimento da rótula plástica, quase constante entre as faixas 1,0% e 2,5%.
- (9) Experimentalmente, os valores observados para o comprimento da rótula plástica mudaram radicalmente com o aumento da taxa de armadura longitudinal. Para o pilar com taxa de armadura longitudinal igual a 2%, o l_p medido foi igual a $2h$ contra apenas $0,2h$ para o pilar com taxa de armadura longitudinal igual a 3%. Observou-se, ainda, nos diagramas carga-deslocamento, que o aumento da taxa de armadura elevou os valores de V_{max} para 25% no pilar com 3,0% de taxa de armadura.
- (10) O programa experimental, mostrou-se adequado e fundamental para validar as variáveis analisadas na modelagem computacional.

- (11) A equação desenvolvida foi validada por um banco de dados experimental e mostrou-se adequada e promissora para prever l_p em uma ampla faixa de níveis de carga axial, esbeltezes e taxas de armaduras longitudinais, apresentado melhor resultado quando comparado a outras propostas de equação disponíveis na literatura;

9.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

As observações desta pesquisa almejam motivar e impulsionar outros trabalhos com base na temática proposta, dado a importância de métodos simples e práticos para a engenharia. A partir do observado nesta pesquisa, sugere-se:

- Realizar ensaios experimentais complementares em pilares para faixas mais amplas de taxa de carregamento axial, esbeltez e taxa de armadura longitudinal;
- Analisar a influência de outras variáveis na formação das rótulas plásticas como a resistência à compressão do concreto ou taxa de armadura transversal;
- Propor adaptações à ABNT NBR 6118 para melhorar compreensão de suas previsões em relação a formação das rótulas;
- Verificar o desempenho de normas de projeto no que se refere aos limites estabelecidos para deslocamentos e rotações;

REFERÊNCIAS

Acun, B.; Sucuoglu, H. **The Effect of Displacement History on the Performance of Concrete Columns in Flexure**, ACI Structural Journal, V.107, No. 3, 2010, DOI: 10.1007/978-90-481-8746-1_35. (PG36)

American Concrete Institute. ACI 318 (2014). **ACI Committee 318 – Building Code Requirements for Structural Concrete**, Farmington Hills, Michigan, 2014. (PG40)

American Concrete Institute. ACI 318 (2019). **ACI Committee 318 – Building Code Requirements for Structural Concrete**, Farmington Hills, Michigan, 2019. (PG3)

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 5739 (2018) - **Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos**, Rio de Janeiro.

Associação Brasileira De Normas Técnicas. NBR 6118. (2014). **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**, Rio de Janeiro. (PG3)

Associação Brasileira De Normas Técnicas. NBR 6892-1 (2018). **Materiais metálicos - Ensaio de Tração Parte 1: Método de ensaio à temperatura ambiente**, Rio de Janeiro.

Associação Brasileira De Normas Técnicas. NBR 7222. (2011) **Argamassa e concreto - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos**, Rio de Janeiro.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 7480 (2022) – **Aço destinado às armaduras para estruturas de concreto armado - Requisitos**, Rio de Janeiro.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 7483 (2021) - **Cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido - especificação**, Rio de Janeiro.

Associação Brasileira De Normas Técnicas. NBR 8522 (2021) - **Concreto– Determinação do módulo de elasticidade à compressão**, Rio de Janeiro.

Atalay, M.B.; and Penzien, J. "The Seismic Behavior of Critical Regions of Reinforced Concrete Components as Influenced by Moment, Shear and Axial Force," Report No. EERC 75-19, University of California, Berkeley, December 1975, 226 pages.

Bae, S.; Bayrak, O. **Seismic performance of reinforced concrete columns: $P-\Delta$ effect**. ACI Structural Journal, Publicação Especial, 2005; 236:61–80. (PG 1)

Baker, A. L. L.; Amarakone, A. M. N. **Inelastic Hyperstatic Frames Analysis**. Proceedings of the International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ASCE – ACI; Miami; 1964: 85-14. (pg7)

Barrera, A. C. **Estudio Experimental y Numérico de la Capacidad de Deformación de Soportes Esbeltos de Hórmigon Armado**. Universitat Politècnica de València, Tese, València, 2010. (PG6)

Barrera, A. C.; Bonet, J. L., Romero, M. L.; Miguel, P. F. **Experimental tests of slender reinforced concrete columns under combined axial load and lateral force.** Engineering Structural, 2011. (PG74)

Barrera, A. C.; Bonet, J. L., Romero, M. L.; Miguel, P. F. **Ductility of slender reinforced concrete columns under monotonic flexure and constant axial load.** Engineering Structural, 2012.

Bayrak, O.; Sheikh, S. A. **High-strength concrete columns under simulated earthquake loading.** ACI Structural Journal, 1998; 94:708–22.

Berry, M.; Parrish, M.; Eberhard, M. **Structural performance database user's manual.** Pacific earthquake engineering research center, PEER. Berkeley: University of California; 2004.

Birtel, V.; e Mark, P. **Parameterised finite element modelling of RC beam shear failure,** presented at Abaqus Users' Conference, 2006. (PG32)

Boresi, A. P.; Schmidt, R. J.; Sidebottom, O. M. **Advanced Mechanics of Materials,** Livro Técnico – 5ª Edição, New York, United States, 1993.

Blume, J.A.; Newmark, N.M.; Corning, L.H.; “Design of Multistory Reinforced Concrete Buildings for Earthquake Motions” Portland Cement Association, Chicago, 1961, 318, pp.

Buchaim, R.; “A Influência da Não-Linearidade Física do Concreto Armado na Rigidez à Flexão e na Capacidade de Rotação Plástica” [Tese de Doutorado – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2001.

CEB-FIP. **Model Code 1990:** Final Draft. Bulletin D'Information, n° 203-205, CEB, Lausanne, July 1990.

CEB-FIP. **Model Code 2010:** Final Draft. Model Code prepared by Special Activity Group 5, Lausanne, September 2013. (PG3)

CEB-FIP. **Bulletin 24. Seismic assessment and retrofit of reinforced concrete buildings.** Lausanne (suíla): Grupo de Pesquisa; May 2003.

CEB-FIP. **Bulletin 25. State of art report (displacement-based seismic design of reinforced concrete buildings).** Lausanne (Suíça): Grupo de Pesquisa; May 2003.

Collins, M.P. (2001). **Evaluation of shear design procedures for concrete structures.** A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design.

Corley, W. G. **Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams.** Journal of The Structural Division, Proceedings of the ASCE; 1966: 121-146. (PG7)

Eurocode 2. (2004). **Design of Concrete Structures,** Part 1, General rules and rules for buildings, Brussels, Belgium. (PG3)

Eurocode 8: **Design of Structures for Earthquake Resistance - Part 2 e 3.** Bruxelas (Bélgica): Comité Européen de Normalisation; 2004. p. 146. (Pg5)

Fardis, M. N.; Biskinis, D. E. **Deformation capacity of RC members, as controlled by flexure or shear**. In: Kabeyasawa T, Shiohara H, editors. Performance based engineering for earthquake resistant reinforced concrete structures. A volume honoring Shunsuke Otani. University of Tokyo; 2003. p. 511–30.

Genikomsou, A. S.; Polak, M. A. **Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in abaqus**. Engineering Structures, Elsevier, v. 98, p. 38–48, 2015. (PG34)

Haroon, M.; Shin, D.; Lee, J. Y.; Kim, C.; **Deformability of Reinforced Concrete Columns Failing in Shear after Flexural Reinforcement Yielding**. ACI Structural Journal, V.117, No. 3, 2020.

Henkhaus, K.; Pujol, S.; Ramirez, J. **Axial Failure of Reinforced Concrete Columns Damaged by Shear Reversals**. Journal of Structural Engineering, V.139, No. 7, 2013. ISSN 0733-9445/2013/7-1172.

Hordijk, D.A. **Local Approach to Fatigue of Concrete**. Ph.D. Thesis, Technische Universiteit Delft, Delft, The Netherlands. 1991. (PG29)

Huijben, F. **Vacuumatic formwork: a novel granular manufacturing technique for producing topology-optimised structures in concrete**. Granular Matter. doi:10.1007/s10035-015-0602-0. 2016.

Kim, N. **Introduction to nonlinear finite element analysis**. 1. ed.: Springer, 2015. (PG37)

Kmiecik, P.; Kamiński, M. **Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration**. Archives of civil and mechanical engineering, Elsevier, v. 11, n. 3, p. 623–636, 2011. (PG33)

Lam, S. S. E.; Wu, B.; Wong, Y. B.; Wang, Y. Z.; Liu, Z. Q.; Li, C. S. **Drift Capacity of Rectangular Reinforced Concrete Columns with Low Lateral Confinement and High-Axial Load**. Journal of Structural Engineering, V.129, No. 6, 2003. ISSN0733-9445/2003/6-733.

Lam, S. S. E.; Wu, B.; Wong, Y. L.; Wang, Z. Y.; Liu, Z. Q.; Li, C. S. **Drift capacity of rectangular reinforced concrete columns with low lateral confinement and high-axial load**. Journal of Structural Engineering, 129; 2003: 733-742.

Lee, J.; Fenves, G. L. **Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures**. Journal of engineering mechanics, American Society of Civil Engineers, V. 124, n. 8, p. 892–900. 1998. (PG30)

Légeron, F. and Paultre, P. 2003. Uniaxial Confinement Model for Normal- and High-Strength Concrete Columns. ASCE, Journal of Structural Engineering, 129(2) 241-252.

Lehman, D. E. **Performance-based seismic design of well confined concrete columns**. Tese de PHD, Universidade da California, Berkeley, 1998. (PG2)

Lehman, D. E.; Moehle, J. P. **Seismic performance of well-confined concrete bridge columns**. PEER Report 1998/01; Pacific earthquake engineering research center; College of Engineering, University of California; Berkeley, 2000. (Pg8)

Lubliner, J.; Oliver, J.; Oller, S.; Oñate, E. **A plastic-damage model for concrete**. International Journal of solids and structures. Elsevier, V. 25, N° 3, pp. 299–326, 1989. doi:10.1016/0020-7683 90050-4. (1989)

Mahmud, G. H.; Yang, Z.; Hassan, A. M. **Experimental and numerical studies of size effects of ultra-high performance steel fiber reinforced concrete (UHPFRC) beams**. Construction and Building Materials, Elsevier, v. 48, p. 1027–1034, 2013. (PG32)

Malm, R. **Shear cracks in concrete structures subjected to in-plane stresses**. Thesis, Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, 2006. (PG33)

Mander, J. B.; Priestley, M. J. N.; Park, R. **Seismic design of bridge piers**. Research Report n° 84-2; Department of Civil Engineering; University of Canterbury; Christchurch: 1984. (Pg5)

Mattock, A. H.; **Rotational Capacity of Hinging Regions in Reinforced Concrete Beams**. Proceedings of the International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete; ASCE – ACI Special Publication 12; Miami; 1965: 143-181. (PG7)

Ou, Y. C.; Kurniawan, D. P. **Shear Behavior of Reinforced Concrete Columns with High-Strength Steel and Concrete**. ACI Structural Journal, V.112, No. 1, 2015, pp. 35-47. DOI: 10.14359/51686822.

Pam, H. J.; Ho, J. C. M. **Length of critical region for confinement steel in limited ductility high strength reinforced concrete columns**. Engineering Structural 2009, 31: 2896–908.

Panagiotakos, T.B.; Fardis, M. N. **Deformations of reinforced concrete members at yielding and ultimate**. ACI Structural Journal; 2001: 135–48.

P Lehmanark, R.; Lehman, T.; **Estructuras de Concreto Reforzado**; Limusa S.A.; México DC: 1975.

Park, R. e Paulay, T. “Reinforced Concrete Structures,” John Wiley and Sons, New York, 1975, 769 pp. (PG2)

Paulay, T.; Priestley, M. J. N. **Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings**. Ed. A Wiley Interscience Publication John Wiley & Sons, Inc.; 1992. p. 743. (PG2)

Priestley, M. J. N.; Park, R. **Strength and ductility of concrete bridge columns under seismic loading**. ACI Structural Journal, 84, 1987: 61-76. (PG4)

Rodrigues, H.; Arêde, A.; Varum, H.; Costa, A. G. **Experimental evaluation of rectangular reinforced concrete column behavior under biaxial cyclic loading**. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2012. DOI: 10.1002/eqe.2205.

Silva, M. J. M. **Análise Numérica de Pilares de Concreto Armado Submetidos à Flexo Compressão**, Dissertação de Mestrado, Univ.Fed. Campinas, 2018. (PG38)

Thanh, P. P.; Li, B.; **Seismic Behavior of Reinforced Concrete Columns with Light Transverse Reinforcement under Different Lateral Loading Directions**. ACI Structural Journal, V.110, No. 5, 2013.

Tanaka, H.; and Park, R., "**Effect of Lateral Confining Reinforcement on the Ductile Behavior of Reinforced Concrete Columns**," Report 90-2, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, June 1990, 458 pages.

Timoshenko, S. P. e Gere, J. E., Mecânica dos Sólidos, Vols. 1,2, (Mechanics of Materials), Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1993. EPEC 620.17 T487MP.

Vonk, R. A. **A micromechanical investigation of softening of concrete loaded in compression**. Heron Journal, V. 38, N° 3, 199. (PG30)

Zahn, F.A., (1986) **Design of Reinforced Concrete Bridge Columns for Strength and Ductility**," Thesis, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, Mar., 1986. (PG2)

ZHAO, X. et al.(2011) **Plastic hinge length in reinforced concrete flexural members**. Procedia Engineering, 2011. ISSN 1877-7058.

ANEXO A - CARACTERÍSTICAS COMPLETAS DOS PILARES DO BANDO DE DADOS EXPERIMENTAL

Autor	Pilares	b (mm)	h (mm)	l (mm)	l/h	P/Po	f _c (MPa)	V _u (kN)	M _u (kN-m)
LAM at al (2011)	X-1	267	267	800	1.5	0.6	42	520	200
	X-2	267	267	800	1.5	0.4	42	520	200
	X-3	267	267	800	1.5	0.4	42	520	200
	X-8	267	267	800	1.5	0.4	47	631	200
Henkhaus <i>et al</i> (2013)	B1	457	457	1473	1,62	0.37	20	455	200
	B2	457	457	1473	1,62	0.38	19.3	455	200
	B4	457	457	1473	1,62	0.43	24.1	451	200
LAM at al (2011)	X-4	160	160	904,8	3	0.65	42	631	200
	X-5	160	160	904,8	3	0.65	42	631	200
	X-6	160	160	904,8	3	0.45	42	631	200
	X-7	160	160	904,8	3	0.45	47	631	200
Haroon <i>et al</i> (2020)	C00-1	250	250	830	3	0	27.37	322.4	200
	C00-2	250	250	830	3	0	27.37	322.4	200
	C00-3	250	250	830	3	0	30.56	339	200
	C00-4	250	250	830	3	0	30.56	339	200
	C05-1	250	250	830	3	0.05	30.56	339	200
	C05-2	250	250	830	3	0.05	30.56	339	200
	C05-3	250	250	830	3	0.05	30.56	339	200
	C10-1	250	250	830	3	0.1	30.56	339	200
	C10-2	250	250	830	3	0.1	30.56	339	200
	C15-1	250	250	830	3	0.15	27.47	322.4	200
	C15-2	250	250	830	3	0.15	27.47	322.4	200
C30-1	250	250	830	3	0.3	28.02	322.4	200	
Rodrigues et al (2012)	PB02-N10	350	400	1700	3,4	0,08	24,39	477	200

Thanh e Li (2009)	SC-1.7-0.05	350	350	1200	3,4	0.05	25	408	200
	SC-1.7-0.20	350	350	1200	3,4	0.2	25	408	200
	SC-1.7-0.35	350	350	1200	3,4	0.35	25	408	200
	SC-1.7-0.50	350	350	1200	3,4	0.5	25	408	200
	RC-1.7-0.05	250	490	1700	3,5	0.05	25	408	200
	RC-1.7-0.20	250	490	1700	3,5	0.2	25	408	200
	RC-1.7-0.35	250	490	1700	3,5	0.35	25	408	200
	RC-1.7-0.50	200	490	1700	3,5	0.5	25	408	200
Rodrigues et al (2012)	PB02-N02	200	400	1700	4,25	0.04	48.35	477	200
	PB02-N06	300	400	1700	4,25	0.12	21.4	477	200
Thanh e Li (2009)	SC-2.4-0.20	350	350	1700	4,9	0.2	25	408	200
	SC-2.4-0.50	350	350	1700	4,9	0.5	25	408	200
Rodrigues et al (2012)	PB01-N13	300	300	1700	5,7	0,10	21,57	477	200
Barrera et al. (2011)	N30-7.5-C0-2-30	1500	200	1500	7,5	0.3	30,1	55.19	49.34
	N30-7.5-C0-2-45	1500	200	1500	7,5	0.42	33	47.4	45.89
	N30-7.5-C3-2-30	1500	200	1500	7,5	0.27	35,8	47.93	46.45
	N30-7.5-C3-2-45	1500	200	1500	7,5	0.41	35	44.59	45.67
	N60-7.5-C0-2-30	1500	200	1500	7,5	0.4	63	65.61	64.93
	N60-7.5-C0-2-45	1500	200	1500	7,5	0.29	67,7	73.82	74.35
	N30-10.5-C0-2-00	150	140	1470	10.5	0	32.2	17.97	12.26
	N30-10.5-C0-2-15	150	140	1470	10.5	0.14	31.8	18.63	17.56
	N30-10.5-C0-2-30	150	140	1470	10.5	0.3	31.6	16.14	22.12
	N30-10.5-C0-2-45	150	140	1470	10.5	0.41	34.5	16.25	21.61
	N30-10.5-C0-1-30	150	140	1470	10.5	0.22	42.2	15.55	18.35
	N30-10.5-C0-1-45	150	140	1470	10.5	0.51	25.2	14.74	17.99
	N30-10.5-C0-3-15	150	140	1470	10.5	0.14	33.5	21.57	22.75

	N30-10.5-C0-3-30	150	140	1470	10.5	0.31	29.5	16.57	24.5
	N30-10.5-C3-2-30	150	140	1470	10.5	0.24	31	13.91	21.46
	N30-10.5-C3-2-45	150	140	1470	10.5	0.42	34.2	13.34	22.05
	N60-10.5-C0-2-00	150	140	1470	10.5	0	55.8	18.06	12.45
	N60-10.5-C0-2-15	150	140	1470	10.5	0.15	54.1	21.39	24.54
Barrera et al. (2011)	N60-10.5-C0-2-30	150	140	1470	10.5	0.29	60.5	18.43	28.05
	N60-10.5-C0-2-45	150	140	1470	10.5	0.43	63.9	20.62	35.72
	N60-10.5-C0-1-30	150	140	1470	10.5	0.16	57.8	16.86	20.3
	N60-10.5-C0-1-45	150	140	1470	10.5	0.3	58.5	17.23	27.34
	N60-10.5-C0-3-15	150	140	1470	10.5	0.15	58.3	24.2	29.02
	N60-10.5-C0-3-30	150	140	1470	10.5	0.29	61.6	18.25	35.19

ANEXO B – RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS DOS PILARES DO BANCO DE DADOS

Métodos							
	Experimental	Priestley e Park (1987)	Zahn (1986)	Mander (1984)	Paulay e Priestley (1992)	Panagiotakos e Fardis (2001)	Bae (2005)
Autor	Δ_{uExp} (mm)	Δ_u (mm)	Δ_u (mm)	Δ_u (mm)	Δ_u (mm)	Δ_u (mm)	Δ_u (mm)
LAM at al (2011)	4.38	6.34	7.46	6.72	6.76	6.70	6.66
	6.25	7.30	7.85	7.85	7.92	7.83	6.00
	7.50	8.46	9.10	9.10	9.18	9.08	6.96
	2.48	8.91	9.58	9.58	10.16	9.88	7.33
LAM at al (2011)	13.61	17.25	20.64	18.09	18.28	18.31	30.35
	8.45	12.91	15.45	13.53	13.68	13.70	15.93
	17.50	17.62	19.59	18.75	14.26	16.03	19.57
	11.20	13.14	14.96	14.18	15.26	14.99	14.94
Haroon <i>et al</i> (2020)	2.50	12.23	18.34	12.95	13.05	12.67	0.23
	2.80	12.59	8.70	13.33	13.43	13.05	0.23
	3.70	12.77	19.15	13.52	13.91	13.41	0.24
	4.60	13.68	20.50	14.48	14.89	14.36	0.25
	3.60	15.31	11.44	16.19	16.64	16.06	2.52
	3.70	16.54	12.36	17.49	17.98	17.35	2.72
	3.70	16.91	12.63	17.88	18.38	17.73	2.78
	3.60	17.52	14.05	18.50	19.01	18.36	5.36
	4.00	17.96	14.40	18.97	19.49	18.82	5.49
	3.60	18.50	15.82	19.52	19.66	19.13	8.18
	5.40	18.67	15.96	19.70	19.84	19.30	8.25
3.10	10.87	10.87	11.41	11.49	11.20	8.94	

	10.75	18.17	11.80	18.31	23.14	24.29	13.57
Rodrigues et al (2012)	5.39	13.50	7.97	14.12	15.50	18.85	6.42
	3.78	18.46	13.19	19.10	22.48	25.16	4.05
	12.14	23.36	15.98	24.39	27.69	32.20	11.66
	20.30	18.79	14.27	20.18	20.58	22.23	24.82
	18.63	10.98	10.00	11.73	11.95	12.84	16.65
	16.01	10.41	10.83	11.06	11.24	12.01	19.47
	12.00	9.41	10.73	9.92	10.06	10.66	11.85
Thanh e Li (2009)	32.00	39.95	31.98	40.84	42.43	46.79	29.77
	29.30	46.24	42.56	47.26	49.11	54.15	27.31
	19.63	30.70	31.95	31.38	32.61	35.96	22.61
	28.45	29.22	33.91	29.87	31.04	34.22	26.78
	22.13	24.71	22.26	25.39	26.61	29.96	23.05
	24.01	29.22	33.91	29.87	31.04	34.22	21.27

Barrera et al. (2011)

33.3	36.06	36.08	37.26	44.51	45.53	28.89
22.8	32.87	36.46	33.98	40.67	41.61	27.12
39.45	39.23	38.14	40.61	48.98	50.16	37.57
25.2	38.62	42.71	40.00	48.32	49.49	22.78
27.9	30.30	32.99	31.04	38.48	38.32	28.08
22.65	33.57	33.26	34.46	43.44	43.25	22.85
13.52	32.48	22.36	34.09	40.99	42.96	14.97
44.69	64.93	54.81	67.95	80.92	84.61	42.02
43.22	66.88	66.92	68.78	86.70	86.07	41.84
28.52	43.97	48.26	45.13	56.01	55.62	25.76
33.37	54.85	50.62	56.96	68.98	70.48	34.90
16.61	27.49	31.99	28.34	33.16	33.76	12.25
66.15	79.90	66.71	82.38	105.60	104.79	63.82
44.25	40.96	41.37	42.12	52.99	52.61	49.85
45.86	37.95	35.54	39.56	45.90	48.07	46.98
34.1	71.09	79.72	73.93	85.12	88.94	35.82
71.3	57.55	41.56	59.68	68.02	70.87	70.9
45.72	42.25	36.86	43.69	49.33	51.26	47.14
34.25	60.67	60.12	62.40	73.48	74.79	39.08
32.93	40.53	45.20	41.60	48.44	49.24	34.75
39.69	37.34	33.04	38.80	42.41	45.17	34.58
40.72	66.23	66.26	69.05	76.01	81.35	41.46
54.24	40.53	35.19	41.60	48.44	49.24	53.69
48.95	58.94	58.41	60.62	71.39	72.66	46.26



ORIVALDO DE AZEVEDO SOUZA JUNIOR

**Modelo Analítico para Determinação do
Comprimento da Rótula Plástica de Pilares de
Concreto Armado Sob Flexão Lateral Via
Simulação Computacional e Análise
Experimental**

TESE DE DOUTORADO

Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil

Tese de Doutorado orientada pelo Professor Dr. Dênio Ramam
Carvalho de Oliveira.

Belém – Pará – Brasil
2024

Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



ORIVALDO DE AZEVEDO SOUZA JUNIOR

**Modelo Analítico para Determinação do Comprimento da Rótula
Plástica de Pilares de Concreto Armado Sob Flexão Lateral Via
Simulação Computacional e Análise Experimental**

Tese de Doutorado

Texto apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor.

Orientador: Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Belém, 26 de Março de 2024

II

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

S719m Souza Junior, Orivaldo de Azevedo.
Modelo Analítico Para Determinação do Comprimento da
Rótula Plástica de Pilares de Concreto Armado Sob Flexão Lateral
Via Simulação Computacional e Análise Experimental / Orivaldo
de Azevedo Souza Junior. — 2024.
210 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de
Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil,
Belém, 2024.

1. Pilares de Concreto Armado. 2. Comprimento da Rótula
Plástica. 3. Simulação Computacional. 4. Análise
Experimental. I. Título.

CDD 620



MODELO ANALÍTICO PARA DETERMINAÇÃO DO COMPRIMENTO DA RÓTULA PLÁSTICA DE PILARES DE CONCRETO ARMADO SOB FLEXÃO LATERAL VIA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL E ANÁLISE EXPERIMENTAL

AUTOR:

ORIVALDO DE AZEVEDO SOUZA JUNIOR

TESE SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA DE ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

Documento assinado digitalmente

APROVADO EM: 26 / 03 / 2024.



DÊNIO RAMAM CARVALHO DE OLIVEIRA
Data: 07/05/2024 09:38:31-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Documento assinado digitalmente



JANES CLEITON ALVES DE OLIVEIRA
Data: 06/05/2024 08:58:45-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Janes Cleiton Alves de Oliveira
Membro Externo (UFG)

Documento assinado digitalmente



GUSTAVO HENRIQUE SIQUEIRA
Data: 06/05/2024 08:36:16-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Gustavo Henrique Siqueira
Membro Externo (UNICAMP)

Documento assinado digitalmente



ALCEBIADES NEGRAO MACEDO
Data: 06/05/2024 16:52:21-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Alcebiades Negrão Macêdo
Membro Interno (UFPA)

Documento assinado digitalmente



MARCELO DE SOUZA PICANÇO
Data: 06/05/2024 15:59:58-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Marcelo de Souza Picanço
Membro Interno (UFPA)

Visto:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha esposa e filho, Lorena Almeida e Lorenzo Souza, por incentivarem e me guiarem com paciência, dedicação e amor ao fim desta jornada. Aos meus pais, Maria Souza e Orivaldo Souza, pela motivação e apoio incondicional. Aos meus irmãos Maurício Souza, Sílvia Souza e Mayara Souza por serem exemplos e espelho. Amo vocês!

Agradeço ao meu orientador, Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira, pela oportunidade de realizar este sonho, por incentivar e caminhar conosco até o fim desta longa jornada iniciada há muitos anos, ainda na graduação. Ao amigo e colega de doutorado Paulo Mota, por atravessar a maré conosco até o fim deste projeto e aos demais colegas de pós-graduação que em algum momento contribuíram para a realização desta pesquisa. Aos professores do PPGECC pela contribuição aos conhecimentos repassados e a todos os servidores que direta ou indiretamente contribuíram com este projeto.

Dedico à memória de Edvaldo Souza e Angela dos Santos, pais de coração que fizeram tanto por nossa família e por todos a sua volta.

Meus sinceros agradecimentos.

RESUMO

SOUZA JUNIOR, O. A. S. Modelo Analítico para Determinação do Comprimento da Rótula Plástica de Pilares de Concreto Armado Sob Flexão Lateral Via Simulação Computacional e Análise Experimental. Tese de Doutorado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil. 2022.

Esta pesquisa propõe um modelo analítico para o cálculo dos deslocamentos laterais de pilares de concreto armado com base no comprimento da rótula plástica. Uma proposta de equação para o cálculo do comprimento da rótula plástica foi introduzida com base nas variáveis taxa de carregamento axial (P/P_o), esbeltez geométrica (l/h) e taxa de armadura longitudinal (ρ_s). O programa de elementos finitos ABAQUS/CAE foi utilizado para analisar as variáveis e a formação das rótulas. Posteriormente, o método foi validado por um banco de dados experimental da literatura e por pilares ensaiados experimentalmente em laboratório de 06 pilares em escala real. A análise computacional concluiu que o aumento das variáveis analisadas elevou progressivamente o comprimento da rótula plástica. Experimentalmente, para $P/P_o=0,2$ e $P/P_o=0,4$, observou-se aumento de 1,2 no comprimento da rótula de 0,2 para 0,4, aumento de 1,0 para 2,0 no comprimento da rótula plástica nos pilares com esbeltez $l/h=10$ e $l/h=12$, respectivamente, e aumento de 0,2 para 2,0 no comprimento da rótula nos pilares com taxa de armadura longitudinal de 2,0% e 3,0%, respectivamente. Após esta análise, introduziu-se um modelo analítico para cálculo dos deslocamentos laterais de pilares e uma equação para o cálculo do comprimento da rótula plástica foi proposta. A proposta foi validada por um banco de dados experimental com 61 elementos obtido na literatura e comparada com métodos disponíveis na literatura. Outros modelos analíticos, também baseados na formação de rótulas plásticas, foram comparados a proposta. Os resultados apontaram que tanto o método adotado quanto a proposta de equação são adequados para estimar os deslocamentos, com a maior precisão nas estimativas dos deslocamentos comparativamente a outros métodos disponíveis.

Palavras-chave: Pilares de Concreto Armado. Comprimento da Rótula Plástica. Simulação Computacional. Análise Experimental.

ABSTRACT

An analytical method for calculating the lateral displacements of reinforced concrete columns is proposed based on the plastic hinge length. An equation for calculating the plastic hinge length was also introduced based on the variables axial load ratio (P/P_o), shear-span ratio (l/h), and longitudinal reinforcement ratio (ρ_s). The finite element program ABAQUS/CAE was used to analyze the variables and the propagation of plastic hinge length. Forward, the method was validated by an experimental database from the literature and by columns tested experimentally in the laboratory, including 6 full-scale columns. The computational analysis concluded that increasing the variables progressively increased the plastic hinge length. Experimentally, for $P/P_o=0.2$ and $P/P_o=0.4$, an increase of 1.2 times in the plastic hinge length was observed from 0.2 to 0.4, an increase from 1.0 to 2.0 was observed in the plastic hinge length when slenderness range from $l/h=10$ to $l/h=12$, respectively, and an increase from 0.2 to 2.0 in the plastic hinge length was observed when longitudinal reinforcement ratios range from 2.0% to 3.0%, respectively. After this analysis, an analytical model for calculating the lateral displacements of columns was introduced, and an equation for calculating the plastic hinge length was proposed. The proposal was validated by an experimental database with 61 elements obtained from the literature and compared with methods available in the literature. Other analytical models, also based on the formation of plastic hinge length, were compared to the proposal. The results indicated that both the adopted method and the proposed equation are suitable for estimating displacements, with greater accuracy in displacement estimates compared to other available methods.

Keywords: *Reinforced Concrete Column. Plastic Hinge length. Computacional Analysis, Experimental Analysis.*

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1	JUSTIFICATIVA	7
1.2	OBJETIVOS	8
1.3	METODOLOGIA	9
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO.....	11
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
2.1	BASE TEÓRICA	12
2.1.1	Comportamento Elasto-Plástico do Concreto Armado.....	12
2.1.2	Capacidade de Deformação de Pilares de Concreto Armado	16
2.1.3	Definição dos Índices de Deformabilidade	22
2.1.3.1	Índices Elásticos.....	22
2.1.3.2	Índices Plásticos	26
2.1.4	Variáveis de Influência dos Índices de Deformabilidade	27
2.1.5	Variáveis de Influência do Comprimento da Rótula Plástica	31
2.2	REVISÃO DE MÉTODOS TEÓRICOS	34
2.2.1	Priestley e Park (1975).....	34
2.2.2	Panagiotakos e Fardis (2001).....	36
2.2.3	Mander (1984).....	38
2.2.4	Zanh (1986).....	39
2.2.5	Bae (2005).....	41
2.2.6	Paulay e Priestley (1992)	43
2.2.7	Baker (1956)	43
2.2.8	Mattock (1964).....	45
2.2.9	Corley (1966)	46
2.2.10	Park, Priestley e Grill (1982)	47
2.3	REVISÃO DE NORMAS DE PROJETO	48
2.3.1	NBR 6118 (ABNT, 2014).....	48
2.3.2	CEB-FIP (1990)	50
2.3.3	EUROCODE 2 (2014)	51

3.	MODELAGEM COMPUTACIONAL	53
3.1	COMPORTAMENTO MECÂNICO DO CONCRETO	53
3.1.1	Comportamento à Compressão	57
3.1.2	Comportamento à Tração	59
3.2	COMPORTAMENTO MECÂNICO DO AÇO	60
3.3	PARÂMETROS DE ENTRADA DO MODELO CDP	62
4.	ESTUDO PARAMÉTRICO COMPUTACIONAL	64
4.1	BANCO DE DADOS COMPUTACIONAL	64
4.2	SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL	72
4.2.1	Carregamentos e Condições de Contorno	76
4.2.2	Análise de Convergência de Malha e Calibração dos Modelos	81
4.3	RESULTADOS DA MODELAGEM	85
4.3.1	Comprimento da Rótula Plástica	85
4.3.2	Influência de P/P_o no Comprimento da Rótula Plástica	88
4.3.3	Influência de P/P_o nos Deslocamentos Laterais	89
4.3.4	Influência de l/h no Comprimento da Rótula Plástica	91
4.3.5	Influência de l/h nos Deslocamentos Laterais	92
4.3.6	Influência da ρ_s no Comprimento da Rótula Plástica	94
4.3.7	Influência da ρ_s nos Deslocamentos Laterais	95
5.	PROGRAMA EXPERIMENTAL	97
5.1	MATERIAIS	110
5.1.1	Aço	110
5.1.2	Concreto	111
5.2	INSTRUMENTAÇÃO	115
5.2.1	Deslocamentos	115
5.2.2	Deformações	121
5.3	SISTEMA DE ENSAIO	124
6.	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	130
6.1	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS	130
6.1.1	Aço	130

6.1.2	Concreto	131
6.1.3	Deslocamentos Horizontais.....	132
6.2	DEFORMAÇÕES	138
6.2.1	Deformações nas Armaduras	138
6.2.2	Deformações no Concreto.....	143
7.	ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	146
7.1	COMPRIMENTO DA RÓTULA PLÁSTICA	146
7.2	CARGAS ÚLTIMAS E MODOS DE RUPTURA.....	152
7.3	DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS E ROTAÇÕES	154
7.4	FATOR DE DUCTILIDADE PARA OS DESLOCAMENTOS	158
8.	MÉTODO ANALÍTICO PARA ESTIMAR O COMPRIMENTO DA RÓTULA PLÁSTICA.....	160
8.1	MÉTODO ANALÍTICO.....	160
8.2	PROPOSTA DE EQUAÇÃO PARA l_p	165
8.3	AVALIAÇÃO DA PROPOSTA.....	170
9.	CONCLUSÕES	178
9.1	RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	180
	REFERÊNCIAS	181
	ANEXO A - CARACTERÍSTICAS COMPLETAS DOS PILARES DO BANCO DE DADOS EXPERIMENTAL.....	186
	ANEXO B – RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS DOS PILARES DO BANCO DE DADOS	189

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Danos nas regiões de momento máximos de pilares de concreto armado (Fonte: Bae, 2005).....	1
Figura 1.2 – Colapso de pilar por deformação plástica excessiva (Fonte: Zhao, 2011).....	2
Figura 1.3 - Distribuição das curvaturas ao longo de um pilar em balanço (Fonte: Park e Paulay, 1975)	2
Figura 1.4 – Comportamento elastoplástico de um elemento de concreto armado (Fonte: Fontes, 2005).....	3
Figura 1.5 – Definição de rótula plástica (Fonte: Priestley e Park).....	4
Figura 2.1– Diagrama elasto-plástico idealizado (Fonte: Buchaim, 2001)	13
Figura 2.2– Diagrama elasto-plástico idealizado (Fonte: Buchaim, 2001)	13
Figura 2.3– Diagrama elasto-plástico idealizado para o concreto armado (Fonte: Barrera, 2010)	14
Figura 2.4– Pontos de ruptura para o estado último de pilares esbeltos concreto armado (Fonte: Panagiotakos y Fardis, 2001)	15
Figura 2.5– Distribuição de curvatura (Fonte: Barrera, 2010)	17
Figura 2.6– Rotação devido ao deslizamento da armadura (Fonte: Lehman e Moehle, 2000)	18
Figura 2.7– Método do pilar padrão (Fonte: Barrera, 2010)	23
Figura 2.8– Esquema de estrutura sujeita à carga axial e flexão (Fonte: Barrera, 2010)	24
Figura 2.9– Definição do deslocamento último pela definição de rótula plástica (Fonte: Park e Paulay, 1975)	26
Figura 2.10– Influência do carregamento axial na capacidade de deformação de pilares de concreto armado (Fonte: Barrera, 2010).....	28
Figura 2.11– Influência da esbeltez na capacidade de deformação de pilares de concreto armado (Fonte: Barrera, 2010)	29
Figura 2.12– Influência da taxa de armadura longitudinal na capacidade de deformação de pilares de concreto armado (Fonte: Barrera, 2010)	30
Figura 2.13– Influência da taxa de armadura transversal na capacidade de deformação de pilares de concreto armado (Fonte: Barrera, 2010)	31
Figura 2.14– Variação de $l_p \times N/N_u$, (Fonte: Barrera, 2010)	32
Figura 2.15– Variação de $l_p \times \rho_t$, (Fonte: Barrera, 2010).....	33

Figura 2.16 –Curvatura ao longo de um elemento fletido; (a) elemento fletido; (b) diagrama de momento fletor; e (c) diagrama de curvatura (Fonte: Priestley e Park, 1975).....	34
Figura 2.17 –Detalhes de armaduras, seção e execução dos pilares de Mander (Fonte: Mander, 1984).....	38
Figura 2.18 –Detalhes dos pilares ensaiados por Zanh (Fonte: Zanh, 1984)	40
Figura 2.19 –Detalhes dos pilares ensaiados por Bae (Fonte: Bae, 2005)	42
Figura 2.20 –Elementos ensaiados por Baker (Fonte: Baker, 2005).....	44
Figura 2.21– Capacidade de rotação plástica de rótulas plásticas (Fonte: NBR 6118, 2014).....	48
Figura 2.22– Capacidade de rotação plástica em função de $\xi=x/d$ na ruptura (aços tipos A e B) (Fonte: CEB-FIP, 1990).....	51
Figura 2.23– Capacidade de rotação plástica em função de x/d na ruptura - aços tipos A, B e C. (Fonte: Eurocode 2, 2014).	52
Figura 3.1 – Comportamento mecânico do concreto para ensaio uniaxial (Fonte: Hafezolghorani <i>et al.</i> 2015)	54
Figura 3.2 – Curva de dano-deformação inelástica para o concreto à compressão (Fonte: Birtel e Mark, 2006).....	56
Figura 3.3– Curva dano-abertura de fissura para o concreto à tração (Fonte: Mahmud, Yang e Hassan, 2013).....	56
Figura 3.4 – Curva tensão-deformação do Model Code 1990 (Fonte: Model Code, 1990) 57	
Figura 3.5 – Curvas calculadas pelo Model Code 90 (Fonte: Autor).....	58
Figura 3.6 – Diagrama tensão-deformação total e tensão-abertura de fissura (Fonte: Hordijk, 1991).....	59
Figura 3.7 – Relação constitutiva das armaduras longitudinais e transversais (Fonte: Cao <i>et. al.</i> , 2020).....	61
Figura 3.8– Fator de forma no plano de tensão desviatória (Fonte:Manual ABAQUS CAE).....	63
Figura 4.1 – Modelo de pilar-padrão simulado no programa ABAQUS/CAE (Fonte: Autor).....	64
Figura 4.2 – Tipos de elementos aplicados na modelagem (Fonte: Autor).....	74
Figura 4.3 – Detalhe das armaduras dos pilares modelados no ABAQUS/CAE (Fonte: Autor).....	75

Figura 4.4 – Interação entre armaduras, pilar e bloco - <i>Embedded Constraint</i> (Fonte: Autor).....	76
Figura 4.5 – interação entre chapas e pilar - <i>Tie Constrain</i> (Fonte: Autor)	77
Figura 4.6– Aplicação do carregamento axial - <i>Step 1</i> (Fonte: Autor).....	77
Figura 4.7– Aplicação do carregamento axial - <i>Step 2</i> (Fonte: Autor).....	78
Figura 4.8– Aplicação do carregamento axial - <i>Step 3</i> (Fonte: Autor).....	78
Figura 4.9– Aplicação do carregamento axial - <i>Step 4</i> (Fonte: Autor).....	78
Figura 4.10- Métodos de controle de carga: (a) Controle por incremento de força e (b) controle por incremento de deslocamento (Fonte: Silva, 2018).....	79
Figura 4.11 – Interação entre o ponto de referência (RP1) e a chapa lateral (Fonte: Autor).....	80
Figura 4.12 – Interação entre o ponto de referência (RP2) e a base do bloco (Fonte: Autor).....	80
Figura 4.13 – Chapas, ações e pontos de referências definidos (Fonte: Autor)	81
Figura 4.14– Malhas analisadas: (a) 40mm x 40 mm; (b) 60 mm x 60 mm; e (c) 100 mm x 100 mm (Fonte: Autor)	82
Figura 4.15– Análise de convergência de malha (Fonte: Autor).....	83
Figura 4.16– Análise de convergência de malha (Fonte: Autor).....	84
Figura 4.17 – Momento máximo da seção crítica (Fonte: Bae, 2005)	85
Figura 4.18 – Estimativa do comprimento da rótula plástica (Fonte: Autor).....	86
Figura 4.19 – Influência da taxa de carregamento axial no comprimento da rótula plástica (Fonte: Autor).....	88
Figura 4.20 – Influência da taxa de carregamento axial nos deslocamentos laterais dos pilares de A1 a A9 (Fonte: Autor).....	90
Figura 4.21 – Influência da taxa de carregamento axial nos deslocamentos laterais dos modelos computacionais (Fonte: Autor)	91
Figura 4.22 – Influência da esbeltez geométrica nos deslocamentos laterais dos modelos computacionais (Fonte: Autor).....	93
Figura 4.23 – Influência da esbeltez geométrica nos deslocamentos laterais dos modelos computacionais (Fonte: Autor).....	94
Figura 4.24 – Influência da esbeltez geométrica nos deslocamentos laterais dos modelos computacionais (Fonte: Autor).....	95
Figura 5.1 – Representação geral dos pilares (Fonte: Autor)	98

Figura 5.2 – Armaduras dos pilares P1 e P2 - dimensões em mm (Fonte: Autor).....	100
Figura 5.3 – Armaduras dos pilares P3 - dimensões em mm (Fonte: Autor).....	101
Figura 5.4 – Armaduras do pilar P4 - dimensões em mm (Fonte: Autor).....	102
Figura 5.5 – Armaduras do pilar P5 - dimensões em mm (Fonte: Autor).....	103
Figura 5.6 – Armaduras do pilar P6 - dimensões em mm (Fonte: Autor).....	104
Figura 5.7 – Armaduras dos pilares e blocos (Fonte: Autor)	105
Figura 5.8 – Sequência de protensão e grauteamento dos pilares P1/P2 e P5/P6 (Fonte: Autor).....	106
Figura 5.9 – Detalhes da protensão dos pilares (Fonte: Autor).....	107
Figura 5.10 – Detalhe da ancoragem e distribuição dos cabos para os pilares P3/P4 (Fonte: Autor).....	108
Figura 5.11 – Detalhe da ancoragem e distribuição dos cabos para os pilares P1/P2 e P5/P6 (Fonte: Autor).....	108
Figura 5.12 - Ensaio de tração dos aços (Fonte: Autor)	111
Figura 5.13 – Ensaio mecânico de CP's de concreto (Fonte: Autor)	112
Figura 5.14 – Preparação dos pilares para concretagem (Fonte: Autor)	113
Figura 5.15 – Detalhe dos pilares na concretagem (Fonte: Autor).....	113
Figura 5.16– Concretagem dos pilares (Fonte: Autor)	114
Figura 5.17 – Posição dos potenciômetros nos pilares P1/P2 e P5/P6 (Fonte: Autor).....	115
Figura 5.18– Posição dos potenciômetros no pilar P3 (Fonte: Autor)	116
Figura 5.19– Posição dos potenciômetros nos pilares P4 (Fonte: Autor)	117
Figura 5.20– Fixação dos potenciômetros dos pilares P1/P2/P5/P6 (Fonte: Autor)	118
Figura 5.21 – Fixação dos potenciômetros do P3 (Fonte: Autor)	119
Figura 5.22 – Fixação dos potenciômetros do P4 (Fonte: Autor)	120
Figura 5.23– Detalhe do potenciômetro do bloco (Fonte: Autor)	121
Figura 5.24 – Posicionamento dos extensômetros do aço e concreto (Fonte: Autor)	122
Figura 5.25 – Instrumentação das barras longitudinais e concreto (Fonte: Autor)	123
Figura 5.26 – Sistema de ensaio dos pilares P1/P2/P5/P6 (Fonte: Autor)	125
Figura 5.27 – Sistema de ensaio do pilar P3 (Fonte: Autor)	126
Figura 5.28 – Sistema de ensaio do pilar P4 (Fonte: Autor)	127
Figura 5.29 – Ensaio dos pilares P1/P2 (Fonte: Autor)	128
Figura 5.30 – Ensaio dos pilares P3/P4 (Fonte: Autor)	128
Figura 5.31 – Ensaio dos pilares P5/P6 (Fonte: Autor)	129

Figura 5.32 – Sistema de aquisição de dados Almemo (Fonte: Autor).....	129
Figura 6.1 – Diagrama dos aços CA50 e CA60 (Fonte: Autor)	131
Figura 6.2 – Curva tensão-deformação do concreto aos 28 dias (Fonte: Autor).....	132
Figura 6.3 – Deslocamentos horizontais do pilar P1 (Fonte: Autor).....	133
Figura 6.4 – Deslocamentos horizontais do pilar P2 (Fonte: Autor).....	133
Figura 6.5 – Deslocamentos horizontais do pilar P3 (Fonte: Autor).....	134
Figura 6.6 – Deslocamentos horizontais do pilar P4 (Fonte: Autor).....	134
Figura 6.7 – Deslocamentos horizontais do pilar P5 (Fonte: Autor).....	135
Figura 6.8 – Deslocamentos horizontais do pilar P6 (Fonte: Autor).....	135
Figura 6.9 – Comparativo entre deslocamentos máximos (Fonte: Autor)	136
Figura 6.10 – Deslocamentos verticais dos blocos (Fonte: Autor).....	137
Figura 6.11– Detalhe dos pontos de instrumentação da armadura longitudinal (Fonte: Autor).....	138
Figura 6.12 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P1 (Fonte: Autor).....	139
Figura 6.13 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P2 (Fonte: Autor).....	140
Figura 6.14 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P3 (Fonte: Autor).....	140
Figura 6.15 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P4 (Fonte: Autor).....	141
Figura 6.16 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P5 (Fonte: Autor).....	141
Figura 6.17 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P6 (Fonte: Autor).....	142
Figura 6.18– Deformações do concreto do pilar P1 (Fonte: Autor).....	143
Figura 6.19– Deformações do concreto do pilar P2 (Fonte: Autor).....	143
Figura 6.20 – Deformações do concreto do pilar P3 (Fonte: Autor).....	144
Figura 6.21 – Deformações do concreto do pilar P4 (Fonte: Autor).....	144
Figura 6.22 – Deformações do concreto do pilar P5 (Fonte: Autor).....	145
Figura 6.23 – Deformações do concreto do pilar P6 (Fonte: Autor).....	145
Figura 7.1 – Critério para determinação do comprimento da rótula plástica (Fonte: Autor).....	146

Figura 7.2 – Comprimento da rótula plástica monitorado nos pilares experimentais (Fonte: Autor).....	148
Figura 7.3 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P1 (Fonte: Autor).....	148
Figura 7.4 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P2 (Fonte: Autor).....	149
Figura 7.5 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P3 (Fonte: Autor).....	149
Figura 7.6 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P4 (Fonte: Autor).....	150
Figura 7.7 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P5 (Fonte: Autor).....	150
Figura 7.8 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P6 (Fonte: Autor).....	151
Figura 7.9– Deslocamentos e rotações nos pilares (Fonte: Autor).....	154
Figura 7.10 – Influência da força axial nas rotações plásticas (Fonte: Autor)	155
Figura 7.11– Influência da esbeltez nas rotações plásticas (Fonte: Autor)	156
Figura 7.12 – Influência da taxa de armadura longitudinal nas rotações plásticas (Fonte: Autor).....	157
Figura 8.1– Distribuição de momento e curvatura ao longo de um pilar fletido (Fonte: Autor).....	161
Figura 8.2 – Rotação e deslocamento por flexão em um elemento engastado (Fonte: Park e Paulay, 1975)	162
Figura 8.3 – Limite de deformações e perfis de curvaturas (Fonte: Adaptado de Eurocode 2, 2014, e Priestley e Park, 1975).....	163
Figura 8.4 – Determinação da área equivalente (Fonte: Barrera, 2010).....	165
Figura 8.5 – Avaliação da proposta – Pilar N30-7.5-30 (Fonte: Autor).....	171
Figura 8.6 – Avaliação da proposta – Pilar N30-7.5-45 (Fonte: Autor)	171
Figura 8.7 – Avaliação da proposta – Pilar N30-10.5- 30 (Fonte: Autor).....	171
Figura 8.8 – Avaliação da proposta – Pilar N30-10.5-45 (Fonte: Autor).....	172
Figura 8.9 – Avaliação de métodos analíticos – Banco de dados da Tabela 8.7 (Fonte: Autor).....	175
Figura 8.10 – Avaliação da proposta – Banco de dados da Tabela 8.7 (Fonte: Autor).....	176

Lista de Tabelas

Tabela 1.1 – Principais métodos para estimar o comprimento da rótula plástica	6
Tabela 2.1 – Detalhes dos pilares ensaiados por Bae (2005)	42
Tabela 4.1 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável taxa de carregamento axial (P/P_0)	65
Tabela 4.2 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável esbeltez geométrica (l/h)	67
Tabela 4.3 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável taxa de armadura longitudinal (ρ_s)	69
Tabela 4.4 – Propriedades do concreto e aço e parâmetros <i>CDP</i> dos modelos	73
Tabela 4.5 – Comprimento da rótula plástica medido nos modelos computacionais	87
Tabela 4.6 – Fator de ductilidade para os deslocamentos para a variável P/P_0	90
Tabela 4.7 – Fator de ductilidade para os deslocamentos para a variável l/h	94
Tabela 4.8 – Fator de ductilidade para os deslocamentos para a variável ρ_s	96
Tabela 5.1 – Características e parâmetros dos pilares	98
Tabela 5.2 – Cargas e perdas na protensão	109
Tabela 6.1 – Propriedades mecânicas dos aços	130
Tabela 6.2 – Propriedades mecânicas do concreto	132
Tabela 7.1 – Cargas últimas e modo de ruptura	153
Tabela 7.2 – Deslocamentos e rotações experimentais	155
Tabela 7.3 – Rotações plásticas estimadas	157
Tabela 7.4 – Fator de ductilidade para os deslocamentos	159
Tabela 8.1 – Estatística da análise de regressão individual de P/P_0	166
Tabela 8.2 – Estatística da análise de regressão individual de l/h	167
Tabela 8.3 – Estatística da análise de regressão individual de ρ_s	168
Tabela 8.4 – Estatística da análise de regressão múltipla das variáveis independentes	169
Tabela 8.5 – Características dos pilares de <i>Barrera</i> (2011)	170
Tabela 8.6 – Comparação de métodos para estimar o comprimento da rótula	173
Tabela 8.7 – Resumo dos pilares do banco de dados experimental	174

Lista de Símbolos e Abreviações

Símbolo	Significado
A_c ou A_g	área da seção bruta de concreto
A_s	área da seção transversal da armadura longitudinal de tração
E	módulo de elasticidade
EI	rigidez
F	força
K	coeficiente
R	reação de apoio
V	força horizontal ou lateral
P	carga axial
l_p	comprimento da rótula plástica
l_p/h	comprimento equivalente da rótula plástica
l_s	distância entre seções de momento nulo e máximo
d	diâmetro altura útil diâmetro da armadura longitudinal
d_b	diâmetro da armadura longitudinal
f_y	tensão de escoamento da armadura longitudinal
f_u	tensão última da armadura longitudinal
R_u	Força lateral última
R_{max}	Força lateral máxima
X_u	deslocamento lateral último
X'_y	deslocamento no escoamento
M_{max}	momento máximo na seção transversal
M_y	momento na direção y
δ	fator de amplificação deslocamento lateral
θ	rotação
θ_y e θ_e	rotação elástica
θ_p	rotação plástica
θ_u	rotação última

Δ	deslocamento lateral
Δ_e	deslocamento elástico
Δ_p	deslocamento plástico
Δ_u	deslocamento último
φ	curvatura
φ_e	curvatura elástica
φ_p	curvatura plástica
φ_u	curvatura última
λ	índice de esbeltez
μ	momento reduzido adimensional
ν	coeficiente de Poisson
	força normal reduzida adimensional
ρ	taxa geométrica de armadura
ρ_s ou ρ_l	taxa geométrica de armadura longitudinal
σ_p	tensão normal no aço de armadura passiva
ϕ	diâmetro das barras da armadura
ε_p e ε^p	Deformação plástica
ε_e e ε^e	deformação elástica
ε_u e ε^u	deformação última
ψ	índice de deformação
ψ_u	índice de deformação última
σ_{Rt}	tensão resistente de tração do concreto
σ_{Rc}	tensão resistente de compressão do concreto
ε_{Rt}	deformação equivalente a σ_{Rt}
ε_{Rc}	deformação de compressão equivalente a σ_{Rc}
$\mu\delta$	fator de ductilidade para os deslocamentos
$\mu\varphi$	fator de ductilidade para a curvatura

1. INTRODUÇÃO

Durante as últimas décadas, o estudo das rótulas plásticas e sua influência na capacidade de deformação de elementos de concreto armado, tem sido pesquisado com mais frequência dada a necessidade de garantir capacidade de dissipação de energia às estruturas, que acontece em forma de deformação. O estudo desta temática por pesquisadores tem ajudado na compreensão e nos ajustes dos limites de deformação de elementos de concreto armado, especialmente os pilares. Esta demanda se tornou cada vez mais necessária dada a tendência em projetos de estruturas mais robustos e que exigem mais dos materiais. Quando pilares de concreto estão sujeitos a grandes flexões laterais, sob influência da ação axial, tendem a sofrer grandes danos nas regiões de momento máximo, como apresentado nas Figuras 1.1 e Figura 1.2.

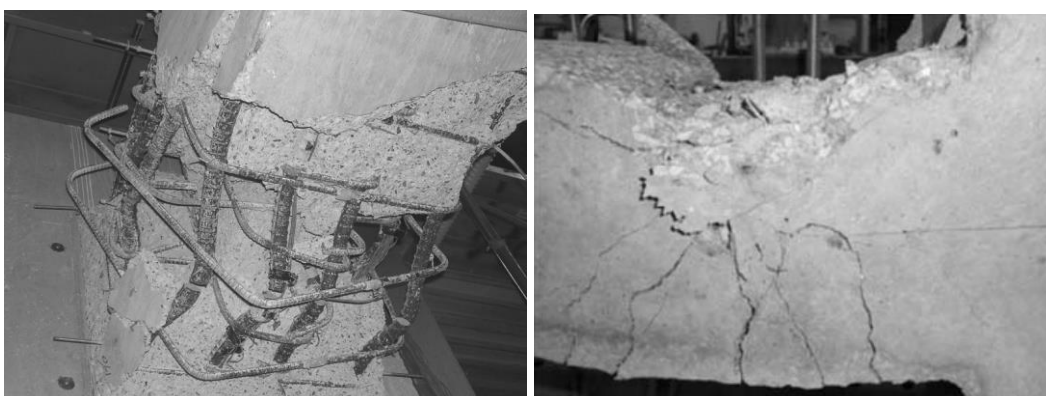


Figura 1.1 – Danos nas regiões de momento máximos de pilares de concreto armado

(Fonte: Bae, 2005)



Figura 1.2 – Colapso de pilar por deformação plástica excessiva (Fonte: Zhao, 2011)

Ao se aumentar continuamente o carregamento de um pilar, as seções críticas nas regiões de momento máximo, entram em escoamento, dando origem a articulações ou rótulas plásticas. A rótula é caracterizada por um aumento plástico da curvatura, que pode chegar a ser duas ou três vezes o valor da curvatura elástica. A Figura 1.3 mostra a distribuição de curvatura em um pilar em balanço.

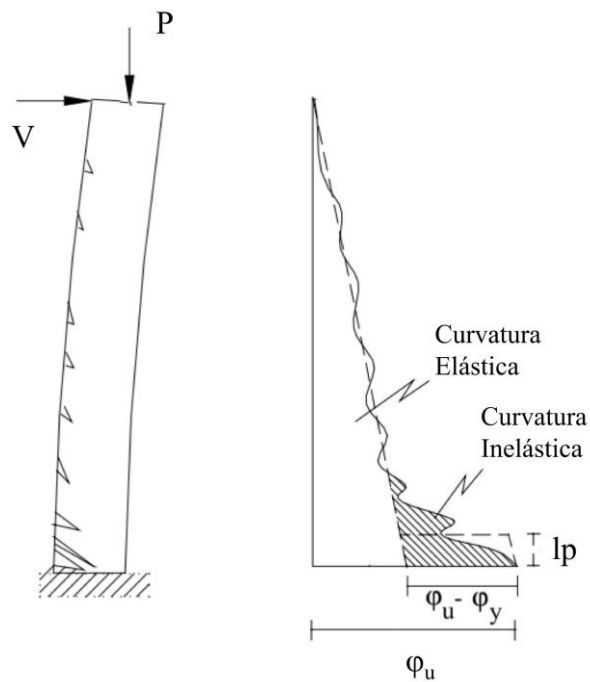


Figura 1.3 - Distribuição das curvaturas ao longo de um pilar em balanço (Fonte: Park e Paulay, 1975)

Esse efeito restringe-se a um comprimento de plastificação, l_p , em cada lado da seção de momento máximo. Após o escoamento, a seção entra em regime elasto-plástico, em que a seção continua a absorver momento devido a existência de um núcleo plástico, como ilustra a Figura 1.4.

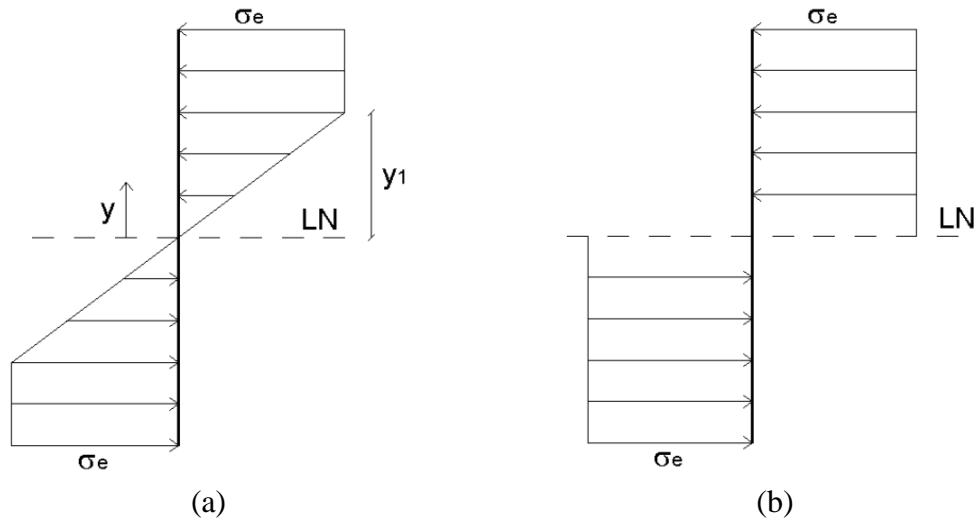


Figura 1.4 – Comportamento elasto-plástico de um elemento de concreto armado
(Fonte: Fontes, 2005)

A plastificação se inicia das fibras externas para as internas, permanecendo um núcleo elástico mesmo após a entrada da seção no regime plástico (Figura 1.4a). Esse processo permite que a seção absorva energia (momento) até que toda a inércia e módulo de elasticidade da seção se esgotem. O momento, agora denominado de momento totalmente plástico, permanece constante e a seção totalmente plastificada (Figura 1.4b), o que caracteriza o processo final de formação da rótula.

As deflexões no topo de um pilar idealizado de concreto armado, engastado na base e livre no topo, pode ser estimada integrando as curvaturas ao longo do seu comprimento, como mostrado na Figura 1.3. A integração das curvaturas e a aplicação do teorema do segundo momento de área são suficientes para o estimar as deflexões no braço ascendente da resposta carga-deslocamento. Porém, a resposta pós-pico é difícil de prever, especialmente em pilares onde ocorre uma degradação considerável da resistência após o pico de carga (elementos sujeitos a elevados níveis de compressão).

Priestley e Park (1975) trataram analiticamente esta dificuldade numérica através do uso das rótulas plásticas. Analisando a Figura 1.5, onde apresenta-se o perfil de curvatura de um pilar engastado-livre, sujeito a uma ação lateral, as curvaturas ao longo do elemento foram subdivididas de acordo com o comportamento apresentado nas seções ao longo do vão do elemento, sendo: (1) curvatura elástica (ϕ_y), que se apresentam nas seções ao longo do pilar que não sofreram escoamento das armaduras longitudinal, sejam de tração ou compressão ou ainda o início do comportamento não linear do concreto, e (2) curvatura inelástica ($\phi_p = \phi - \phi_y$), que se apresentam nas seções plastificadas no entorno da seção de momento máximo, seções que representam o comprimento plastificado (l_p) do pilar.

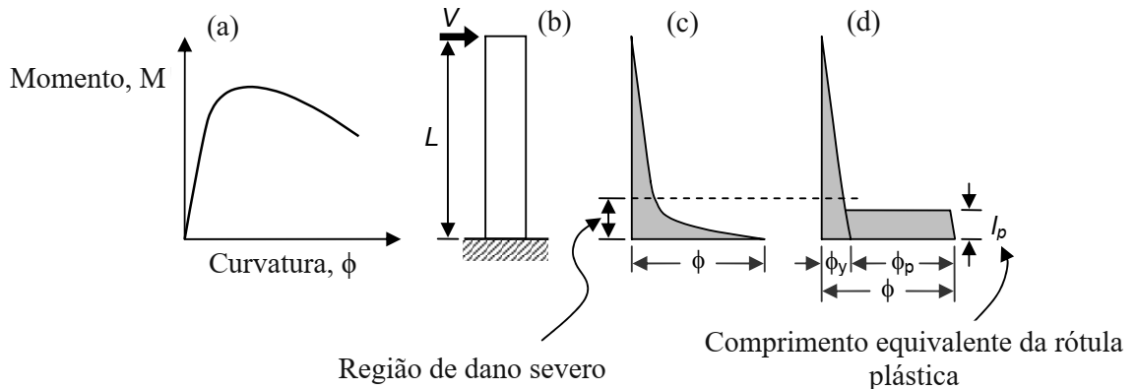


Figura 1.5 – Definição de rótula plástica (Fonte: Priestley e Park)

Considerando que as curvaturas inelásticas sejam constantes dentro da região do comprimento da rótula plástica, e usando o teorema do segundo momento de área, Priestley e Park (1975) propuseram uma equação analítica para o cálculo dos deslocamentos e rotações no topo de um pilar engastado-livre, expresso pelas equações de 1.1 a 1.4.

$$\Delta_{topo} = \Delta_y + \Delta_p \quad (1.1)$$

$$\Delta_{topo} = \left(\frac{\phi_y \cdot l_s^2}{3} \right) + [(\phi_u - \phi_y) \cdot l_p (l_s - 0.5l_p)] \quad (1.2)$$

$$\theta_u = \theta_y + \theta_p \quad (1.3)$$

$$\theta_u = \left(\frac{\phi_y \cdot l_s}{2} \right) + (\phi_u - \phi_y) \cdot l_p \quad (1.4)$$

O primeiro termo das Equações representa os deslocamentos e as rotações elásticas, até o ponto de plastificação, enquanto o segundo, determina os deslocamentos e rotações plásticas, a partir do ponto de plastificação até a ruína. Definindo-se, então, corretamente o comprimento da rótula plástica, define-se analiticamente os deslocamentos e rotações.

Anteriormente ao trabalho de Priestley e Park (1975), no início da década de 1960, o *European Concrete Committee* (CEB), coordenou um estudo abrangente para avaliar o comportamento inelástico de estruturas de concreto armado. Foram realizados 90 ensaios experimentais em elementos de concreto em 18 laboratórios de 13 países. Uma revisão conjunta destes trabalhos foi apresentada no “*International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete*”, em 1964, e demonstrou que uma variedade de parâmetros pode influenciar o comportamento dos elementos de concreto armado na região de rótula plástica.

Nesta publicação, Baker (1964) propôs uma expressão inicial para o cálculo do comprimento equivalente da rótula plástica. A pesquisa deu início a uma série de outros trabalhos, desenvolvidos ao longo dos anos, incluindo os trabalhos de Priestley e Park (1975), onde diversos pesquisadores propuseram formulações com base em diferentes parâmetros.

Posteriormente vieram Watson e Park (1994), Wehbe et al. (1997), Sheikh e Khoury (1997), Bayrak e Sheikh (1998) ou Saatcioglu e Razvi (2002), que estudaram o efeito da armadura de confinamento na formação das rótulas plásticas, e, mais recente, Barrera (2012) e Bae (2005) que estudaram os efeitos da armadura longitudinal, esbeltez e compressão axial na formação das rótulas. A Tabela 1.1 apresenta os principais métodos.

Tabela 1.1 – Principais métodos para estimar o comprimento da rótula plástica

Baker (1964)	$l_p = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \left(\frac{l_s}{d}\right)^{1/4} d$	(1.5)
Mattock (1965)	$l_p = \frac{d}{2} \left\{ 1 + \left(1,14 \sqrt{\frac{l_s}{d}} - 1 \right) \left\{ 1 - \left(\frac{q - q^*}{q_b} \right) \sqrt{\frac{d}{16,2}} \right\} \right\}$	(1.6)
Corley (1966)	$l_p = \frac{d}{2} + \frac{0,2l_s}{\sqrt{d}}$	(1.7)
Mander J.B. (1984)	$l_p = 32\sqrt{d_b} + 0.06l$	(1.8)
Zahn F. F. (1986)	$l_p = (0.008l_s + 6d_b) + \left(0.5 + 1.67 \frac{P}{f_c A_g} \right) < 0.3$	(1.9)
	$l_p = (0.008l_s + 6d_b) > 0.3$	(1.10)
Park e Paulay (1987)	$l_p = 0.08l_s + 6\phi$	(1.11)
Paulay e Priestley (1992)	$l_p = 0.08l_s + 0.022f_y\phi$	(1.12)
Lehman (1998)	$l_p = 0.5\alpha l_s + 1.2\alpha f_u \frac{\phi}{4f_{b,y}}$	(1.13)
Eurocode 8 – Parte 2 (1998)	$l_p = 0.10l_s + 0.015f_y d_b$	(1.14)
Lehman e Moehle (2000)	$l_p = \frac{l_y}{2} + \frac{(f_u - f_y)\phi}{40\sqrt{f_c}}; l_y = \frac{(M_u - M_y)\phi}{M_u};$	(1.15)
Panagiotakos e Fardis (2001)	$l_p = 0.12l_s + 0.014f_y\phi$	(1.16)
CEB-FIB Boletim 25 (2003)	$l_p = 0.18l_s + 0.025\alpha_{sl}f_y d_b$	(1.17)
Bae (2005)	$l_p = \left[0.3 \left(\frac{P}{P_0} \right) + 3 \left(\frac{A_s}{A_g} \right) - 0.1 \right] \frac{l_s}{h} + 0.25 \geq 0.25$	(1.18)

As expressões da Tabela 1.1 foram elaboradas a partir de ensaios experimentais. O estudo de Baker (1964), avaliou o efeito da resistência à compressão, taxa de armadura longitudinal e tipo de aço, em seis vigas de concreto. O autor concluiu que o comprimento da rótula plástica varia de 0,4d a 2,4d para diferentes valores de z/d, parâmetro que representa o efeito do gradiente de momento, similar ao índice geométrico de esbeltez l/h. A proposta de Mattock (1965), incluiu a taxa de armadura de compressão e tração, além das demais variáveis de Baker. Zahn F. F. (1986) e Bae (2005), que propuseram expressões com base nos níveis de compressão axial e índice de esbeltez.

A relação entre os parâmetros ainda é bastante controversa, dada o número de variáveis que podem afetar a região da rótula plástica. Portanto, para compreender a capacidade de deformação dos pilares, é necessário investigar a relação entre os vários parâmetros que afetam esta região.

1.1 JUSTIFICATIVA

Com o aumento contínuo do carregamento gerado por ações horizontais, os pilares de concreto armado ultrapassam os limites de rotação e deslocamentos que provocam danos ou colapso nas regiões de momentos fletores máximos. Nessas regiões há o aumento da curvatura que induz a formação de seções plastificadas ao longo do elemento denominadas de comprimento de plastificação ou comprimento da rótula plástica. Há diversos modelos analíticos que preveem com razoabilidade a capacidade de deformação de diversos elementos de concreto armado com base neste parâmetro. Entretanto, não há consenso sobre as variáveis que afetam sua formação, principalmente em pilares de concreto armado. Para compreender a capacidade de deformação de pilares de concreto armado é necessário investigar as variáveis que afetam a formação das rótulas plásticas. Os métodos teóricos disponíveis divergem sobre as variáveis que preveem a formação das rótulas.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral desta pesquisa foi estudar a formação das rótulas plásticas de pilares de concreto armado via simulação computacional e análise experimental. Os objetivos específicos são:

- Analisar os resultados de 81 simulações computacionais a fim de observar as respostas elasto-plásticas dos modelos a capacidade de previsão de formação das rótulas plásticas;
- Estudar a influência das variáveis taxa de carregamento axial, esbeltez geométrica e taxa de armadura longitudinal na formação das rótulas plásticas dos 81 modelos computacionais;
- Estudar a influência das variáveis taxa de carregamento axial, esbeltez geométrica e taxa de armadura longitudinal na formação das rótulas plásticas de 06 pilares de experimentais em laboratório;
- Introduzir um método simplificado para estimar os deslocamentos laterais de pilares de concreto armado com base nas deformações obtidas na armadura longitudinal do pilar;
- Propor uma expressão para estimar o comprimento da rótula plástica;
- Validar a proposta através de trabalhos experimentais e banco de dados experimentais obtidos na literatura;
- Comparar a proposta com métodos analíticos teóricos disponíveis na literatura;

1.3 METODOLOGIA

A pesquisa consistiu em avaliar o comportamento de pilares de concreto armado a fim de compreender a formação de rótulas plásticas e as variáveis que influenciam a formação de rótulas plásticas ao longo do vão do pilar. Para isso, três metodologias foram utilizadas: análise computacional, análise experimental e análise estatística.

Inicialmente, utilizou-se o programa de elementos finitos ABAQUS/CAE para obter as respostas da medida do comprimento da rótula plástica e montar um banco de dados computacional. Na avaliação computacional foram simulados 81 modelos de pilares engastados, carregados por uma ação axial mantida constante após se alcançar o nível estabelecido de compressão, e, posteriormente, submetidos à flexão monotônica gerada por uma ação lateral aplicada no topo e perpendicular ao eixo longitudinal até a ruptura. As seguintes variáveis foram analisadas: taxa de compressão axial (P/P_0), esbeltez geométrica (l/h) e taxa de armadura longitudinal (ρ_s). Os pilares foram divididos por variável, sendo 27 pilares por variável. A formação da rótula foi estudada de forma independente para cada variável.

Para estimar o comprimento da rótula plástica dos modelos computacionais (l_p), aplicou-se um método baseado nas deformações da armadura longitudinal dos pilares, adaptado de Bae (2005). Após se obter as respostas dos modelos, realizou-se um programa experimental com 06 pilares que foram ensaiados em laboratório. O objetivo do experimento foi observar a mudança no comprimento das rótulas com a variação dos parâmetros definidos. Os resultados corroboraram os achados dos modelos computacionais. O mesmo método para obtenção da rótula plástica utilizada nos modelos foi aplicado aos ensaios experimentais. O comprimento da rótula experimental foi medido por extensômetros elétricos de resistência posicionados ao longo da barra de armadura longitudinal cobrindo uma extensão de 500 mm.

Em seguida, realizou-se análises estatísticas de regressão que avaliaram a relevância de cada variável independente na formação da rótula utilizando os resultados obtidos na modelagem computacional. Por fim, envolvendo as três variáveis independentes, uma análise estatística de regressão múltipla foi aplicada aos resultados do banco de dados

computacionais, onde se introduziu a proposta de equação para o cálculo do comprimento da rótula plástica.

A proposta foi aplicada ao modelo analítico de Priestley e Park (1975), para estimar os deslocamentos laterais. Um banco de dados com resultados experimentais de 61 pilares foi montado para confrontar e validar os resultados das estimativas da proposta. Além disso, outros métodos disponíveis na literatura foram comparados com o banco de dados e com os resultados da proposta.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho está dividido em nove capítulos, incluindo esta **Introdução**. As **Referências Bibliográficas** e os **Anexos** são apresentados ao final do trabalho. Os capítulos e seus conteúdos são apresentados a seguir.

O *capítulo 2*, denominado **Revisão Bibliográfica**, apresenta definições necessárias para a compreensão da pesquisa e discute os principais métodos analíticos desenvolvidos por pesquisadores da literatura técnica e normas de projeto, que avaliam a formação de rótulas plásticas.

O *capítulo 3* aborda sobre a **Modelagem Computacional**. Descreve as diretrizes para obtenção das respostas dos modelos simulados na pesquisa. Realizada pelo programa ABAQUS/CAE, o capítulo aborda sobre os modelos de comportamento mecânico adotado para o concreto e aço e os modelos de danos à compressão e à tração, além do modelo de comportamento para o concreto.

O *capítulo 4* aborda sobre o **Estudo Paramétrico Computacional**. Neste capítulo apresenta-se um banco de dados computacional produzido com 81 modelos para análise da influência das variáveis taxa de carregamento axial, esbeltez geométrica e taxa de armadura longitudinal na formação das rótulas plásticas e nos deslocamentos laterais.

Os capítulos *5*, *6* e *7* tratam sobre o **Programa Experimental, Resultados Experimentais e Análise dos Resultados Experimentais**. Neles são apresentados os pilares que estudaram experimentalmente a formação das rótulas. Os pilares foram confeccionados em escala real, e as variáveis de estudo foram as mesmas abordadas no Estudo Paramétrico Computacional. Os resultados foram coerentes e validaram os modelos computacionais.

O *capítulo 8*, denominado **Método Analítico para Estimar o Comprimento da Rótula Plástica**, apresenta a proposta para o cálculo dos deslocamentos laterais pelo uso do comprimento da rótula plástica, baseado na proposta de Pristley e Park (1975). A proposta de l_p foi elaborada a partir do banco de dados computacional aplicando modelos de regressão linear, não linear e múltiplos. Ao final, a proposta foi comparada a outros modelos e validada com uma base de dados experimental de pilares obtidos na literatura.

O *capítulo 9* finaliza com as principais **Conclusões**.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, apresenta-se as bases teóricas necessárias ao entendimento da pesquisa, revisão dos principais métodos teórico que avaliam a capacidade de deformação de pilares de concreto armado e previsão das principais normas de projeto.

2.1 BASE TEÓRICA

2.1.1 Comportamento Elasto-Plástico do Concreto Armado

No âmbito da Resistência dos Materiais e da Teoria da Elasticidade, a resolução dos problemas estruturais impõe sempre os conceitos de elasticidade e linearidade na definição do comportamento reológico dos materiais de que são constituídas as estruturas. Um material é dito de comportamento elástico se, quando sob ação de uma sollicitação externa, as deformações se processem de forma imediata no carregamento, retornando ao estado inicial no descarregamento, não havendo perda de energia da estrutura em forma de deformação.

Um material é dito de comportamento linear, quando existir proporcionalidade entre tensões e deformações, ou seja, as suas relações constitutivas são expressas pela lei de Hooke, quando se tratar de estados de tensão simples, e pela lei de Hooke generalizada, quando se tratar de estados de tensão triaxiais. Nos estudos dos problemas estruturais, no âmbito da Resistência dos Materiais e da Teoria da Elasticidade, consideram-se as estruturas constituídas de materiais com comportamento reológico definido por resposta elástica e linear, como os apresentados na Figura 2.1. Neste caso as deformações entre A e A' se processam de forma reversível, respeitando a proporcionalidade com as tensões.

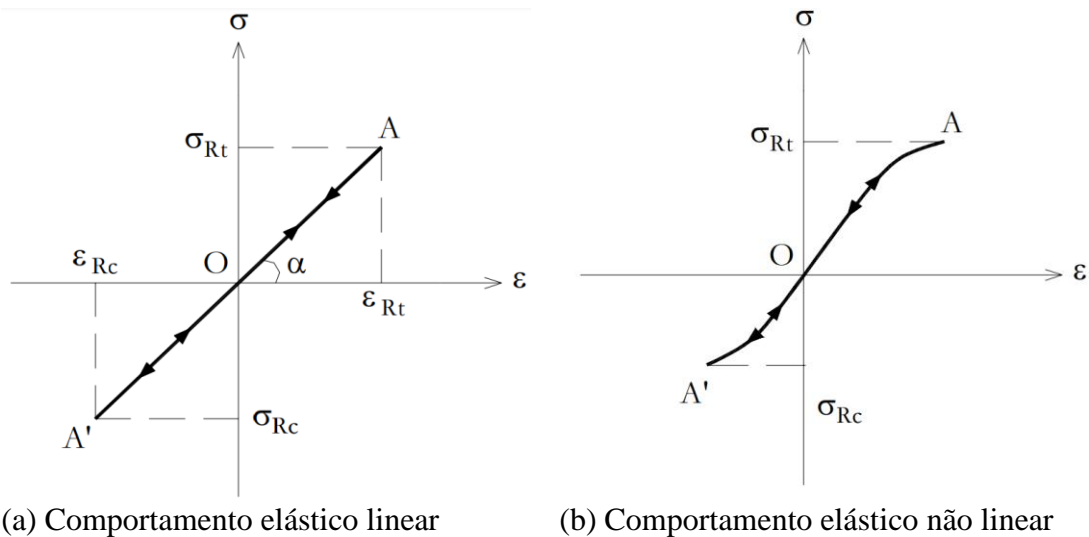


Figura 2.1– Diagrama elasto-plástico idealizado (Fonte: Buchaim, 2001)

Porém, na prática, o conceito de não linearidade deve ser envolvido na análise por estudar o comportamento dos materiais no qual não existe proporcionalidade entre tensão e deformação e, portanto, não é mais válida a lei de Hooke nas duas formas anteriormente citadas. O conceito de plasticidade, então, passa a ser envolvido na análise, sendo a resposta da estrutura considerada para um modelo de comportamento que considere as deformações plásticas, como o apresentado na Figura 2.2. As deformações continuam processando-se de forma imediata ao carregamento, ao se retirar a solicitação, porém, a estrutura não retorna ao seu estado inicial, permanecendo deformada, devido a dissipação e perda de energia em forma de deformação.

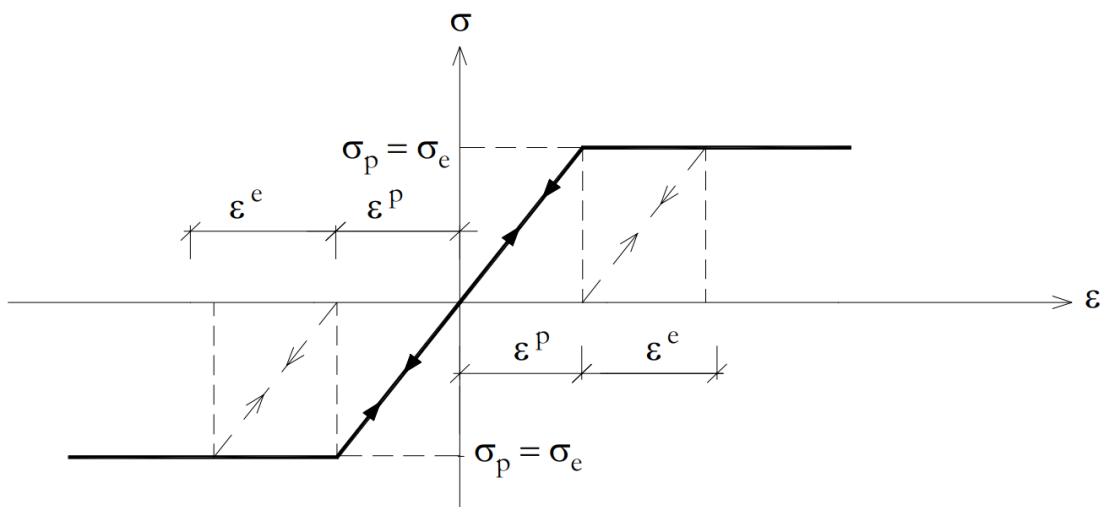


Figura 2.2– Diagrama elasto-plástico idealizado (Fonte: Buchaim, 2001)

O comportamento da seção de um elemento de concreto armado, em quase todos os casos, não é elasto-plástico perfeito, como o apresentado na Figura 2.2. Para realizar uma análise da resposta estrutural, tanto ao nível da seção como ao nível do elemento, é necessário assumir uma idealização elasto-plástica do seu comportamento, que pode ser feita a partir de dois pontos característicos de um diagrama bilinear, como o apresentado na Figura 2.3. O primeiro deles é o “ponto efetivo de plastificação”, que marca a mudança entre o comportamento elástico e plástico, e o segundo é aquele definido pela própria ruptura do elemento.

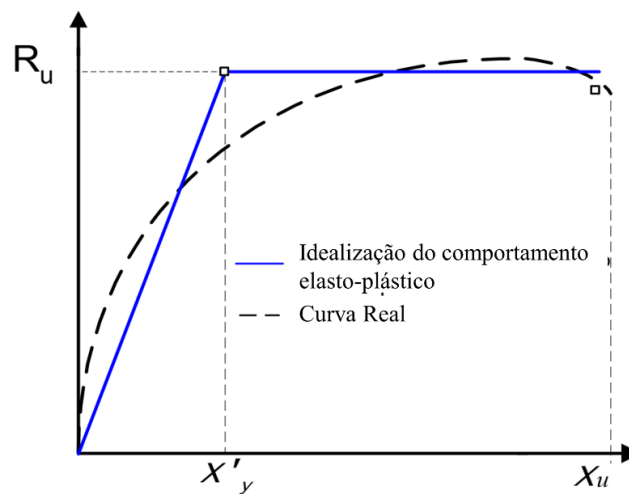


Figura 2.3– Diagrama elasto-plástico idealizado para o concreto armado
(Fonte: Barrera, 2010)

O ponto de plastificação é definido por algumas pesquisas, como Priestley et al. (1996), Priestley e Park. (1975), Panagiotakos e Fardis (2001), Fardis e Biskinis (2003), Watson e Park (1994), entre outros, como o primeiro ponto em que ocorre a deformação do aço correspondente ao limite elástico, ou seja, a deformação de escoamento da armadura longitudinal ou o inicia da não linearidade do concreto na fibra e na seção mais comprimida do elemento.

Há uma grande variedade de critérios para definir a não linearidade da fibra comprimida do concreto. Priestley et al. (1996), utilizaram uma deformação $\varepsilon_{cy}=0,002$, Priestley e Park (1975), $\varepsilon_{cy}=0,0015$, Panagiotakos e Fardis (2001) e Fardis e Biskinis (2003), definiram a deformação de $0,9\varepsilon_{co}$ como o início da não linearidade do concreto, sendo ε_{co} a tensão máxima do concreto, considerada 3,0%.

Neste trabalho, para o ponto de plastificação, foi utilizado o seguinte critério:

- 1) No ponto em que ocorre a primeira das duas situações possíveis: ou a armadura longitudinal de tração escoar, com $\varepsilon_s = \varepsilon_y$, ou a armadura longitudinal de compressão escoar, com $\varepsilon_{cs} = \varepsilon_y$.

Para a deformação correspondente ao limite elástico da armadura longitudinal, foi considerada, nesta pesquisa, o valor de $\varepsilon_y = 2,38\%$ para as simulações computacionais. Experimentalmente, foram considerados os valores obtidos nos ensaios de tração das barras. Os resultados do ensaio de tração serão apresentados em capítulos posteriores.

Para o ponto de ruptura, em geral não é assumido aquele correspondente a última carga medida no ensaio ou na análise. Pesquisas em pilares de concreto armado sujeitos à flexão monotônica, como as de Panagiotakos e Fardis (2001) ou Priestley e Park (1975), assumem como carga de ruptura o valor de 15% no braço descendente da curva pós-pico do diagrama carga-deslocamento ou momento-curvatura.

Segundo os autores, essa métrica foi assumida devido à dificuldade de obtenção deste trecho principalmente em pilares esbeltos, como os desta pesquisa. Nos ensaios em que há descida prolongada, o estado último pode ser definido para 85% da carga máxima (ver Figura 2.4a). Caso não seja desenvolvido um braço descendente suficiente para atingir 85% da resistência máxima, o último dos pontos registrados no ensaio é tomado como ponto de ruptura (ver Figuras 2.4b e 2.4c).

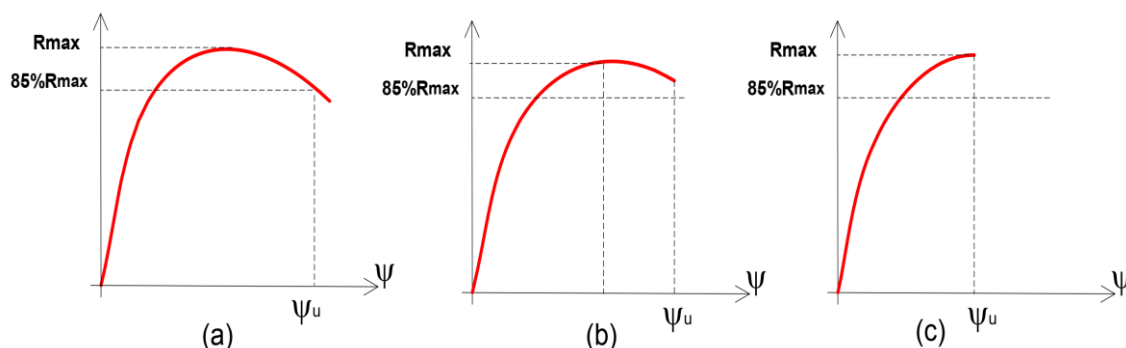


Figura 2.4— Pontos de ruptura para o estado último de pilares esbeltos concreto armado
(Fonte: Panagiotakos y Fardis, 2001)

Estes critérios foram adotados para estabelecer os pontos de plastificação e ruptura nesta pesquisa. Vale ressaltar, que a definição destes pontos, principalmente do ponto de plastificação, é de grande relevância para a definição do comprimento da rótula plástica nos pilares das simulações computacionais e experimentais desta pesquisa, como será apresentado posteriormente no método introduzido.

2.1.2 Capacidade de Deformação de Pilares de Concreto Armado

Para analisar o comportamento de uma estrutura é necessário conhecer alguns índices que descrevem a deformabilidade. Esses índices são definidos, de acordo com Barrera (2012), como aqueles que medem a deformabilidade ao nível de todo o elemento, e aqueles que medem a deformabilidade ao nível da seção. A nível de elemento, os índices rotações (θ) e deslocamentos (Δ) medem a deformabilidade dos elementos. A nível da seção, a avaliação pode ser feita através da curvatura (φ).

Outras relações podem ser obtidas a partir destes índices. A nível de elemento, a partir dos deslocamentos, é possível determinar a ductilidade para os deslocamentos (μ_δ), que expressa a demanda de ductilidade de toda a estrutura, calculada de acordo com a Equação 2.1, onde Δ_u é o deslocamento último e Δ_y é o deslocamento elástico. Outro importante parâmetro são as rotações relativas (θ), determinadas a partir da Equação 2.2, onde L_s é a distância entre as seções de momento nulo e máximo do elemento. As rotações relativas podem ser definidas para o estado elástico (θ_y) e último (θ_u), como mostram as Equações 2.3 e 2.4.

$$\mu_\delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \quad (2.1)$$

$$\theta = \frac{\Delta}{L_s} \quad (2.2)$$

$$\theta_y = \frac{\Delta_y}{L_s} \quad (2.3)$$

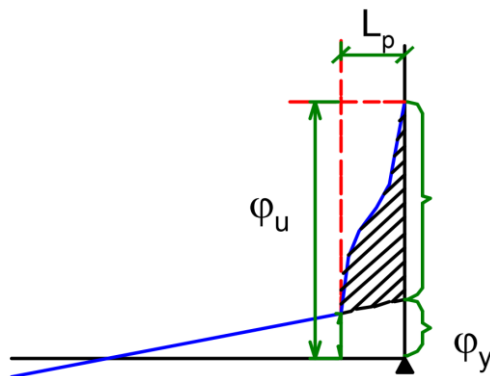
$$\theta_u = \frac{\Delta_u}{L_s} \quad (2.4)$$

A nível da seção transversal, é possível definir outros parâmetros de deformabilidade. A partir do diagrama momento curvatura da seção, define-se as curvaturas elásticas (φ_y), últimas (φ_u), e plásticas (φ_p), esta última a partir da relação entre as curvaturas última e elástica, de acordo com a Equação 2.5. A partir das curvaturas definidas, determina-se o parâmetro ductilidade para as curvaturas da seção (μ_φ), que expressa a demanda de ductilidade das seções analisadas, expressa de acordo com Equação 2.6.

$$\varphi_p = \varphi_u - \varphi_y \quad (2.5)$$

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_u}{\varphi_y} \quad (2.6)$$

As rótulas plásticas, em elementos de concreto armado, sujeitos à flexão simples ou flexo-compressão, ocorrem quando grandes curvaturas se acumulam em torno da seção de momento máximo. Nesta região, desenvolve-se uma concentração de efeitos não lineares, tais como plastificação da armadura, fissuração, deslizamento da armadura, e esmagamento do concreto. O índice que define o comportamento deformacional da rótula plástica é a rotação plástica (θ_p), a partir da distribuição de curvatura apresentada na Figura 2.5. A rotação plástica é determinada, então, por integração da curvatura plástica.



$$\theta_{AB} = \int_A^B \varphi dx \varphi_u - \varphi_y$$

$$\theta_p = (\varphi_u - \varphi_y) l_p$$

Figura 2.5– Distribuição de curvatura (Fonte: Barrera, 2010)

Em geral, as expressões propostas para o cálculo do comprimento da rótula plástica são obtidas a partir de resultados experimentais nos quais se conhece tanto o comportamento da estrutura a nível da seção quanto a nível do elemento. No processo de análise, para se obter l_p , alguns pesquisadores como Priestley (1996), Lehman (1998), Panagiotakos e Fardis (2001), Lehman e Moegle (2000), se basearam na Equação 2.7.

$$l_p = \frac{M_{max} - M_y}{M_{max}} \cdot l_s + C_t = \alpha l_s + C_t \quad (2.7)$$

onde

- M_{max} é o momento máximo da seção
 M_y momento elástico
 l_s distância entre as seções de momento máximo e nulo

O primeiro termo da Equação 2.7, representa todos os efeitos provenientes da flexão, enquanto o segundo termo incorpora o efeito do deslizamento da armadura longitudinal na extremidade fixa do pilar, de acordo com a Figura 2.6. Priestley (1996) assume o valor de $\alpha=0,08$, Panagiotakos e Fardis (2001), $\alpha=0,12$, o mesmo que Lehman e Moehle.

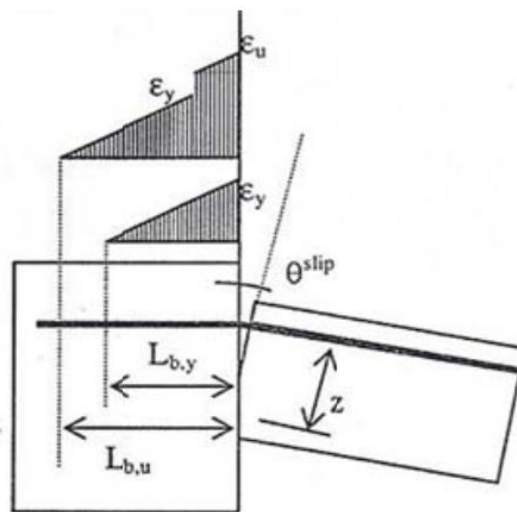


Figura 2.6– Rotação devido ao deslizamento da armadura
(Fonte: Lehman e Moehle, 2000)

Ceroni, Manfredi e Pecce (2003) realizaram um extensivo programa de ensaios numéricos, com a finalidade de avaliar a rotação plástica desenvolvida em pilares de concreto armado. Os ensaios foram realizados utilizando um modelo que, além de incluir as características geométricas dos materiais, foi introduzido um modelo de aderência entre o concreto e a armadura. O modelo foi desenvolvido para elementos sujeitos a

carregamento axial e flexão monotônica. Nestes testes, a rotação foi computada como a soma das parcelas de flexão e a rotação devido ao deslizamento da armadura longitudinal no apoio.

A parcela da flexão, foi determinada integrando a distribuição da curvatura ao longo do pilar. A rotação devido ao deslizamento da armadura, foi determinada pelo comprimento de ancoragem na zona de ligação. A parcela de rotação devido ao deslizamento, proposto por Ceroni, Manfredi e Pecce (2003), é mostrado na Equação 2.8.

$$\theta_{p,fix} = \frac{s_b}{(d - x_c)} \quad (2.8)$$

onde

- s_b é o deslizamento da armadura longitudinal;
- x_c profundidade da linha neutra na seção do apoio;
- $\theta_{p,fix}$ rotação plástica na base do pilar, devido ao deslizamento da armadura;

Para cada uma das contribuições da rotação plástica, é possível obter uma expressão para o comprimento da rótula plástica dividindo cada uma das contribuições da rotação plástica pela curvatura plástica da seção na base do elemento. A rotação plástica para cada contribuição, nos ensaios de Ceroni, Manfredi e Pecce (2003), foi definida como a diferença entre a rotação na seção de momento máximo (θ_u) e a rotação elástica medida no ponto de plastificação do aço (θ_y): As Equações dos autores são mostradas nas Figuras de 2.9 a 2.11.

$$\theta_p = \theta_{p,c} + \theta_{p,fix} \quad (2.9)$$

$$\theta_p = \theta_u - \theta_y = (\varphi_u - \varphi_y)L_p \quad (2.10)$$

$$L_p = L_p^I + L_p^{II} \quad (2.11)$$

onde

θ_p	rotação plástica total;
$\theta_{p,c}$	rotação plástica de flexão;
$\theta_{p,fix}$	rotação plástica na base do pilar, devido ao deslizamento da armadura;
L_p^I	comprimento da rótula plástica para $\theta_{p,c}/(\varphi_u - \varphi_y)$;
L_p^{II}	comprimento da rótula plástica para $\theta_{p,fix}/(\varphi_u - \varphi_y)$;

As expressões para L_p^I e L_p^{II} , foram obtidas a partir de 3780 simulações numéricas, e através de análises estatísticas, as Equações 2.12 e 2.13 foram propostas.

$$L_p^I = 6.1 \left(\frac{L}{h}\right)^{0.43} \cdot \left(\frac{f_t}{f_y}\right)^{0.65} \cdot \varepsilon^{-0.32} \left(1 + \frac{N}{N_0}\right)^{-1.83} \quad (2.12)$$

$$L_p^{II} = 5 \cdot d_b \left(\frac{f_t}{f_y} - 1\right) \quad (2.13)$$

onde

l	Comprimento do elemento;
h	Altura da seção;
f_t	Tensão última da armadura longitudinal;
f_y	Tensão de escoamento da armadura do pilar;
ε	Deformação correspondente a tensão última da armadura longitudinal;
N	força axial;
N_0	força axial reduzida ($A_g f_c$);
d_b	força axial reduzida ($A_g f_c$);

Outra importante metodologia, proposta por Bae (2005), para obtenção do comprimento da rótula plástica, deve ser destacada. Bae (2005) propôs uma nova expressão para o comprimento da rótula plástica a partir de um método não convencional denominado “Método de Deformação por Compressão do Concreto”. O método consiste em obter a distribuição de deformações medidas na armadura comprimida do pilar.

Segundo o autor, há uma forte relação entre a formação das rótulas e as deformações de compressão medida nas armaduras comprimidas, pois há a ruptura do núcleo de concreto. Com a ruptura do núcleo, as deformações na armadura comprimida são tomadas com a seção completamente plastificada, dando maior indicativo de formação das rótulas.

O comprimento do pilar no qual a deformação da armadura comprimida está plastificada, refere-se ao comprimento da rótula plástica. Bae (2005) considera que utilizar a distribuição das deformações do concreto em compressão para avaliar l_p permite identificar com mais clareza os parâmetros que o afetam. Além disso, a ruptura do concreto está mais relacionada às deformações do concreto do que às curvaturas. Portanto, as deformações de compressão do concreto desenvolvidas no núcleo de concreto quando o momento máximo resistente é atingido na seção crítica do apoio podem ser um bom indicativo da formação da rótula plástica.

Bae (2005) realizou, também, um importante trabalho no sentido de especificar os fatores que mais influenciam a formação das rótulas plásticas. Para isso, realizou ensaios numéricos através da utilização de um programa numérico próprio. Nestas análises, l_p foi medida de acordo com a metodologia descrita no “método de deformação por compressão do concreto”. Foram avaliados os principais parâmetros que influenciaram o comprimento da rótula plástica, nas análises do autor, que foram: os níveis de carregamento axial (N/N_u), a esbeltez ao cisalhamento ou esbeltez geométrica (l_s/h) e a quantidade de armadura longitudinal ($\rho_s=As/Ag$). Os ensaios foram realizados para pilares submetidos a carregamento cíclicos.

Com base nos resultados numéricos, o autor observou uma relação linear entre esses parâmetros (N/N_u , l_s/h e As/Ag) e a formação do comprimento plastificado, propondo a Equação 2.14, a partir da análise de mínimos quadrados, utilizando a base de dados de pilares do *Pacific Earthquake Engineering Research Center* da Universidade de Washington (banco de dados do UW/PEER).

$$l_p = \left[0.3 \left(\frac{P}{P_0} \right) + 3 \left(\frac{A_s}{A_g} \right) - 0.1 \right] \frac{l_s}{h} + 0.25 \geq 0.25 \quad (2.14)$$

onde

P força axial aplicada;

P_o capacidade de carga axial da seção de acordo com o ACI 318-08
[$0.85f_c(A_g - A_s) + A_s f_y$];

A_s área de aço da armadura longitudinal;

l Comprimento do elemento;

h Altura da seção;

Todos os métodos descritos, são baseados na determinação de uma equação para o comprimento plastificado, a fim de avaliar a capacidade de deformação dos elementos de concreto armado. Há, ainda, uma grande variedade de métodos como os empíricos, desenvolvidos por Lam et. al. (2003), ou analíticos, como os de Lehman e Moehle (2000). Há, também, os métodos analíticos mais complexos, como os de Consensa et. al. (1991), que incluem a fissuração do concreto e a não linearidade através de fatores de majoração, ou o de Adnan e David (2000), que incorporam os efeitos do confinamento.

2.1.3 Definição dos Índices de Deformabilidade

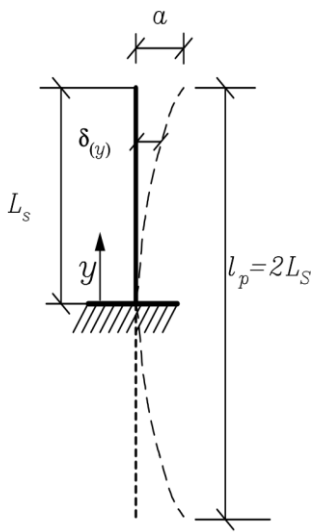
Como anteriormente mencionado, alguns modelos simplificados e sofisticados utilizam a idealização de rótula plástica para avaliar o deslocamento e as rotações na extremidade de pilares fixos, se o comprimento efetivo da rótula plástica for corretamente medido, como o método de Priestley e Park (1975), representado na Equação 2.15. A seguir, são apresentadas as deduções e definições envolvidas na Equação 2.15.

$$\delta_{topo} = \left(\frac{\varphi_y \cdot l_s^2}{3} \right) + [(\varphi_u - \varphi_y) \cdot l_p (l_s - 0.5l_p)] \quad (2.15)$$

2.1.3.1 Índices Elásticos

Para determinação do deslocamento elástico teórico ($\delta_{y,teo}$), duas aproximações podem ser utilizadas. A primeira envolve o método do pilar-padrão. Considera-se a deformada do

pilar engastado apresentado na Figura 2.7, de comprimento L_s , e comprimento de flambagem $l_p = 2L_s$. Sendo o deslocamento na extremidade livre do pilar dependente do comprimento L_s e da curvatura elástica φ_y , medida na seção da base do pilar, e derivando y duas vezes, considerando as condições de contorno $y=0$ e $y=L_s$ nas Equações 2.18 e 2.16, respectivamente, obtém-se a hipótese básica da Equação 2.20 para os deslocamentos elásticos teóricos pelo método do pilar padrão.



$$\delta_y = a \cdot \left[1 - \cos \left(\frac{\pi \cdot y}{l_p} \right) \right] \quad (2.16)$$

$$\delta'_y = a \cdot \frac{\pi}{l_p} \sin \left(\frac{\pi \cdot y}{l_p} \right) \quad (2.17)$$

$$\delta''_y = a \cdot \frac{\pi^2}{l_p^2} \cos \left(\frac{\pi \cdot y}{l_p} \right) = \varphi_y \quad (2.18)$$

$$y = 0 \Rightarrow \cos \left(\frac{\pi \cdot y}{l_p} \right) = 1; a = \frac{\pi^2}{l_p^2} \cdot \varphi_0 \quad (2.19)$$

$$= \frac{4L_s^2}{\pi^2} \varphi_0$$

$$y_{L_s} \approx 0.4 \cdot L_s^2 \cdot \varphi_0 \quad (2.20)$$

Figura 2.7– Método do pilar padrão (Fonte: Barrera, 2010)

onde

l_p comprimento de flambagem igual a 2 para pilares fixo-livres;

φ_0 curvatura elástica na seção da base;

L_s distância entre as seções de momento máximo e nulo;

A segunda aproximação envolve a deformada do elemento apresentado na Figura 2.8. Considerando a carga pontual Q aplicada no meio do vão e uma carga axial P de compressão, obtém-se as Equações diferenciais 2.21 e 2.22.

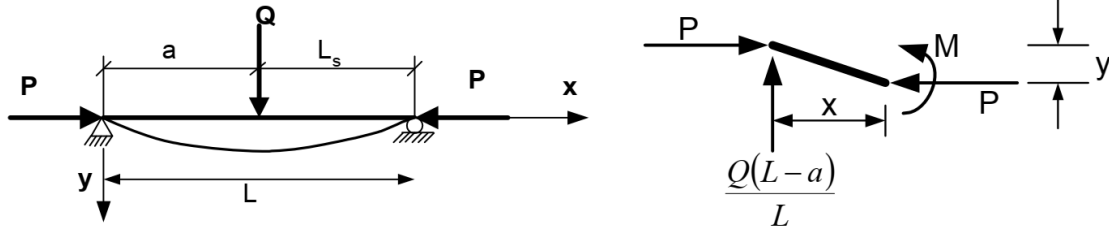


Figura 2.8– Esquema de estrutura sujeita à carga axial e flexão (Fonte: Barrera, 2010)

$$-EI_y'' = \frac{Q(L-a)}{L}x + Py \quad \text{Para } 0 \leq x \leq a \quad (2.21)$$

$$-EI_y'' = Qa \frac{(L-x)}{L}x + Py \quad \text{Para } 0 \leq x \leq L \quad (2.22)$$

Considerando que a carga Q dista $a=L/2$ e $x=L/2$, o deslocamento elástico teórico pode ser determinado pelas Equações de 2.23 a 2.26.

$$y_{max} = \frac{QL^3}{48EI} \left[\frac{3(\tan u - u)}{u^3} \right] = y_o = \left[\frac{3(\tan u - u)}{u^3} \right] \quad (2.23)$$

$$u = \frac{kL}{2} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_c}} \quad (2.24)$$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{l_p^2} \quad (2.25)$$

$$\tan u = u + \frac{1}{3}u^3 + \frac{2}{15}u^5 + \frac{17}{315}u^7 + \dots \quad (2.26)$$

Utilizando a série exponencial da Equação 2.26, aplicando as Equações 2.27, 2.28 e 2.29, obtém-se o componente y_o para o deslocamento elástico máximo de um pilar fixo-livre, majorado por um fator de amplificação dado por $[1 - P/P_c]$, sendo P_c a carga crítica de Euler, calculado de acordo com a Equação 2.25, para os deslocamentos elásticos, a fim de considerar os efeitos de segunda ordem (P- Δ), conforme a Equação 2.27.

$$y_{max} = y_o \left[\frac{1}{1 - \frac{P}{P_c}} \right] \quad (2.27)$$

$$y_o = y_o \frac{QL^3}{48EI} = \frac{QL_s^3}{6EI} \quad (2.28)$$

$$\varphi_y = \frac{M_y}{EI} \Rightarrow EI = \frac{QL^2}{2} \times \frac{1}{\varphi_y} \quad (2.29)$$

$$y_o = \frac{\varphi_y L^2}{3} \quad (2.30)$$

É importante ressaltar que os métodos analíticos, em sua grande maioria, incluindo o método proposta por Pristley e Park (1975), não são aplicados para pilares com predominância de efeitos de segunda ordem. Porém, na prática de projeto, assim como nos pilares desta pesquisa, os efeitos de segunda ordem são um fator que devem ser considerados. Com isso, o fator de ponderação apresentado na Equação 2.27, considera analiticamente esse fenômeno. Algumas normas de projeto, como o ACI 318, utilizam esse consideração, que também será aplicada na proposta desta pesquisa.

A rotação elástica (θ_y) pode ser determinada pela integração da curvatura elástica, dada na Equação 2.29, desenvolvida ao longo do vão de um pilar engastado, de acordo com a Equação 2.31.

$$\theta_{AB} = \theta_y = \int_A^B \varphi_y dx \quad (2.31)$$

Sendo a curvatura determinada pela relação do ângulo formado entre as duas seções planas de um elemento infinitesimal, $d\theta$, e o comprimento infinitesimal entre as duas seções sendo dx , ($\varphi = d\theta/dx$), por integração determina-se a rotação θ elástica ao longo do comprimento AB do elemento.

2.1.3.2 Índices Plásticos

Para determinação dos deslocamentos plásticos, considera-se o pilar da Figura 2.9a, com vão L_s , submetido a um carregamento lateral Q . O diagrama de momento fletor do pilar, com momento máximo na base fixa do pilar de valor $M=Q.L_s$, é apresentado na Figura 2.9b. O perfil de curvatura da Figura 2.9c, mostra a distribuição de curvaturas elásticas (φ_y), últimas (φ_u) e plásticas ($\varphi_p = \varphi_u - \varphi_y$) ao longo do pilar.

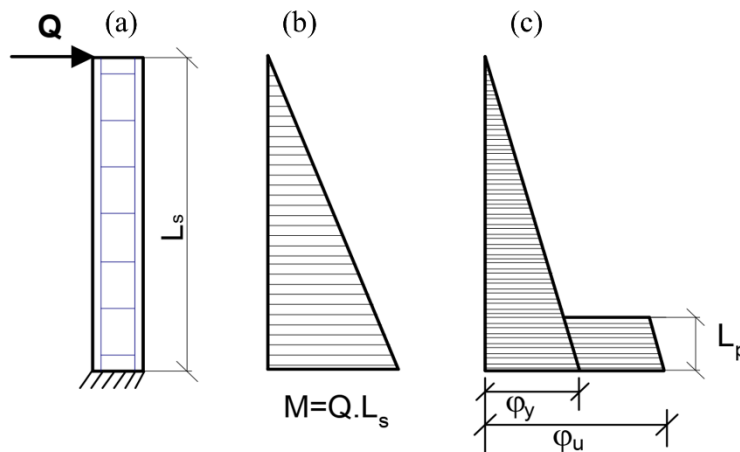


Figura 2.9– Definição do deslocamento último pela definição de rótula plástica
(Fonte: Park e Paulay, 1975)

Considerando que as curvaturas inelásticas se concentram nas seções próximas ao apoio, nas proximidades da seção de momento máximo M , e considerando que essas curvaturas se distribuem ao longo de um comprimento l_p , sendo l_p o comprimento da rótula plástica, adota-se um retângulo equivalente de base φ_p e altura l_p , formando a área equivalente $\varphi_p \cdot l_p$. Esta área define a rotação plástica, de acordo com a Equação 2.32. Considerando a distância do centroide do retângulo à extremidade livre do pilar como $(l_s - 0,5l_p)$, define-se o deslocamento plástico de acordo com a Equação 2.33.

$$\theta_p = (\varphi_u - \varphi_y) \cdot l_p \quad (2.32)$$

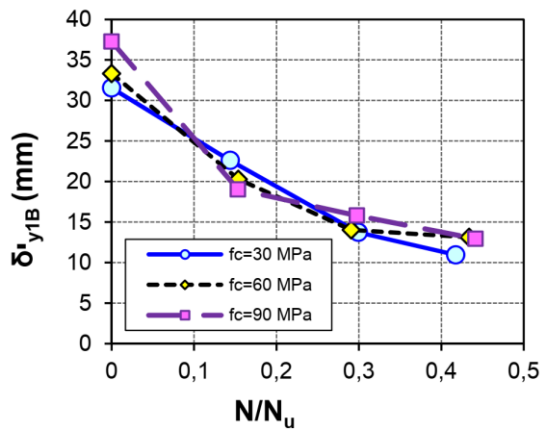
$$\delta_p = (\varphi_u - \varphi_y) \cdot l_p \cdot (l_s - 0,5l_p) \quad (2.33)$$

Desta dedução, obtém-se especificamente as parcelas das rotações e deslocamentos plásticos da Equação 2.15, em função do comprimento da rótula plástica. Como anteriormente mencionado, o comprimento da rótula plástica é um parâmetro complexo de prever, pois depende da interação de muitos fatores, como: 1) o nível de carga axial (N/N_u ou P/P_o); 2) esbeltez geométrica (l/h); 3) resistência à compressão do concreto (f_c), 4) taxa de armadura longitudinal (ρ_s), 5) o confinamento do núcleo, 6) fissuração, 7) aderência armadura concreto, entre outros.

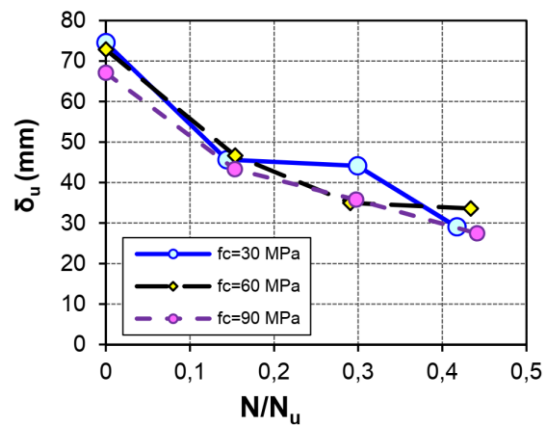
2.1.4 Variáveis de Influência dos Índices de Deformabilidade

Com apoio de trabalhos da literatura, apresenta-se nesta seção um estudo onde se analisou a influência dos principais parâmetros na capacidade de deformação de pilares de concreto armado sujeitos à flexão monotônica. Os parâmetros analisados foram: a resistência à compressão (f_c), taxa de carregamento axial (N/N_u), esbeltez geométrica (L/h), taxa de armadura longitudinal (ρ_l) e taxa de armadura transversal (ρ_s).

Barrera (2012), verificou que a variação nos níveis de carregamento axial dos pilares ensaiados experimentalmente, foi o fator mais determinante na variação da capacidade de deformação dos pilares, ficando mais evidente com a atuação conjunta da esbeltez. Na avaliação dos deslocamentos elásticos (δ_y) e últimos (δ_u), os autores observaram que os deslocamentos elásticos e últimos diminuíram à medida que o nível de carga axial aumentava, não dependendo da resistência a compressão do concreto. Outra observação importante, foi que os deslocamentos reduziram em maior escala nos pilares com baixos níveis de compressão axial. A Figura 2.10 mostra a relação entre os deslocamentos e o taxa de carregamento axial.



(a) Deslocamentos elásticos



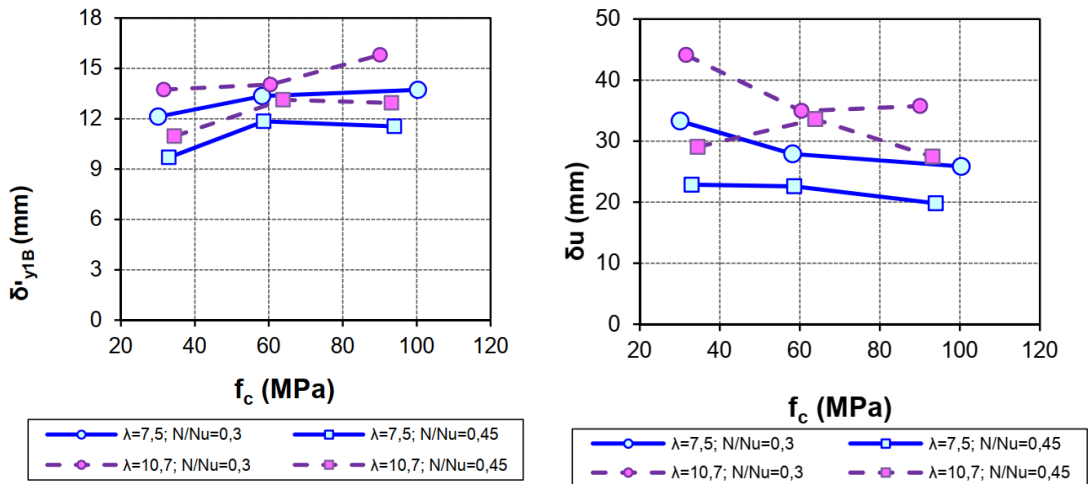
(b) Deslocamentos últimos

Figura 2.10– Influência do carregamento axial na capacidade de deformação de pilares de concreto armado (Fonte: Barrera, 2010)

O autor concluiu que o efeito do nível de carga axial no comportamento dúctil de pilares esbeltos necessita de mais estudos, uma vez que existe uma ampla faixa de esbeltez com pouca verificação experimental.

Barrera (2012) também avaliou experimentalmente a esbeltez geométrica (l/h), e sua relação com os deslocamentos. Os resultados são apresentados na Figuras 2.11. Os resultados da Figura 2.11a, mostram que os deslocamentos elásticos são ligeiramente maiores para valores de esbeltez igual a 10,5, quando comparado a um de menor esbeltez, de 7,5. Além disso, para estes valores, os deslocamentos elásticos apresentaram redução com o aumento dos níveis de carregamento axial. No que diz respeito à resistência do concreto (f_c), os valores de δ_y , apresentaram discreto crescimento à medida que a resistência aumentava, sendo mais notável entre os pilares de 30 MPa com 60 MPa, do que os 60 MPa e 90 MPa.

Os deslocamentos últimos também foram analisados e os resultados apresentados na Figura 2.11b. Os pilares esbeltos se mostraram mais deformáveis, favorecidos pelo menor valor da taxa de carregamento axial, que nesta combinação, potencializaram os deslocamentos últimos. Por outro lado, os pilares de maior resistência à compressão, nestas condições, apresentaram ligeira queda nos deslocamentos últimos.



(a) Deslocamentos elásticos

(b) Deslocamentos últimos

Figura 2.11– Influência da esbelteza na capacidade de deformação de pilares de concreto armado (Fonte: Barrera, 2010)

Os resultados para a taxa de armadura longitudinal do estudo de Barrera (2012), são mostrados na Figura 2.12. Os deslocamentos elásticos cresceram com o aumento da taxa de armadura longitudinal, principalmente nos pilares com níveis baixos de carga axial (15%). Quando analisados com a resistência a compressão, não foi observado variação importante, segundo o autor. Para níveis de carga axial da ordem de 30%, os deslocamentos elásticos não variaram em relação à taxa de armadura longitudinal para nenhuma das resistências do concreto. A variação maior ocorreu entre os pilares com níveis de compressão entre 15% e 30%, que foi potencializado pela aumento da taxa de armadura longitudinal.

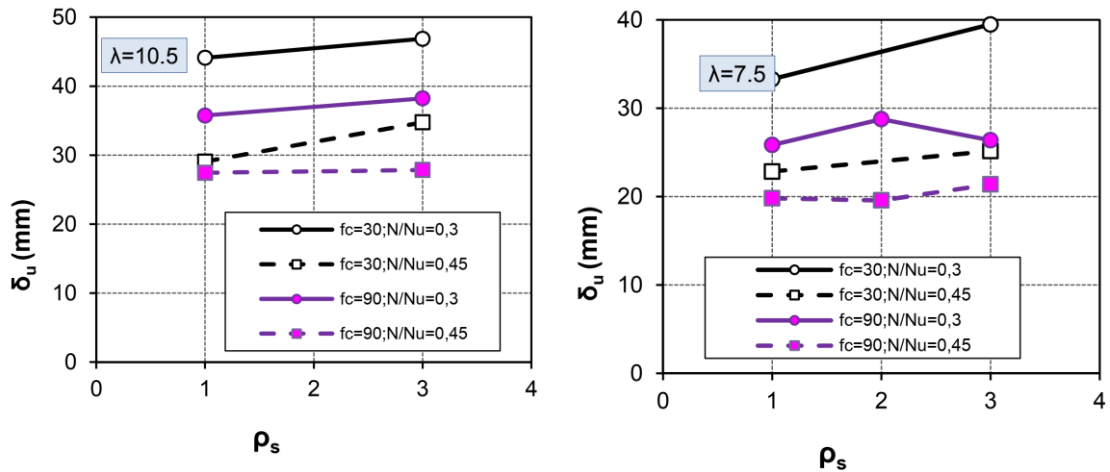
Para os deslocamentos últimos, o comportamento e a influência da taxa de armadura longitudinal foram considerados semelhantes ao estado elástico, embora com maior dispersão dos resultados, o que, segundo o autor, pode ser atribuído a influência de outras variáveis como pequenos movimentos da armadura que afetam a espessura da camada de cobrimento ou a dispersão dos valores de resistência do concreto.



Figura 2.12– Influência da taxa de armadura longitudinal na capacidade de deformação de pilares de concreto armado (Fonte: Barrera, 2010)

Na avaliação da taxa de armadura transversal, observa-se as Figuras 2.13a e 2.13b. O aumento na taxa de armadura transversal não provocou alterações importantes nos deslocamentos elásticos. A influência do nível de carga axial é confirmada, pois, para os dois valores de esbeltez, a variável δ_y diminui à medida que o nível de carga axial aumenta de 30% para 45%. Observa-se, também, que para o nível de carga axial de 30%, os deslocamentos elásticos foram menores para concreto convencional ($f_c=30$ MPa), em relação ao de alta resistência (90 MPa).

Em relação aos deslocamentos últimos, se observa crescimento relevante com a variação da taxa de armadura transversal (Figura 2.13.b). Segundo o autor, o aumento nos deslocamento é expresso, uma vez que o aumento na taxa de armadura transversal de 2% ou 3% não foram eficientes em conter o núcleo de concreto confinado e evitar a ruptura e conter os deslocamentos, elevando os níveis de deformabilidade.



(a) Deslocamentos elásticos

(b) Deslocamentos últimos

Figura 2.13– Influência da taxa de armadura transversal na capacidade de deformação de pilares de concreto armado (Fonte: Barrera, 2010)

Dos cinco parâmetros avaliados, destacam-se a esbeltez, compressão axial e taxa de armadura longitudinal. A resistência à compressão e a taxa de armadura longitudinal, apesar de apresentarem respostas relevantes quando combinadas a outras variáveis, não mostraram variação importante isoladas.

2.1.5 Variáveis de Influência do Comprimento da Rótula Plástica

Nesta seção, se apresenta os resultados do trabalho de Barrera (2010) sobre a formação das rótulas plásticas. As variáveis analisadas foram: taxa de carregamento axial (N/N_u), esbeltez geométrica (l_s/h), e a taxa de armadura longitudinal (ρ_l). Resistência à compressão e taxa de armadura transversal não foram analisadas.

A influência de l_s/h em l_p , incluem os valores de (7,5 e 10,5), dois níveis de carga axial (30 % e 45%), e resistências do concreto de 30, 60 e 90 MPa. A taxa de armadura longitudinal foi mantida constante ($\rho_l=1,43\%$). Os resultados apresentados fazem ainda um comparativo com outros métodos analíticos. Uma comparação das expressões de Bae (2005), Ceroni et al. (2003), Panagiotakos e Fardis (2001) e Priestley e Park (1987), para a estimativa do comprimento da rótula, é apresentada na Figura 2.14. As estimativas são comparadas com o nível de compressão axial (N/N_u).

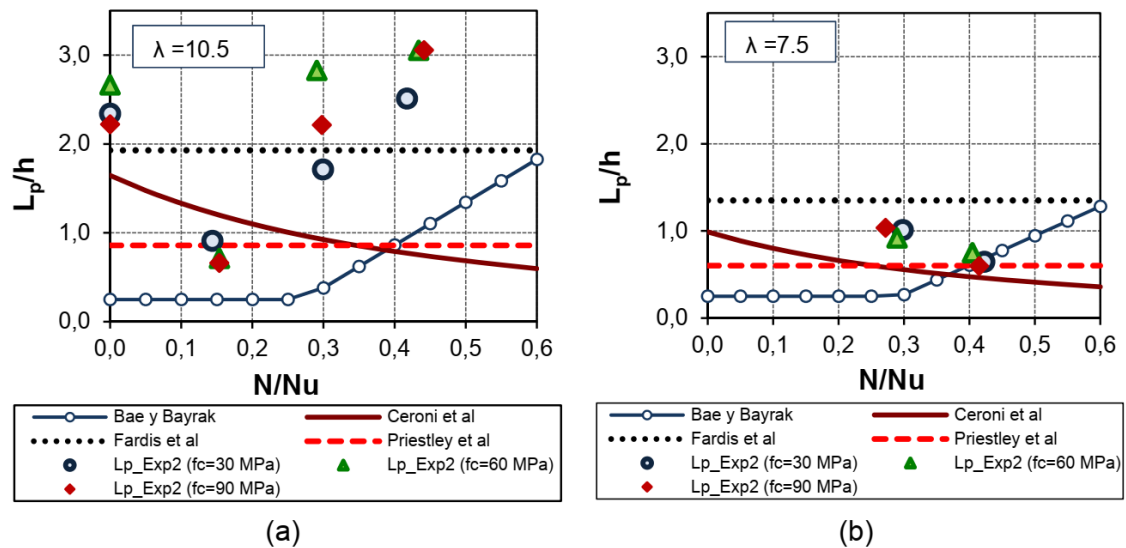


Figura 2.14– Variação de l_p x N/N_u , (Fonte: Barrera, 2010)

Observa-se que existem grandes variações entre as expressões para l_p quando da variação de N/N_u . Embora a influência dos níveis de compressão axial em l_p tenha sido estudado por diferentes pesquisadores, os resultados apresentados são considerados contraditórios. Nas análises de Park et al. e Mendis, os autores concluíram que l_p foi indiferente a variação dos níveis de compressão, diferentemente de Atalay e Penzien, que chegaram à conclusão de que o comprimento ao longo do qual as seções plastificadas se estendem, aumentou com o aumento da variável, as mesmas conclusões de Tanaka e Park que observara variação de 0,46h para 0,75h com o aumento de N/N_u de $0,1f_cA_g$ para $0,30f_cA_g$.

Nas análises de Barrera (2012), se considerarmos apenas os resultados de l_p para os ensaios experimentais com níveis de carga axial diferentes de zero, para pilares com esbeltez geométrica de 10,5 (Figura 2.14a), os valores experimentais de l_p aumentam consideravelmente com o aumento de nível de carga axial, diferente dos pilares com esbeltez geométrica de 7,5 (Figura 2.14b), os quais os resultados experimentais de l_p sofreram ligeiro decréscimo com o aumento do nível de carga axial.

Portanto, as conclusões extraídas pelo autor é que o aumento de l_p se deve mais aos efeitos conjuntos do nível de carga axial e da esbeltez geométrica. Das expressões avaliadas para previsão de l_p , apenas a expressão de Bae (2005) considera a taxa de armadura longitudinal como uma variável. Os resultados são mostrados na Figura 2.15.

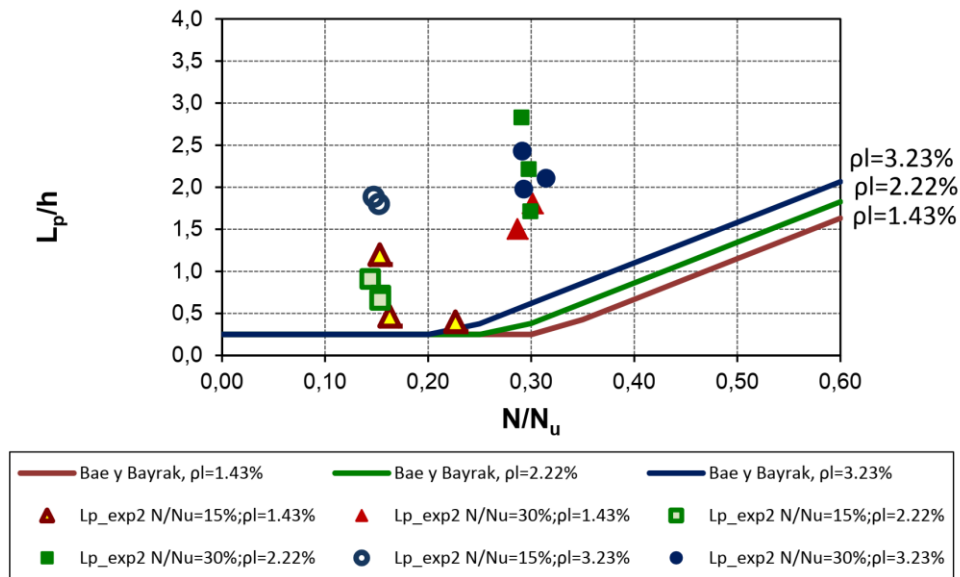


Figura 2.15– Variação de l_p x ρ_l , (Fonte: Barrera, 2010)

Os resultados apresentados pelo autor mostraram que para pilares mais esbeltos ($\lambda=10,5$), taxa de armadura transversal $\rho_s=1\%$, com o aumento de ρ_l , l_p aumenta. Este efeito foi observado nos pilares com níveis de carga axial baixos e moderados (15% e 30%), e não apresentaram variação importante com a variação da resistência à compressão do concreto. Observou-se também que para baixos valores de $l_p \leq 1,0h$, níveis baixos de compressão no pilar e para taxas de armadura transversal variando entre 1,4% e 2,2%, o comprimento da rótula medido foi $l_p = 1,8h$, para uma taxa de armadura geométrica de 3,2%.

Apesar de chegar a esta conclusão, o autor não afirma, com clareza, que a taxa de armadura longitudinal, de fato, aumente o comprimento da rótula. O autor reafirma a importância da taxa de carregamento axial e da esbeltez geométrica como variáveis predominantes, que atuam elevando o comprimento da rótula. Sobre a resistência à compressão, o autor conclui que não há variação significativa assim como a taxa de armadura transversal na medida do comprimento das rótulas.

2.2 REVISÃO DE MÉTODOS TEÓRICOS

2.2.1 Priestley e Park (1975)

Os autores propuseram a Equação 2.15, anteriormente mencionada, para determinação dos deslocamentos de pilares de concreto armado com base no perfil de curvatura apresentado na Figura 2.16.

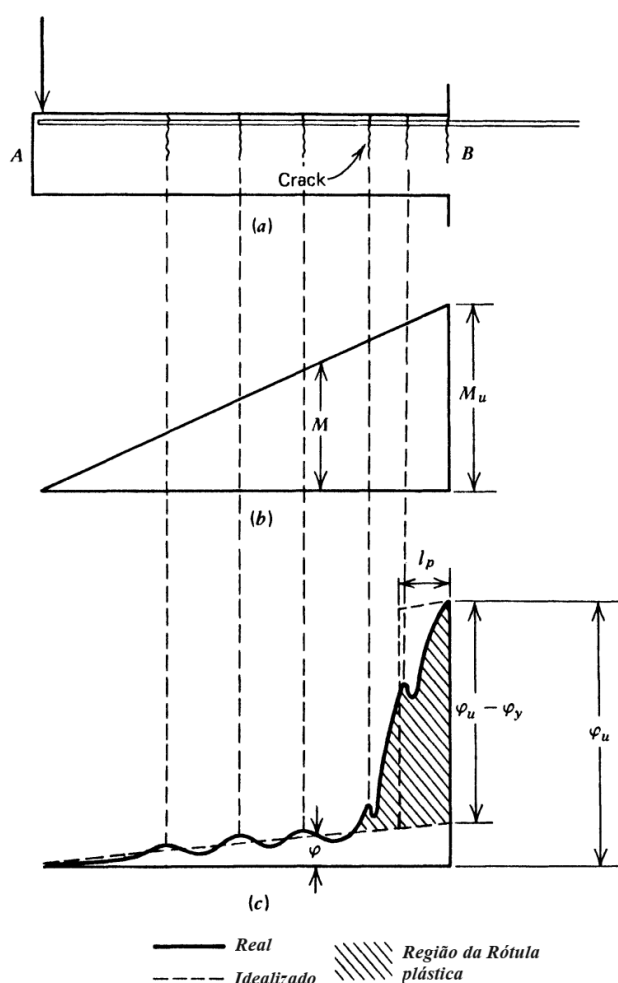


Figura 2.16 –Curvatura ao longo de um elemento fletido; (a) elemento fletido; (b) diagrama de momento fletor; e (c) diagrama de curvatura (Fonte: Priestley e Park, 1975)

O método se baseia em determinar os deslocamentos elásticos até o ponto de plastificação, considerado pelos autores a uma deformação $\varepsilon_c=1,5\%$ na fibra mais comprimida do concreto, ou $\varepsilon_y=\varepsilon_s$ na armadura longitudinal, o que acontecer primeiro, e os deslocamentos plásticos, considerado do ponto de plastificação até a ruína. As

curvaturas elásticas e últimas podem ser definidas de acordo com as Equações 2.34 e 2.35, válidas para concretos com resistência à compressão de até 50MPa.

$$\varphi_y = \frac{\varepsilon_y}{(d - c_y)} \quad (2.34)$$

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{c_u} \quad (2.35)$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 1.4\varepsilon_{su} \frac{\rho_s f_{yh}}{f_{cc}'} \quad (2.36)$$

onde

- ε_y deformação de escoamento da armadura longitudinal;
- c_y profundidade da linha neutra para $\varepsilon_s = \varepsilon_y$
- d altura útil da seção transversal;
- ε_{su} deformação do aço no ponto de tensão máxima;
- ρ_s taxa de armadura transversal
- f_{yh} tensão de escoamento da armadura transversal
- f_{cc} resistência do concreto confinado $f_{cc} = 1.7f_{cc}$;
- ε_{cu} deformação última;

A Equação 2.34 deve ser utilizada quando ocorrer o escoamento da armadura longitudinal, e a Equação 2.35 quando o elemento estiver sujeito a elevados níveis de carregamento axial e gerar deformações que superem o escoamento da armadura longitudinal, ou seja, quando o concreto alcançar o estágio inicial do comportamento não linear na fibra mais comprimida, considerado pelo autor como $0,9\varepsilon_c$. As deformações últimas (ε_{cu}), devem ser calculadas de acordo com a Equação 2.36. O cálculo dos deslocamentos plásticos, está condicionado ao cálculo do comprimento da rótula plástica. O autor propôs a Equação 2.37, para pilares submetidos carregamento monotônico, inserindo apenas as variáveis de flexão e deslizamento da armadura nas estimativas.

$$l_p = 0.08l_s + 0.022f_y\phi \quad (2.37)$$

- ϕ diâmetro da armadura longitudinal;
 f_y tensão de escoamento da armadura longitudinal;

2.2.2 Panagiotakos e Fardis (2001)

Os autores apresentam um método analítico para avaliação da capacidade de deformação de elementos de concreto armado, a partir de um banco de dados experimentais com 875 elementos de vigas e pilares com seção retangular, circular e vazadas, paredes retangulares, com ou sem carregamento axial, sujeitos a carregamentos monotônicos e/ou cíclicos. Os autores desenvolveram expressões para a determinação das rotações e do comprimento da rótula plástica. As Equações 2.38 e 2.39, mostram as equações para o cálculo das rotações.

$$\theta_y = \varphi_y \cdot \frac{l_s}{3} + 0.0025 + \alpha_{sl} \frac{0.25 \cdot \varepsilon_y \cdot d_b \cdot f_y}{(d - d') \sqrt{f_c}} \quad (2.38)$$

$$\theta_{u.mon}(\%) = \alpha_{sl} \left[1 + \frac{\alpha_{sl}}{8} \right] (0.15)^v \left[\frac{\max(0.01, \omega') l_s}{\max(0.01, \omega) h} f_c \right]^{0.425} \quad (2.39)$$

onde:

- θ_y rotação elástica;
 φ_y curvatura elástica;
 l_s distância entre as seções de momento máximo e nula;
 α_{sl} deslizamento da armadura longitudinal na zona de ancoragem (1 se houver, 0, caso não);
 ε_y deformação de escoamento da armadura longitudinal;
 d_b diâmetro da armadura longitudinal;
 f_y tensão de escoamento da armadura longitudinal;
 f_c resistência à compressão do concreto;
 A_g Área bruta da seção do pilar;
 v axial reduzido;

- ω taxa mecânica de armadura de tração;
- ω' taxa mecânica de armadura de compressão;

O primeiro termo da Equação 2.38, inclui as variáveis de flexão. O segundo termo representa a distorção do elemento devido a fissuração causada pelo esforço cortante em flexo-cisalhamento. O terceiro termo inclui os efeitos do deslizamento da armadura na zona de ancoragem, representado pela variável α_{sl} , sendo zero caso não haja deslizamento. A proposta considera a taxa de carregamento axial ($v=N/A_g f_c$), taxa mecânica de armadura na tração $\omega = \rho_l \cdot f_y / f_c$ e na compressão, $\omega' = \rho_l' \cdot f_y / f_c$, esbeltez ao cisalhamento (l_v/h), resistência à compressão e taxas de armadura longitudinal de tração (ρ_l) e compressão (ρ_l'), e a consideração do fator de aderência (α_{sl}).

Os autores destacam que as expressões foram calibradas assumindo que a situação de falha ocorre com queda de 15% no ramo pós-pico na resposta carga-deslocamento. Para o cálculo do comprimento equivalente da rótula plástica, os autores propuseram a Equação 2.40.

$$l_p = 0.12l_s + 0.014f_y\phi \quad (2.40)$$

onde

- l_p comprimento da rótula plástica;
- f_y tensão de escoamento da armadura longitudinal;
- l_s distância entre as seções de momento máximo e nula;
- ϕ diâmetro da armadura longitudinal;

2.2.3 Mander (1984)

Mander (1984) conduziu uma investigação experimental para avaliar a ductilidade de pilares vazados de concreto armado sujeitos a carregamentos cíclicos. Quatro pilares, com diferentes taxas de armadura de confinamento, na região da rótula plástica, foram submetidos a carregamento axial constante e, posteriormente, carregadas lateralmente até a ruína. A Figura 2.17 mostra detalhes dos pilares ensaiados.

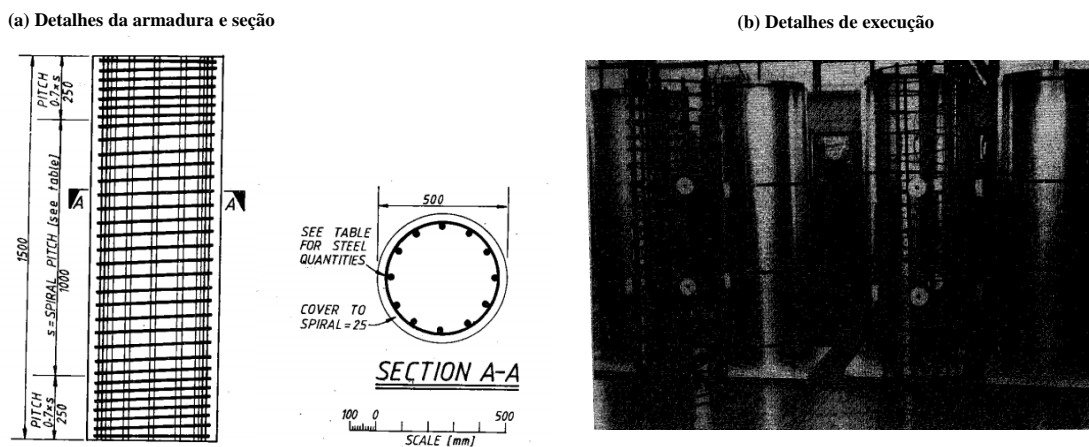


Figura 2.17 – Detalhes de armaduras, seção e execução dos pilares de Mander (Fonte: Mander, 1984)

Com base nos resultados, o autor desenvolveu sua proposta fundamentado na resposta momento-curvatura da seção crítica dos pilares, apresentada nas Equações de 2.41 a 2.43.

$$\Delta = \Delta_e + \Delta_p \quad (2.41)$$

$$\Delta_e = \int_0^L \varphi_e L d_L; \Delta_e = \frac{ML^2}{3EI_{Efe}} \quad (2.42)$$

$$\Delta_p = \theta_p(L - 0.25L_p) \quad (2.43)$$

onde:

- Δ deslocamento total;
- Δ_e deslocamento lateral elástico;
- Δ_p deslocamento lateral plástico;

φ_e	curvatura elástica;
l	vão do pilar;
M	momento fletor máximo;
EI	rigidez efetiva;
θ_p	rotação plástica;

Para melhor avaliação da deformação dos pilares, o autor argumenta ser conveniente calcular separadamente cada trecho do comportamento, limitados pelos pontos de escoamento do material (Aço). Para o cálculo dos deslocamentos elásticos, a rigidez efetiva deve ser calculada em termos da rigidez à flexão do elemento. Quando as deformações excederem o limite de escoamento, aplica-se a equação 2.43 para calcular as deformações plásticas. O comprimento equivalente da rótula plástica deve ser calculado de acordo com a Equação 2.44.

$$l_p = 32\sqrt{d_b} + 0.06l \quad (2.44)$$

onde:

l_p	comprimento da rótula plástica;
d_b	diâmetro da armadura longitudinal;
l	vão do pilar;

2.2.4 Zanh (1986)

Zanh (1986) estudou experimentalmente o desempenho de uma série de pilares de concreto armado. Foram testados quatro pilares quadrados com o carregamento lateral aplicado na direção perpendicular ao eixo longitudinal, seis pilares vazados circulares com diferentes espessuras de parede e quatro pilares circulares com variação de armadura transversal, como mostra a Figura 2.18.

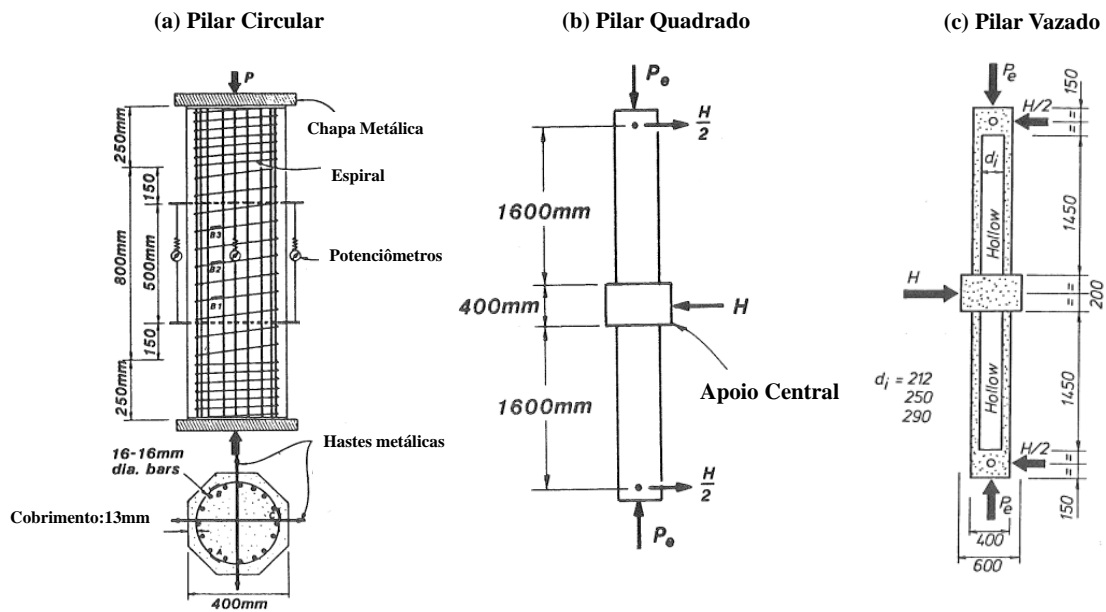


Figura 2.18 –Detalhes dos pilares ensaiados por Zanh (Fonte: Zanh, 1984)

As variáveis analisadas foram o confinamento da armadura transversal e o espaçamento da armadura transversal. As formulações de Zanh para cálculo dos deslocamentos são apresentadas nas Equações 2.45 e 2.46. O trecho linear-elástico na Equação 2.45, considera a rigidez a flexão efetiva do pilar. O segundo e terceiro termos da equação são as componentes de cisalhamento e rotação no apoio para os deslocamentos. Como os deslocamentos causados pelas deformações de cisalhamento e no apoio são pequenas, o autor recomenda desconsiderar por simplificação. As Equações 2.47 e 2.48 apresentam a proposta do autor para o cálculo do comprimento da rótula.

$$\Delta_y = \frac{l^2}{3} \varphi_y + \Delta_s + l\theta_{fle} \quad (2.45)$$

$$\Delta_p = \theta_p L_p \left(1,6 - \frac{L_p}{2}\right) \quad (2.46)$$

$$l_p = (0.008l_s + 6d_b) + \left((0.5 + 1.67 \frac{P}{f_c A_g}) \right) < 0.3 \quad (2.47)$$

$$l_p = (0.008l_s + 6d_b) > 0.3 \quad (2.48)$$

onde:

- Δ_y deslocamento lateral elástico;
- φ_y curvatura elástica;
- Δ_s deslocamento devido ao deslizamento da armadura longitudinal;
- Δ_p deslocamento lateral plástico;
- θ_{fle} rotação elástica devido a flexão do pilar;
- θ_p rotação plástica;
- d_b diâmetro da armadura longitudinal;
- P carregamento axial aplicado;
- f_c resistência à compressão do concreto;
- A_g Área bruta da seção do pilar;

A curvatura plástica é assumida com distribuição uniforme ao longo de comprimento equivalente da rótula. As equações propostas foram elaboradas para taxa de compressão axial $P < 0,3P_0$ e $P > 0,3P_0$. Para manter a tendencia conservadora dos resultados, o autor recomenda que deva haver redução linearmente para valores de compressão axial $P < 0,3f_c A_c$, gerando duas equações para o cálculo de l_p .

2.2.5 Bae (2005)

Bae (2005) avaliou experimental o comportamento de 05 pilares de concreto armado para investigar os efeitos da taxa de compressão axial, esbeltez geométrica e taxa de armadura longitudinal na capacidade de deformação dos pilares de pilares sujeitos a carregamento lateral cíclico. A Tabela 2.1 apresenta as principais características dos pilares, e a Figura 2.19 mostra detalhes do sistema de ensaio de Bae (2005).

Tabela 2.1 – Detalhes dos pilares ensaiados por Bae (2005)

Pilar	b x h (mm x mm)	f'_c (MPa)	Arm. Long.			Arm. Tran.			P/Po**	
			ID	ρ_l (%)	f_{yl} (MPa)	ID	s (mm)	ρ_s^* (%)		f_{yt} (MPa)
S24-1UT	610x610	30	No.9	2.08	579	No.4-1	152	1.28	441	0.5
S24-2UT	610x610	43	No.7-1	1.25	503	No.4-2	95	2.04	427	0.5
S24-3UT	438 x 438	43	No.5	1.25	496	No.3-1	85	1.76	496	0.5
S24-4UT	610x610	36	No.7-2	1.25	400	No.3-2	152	0.72	455	0.2
S24-5UT	610x610	41	No.7-2	1.25	400	No.4-3	152	1.3	434	0.2

* ρ_s = taxa volumétrica de armadura transversal
 ** $P_o = 0.85f'_c A_c + f_{yt} A_s$

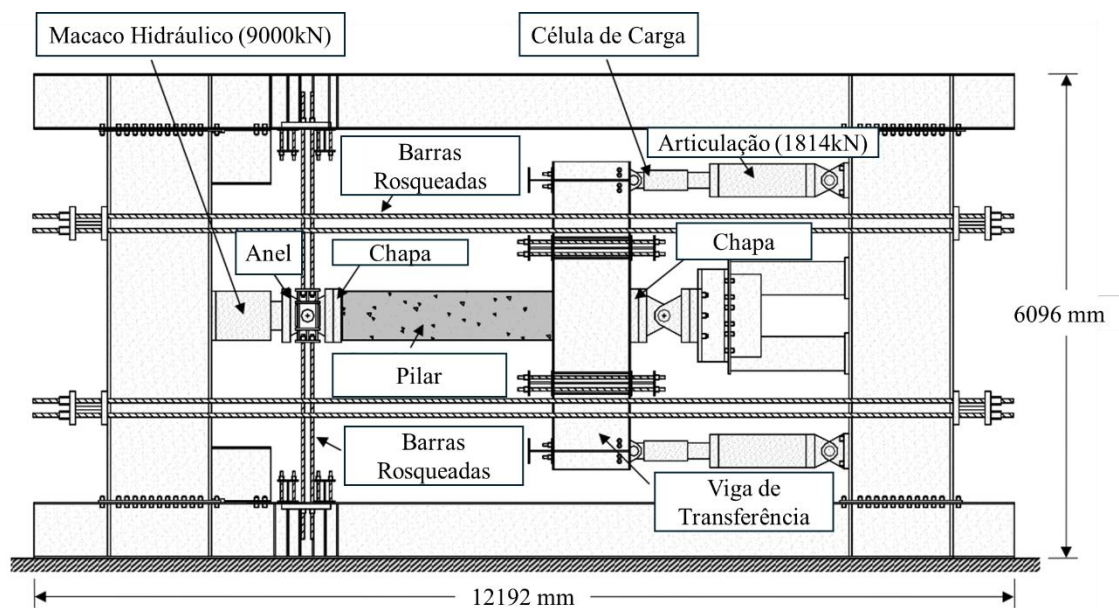


Figura 2.19 – Detalhes dos pilares ensaiados por Bae (Fonte: Bae, 2005)

O autor observou que esses parâmetros tinham forte relação com a formação das rótulas nas regiões de momento máximo, depois de avaliar cada variável individualmente. Posteriormente, o autor propôs a Equação 2.49 para o cálculo do comprimento da rótula plástica e comparou às estimativas de outros autores. Os resultados mostraram valores muito próximos aos medidos no experimento, com os demais métodos apresentando valores dispersos. Os resultados apresentados por Bae (2005) mostraram, ainda, que as variáveis utilizadas têm forte relação com a região da rótula plástica.

$$\frac{l_p}{h} = \left[0.3 \left(\frac{P}{P_o} \right) + 3 \left(\frac{A_s}{A_g} \right) - 0.1 \right] \left(\frac{l_s}{h} \right) + 0.25 \geq 0.25 \quad (2.49)$$

onde:

- P Carregamento axial atuante;
- P_o Capacidade resistente da seção bruta (Ver Tabela 2.1);
- A_s Área de aço da armadura longitudinal;
- A_c Área bruta da seção do pilar;
- l_s distância entre as seções de momento máximo a nulo;
- h altura da seção transversal do pilar;

2.2.6 Paulay e Priestley (1992)

Os autores realizaram ensaios em pilares submetidos a carregamentos cíclicos e monotônicos para determinar experimentalmente o comprimento equivalente da rótula plástica e propor um método analítico. O método tem como base o modelo de Priestley e Park (1975), desenvolvido em torno dos comportamentos elásticos e plásticos, e do modelo de curvatura apresentado pelos autores, com as respostas elásticas e plásticas calculadas de acordo com a Equação 2.15. O comprimento equivalente da rótula plástica, pode ser determinado pela Equação 1.12, apresentado na Tabela 1.1 (Capítulo 1).

Para o cálculo do comprimento equivalente da rótula plástica, os autores levam em consideração, no primeiro termo da Equação 1.12, o efeito do aumento da resistência do elemento conseguida com a variação da armadura longitudinal, desde o limite elástico até a carga última $\alpha=(f_u-f_y)/f_u$, com α podendo variar de 0,08 a 0,18, adotado 0,08. O segundo termo tem a ver com o deslizamento da armadura na zona de ancoragem, e depende do diâmetro da armadura e do limite elástico.

2.2.7 Baker (1956)

Baker (1956), analisou noventa e quatro resultados de elementos de vigas e pilares realizados em seis laboratórios sob supervisão do Comitê Europeu do Concreto na década de 1960. As principais variáveis de teste incluíram a resistência do concreto, limite de

escoamento da armadura longitudinal, taxa de armadura longitudinal de tração e compressão e carregamento axial. O esquema geral das vigas e carregamento aplicados, são mostrados na Figura 2.20.

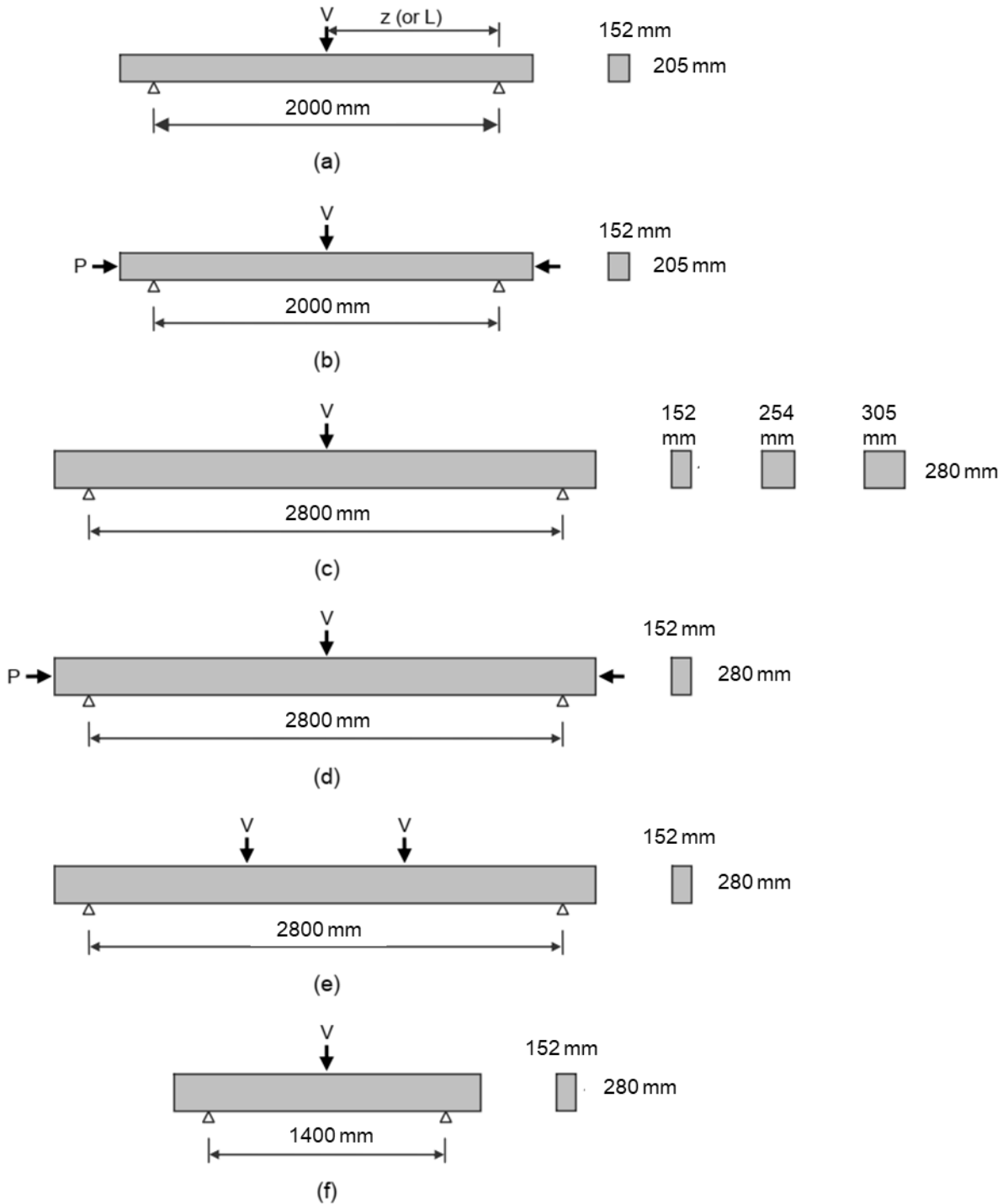


Figura 2.20 –Elementos ensaiados por Baker (Fonte: Baker, 2005)

A resistência do concreto variou de 20MPa a 40MPa e a tensão de escoamento da armadura longitudinal variou de 275MPa a 590MPa. A taxa de armadura longitudinal de tração variou de 0,25% a 4%. O carregamento axial variou de $0,15f_c'A_g$ a $1,0f_c'A_g$. Com base nos resultados dos ensaios, Baker (1956) propôs a Equação 2.50 para determinar o comprimento da rótula plástica.

$$l_p = k_1 k_2 k_3 \left(\frac{z}{d}\right)^{0.25} d \quad (2.50)$$

onde:

- k_1 0,7 para aço médio ou 0,9 para aço laminado a frio;
- k_2 $1+0,5(P/P_o)$;
- k_3 $0,9-(0,5/23,5).(f_c' - 11,7)$, com f_c' em MPa;
- z distância da seção crítica ao apoio (ver Figura 2.20a);
- d profundidade da linha neutra;

O autor observou que o comprimento da rótula variou de $0,4d$ a $2,4d$ para diferentes valores de z/d . A relação z/d foi usada para representar o efeito do gradiente de momento, que é um parâmetro semelhante à relação (l/h) .

2.2.8 Mattock (1964)

Mattock (1964) realizou trinta e sete ensaios experimentais em vigas de concreto armado para investigar os efeitos das variáveis: resistência do concreto ($f_c' = 20$ a 40 MPa), altura útil ($d = 250$ e 500 mm), relação braço de alavanca/altura útil ($z/d = 2,75$ a 11), taxa de armadura longitudinal ($\rho_l = 1\%$ a 3%) e tensão de escoamento da armadura longitudinal de tração ($f_y = 325$ a 415 MPa) na formação das rótulas plásticas. O autor concluiu que a distribuição das seções plastificadas ao longo do comprimento das vigas aumentou com a relação z/d , e reduziu com o aumento da taxa de armadura longitudinal, e propôs a Equação 2.51 para calcular o comprimento da rótula plástica.

$$l_p = \frac{d}{2} \left\{ 1 + \left(1.14 \sqrt{\frac{z}{d}} - 1 \right) \left[1 - \left(\frac{q - q'}{q_b} \right) \sqrt{\frac{d}{16.2}} \right] \right\} \quad (2.51)$$

onde:

- d profundidade da linha neutra (em polegadas);
- z distância da seção crítica ao apoio;
- q taxa de armadura de tração (A_s/bd) x (f_y / f_c')
- q' taxa de armadura de compressão (A_s'/bd) x (f_y / f_c')
- q_b taxa balanceada de armadura de tração (A_b/bd) x (f_y / f_c')

2.2.9 Corley (1966)

Para expandir o trabalho de Mattock (1964), Corley (1966) ensaiou quarenta vigas de concreto armado, simplesmente apoiadas, submetidas a um carregamento aplicado no meio do vão. Os efeitos de confinamento e o *size effect* foram as principais variáveis investigadas. Além disso, foram estudados os efeitos do gradiente de momento (z/d) e da taxa de armadura longitudinal de tração. A largura das vigas ensaiadas foi 76 mm, 230 mm e 300mm; a profundidade da linha neutra variou entre 127 mm, 254 mm, 610 mm e 750 mm; o vão variou entre: 915 mm, 1800 mm, 3650 mm, 4100 mm, 6000 mm e 8400 mm; a taxa de armadura longitudinal variou entre 1% e 3%. Com base nos resultados, Corley (1966) concluiu que a parcela $(q - q') / q_b$ poderia ser ignorado na Equação 2.51 e sugeriu a Equação 2.52, mais simplificada, de acordo com o autor, com z e d em polegadas.

$$l_p = \frac{d}{2} + 0.2 \frac{z}{\sqrt{d}} \quad (2.52)$$

2.2.10 Park, Priestley e Grill (1982)

Park et al. (1982) testaram quatro pilares de concreto armado, em escala real, de seção quadrada (550×550) mm, com relação $l/h=2$. O carregamento axial aplicado variou de $0,2f_c'A_g$ a $0,6 f_c'A_g$. Os autores propuseram a Equação 2.53. Os autores concluíram que o comprimento da rótula plástica medidos não foram afetados pela variação da carga axial, sugerindo um valor médio para o valor da rótula de $0,4h$.

$$l_p = 0.08L + 6d_b \quad (2.53)$$

onde:

- L distância do carregamento ao apoio;
- d_b diâmetro da armadura longitudinal;

Paulay e Priestley (1992) revisaram a Equação 2.53 para levar em conta os diferentes tipos de aço e sugeriram a Equação 2.54, em MPa. O valor médio do comprimento da rótula plástica, de acordo com Park et al. (1982), foi de $l_p=0,5h$.

$$l_p = 0.08L + 0.022d_b f_y \quad (2.54)$$

2.3 REVISÃO DE NORMAS DE PROJETO

2.3.1 NBR 6118 (ABNT, 2014)

A capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no ELU. Quanto menor for x/d , tanto maior será essa capacidade. Para verificações de estados-limites últimos, pode ser efetuada a análise plástica da estrutura, com a simulação de rótulas plásticas localizadas nas seções críticas.

O item 14.6.4.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece um modelo para obtenção do limite para a rotação nas rótulas plásticas localizadas nas seções críticas, a fim de se efetuar a análise plástica da estrutura e verificar os Estados-Limites Últimos. Esta norma acrescenta, ainda, que a verificação das rotações nas rótulas plásticas é obrigatória, as quais são correspondentes aos mecanismos adotados e que não podem superar a capacidade de rotação plástica das seções transversais correspondentes. Assim, são determinados limites para as rotações plásticas impostas nas estruturas de concreto armado, que podem ser visualizados na Figura 2.21.

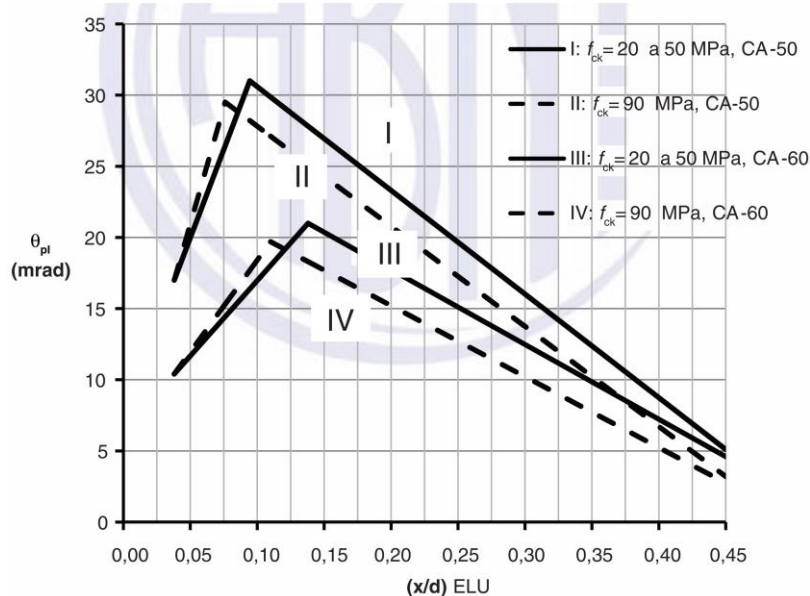


Figura 2.21– Capacidade de rotação plástica de rótulas plásticas

(Fonte: NBR 6118, 2014)

O limite da rotação plástica solicitante, na flexão simples, para o momento fletor solicitante M_{Sd} da seção crítica, dada na Figura 2.21, corresponde à razão $a/d = 3$, onde $a = M_{Sd}/V_{Sd}$, sendo V_{Sd} a força cortante nesta seção. Para outras relações a/d , deve-se multiplicar os valores extraídos da Figura 2.23 pelo fator apresentado na Equação 2.55

$$\sqrt{\frac{3a}{d}} \quad (2.55)$$

onde

d – altura útil.

Portanto, tem-se a relação apresenta na Equação 2.56.

$$\theta_{max,adm} = \theta_{pl} \sqrt{\frac{(a/d)}{3}} \quad (2.56)$$

onde:

$\theta_{max,adm}$ – Rotação plástica admissível;

θ_{pl} – Rotação plástica limite obtida na Figura 2.23;

A verificação da capacidade de rotação das rótulas plásticas deve ser feita para cada uma das combinações de carregamento consideradas. Atenção especial deve ser dada à verificação da fissuração nas rótulas para condições de serviço.

A obtenção da rotação plástica limite para classes de concreto entre C50 e C90 é válida a partir da interpolação linear dos valores obtidos no gráfico. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), é dispensada a verificação explícita da capacidade de rotação plástica durante a análise, desde que a posição da linha neutra seja limitada pelos valores apresentados nas Equações 2.57 e 2.58.

$$\text{Concretos com } f_{ck} < 50\text{MPa} \quad \frac{x}{d} \leq 0,25 \quad (2.57)$$

$$\text{Concretos com } f_{ck} > 50\text{MPa} \quad \frac{x}{d} \leq 0,15 \quad (2.58)$$

2.3.2 CEB-FIP (1990)

O CEB (1990) sugere que a capacidade de rotação plástica de elementos de concreto armado pode ser obtida através da distribuição das deformações médias do aço ao longo de um lado da seção plastificada. O parâmetro utilizado para a determinação da capacidade de rotação plástica é a razão entre a profundidade da linha neutra e a altura útil, d ($\xi=x/d$), já que este parâmetro resume a influência de importantes variáveis como geometria da seção, taxa de armadura total e solicitações na seção. As curvas propostas pelo CEB (1990), mostradas na Figura 2.22, referem-se a seções com armaduras passivas, tipos A e B, e são válidas para a relação vão-altura de ($l/d=6$). De acordo com a norma, a rotação plástica aumenta com o vão. A Equação 2.59, é recomendada pelo CEB (1990) para o cálculo das rotações plásticas.

$$\theta_{pl}^* = \theta_{pl} \left(\frac{l^*}{6d} \right)^{0.5} \quad (2.59)$$

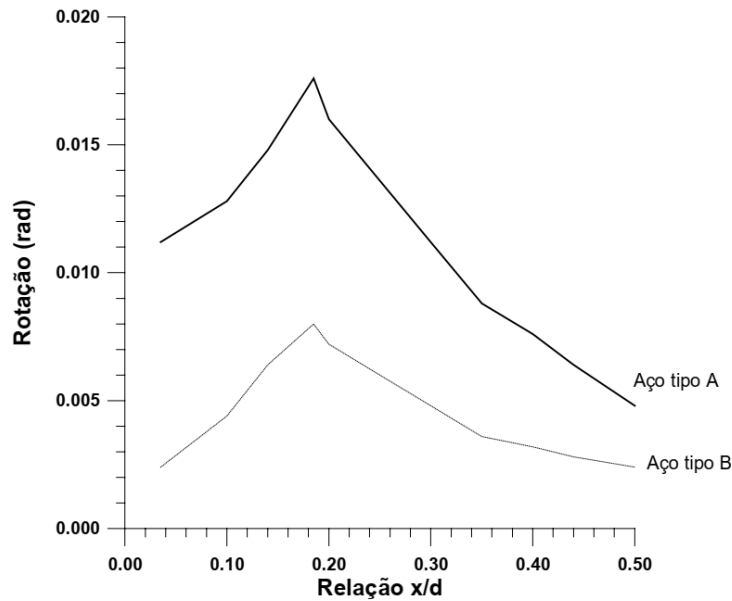


Figura 2.22– Capacidade de rotação plástica em função de $\xi=x/d$ na ruptura (aços tipos A e B) (Fonte: CEB-FIP, 1990)

Os aços das classes **A**, **B**, e **S** são definidos de acordo com o CEB-FIP (1990) tomando como base a relação f_t/f_y e a deformação última ϵ_{uk} . Segundo o CEB-FIP (1990), tem-se $(f_t/f_y)_k > 1,08$ com $\epsilon_{uk} = 5\%$, para classe A; $(f_t/f_y)_k > 1,05$ com $\epsilon_{uk} = 2,5\%$, para classe B; e $(f_t/f_y)_k > 1,08$ com $\epsilon_{uk} = 6\%$, para classe S.

2.3.3 EUROCODE 2 (2014)

A capacidade de rotação plástica θ_p , segundo Eurocode (2014), depende do tipo de aço, tipo do concreto e profundidade relativa da linha neutra. Para concretos até o limite de 50MPa ($\epsilon_{cu} = 0.0035$), a capacidade de rotação pode ser obtida de acordo com a Figura 2.23 ou pelas Equações de 2.60 a 2.65. Para concretos com limites entre 55MPa e 90MPa, para o cálculo de θ_p , deve-se utilizar ϵ_{c2} .

- Aço tipo C

$$\text{Para } 0.05 \leq x/d \leq 0.14 \quad \theta_p = 4.740 \cdot |\epsilon_{c2u}| \cdot e^{3.738 \left(\frac{x}{d}\right)} \quad (2.60)$$

$$\text{Para } 0.14 \leq x/d \leq 0.50 \quad \theta_p = 13.020 \cdot |\epsilon_{c2u}| \cdot e^{-3.480 \left(\frac{x}{d}\right)} \quad (2.61)$$

- Aço tipo B

$$\text{Para } 0.05 \leq x/d \leq 0.16 \quad \theta_p = 2.178 \cdot |\varepsilon_{c2u}| \cdot e^{4.644\left(\frac{x}{d}\right)} \quad (2.62)$$

$$\text{Para } 0.16 \leq x/d \leq 0.50 \quad \theta_p = 9.768 \cdot |\varepsilon_{c2u}| \cdot e^{-3.351\left(\frac{x}{d}\right)} \quad (2.63)$$

- Aço tipo A

$$\text{Para } 0.05 \leq x/d \leq 0.16 \quad \theta_p = 0.834 \cdot |\varepsilon_{c2u}| \cdot e^{6.301\left(\frac{x}{d}\right)} \quad (2.64)$$

$$\text{Para } 0.16 \leq x/d \leq 0.50 \quad \theta_p = 2.851 \cdot |\varepsilon_{c2u}| \cdot e^{-1.382\left(\frac{x}{d}\right)} \quad (2.65)$$

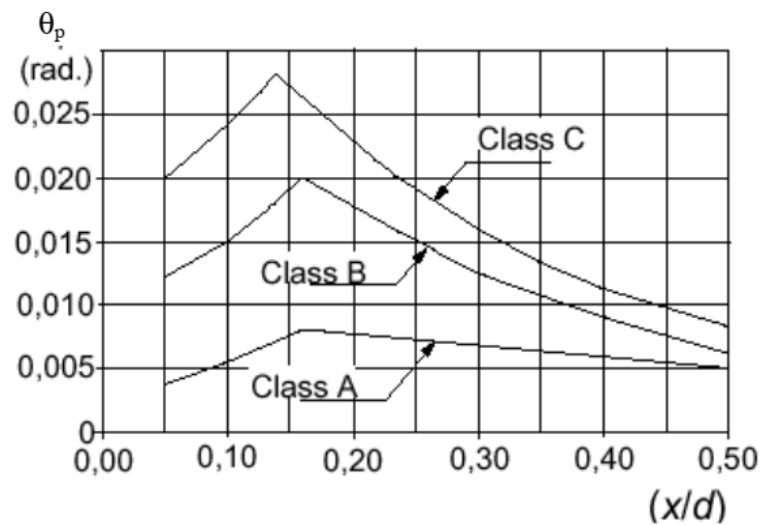


Figura 2.23– Capacidade de rotação plástica em função de x/d na ruptura - aços tipos A, B e C. (Fonte: Eurocode 2, 2014).

Os aços classes **A**, **B**, e **C** são definidos de acordo com o **Eurocode 2** (2014) tomando como base a relação f_t/f_y e a deformação última ε_{uk} . Segundo o **Eurocode 2** (1992), tem-se $(f_t/f_y)_k > 1,05$ com $\varepsilon_{uk} = 2,5\%$, para classe A; $(f_t/f_y)_k > 1,08$ com $\varepsilon_{uk} = 5\%$, para classe B; e $(f_t/f_y)_k > 1,15$ e $< 1,35$ com $\varepsilon_{uk} = 7,5\%$, para classe C.

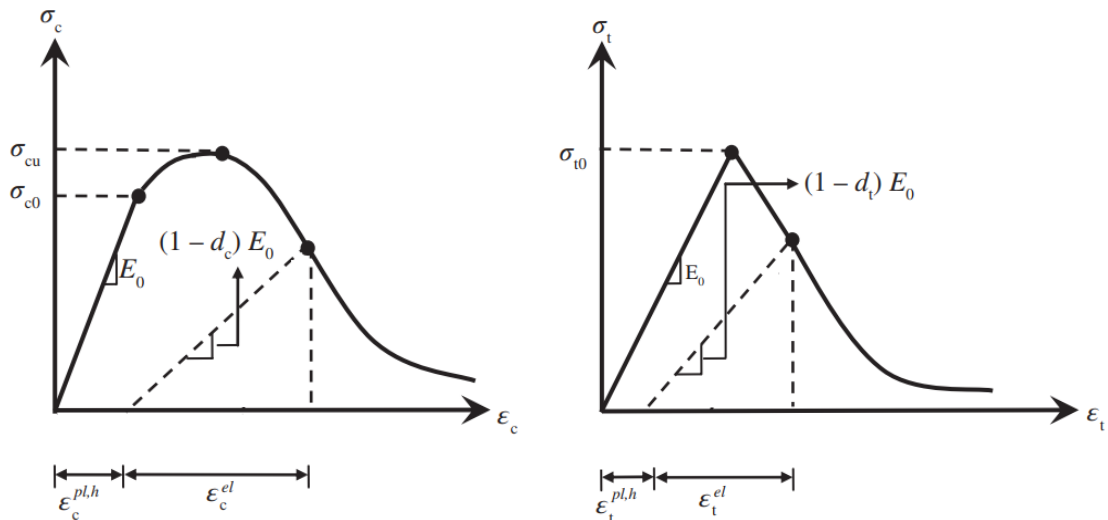
3. MODELAGEM COMPUTACIONAL

Neste capítulo, são apresentadas as diretrizes adotadas para elaboração dos modelos computacionais utilizados no Estudo Paramétrico de Variáveis e na elaboração do Banco de Dados Computacional (BDC). Os pilares foram modelados no programa de elementos finitos ABAQUS/CAE. O comportamento mecânico do concreto, os modelos de comportamento à compressão e tração para o concreto, as curvas de dano do concreto, o comportamento mecânico das armaduras e os parâmetros de entrada dos modelos, necessários para as simulações, são abordadas nesta unidade.

3.1 COMPORTAMENTO MECÂNICO DO CONCRETO

O comportamento mecânico do concreto é orientado pela relação tensão-deformação não-linear observados por dois comportamentos distintos: *hardening* e *softening*. Para simular estes comportamentos, o modelo constitutivo de plasticidade com dano para o concreto, denominado *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), disponível na biblioteca do ABAQUS/CAE, que permite representar o comportamento não-linear do concreto submetido aos estados de tensão triaxiais, biaxiais e uniaxiais, foi adotado. O modelo usa a teoria de fluxo de plasticidade e a mecânica do dano para analisar o comportamento estrutural do concreto (Pekau O, & Zhang Z).

O modelo é baseado nas formulações de Lubliner *et al.* (1989) e Lee e Fenves (1998), que consideram dois mecanismos de ruptura para o concreto: ruptura por tração e ruptura por esmagamento na compressão. A evolução da superfície de ruptura do concreto é governada pelas deformações plásticas $\tilde{\epsilon}_c^{pl}$ e $\tilde{\epsilon}_t^{pl}$, à compressão e a tração, respectivamente, associadas aos respectivos modos de ruína. A Figura 3.1 mostra o comportamento tensão-deformação do concreto para o ensaio uniaxial de tensões.



(a) Resposta do concreto à compressão uniaxial (b) Resposta do concreto à tração uniaxial

Figura 3.1 – Comportamento mecânico do concreto para ensaio uniaxial

(Fonte: Hafezolghorani *et al.* 2015)

O comportamento à compressão uniaxial do concreto é linear até o valor inicial de escoamento (σ_{c0}). Em regime plástico, a resposta típica é caracterizada pela tensão *hardening* seguida de deformação *softening*, após a tensão última (σ_{cu}). A resposta à tração do concreto apresenta uma relação tensão-deformação linear elástica até o valor da tensão de ruptura (σ_{t0}) ser alcançada, seguido do aparecimento das primeiras microfissuras no concreto.

Após a tensão de ruptura, macro fissuras surgem como resposta ao comportamento *softening* do diagrama tensão-deformação, aumentando os níveis de deformação do concreto. A relação constitutiva para o comportamento a compressão e a tração uniaxiais, são apresentados nas Equações 3.1 e 3.2.

$$\sigma_c = (1 - d_c)E_0(\varepsilon_c - \varepsilon_c^{\sim pl}); \tag{3.1}$$

$$\sigma_t = (1 - d_t)E_0(\varepsilon_t - \varepsilon_t^{\sim pl}); \tag{3.2}$$

As Equações 3.1 e 3.2, apresentam a proposta de Hafezolghorani *et al.* (2015). Porém, outros modelos estão disponíveis na literatura como o Model Code 90, que foi adotado nesta pesquisa e que será posteriormente apresentado.

Quando o concreto é descarregado de qualquer ponto do ramo descendente, a resposta ao descarregamento fica fragilizada e a rigidez do concreto sofre dano. O dano da rigidez elástica para o concreto, na tração e na compressão, é medido por duas variáveis denominadas d_t e d_c , que são função das deformações plásticas (ε^{pl}). As Equações 3.3 e 3.4, apresentam as formulações para as variáveis de dano, que também podem ser aplicadas a temperaturas ou variáveis de área.

$$d_c = d_c(\varepsilon_c^{pl}, \theta, f_i); \quad 0 \leq d_c \leq 1 \quad (3.3)$$

$$d_t = d_t(\varepsilon_t^{pl}, \theta, f_i); \quad 0 \leq d_t \leq 1 \quad (3.4)$$

Estas variáveis estimam a degradação do módulo de elasticidade do concreto (E_0), que repercute em perda de rigidez através de penalização imposta ao material por $(1-d)$. Esta consideração forma a base do modelo. Além disso, d_t e d_c , podem expressar as fissuras que surgem no concreto durante o carregamento.

Estas formulações, serviram de base para desenvolver as simulações desta pesquisa, a qual utilizou-se o modelo proposto por Birtel e Mark (2006), para o dano à compressão, e Mahmud, Yang e Hassan (2013), para o dano à tração, apresentados nas Equações 3.5 e 3.6, respectivamente. A Figura 3.2 mostra a curva de dano-deformação inelástica na compressão calculada, e a Figura 3.3 mostra a curva dano-deformação inelástica.

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c E_c^{-1}}{\varepsilon_c^{pl} \left(\frac{1}{b_c} - 1 \right) + \sigma_c E_c^{-1}} \quad (3.5)$$

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t}{f_{ctm}} \quad (3.6)$$

Onde:

σ_c é a tensão de compressão do concreto;

σ_t é a tensão de tração do concreto;

f_{ctm} é a resistência à tração do concreto, calculado por $f_{ctm} = 0,33 f_{cm}^{1/2}$ do Modelo Code (1990);

f_{cm} é a resistência à compressão do concreto, também segundo o Model Code (1990);

b_c é uma constante ($0 < b_c \leq 1$), definido como 0,7 por Birtel e Mark (2006);

$\varepsilon_c^{pl} = b_c \cdot \varepsilon_{cin}$ é a deformação plástica do concreto comprimido;

$\varepsilon_{cin} = \varepsilon_c - \sigma_c \cdot E_{ci}^{-1}$ é a deformação inelástica do concreto comprimido;

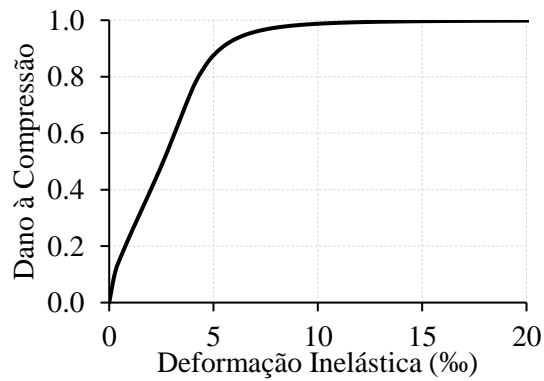


Figura 3.2 – Curva de dano-deformação inelástica para o concreto à compressão
(Fonte: Birtel e Mark, 2006)

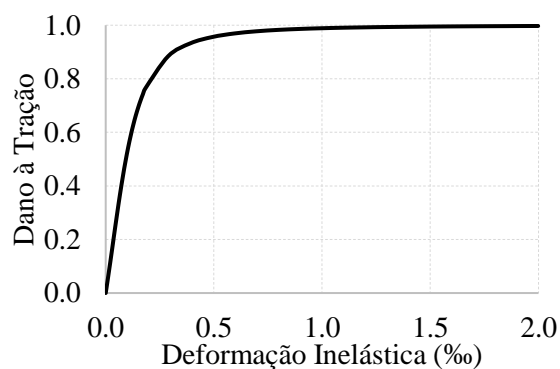


Figura 3.3– Curva dano-abertura de fissura para o concreto à tração
(Fonte: Mahmud, Yang e Hassan, 2013)

3.1.1 Comportamento à Compressão

A relação tensão-deformação uniaxial ($\sigma_c - \varepsilon_c$), na compressão, utilizado para representar o comportamento do concreto foi caracterizado pelo modelo constitutivo do Model Code 90, apresentado na Figura 3.4. O modelo para é representado por um braço ascendente, parabólico, representado pelo trecho A-B, no estágio *hardening*, e um trecho *softening*, descendente, representado pelo trecho B-C, ambos calculados pelas Equações 3.7 e 3.8. O modelo limita a descida da curva até o ponto C, pela tensão última do concreto na compressão ($\sigma_c = 0,5f_{cm}$), sendo f_{cm} a resistência à compressão média do concreto.

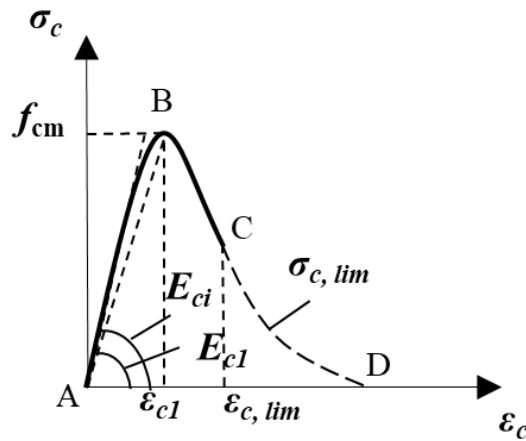


Figura 3.4 – Curva tensão-deformação do Model Code 1990 (Fonte: Model Code, 1990)

$$\sigma_c = \frac{\frac{E_{ci}}{E_{c1}} \times \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2}{1 + \left(\frac{E_c}{E_{c1}} - 2\right) \times \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}} \times f_{cm} \text{ para } \varepsilon_c < \varepsilon_{c,lim} \quad (3.7)$$

$$\frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c1}} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \frac{E_c}{E_{c1}} + 1\right) + \left[\frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2} \frac{E_c}{E_{c1}} + 1\right)^2 - \frac{1}{2}\right]^{1/2} \quad (3.8)$$

Onde:

σ_c tensão de compressão do concreto;

$E_{ci} = E_{c0} [f_{cm}/f_{cm0}]^{1/3}$ é o módulo tangente com $E_{c0} = 21500$ MPa e $f_{cm0} = 10$ MPa;

$E_{c1} = f_{cm}/\varepsilon_{c1}$ é o módulo secante da origem até a tensão máxima f_{cm} .

ε_c deformação de compressão do concreto;

ε_{c1} a deformação máxima do concreto;

$\varepsilon_{c, lim}$ deformação última do concreto à $0,5f_{cm}$;

Após o ponto C, a curva deve ser calculada pelas Equações 3.9 e 3.10. A Figura 3.5a apresenta a curva calculados pelo Model Code 90. Para o cálculo do dano à compressão no concreto, deve-se inserir no ABAQUS/CAE a curva de tensão em função das deformações inelásticas, de acordo com a Figura 3.5b.

$$\sigma_c = \left[\left(\frac{1}{\varepsilon_{c,lim}} \cdot \xi - \frac{2}{(\varepsilon_{c,lim}/\varepsilon_{c1})^2} \right) \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 + \left(\frac{4}{\varepsilon_{c,lim}/\varepsilon_{c1}} - \xi \right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right]^{-1} \cdot f_{cm} \quad (3.9)$$

$$\xi = \frac{4 \cdot \left[\left(\frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \cdot \left(\frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2 \right) \right] + 2 \cdot \frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c1}} - \frac{E_{ci}}{E_{c1}}}{\left[\frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c1}} \cdot \left(\frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2 \right) + 1 \right]^2} \quad (3.10)$$

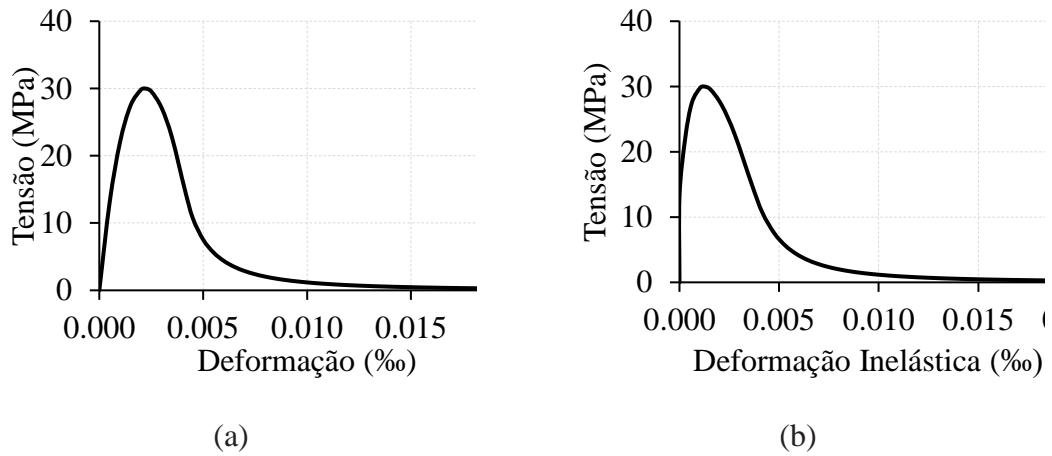


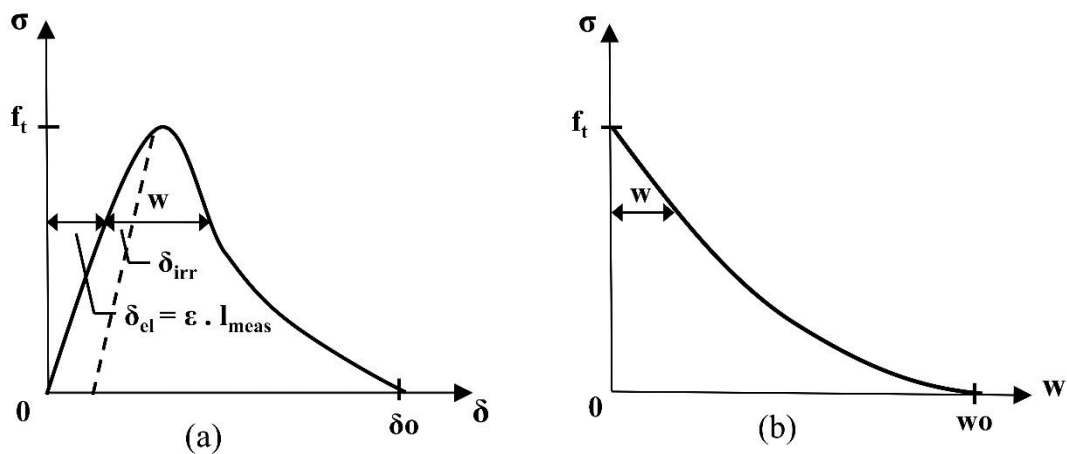
Figura 3.5 – Curvas calculadas pelo Model Code 90 (Fonte: Autor)

O modelo reporta ainda que a deformação máxima de compressão do concreto (ε_{c1}) e a deformação última de compressão do concreto ($\varepsilon_{c, lim}$), são iguais a 0,0022 e 0,0035, respectivamente.

3.1.2 Comportamento à Tração

O modelo de Hordijk (1991) para o concreto, foi aplicado para simular o comportamento à tração. O modelo se baseia na taxa de evolução das fissuras, onde uma única fissura é o principal fator. A evolução da fissura é determinada pela relação entre a tensão de tração e a abertura da fissura ($\sigma-w$), obtida no ensaio de tração uniaxial.

Uma vez que a abertura da fissura não pode ser diretamente medida, deve ser derivada da deformação total medida a partir do comprimento total do corpo de prova (δ), como mostra a Figura 3.6, podendo a abertura de fissura ser definida de acordo com a Equação 3.11.



(a) Curva tensão-deformação total

(b) Curva tensão-abertura de fissura

Figura 3.6 – Diagrama tensão-deformação total e tensão-abertura de fissura
(Fonte: Hordijk, 1991)

$$w = \delta - (\delta_{el} + \delta_{irr}) \quad (3.11)$$

$$\delta_{el} = \frac{\varepsilon_t l}{E_o} \quad (3.12)$$

Onde:

- δ deformação total medida no ensaio de tração uniaxial;
 δ_{el} deformação elástica;
 δ_{irr} deformação irreversível que considera o efeito não linear no descarregamento na face da fissura;
 ε_t deformação de tração medida no ensaio uniaxial;
 l comprimento do corpo de prova
 E_o módulo de elasticidade inicial do concreto;

A tensão nominal para abertura de fissura pode ser calculada de acordo com a Equação 3.13. A tensão-abertura de fissura, calculada pelo modelo de Hordijk (1991), é apresentado na Figura 3.7

$$\frac{\sigma}{f_t} = \left[1 + \left(c_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right] \exp \left(c_2 \frac{w}{w_c} \right) - (1 + c_1^3) \exp c_2 \quad (3.13)$$

Segundo o autor, o melhor ajuste na equação foi obtido para $c_1=3$, $c_2=6.93$ e $w_c=160\mu\text{m}$, onde c_1 e c_2 são constantes e w_c e w_o são a abertura de fissura crítica e abertura de fissura máxima, respectivamente. A relação σ/f_t é a tensão relativa, sendo $f_t = 0,33 \sqrt{f_c}$

3.2 COMPORTAMENTO MECÂNICO DO AÇO

A relação constitutiva bi linear apresentada na Figura 3.7, foi utilizada para representar o comportamento das armaduras dos pilares. Assumiu-se para a relação tensão-deformação das armaduras longitudinais e transversais os limites apresentados nas Equações 3.14 e 3.15.

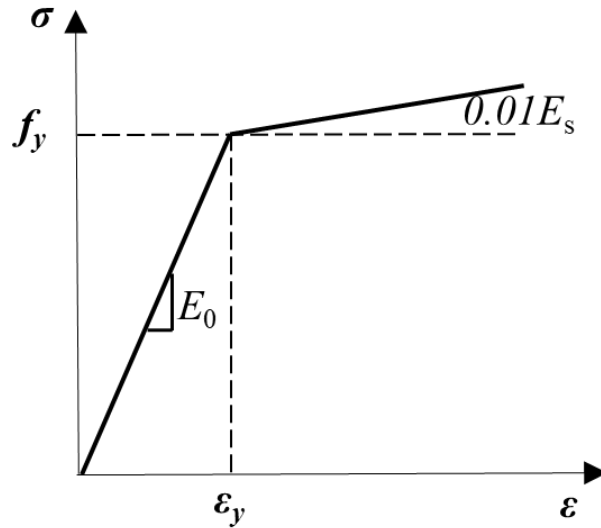


Figura 3.7 – Relação constitutiva das armaduras longitudinais e transversais
(Fonte: Cao *et. al*, 2020)

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \text{ para } 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \quad (3.14)$$

$$\sigma_s = f_y + 0.01E_s(\varepsilon_y - \varepsilon_s) \text{ para } 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \quad (3.15)$$

onde

- σ_s tensão total nas armaduras;
- ε_s deformação total nas armaduras;
- E_s módulo de elasticidade das armaduras;
- ε_y deformação no escoamento;
- f_y tensão no escoamento

3.3 PARÂMETROS DE ENTRADA DO MODELO CDP

Na entrada de dados e definição dos materiais no ABAQUS/CAE, quando da inserção de informações para análise do comportamento dos materiais envolvidos, parâmetros básicos para simulação dos modelos precisam ser inseridos. São eles: ângulo de dilatação (ψ) no plano p-q; excentricidade (ϵ); potencial de fluxo plástico (G); relação f_{b0}/f_{c0} , fator de forma (K); e viscosidade (μ); densidade em massa do concreto; módulo de elasticidade dos materiais (E); coeficiente de poisson dos materiais (ν).

O ângulo de dilatação (ψ) é um parâmetro que representa a mudança de volume do concreto quando no estado inelástico (Malm, 2006). No modelo de dano CPD do ABAQUS/CAE, a função de Drucker-Prager, ilustra o potencial do fluxo plástico para o comportamento *hardening* no plano meridional p-q. O ângulo de dilatação pode variar entre 30° e 40° para o concreto (Kmiecik & Kamiński, 2011). Este fator está associado, também, com o avanço da superfície de ruptura do concreto durante a fase inelástica. Para esta pesquisa, o ângulo de dilatação utilizado foi 35°.

A excentricidade (ϵ) do potencial de fluxo plástico, garante que o angulo de dilatação permanecerá o mesmo durante o intervalo de atuação das tensões no plano p-q. A relação f_{b0}/f_{c0} representa a relação entre a resistência no estado biaxial e uniaxial de tensões no concreto (Genikomsou e Polak, 2015).

A tensão de escoamento do concreto no plano desviatório é usado para determinar os valores de K_c . Este parâmetro é utilizado no CDP para definir o formato da superfície de falha do concreto. Assim, quando K_c for igual a 1, a superfície de falha é esférica. No ABAQUS/CAE, o valor *default* para a superfície de falha é 0,67, semelhante a uma pirâmide, ao qual foi adotado para esta pesquisa. A Figura 3.8 representa a variável K_c no plano de tensões. Matematicamente, este parâmetro mede a razão entre o segundo invariante de tensões no meridiano de tração ($-S_2$) e o segundo invariante de tensões no meridiano de compressão ($-S_1$).

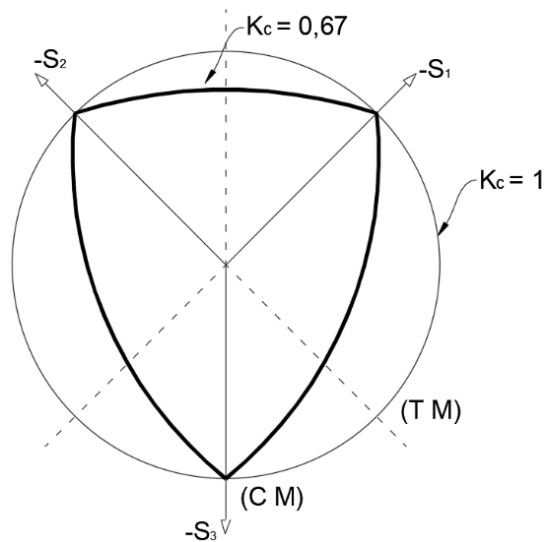


Figura 3.8– Fator de forma no plano de tensão desviatória
(Fonte:Manual ABAQUS CAE)

O parâmetro de viscosidade é utilizado para superar eventuais dificuldades de convergência, típicas de modelos com degradação da rigidez, por meio de uma regularização visco-plástica das equações constitutivas (ABAQUS, 2014), além de reduzir o tempo de análise da simulação. Para a melhor otimização da simulação, o valor 0,0005 foi utilizado.

4. ESTUDO PARAMÉTRICO COMPUTACIONAL

4.1 BANCO DE DADOS COMPUTACIONAL

A partir das diretrizes da modelagem computacional apresentadas no Capítulo 3, simulações computacionais de pilares de concreto armado, submetidos a carregamento lateral monotônico, foram realizadas para estudar a influência da taxa de carregamento axial (P/P_0), esbeltez geométrica (l/h) e taxa de armadura longitudinal (ρ_s) na formação das rótulas plásticas e nas respostas carga-deslocamento. Definiu-se um total de 27 modelos para cada variável, totalizando 81 simulações. A Figura 4.1 apresenta o pilar-padrão utilizado em todas as simulações, e as Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3 apresentam os detalhes de cada modelo simulado, para cada variável.

Na extremidade inferior, os pilares foram fixados em blocos de concreto armado com restrição dos movimentos translacionais e rotacionais, simulando a condição de apoio fixo de um pilar engastado. Na extremidade inferior dos blocos (ligação pilar-bloco), as mesmas condições de contorno foram mantidas, simulando a fixação dos blocos em uma laje de reação. Na extremidade livre, os pilares não tiveram qualquer restrição, permitindo livre translação e rotação.

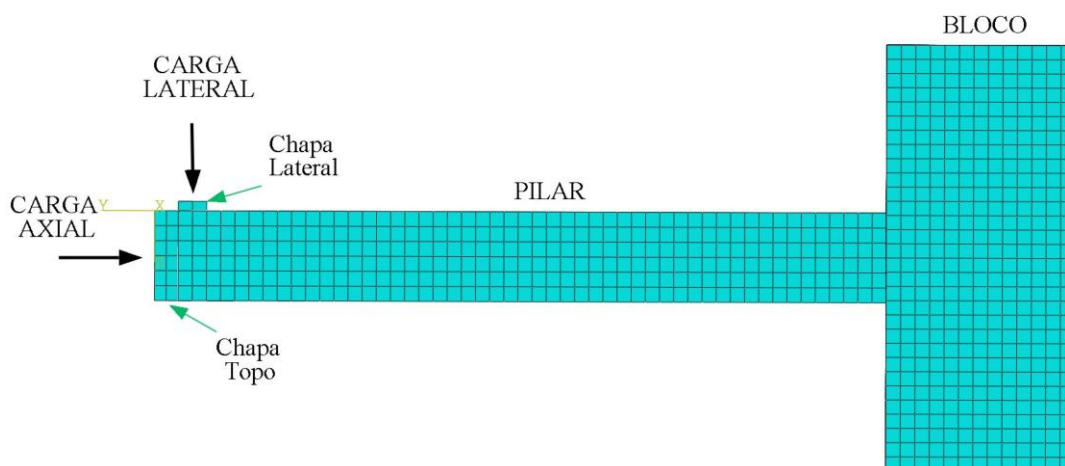


Figura 4.1 – Modelo de pilar-padrão simulado no programa ABAQUS/CAE

(Fonte: Autor)

Tabela 4.1 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável taxa de carregamento axial (P/P_0)

Pilares	b (mm)	h (mm)	l (mm)	ρ_l (%)	A_s (mm ²)	ϕ_l (mm)	N ^o Barras	σ_s (MPa)	$\epsilon_{c1} = 0,7.f_c^{0.31}$	E_s (MPa)	s (mm)	ϕ_{sw} (mm)	P/P_0	l/h	f_c (MPa)	P_0 (kN)	P (kN)
A1	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0	8	30	1725.6	0
A2	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.1	8	30	1725.6	172.6
A3	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.2	8	30	1725.6	345.1
A4	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	30	1725.6	517.7
A5	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.4	8	30	1725.6	690.2
A6	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	30	1725.6	862.8
A7	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.6	8	30	1725.6	1035.4
A8	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.7	8	30	1725.6	1207.9
A9	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	30	1725.6	1380.5
A10	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0	10	30	1440.6	0
A11	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.1	10	30	1440.6	144.1
A12	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.2	10	30	1440.6	288.1
A13	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	10	30	1440.6	432.2
A14	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.4	10	30	1440.6	576.2
A15	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	10	30	1440.6	720.3
A16	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.6	10	30	1440.6	864.4
A17	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.7	10	30	1440.6	1008.4
A18	190	200	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	10	30	1440.6	1152.5

Tabela 4.1 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável taxa de carregamento axial (P/P_0) -continuação

Pilares	b (mm)	h (mm)	l (mm)	ρ_l (%)	A_s (mm ²)	ϕ_l (mm)	N ^o Barras	σ_s (MPa)	$\epsilon_{c1} = 0,7.f_c^{0.31}$	E_s (MPa)	s (mm)	ϕ_{sw} (mm)	P/P_0	l/h	f_c (MPa)	P_0 (kN)	P (kN)
A19	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0	12	30	1246.8	0
A20	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.1	12	30	1246.8	125
A21	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.2	12	30	1246.8	249
A22	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	12	30	1246.8	374
A23	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.4	12	30	1246.8	499
A24	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	12	30	1246.8	623
A25	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.6	12	30	1246.8	748
A26	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.7	12	30	1246.8	873
A27	190	166	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	12	30	1246.8	997

Tabela 4.2 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável esbeltez geométrica (l/h)

Pilares	b (mm)	h (mm)	l (mm)	ρ_l (%)	A_s (mm ²)	ϕ_l (mm)	N ^o Barras	σ_s (MPa)	$\epsilon_{c1} =$ $0,7.f_c^{0,31}$	E_s (MPa)	s (mm)	ϕ_{sw} (mm)	P/P ₀	l/h	λ_{NBR}	f_c (MPa)	P ₀ (kN)	P (kN)
B1	190	500	2000	1.5	1425	22	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	4	27.68	30	3451.2	1035
B2	190	400	2000	1.5	1140	20	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	5	34.6	30	2761	828.3
B3	190	333.3	2000	1.5	949.9	18	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	6	41.52	30	2300.6	690.2
B4	190	285.7	2000	1.5	814.2	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	7	48.44	30	1972	591.6
B5	190	235	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8.5	55.36	30	1640.1	492
B6	190	222.2	2000	1.5	633.3	14	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	9	62.28	30	1533.7	460.1
B7	190	200	2000	1.5	570	14	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	10	69.2	30	1380.5	414.1
B8	190	181.8	2000	1.5	518.2	13	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	11	76.12	30	1254.9	376.5
B9	190	166	2000	1.5	473.1	12	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	12	83.37	30	1145.8	343.7
B10	190	500	2000	1.5	1425	22	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	4	27.68	30	3451.2	1726
B11	190	400	2000	1.5	1140	20	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	5	34.6	30	2761	1380
B12	190	333.3	2000	1.5	949.9	18	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	6	41.52	30	2300.6	1150
B13	190	285.7	2000	1.5	814.2	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	7	48.44	30	1972	986
B14	190	235	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8.5	55.36	30	1640.1	820
B15	190	222.2	2000	1.5	633.3	14	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	9	62.28	30	1533.7	766.9
B16	190	200	2000	1.5	570	14	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	10	69.2	30	1380.5	690.2
B17	190	181.8	2000	1.5	518.2	13	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	11	76.12	30	1254.9	627.5
B18	190	166	2000	1.5	473.1	12	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	12	83.37	30	1145.8	572.9

Tabela 4.2 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável esbeltez geométrica (l/h) - continuação

Pilares	b (mm)	h (mm)	l (mm)	ρ_l (%)	A_s (mm ²)	ϕ_l (mm)	N^o Barras	σ_s (MPa)	$\epsilon_{c1} = 0,7.f_c^{0,31}$	E_s (MPa)	s (mm)	ϕ_{sw} (mm)	P/P₀	l/h	λ_{NBR}	f_c (MPa)	P₀ (kN)	P (kN)
B19	190	500	2000	1.5	1425	22	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	4	27.68	30	3451.2	2761
B20	190	400	2000	1.5	1140	20	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	5	34.6	30	2761	2209
B21	190	333.3	2000	1.5	949.9	18	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	6	41.52	30	2300.6	1840
B22	190	285.7	2000	1.5	814.2	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	7	48.44	30	1972	1578
B23	190	235	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8.5	55.36	30	1640.1	1312
B24	190	222.2	2000	1.5	633.3	14	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	9	62.28	30	1533.7	1227
B25	190	200	2000	1.5	570	14	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	10	69.2	30	1380.5	1104
B26	190	181.8	2000	1.5	518.2	13	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	11	76.12	30	1254.9	1004
B27	190	166	2000	1.5	473.1	12	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	12	83.37	30	1145.8	916.6

Tabela 4.3 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável taxa de armadura longitudinal (ρ_s)

Pilares	b (mm)	h (mm)	l (mm)	ρ_l (%)	A_s (mm ²)	ϕ_l (mm)	N ^o Barras	σ_s (MPa)	$\epsilon_{c1} =$ $0,7.f_c^{0,31}$	E_s (MPa)	s (mm)	ϕ_{sw} (mm)	P/P ₀	l/h	λ_{NBR}	f_c (MPa)	P ₀ (kN)	P (kN)
C1	190	250	2000	1	475	13	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	1625.4	487.6
C2	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	1725.6	517.7
C3	190	250	2000	2	950	18	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	1825.8	547.7
C4	190	250	2000	2.5	1188	20	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	1926	577.8
C5	190	250	2000	3	1425	22	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	2026.2	607.9
C6	190	250	2000	3.5	1663	24	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	2126.4	637.9
C7	190	250	2000	4	1900	26	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	2226.6	668
C8	190	250	2000	5	2375	28	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	2427	728.1
C9	190	250	2000	6	2850	30	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.3	8	55.36	30	2627.5	788.2
C10	190	250	2000	1	475	13	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	1625.4	812.7
C11	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	1725.6	862.8
C12	190	250	2000	2	950	18	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	1825.8	912.9
C13	190	250	2000	2.5	1188	20	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	1926	963
C14	190	250	2000	3	1425	22	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	2026.2	1013
C15	190	250	2000	3.5	1663	24	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	2126.4	1063
C16	190	250	2000	4	1900	26	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	2226.6	1113
C17	190	250	2000	5	2375	28	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	2427	1214
C18	190	250	2000	6	2850	30	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.5	8	55.36	30	2627.5	1314

Tabela 4.3 – Pilares do banco de computacional para avaliação da variável taxa de armadura longitudinal (ρ_s) - continuação

Pilares	b (mm)	h (mm)	l (mm)	ρ_1 (%)	A_s (mm²)	ϕ_1 (mm)	N^o Barras	σ_s (MPa)	$\epsilon_{c1} = 0,7.f_c^{0,31}$	E_s (MPa)	s (mm)	ϕ_{sw} (mm)	P/P₀	l/h	λ_{NBR}	f_c (MPa)	P₀ (kN)	P (kN)
C19	190	250	2000	1	475	13	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	1625.4	1300
C20	190	250	2000	1.5	712.5	16	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	1725.6	1380
C21	190	250	2000	2	950	18	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	1825.8	1461
C22	190	250	2000	2.5	1188	20	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	1926	1541
C23	190	250	2000	3	1425	22	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	2026.2	1621
C24	190	250	2000	3.5	1663	24	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	2126.4	1701
C25	190	250	2000	4	1900	26	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	2226.6	1781
C26	190	250	2000	5	2375	28	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	2427	1942
C27	190	250	2000	6	2850	30	4	421.9	0.002009119	210000	50	5	0.8	8	55.36	30	2627.5	2102

O efeito da compressão (Tabela 4.1), foi estudada nos pilares do grupo A, pelo parâmetro (P/P_o), que é a relação entre a carga axial aplicada (P) e a carga axial resistida pela seção (P_o) do pilar, considerando as contribuições do concreto e aço. As Equações de 4.1 a 4.3 apresentam o cálculo de P_o . A primeira parcela da Equação 4.1 contabiliza a contribuição do concreto e a segunda a do aço. Para a deformação máxima do concreto, ε_{c1} , mostrado na Equação 4.3, considerou-se o recomendado no item 3.1.5 do Eurocode 2.

$$P_o = b \cdot h \cdot f_c + \sigma_s \cdot A_s \quad (4.1)$$

$$\sigma_s = \varepsilon_{c1} \cdot E_s \quad (4.2)$$

$$\varepsilon_{c1} = 0.7 f_c^{0.31} \leq 2.8\text{‰}. \quad (4.3)$$

onde

- b largura da seção transversal do pilar;
- h a altura da seção transversal do pilar;
- f_c' resistência à compressão do concreto ;
- σ_s tensão na armadura longitudinal;
- A_s área da armadura longitudinal;
- ε_{c1} deformação máxima do concreto,

Os níveis de carregamento axial aplicados foram estudados nas faixas de $0P_o$, ou seja, sem carregamento axial aplicado, apenas lateral, até $0,8P_o$, com ambas as ações atuantes. Nos pilares de A1 a A9, manteve-se a esbeltez constante e igual a 8. Nos pilares A10 a A18, manteve-se a esbeltez geométrica (l/h) constante e igual a 10. Nos pilares de A19 a A27, manteve-se a esbeltez constante e igual a 12. A taxa de armadura longitudinal foi mantida constante em todos os pilares da série A.

Para avaliação da esbeltez, utilizou-se os pilares da Tabela 4.2, representado pelos pilares do grupo B. Adotou-se a esbeltez geométrica (l/h) para avaliação deste índice por apresentar a variável de forma geral, sem definições normativas. A faixa de análise variou de 4 a 12, variando entre pilares curtos e esbeltos, de acordo com a NBR 6118. Nos pilares de B1 a B9, manteve-se a taxa de carregamento axial constante e igual a 0.3. Nos pilares

B10 a B18, manteve-se a taxa de carregamento axial constante e igual a 0.5. Nos pilares de B19 a B27, manteve-se a taxa de carregamento axial constante e igual a 0.8. A taxa de armadura longitudinal foi mantida constante em todos os pilares da série *B*.

Para manter as relações de esbeltez apresentadas na Tabela 4.2, o comprimento do pilar (*l*) foi mantido constante, no valor de 2000 mm, e a altura (*h*) variável, com valores de 166 mm a 500 mm. É importante frisar que o comprimento do vão (*l*), representa o vão entre a seção de momento nulo e a seção de momento máximo, representando a totalidade do vão no caso dos pilares desta pesquisa. Em pilares com condições de contorno diferentes, essa condição precisa ser verificada.

A taxa de armadura longitudinal foi analisada pelos pilares do grupo *C*, apresentados na Tabela 4.3. As faixas de análise variaram entre 1,0% e 6% respeitando os valores mínimos e máximos recomendados pela NBR 6118/2014. Nos pilares de C1 a C9, manteve-se a taxa de carregamento axial constante e igual a 0.3. Nos pilares C10 a C18, manteve-se a taxa de carregamento axial constante e igual a 0.5. Nos pilares de C19 a C27, manteve-se a taxa de carregamento axial constante e igual a 0.8. A esbeltez geométrica foi mantida constante em todos os pilares da série *C*.

4.2 SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

A etapa inicial da modelagem exigiu a definição das propriedades dos materiais e dos parâmetros de entrada do modelo CDP discutidos no Capítulo 3 . A Tabela 4.4 apresenta os parâmetros aplicados. A curva de comportamento à compressão foi a do Model Code 90 apresentada na Figura 3.5, calculada de acordo com as Equações de 3.7 a 3.10.

O modelo de Hordjik (1991), para o comportamento à tração do concreto, apresentada na Figura 3.6 e calculada pelas Equações de 3.11 a 3.13, foi utilizada nos modelos. Para o dano à compressão e à tração, calculados pelas Equações 3.5 e 3.6, respectivamente, e pelas curvas apresentadas nas Figuras 3.2 e 3.3, respectivamente, foram utilizados os modelos de Birtel e Mark (2006), para a compressão, e Mahmud, yang e Hassan (2013), para a tração. O modelo de comportamento do aço foi apresentado na Figura 3.7,

calculado de acordo com as Equações 3.14 e 3.15, representada pela curva mostrada na Figura 3.7.

Tabela 4.4 – Propriedades do concreto e aço e parâmetros *CDP* dos modelos

Comportamento à compressão		Dano à compressão		Comportamento à tração		Dano à tração	
σ_c (MPa)	ϵ_c	d_c	ϵ_c	σ_t (MPa)	w (mm)	d_t	w (mm)
13.13	0	0	0	1.80	0	0	0
22.06	0.00029	0.108	0.00029	1.41	0.012	0.216	0.012
27.44	0.00062	0.172	0.00062	1.11	0.025	0.381	0.025
29.80	0.00104	0.244	0.00104	0.89	0.031	0.506	0.031
30	0.00123	0.276	0.00123	0.72	0.048	0.598	0.048
29.57	0.00155	0.327	0.00155	0.60	0.055	0.665	0.055
27.11	0.00213	0.421	0.00213	0.51	0.067	0.715	0.067
22.70	0.00277	0.531	0.00277	0.44	0.077	0.751	0.077
15	0.00363	0.692	0.00363	0.35	0.093	0.801	0.093
10.72	0.00415	0.782	0.00415	0.32	0.143	0.819	0.143
7.52	0.00476	0.854	0.00476	0.27	0.126	0.848	0.126
5.61	0.00532	0.898	0.00532	0.25	0.132	0.861	0.132
4.35	0.00586	0.925	0.00586	0.22	0.145	0.874	0.145
3.49	0.00639	0.944	0.00639	0.20	0.152	0.886	0.152
2.86	0.00691	0.957	0.00691	0.18	0.166	0.897	0.166
2.39	0.00742	0.966	0.00742	0.16	0.177	0.908	0.177
2.03	0.00793	0.973	0.00793	0.14	0.189	0.919	0.189
1.74	0.00844	0.978	0.00844	0.10	0.207	0.939	0.207
1.51	0.00895	0.982	0.00895	0.092	0.217	0.949	0.217
1.33	0.00946	0.985	0.00946	0.076	0.229	0.957	0.229
1.17	0.00996	0.987	0.00996	0.048	0.240	0.973	0.240
1.04	0.01047	0.989	0.01047	0.036	0.252	0.980	0.252
Parâmetros de Plasticidade dos Modelos				Parâmetros dos Materiais			
Ângulo de dilatação		35°		Concreto		Aço	
Excentricidade		0.1		* E_{ci}	31008	E_s	210000
fb_0/fc_0		1.16					
K_c		0.6667		ν_c	0.2	ν_s	0.3
Viscosidade		0.0005					
Note: * $E_{ci}=E_{c0} \cdot [f_{cm}/f_{cm0}]^{1/3}$ (Model Code.1990)							
$f'_c = 30$ MPa							

As aplicações dos parâmetros de plasticidade no ABAQUS/CAE são essenciais para obtenção das respostas dos modelos. O ângulo de dilatação teve efeitos consideráveis em todo o modelo. O aumento no ângulo de dilatação, atua elevando a flexibilidade do sistema. Para os valores da excentricidade do potencial de fluxo (ϵ) e da razão entre a tensão de escoamento compressiva equibiaxial inicial e a tensão de escoamento

compressiva uniaxial inicial (f_{b0}/f_{c0}), os valores padrão foram assumidos, iguais a 0.1 e 1.16, respectivamente.

Se a excentricidade fosse considerada inferior ao padrão, haveria problemas de convergência, especialmente quando para baixas tensões de confinamento. O software ABAQUS/CAE utiliza um valor default para a viscosidade. Este parâmetro melhora a taxa de convergência do modelo. Para definir a forma da superfície de ruptura do concreto, o parâmetro K foi aplicado. Quando igual a 1, define uma superfície esférica. Neste estudo, o valor padrão também foi assumido.

Posteriormente, definiu-se os tipos de elementos a serem utilizados na modelagem dos elementos. Os pilares e blocos foram modelados por elementos cúbicos tridimensionais *Solid* do tipo C3D8R com integração reduzida. A integração reduzida trouxe melhor flexibilidade aos modelos e melhorou as propriedades de convergência. Para as armaduras longitudinais, estribos e armaduras do bloco, elementos do tipo T3D2 (*wire*), do tipo *3Dtruss*, com 2 nós, foram aplicados. A Figura 4.2 apresenta os dois tipos de elementos para o concreto e armaduras.

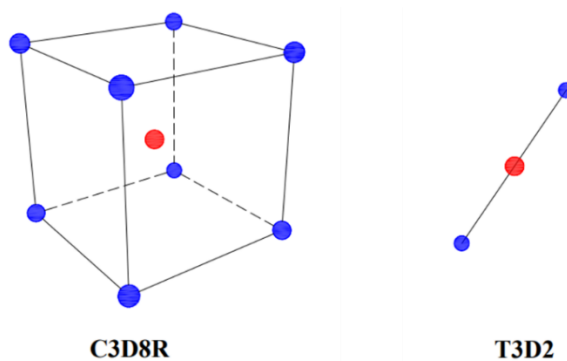


Figura 4.2 – Tipos de elementos aplicados na modelagem (Fonte: Autor)

Os blocos foram modelados com dimensões de 400 mm x 500 mm x 900 mm. Para as armaduras longitudinais, blocos e estribos, foram considerados os aços CA-50, para armaduras longitudinais e bloco, e CA-60 para estribos. Vale ressaltar que as armaduras dos blocos foram as mesmas em todas as simulações, com variação, apenas, das armaduras longitudinais e transversais de acordo com o apresentado nas Tabelas de 4.1 a 4.3. A Figura 4.3 mostra o padrão das armaduras.

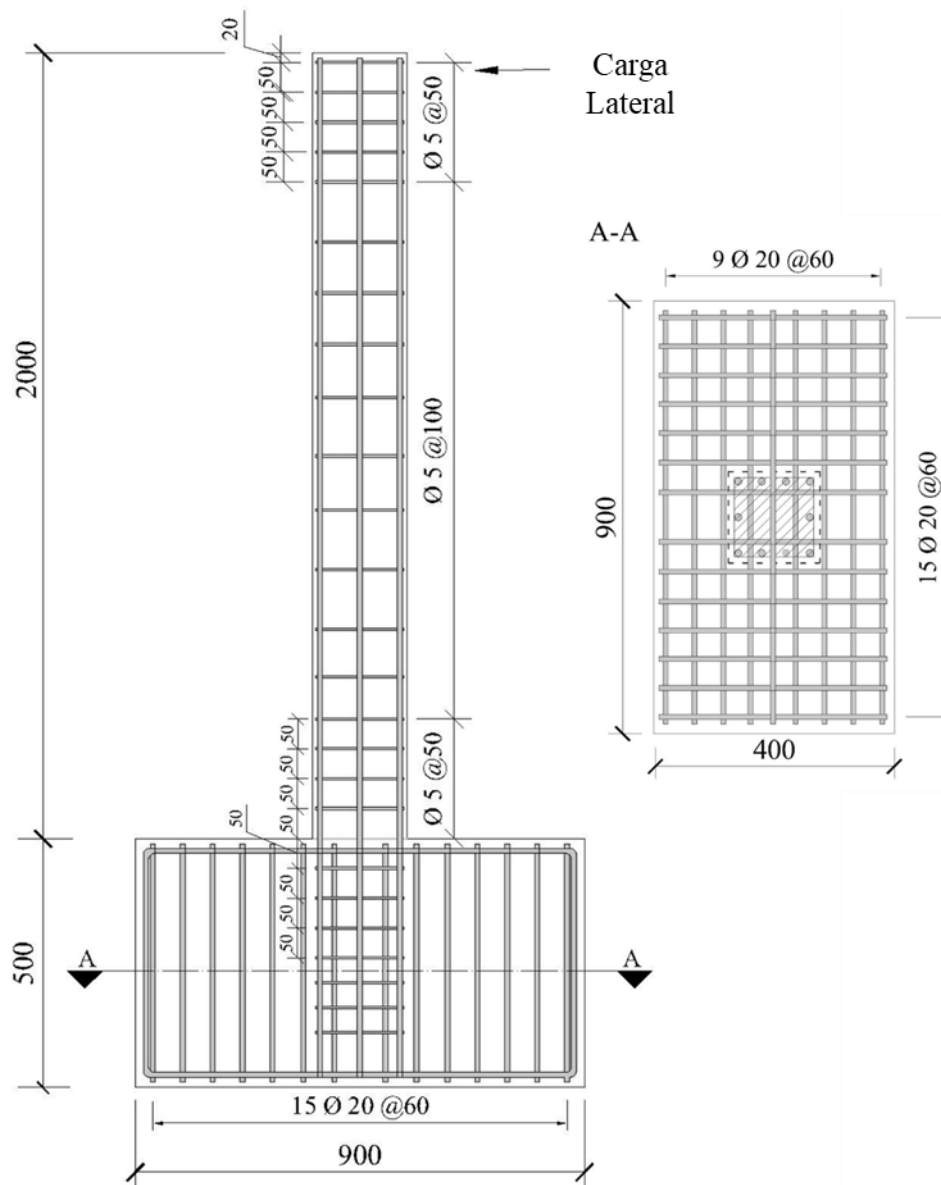


Figura 4.3 – Detalhe das armaduras dos pilares modelados no ABAQUS/CAE

(Fonte: Autor)

A interação entre os elementos do tipo *Solid* (concreto e bloco) e *Truss* (armadura longitudinal do pilar, estribos e armaduras do bloco) foi realizado por uma ligação do tipo *Embedded Constraint*, que pode ser entendida como a restrição de um corpo embutido em outro. Esta interação promove a compatibilização das translações nodais dos elementos imersos (armaduras) com as dos elementos da região hospedeira (pilar e bloco) e é considerada uma aderência perfeita entre ambos os materiais. A Figura 4.4 mostra detalhes da interação.

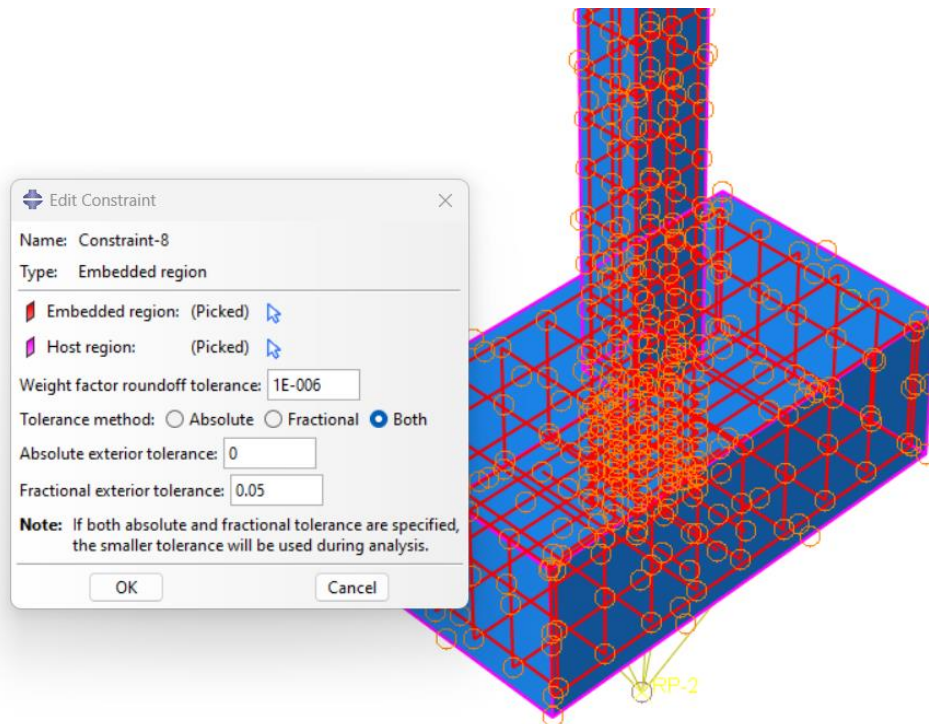
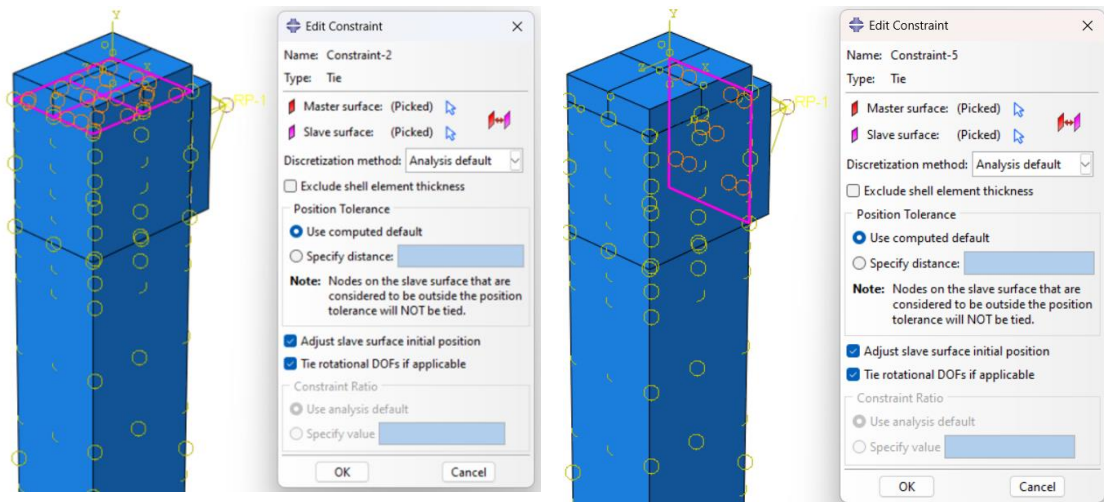


Figura 4.4 – Interação entre armaduras, pilar e bloco - *Embedded Constraint*

(Fonte: Autor)

4.2.1 Carregamentos e Condições de Contorno

Duas ações foram aplicadas nos pilares, na extremidade livre: axial e lateral. Duas chapas foram modeladas na extremidade livre do pilar, como mostra a Figura 4.5. As chapas foram conectadas na extremidade livre pela interação do tipo *Tie Constraint*. Para conexão da chapa lateral à extremidade do pilar, uma partição que delimita a área específica para conexão da chapa, foi realizada.



(a) Chapa superior

(b) Chapa lateral

Figura 4.5 – interação entre chapas e pilar - *Tie Constraint* (Fonte: Autor)

Inicialmente, aplicou-se a carga axial de acordo com os valores predefinidos nas Tabelas de 4.1 a 4.3. A carga axial foi dividida em quatro passos de carga (*Steps*), aplicados separada e simetricamente na superfície da chapa, conforme sequência das Figuras de 4.6 a 4.9.

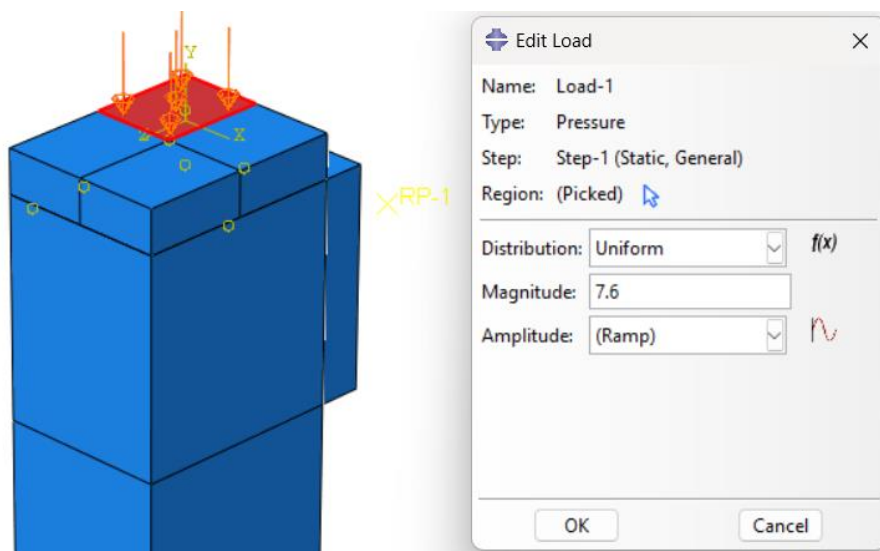


Figura 4.6– Aplicação do carregamento axial - *Step 1* (Fonte: Autor)

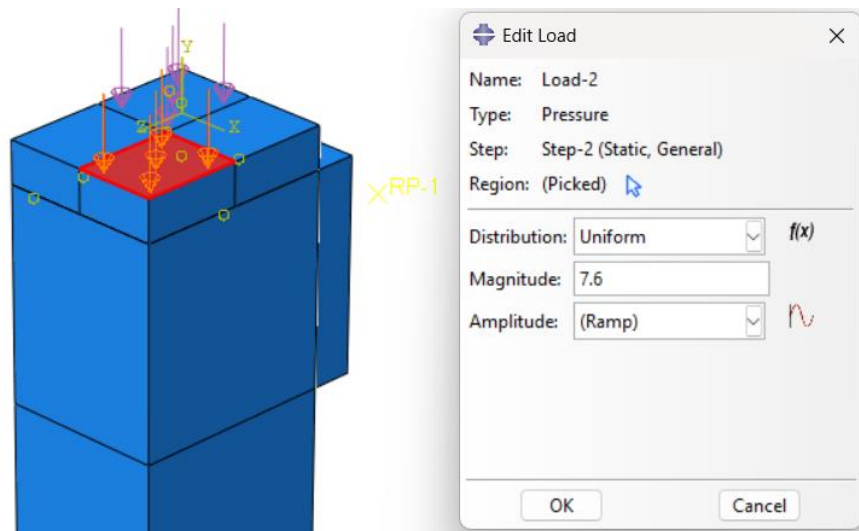


Figura 4.7– Aplicação do carregamento axial - *Step 2* (Fonte: Autor)

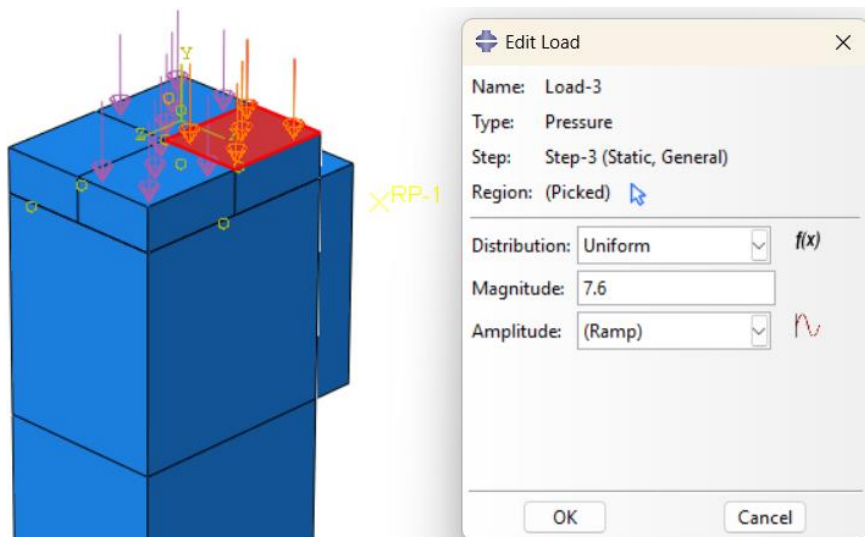


Figura 4.8– Aplicação do carregamento axial - *Step 3* (Fonte: Autor)

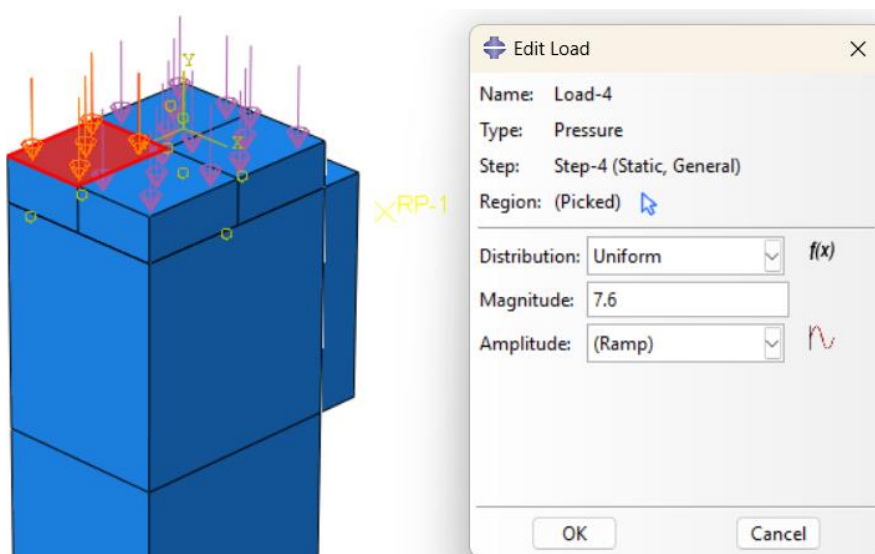


Figura 4.9– Aplicação do carregamento axial - *Step 4* (Fonte: Autor)

Para simular o carregamento lateral nos modelos, o programa permite ao usuário optar entre a imposição de um incremento de força ou deslocamento. Segundo Kim (2015), ambos os métodos são equivalentes, matematicamente, porém o controle de deslocamento apresenta uma estabilidade maior quando comparado ao modelo de força. No modelo controlado pela aplicação direta da força, incrementos de força ΔF são adicionados em cada passo de carga e os deslocamentos são, então, obtidos. No modelo com controle por deslocamentos, incrementos de deslocamentos são adicionados e observa-se a força. A Figura 4.10 apresenta o comportamento para os dois tipos de controle.

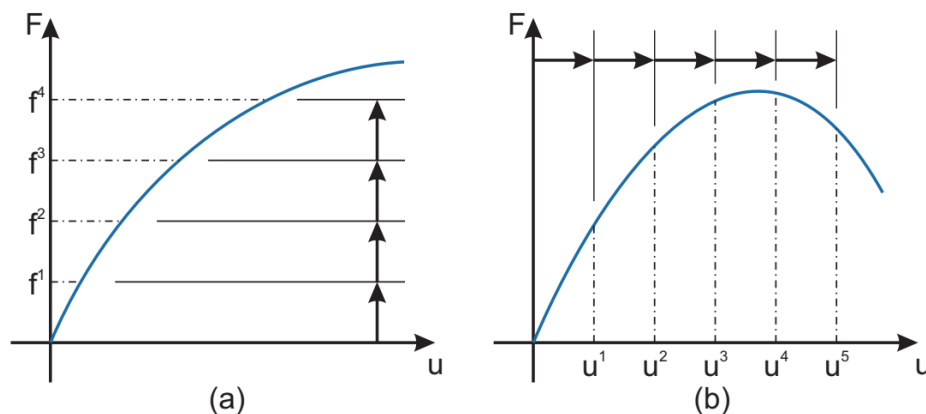


Figura 4.10- Métodos de controle de carga: (a) Controle por incremento de força e (b) controle por incremento de deslocamento (Silva, 2018)

O método utilizado para avaliar a resposta dos pilares na modelagem foi o de controle por deslocamento. Optou-se por este método principalmente pela resposta pós-pico. Quando os modelos foram simulados com incrementos de força, o diagrama força-deslocamento não apresentou resposta no braço descendente, finalizando no valor da carga máxima, como mostrado na Figura 4.10 (a). Quando o controle por deslocamento foi aplicado aos modelos, a resposta pós-pico, como apresentado na Figura 4.10 (b), foi observado e a resposta carga-deslocamento obtida.

A carga foi inserida no passo de carga 5 (*Step 5*), após a aplicação do carregamento axial. Um ponto de referência foi criado (RP1) para aplicação do carregamento lateral e vinculado a superfície da chapa lateral por meio da interação do tipo *Coupling*, como mostra a Figura 4.11.

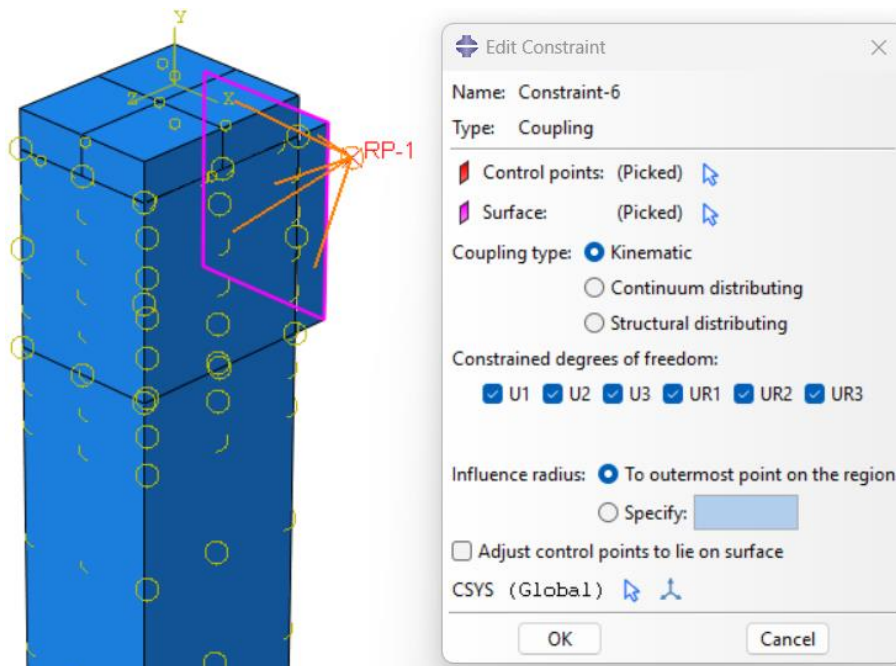


Figura 4.11 – Interação entre o ponto de referência (RP1) e a chapa lateral
(Fonte: Autor)

Para a ligação bloco-laje de reação, também se utilizou a interação do tipo *Coupling* entre a base do bloco e o ponto de referência RP2, de acordo com a Figura 4.12. Este ponto serviu de apoio para obtenção dos esforços no modelo. A Figura 4.13 mostra o modelo definido com as ações, chapas e pontos de referências.

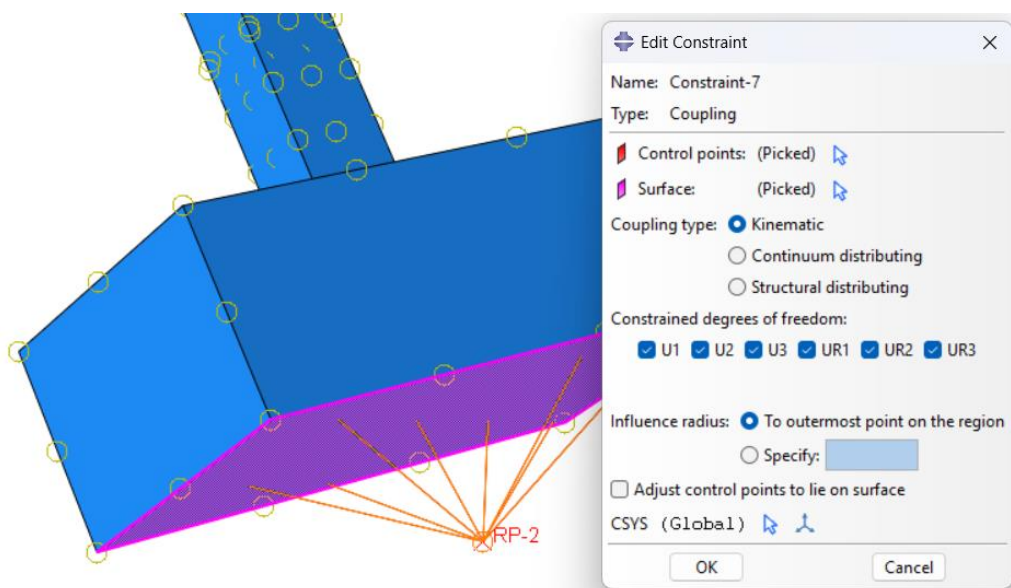


Figura 4.12 – Interação entre o ponto de referência (RP2) e a base do bloco
(Fonte: Autor)

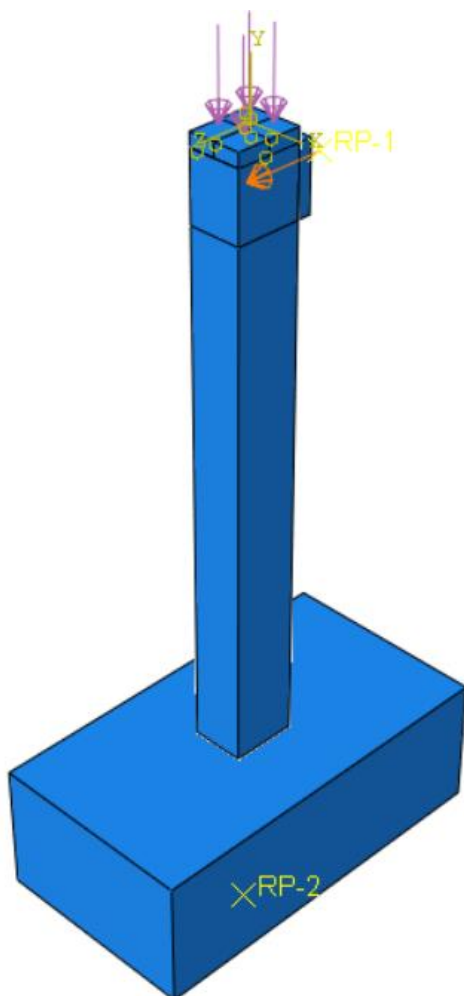


Figura 4.13 – Chapas, ações e pontos de referências definidos (Fonte: Autor)

4.2.2 Análise de Convergência de Malha e Calibração dos Modelos

Para a determinação do tamanho ideal de malha, realizou-se uma análise de convergência de malhas a fim verificar possíveis variações no comportamento dos pilares. Malhas pouco refinadas, poderiam gerar resultados inconsistentes, enquanto malhas muito refinadas demandariam bastante tempo de processamento. Como havia muitos pilares a serem simulados, a escolha da malha ideal se fez necessária.

O pilar ensaiado experimentalmente por Acun (2010), foi simulado considerando os parâmetros definidos na Tabela 4.4 e os tipos de elementos definidos na Figura 4.2. Os modelos foram discretizados com malhas de 40 x 40 mm, 60 x 60 mm e 100 x 100 mm. O pilar modelado foi o 1D2, de seção transversal 350 x 350 mm e altura de 1800 mm engastados em uma sapata de 500 mm x 1350 mm e altura de 400 mm, carregado com

620 kN de força axial, mantido constante durante o ensaio, sendo em seguida carregado com força horizontal até a ruína. A Figura 4.14 mostra as malhas analisadas.

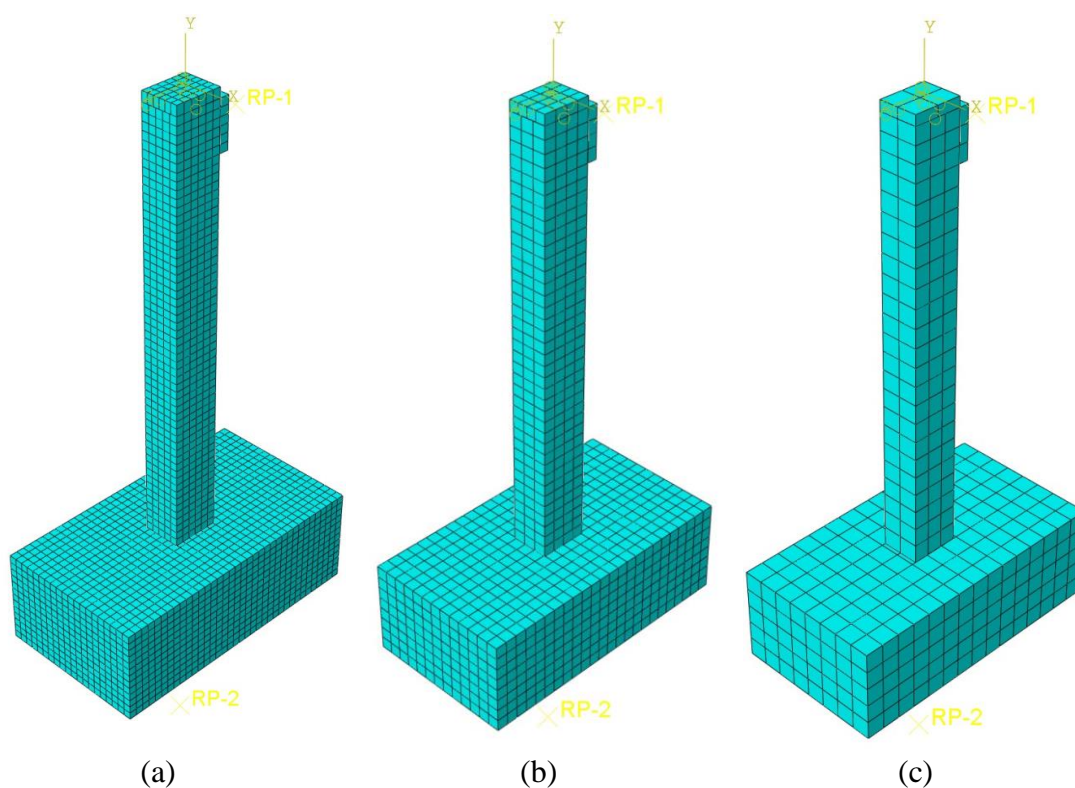


Figura 4.14– Malhas analisadas: (a) 40mm x 40 mm; (b) 60 mm x 60 mm; e (c) 100 mm x 100 mm (Fonte: Autor)

A Figura 4.15 apresenta os resultados da análise. A malha menos refinada (100x100), apresentou divergência importante em relação a curva do autor, superestimando os resultados experimentais. Os modelos mais refinados, (40 x 40) mm e (60x60) mm, apresentaram resultados próximos ao experimental sem que houvesse alteração considerável dos resultados. Porém, o modelo com malha de 40x40 tomou maior tempo de processamento (77') em relação à malha de 60x60 (24'). Com o padrão de malha de 60x60 representando idealmente o comportamento experimental com menor tempo de processamento, adotou-se, então, este padrão para todos os modelos.

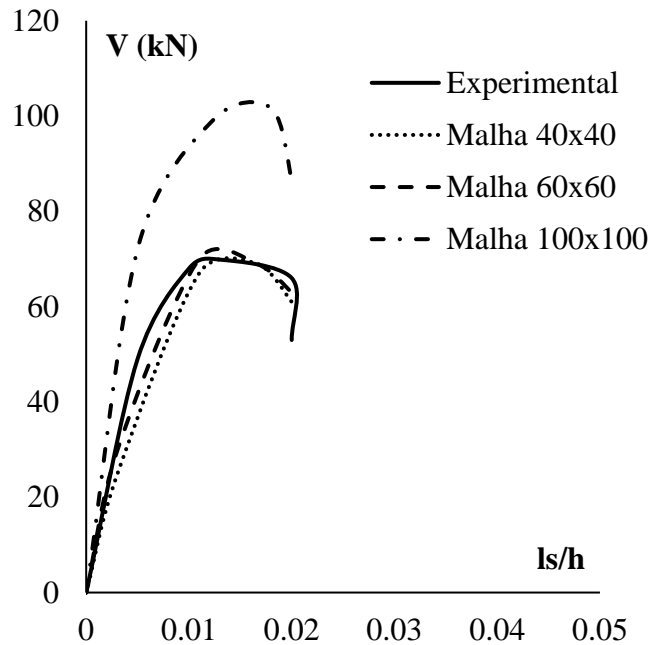


Figura 4.15– Análise de convergência de malha (Fonte: Autor)

Os resultados do modelo apresentaram comportamento semelhante até atingirem 80% da carga horizontal máxima. Após atingir a carga de pico, aproximadamente 70 kN, se iniciou a queda da força horizontal, que alcançou novamente 80% da carga de pico ao atingir o deslocamento relativo de aproximadamente 0,02, o equivalente a 70 mm de deslocamento horizontal. Esse foi o padrão de comportamento do pilar experimental do autor.

O modelo computacional seguiu o mesmo padrão de comportamento no braço ascendente da curva, atingindo 80% da carga de pico com carga próxima à curva experimental para as malhas de 40 x40 e 60 x 60. No comportamento pós pico, houve uma diferença de 12% próximo aos 80% da capacidade máxima do pilar, no braço descendente. Porém, essa diferença está dentro de limites aceitáveis e não desqualifica o modelo, dado a precisão em prever a carga máxima do pilar, bem como o comportamento ascendente da curva.

O diagrama momento-rotação, mostrado na Figura 4.16, foi analisado considerando a malha de 60 x 60, predefinida. É importante ressaltar que os parâmetros de entrada, modelos constitutivos e tamanho da malha, na modelagem do pilar do autor, foram os mesmos utilizados nos pilares desta pesquisa, pois a intenção é calibrar os parâmetros da modelagem. Os demais parâmetros foram os mesmos, o que inclui as propriedades das

armaduras, viscosidade, excentricidade, ângulo de dilatação, densidade do aço e concreto, coeficiente de Poisson do aço e concreto, o fator K e a relação f_{bo}/f_{co} .

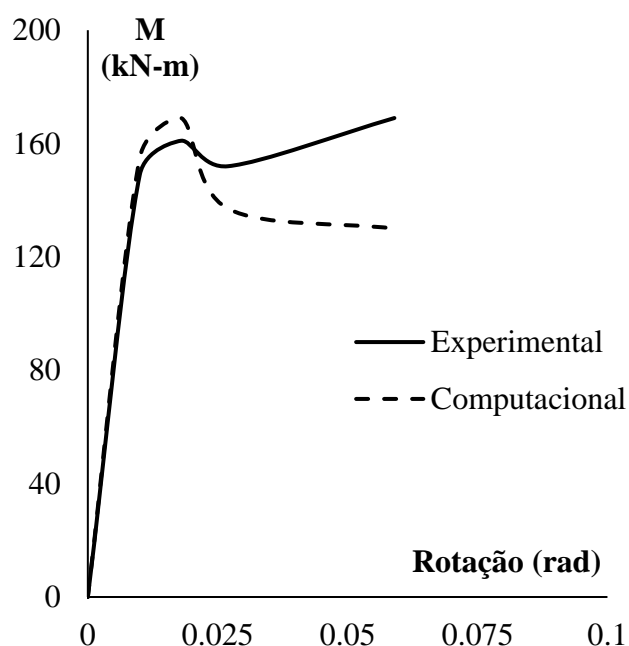


Figura 4.16– Análise de convergência de malha (Fonte: Autor)

O diagrama momento-curvatura da Figura 4.16, mostra que no modelo do autor o momento máximo registrado foi de aproximadamente 161 kN.m, contra 169 kN.m do modelo computacional, com diferença de 8%. O modelo computacional apresentou leve tendência de queda, observada após o pico, enquanto o experimental, leve tendência ascendente para a mesma rotação. Apesar do comportamento pós-pico do diagrama momento-curvatura destoar levemente do obtido experimentalmente, ele ainda se encontra dentro do intervalo proposto pelos comentários da norma ACI 318 (2011), que é de 15% para considerar o modelo como confiável.

As conclusões observadas são de que os valores dos deslocamentos, deformações últimas no concreto comprimido, na armadura tracionada e na comprimida, foram muito bem previstos pelo modelo computacional, com diferenças menores que 5% dos resultados experimentais.

4.3 RESULTADOS DA MODELAGEM

4.3.1 Comprimento da Rótula Plástica

A metodologia para estimar l_p foi adaptada do trabalho de Bae (2005). A magnitude do dano no concreto, segundo o autor, está relacionada com a intensidade das deformações de compressão medidas na seção crítica. Com o aumento das curvaturas, as deformações no lado comprimido do pilar aumentam até um valor crítico. O escoamento da armadura longitudinal no lado comprimido ocorre ($\epsilon_{cs} > \epsilon_y$) seguido do esmagamento do núcleo de concreto. Com o acúmulo das deformações, as rótulas plásticas são, então, formadas. A magnitude das deformações observadas na armadura longitudinal comprimida, de acordo com o autor, nessas circunstâncias, poderia trazer bons indicativos para formação das rótulas.

O método é descrito a seguir:

inicialmente, estima-se a posição da seção crítica com base no momento máximo determinado nos diagramas de momento fletor ou momento-curvatura do pilar. A definição da seção crítica, segundo o autor, é necessária devido a uma região sem danos formada próxima à ligação da base do pilar, denomina *Stub*, como mostra a Figura 4.17, com a seção crítica localizada a $0,5h$ da base do pilar, considerando a região $0,25h$, sem danos.

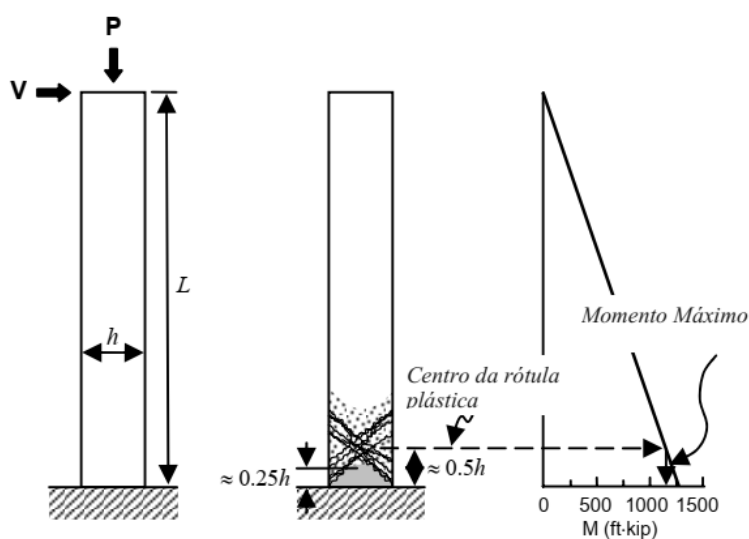


Figura 4.17 – Momento máximo da seção crítica (Fonte: Bae, 2005)

Determinada a seção crítica, investiga-se as seções acima deste ponto que sofreram escoamento da armadura longitudinal, definida nesta pesquisa com o valor de $\epsilon_s > 2,38\%$. A Figura 4.18, exemplifica a metodologia.

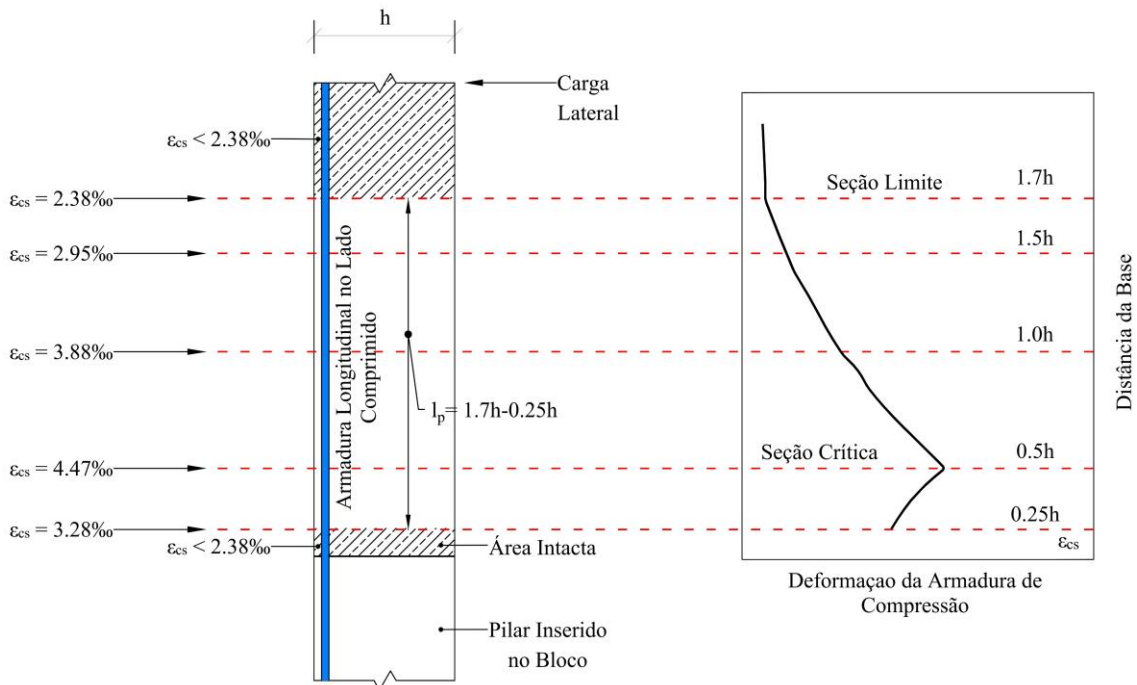


Figura 4.18 – Estimativa do comprimento da rótula plástica (Fonte: Autor)

O comprimento da rótula plástica é aquele medido a partir da última seção que atingiu a deformação de escoamento, acima da seção crítica, subtraído o valor $0,25h$. Assim, estimou-se os valores do comprimento da rótula plástica para os 81 modelos. Os resultados são apresentados nas Tabelas 4.5.

Tabela 4.5 – Comprimento da rótula plástica medido nos modelos computacionais

P/P_o	Pilares	l_p	Pilares	l_p	Pilares	l_p
0	A1	0.29h	A10	0.36h	A19	0.41h
0.1	A2	1.26h	A11	1.57h	A20	1.87h
0.2	A3	1.84h	A12	2.30h	A21	2.74h
0.3	A4	2.23h	A13	2.78h	A22	3.31h
0.4	A5	2.54h	A14	3.18h	A27	3.77h
0.5	A6	2.74h	A15	3.43h	A24	4.07h
0.6	A7	2.95h	A16	3.69h	A25	4.38h
0.7	A8	3.14h	A17	3.93h	A26	4.66h
0.8	A9	3.19h	A18	3.99h	A27	4.73h
l/h	Pilares	l_p	Pilares	l_p	Pilares	l_p
4	B1	1.26h	B10	1.36h	B19	1.69h
5	B2	1.44h	B11	1.69h	B20	1.95h
6	B3	1.48h	B12	1.85h	B21	2.13h
7	B4	1.64h	B13	1.95h	B22	2.34h
8.5	B5	1.72h	B14	2.05h	B23	2.48h
9	B6	1.90h	B15	2.23h	B24	2.66h
10	B7	1.98h	B16	2.48h	B25	2.85h
11	B8	2.18h	B17	2.73h	B26	3.14h
12	B9	2.39h	B18	2.99h	B27	3.44h
A_s/A_g	Pilares	l_p	Pilares	l_p	Pilares	l_p
1	C1	0.72h	C10	0.77h	C19	0.97h
1.5	C2	0.70h	C11	0.82h	C20	0.95h
2	C3	0.75h	C12	0.94h	C21	1.08h
2.5	C4	0.85h	C13	1.02h	C22	1.22h
3	C5	1.06h	C14	1.26h	C23	1.52h
3.5	C6	1.28h	C15	1.50h	C24	1.79h
4	C7	1.39h	C16	1.74h	C25	2.01h
5	C8	1.59h	C17	1.98h	C26	2.28h
6	C9	1.78h	C18	2.23h	C27	2.56h

Contudo, é importante salientar, que os resultados observados nos modelos não apresentaram diferença significativa no comprimento da rótula medidos pelas deformações na armadura de compressão, como sugeriu o autor, em relação ao comprimento medido na armadura de tração.

Acredita-se que a principal razão seja a natureza do carregamento, se cíclico ou monotônico. De acordo com Fardis *et al* (2003), elementos submetidos a carregamentos monotônicos tendem a formar rótulas 1,5 maior que elementos sujeitos a carregamentos cíclicos, caso do ensaio de Bae (2005), devido aos maiores danos observados no concreto causados pelos carregamentos cíclicos, a ponto de os danos romperem o núcleo de

concreto, causando ruptura prematura do núcleo e da seção por esmagamento, evitando a propagação das rótulas.

Para carregamentos monotônicos, caso desta pesquisa, os danos causados no núcleo de concreto, são menores, levando a possibilidade de formações de rótulas maiores, e distribuição uniforme das tensões na seção, o que implica em distribuição uniforme das deformações em ambos os lados da seção, e, portanto, a medida do comprimento da rótula iguais ou próximas em ambos os lados.

4.3.2 Influência de P/P_o no Comprimento da Rótula Plástica

Os resultados dos pilares do *Grupo A*, apresentado na Tabela 4.5, mostra os resultados do comprimento da rótula plástica para a variável taxa de carregamento axial, estimado de acordo com o método descrito na seção 4.3.1. A relação $l_p \times P/P_o$ é mostrado no gráfico da Figura 4.19.

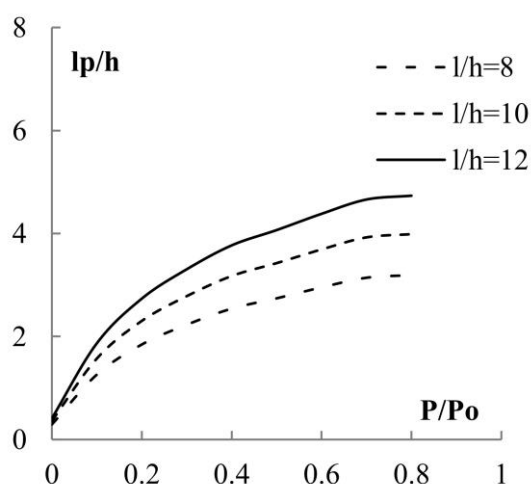


Figura 4.19 – Influência da taxa de carregamento axial no comprimento da rótula plástica (Fonte: Autor)

A variação da variável P/P_o reflete claramente na formação e no comportamento da rótula plástica. O comportamento da curva mostra tendência crescente e parabólica de l_p quando do aumento de P/P_o . Observa-se um crescimento gradual de l_p , a partir de $0,2P_o$ até $0,8P_o$ para as três faixas de esbelteza analisadas. Na faixa de $0P_o$ a $0,1P_o$, observou-se um aumento linear. Na faixa de pilares com esbelteza geométrica igual a 8, pilares de A1 a A9,

l_p apresentou diminuição em todos os níveis de compressão dos pilares, quando comparado aos pilares com esbeltez geométrica iguais a 10 e 12, também para todos os níveis de compressão axial.

Essas conclusões também foram observadas por outros autores como Atalay e Penzien (1975), que concluíram que o comprimento plastificado se estendia com aumento nos níveis de compressão, ou Tanaka e Park (1990) que observaram crescimento de l_p de $0,46h$ para $0,75h$ quando do aumento dos níveis de compressão axial passavam de $0,1f_c'A_g$ para $0,30f_c'A_g$, respectivamente, assim como os trabalhos de Légeron e Paultre (2003) e Thomson e Wallace (2004). Porém, outros trabalhos apresentaram conclusões diferentes. Bae (2005) observou redução no comprimento da rótula, o que, de acordo com Fardis *et al* (2003), se justifica pela natureza do carregamento cíclico, em que l_p tende a ser 1,5 maior para pilares sujeitos a carregamentos monotônicos. Nas conclusões de Park *et al* (1982) e Ceroni *et al.* (2003), a variação do comprimento da rótula se mostrou indiferente a variação dos níveis de compressão do pilar, tanto para carregamentos cíclicos quanto para monotônicos.

4.3.3 Influência de P/P_o nos Deslocamentos Laterais

A Figura 4.20 apresenta o diagrama carga-deslocamentos dos pilares de A1 a A9. A rigidez inicial dos pilares e a carga lateral máxima aumentaram com o aumento de P/P_o . Isso se justifica, em partes, ao retardamento no desenvolvimento das fissuras e atuação do núcleo confinado de concreto, que se tornou efetivamente mais solicitado e rígido, elevando a rigidez até o aparecimento da primeira fissura, elevando a capacidade do elemento nos estágios posteriores de carregamento.

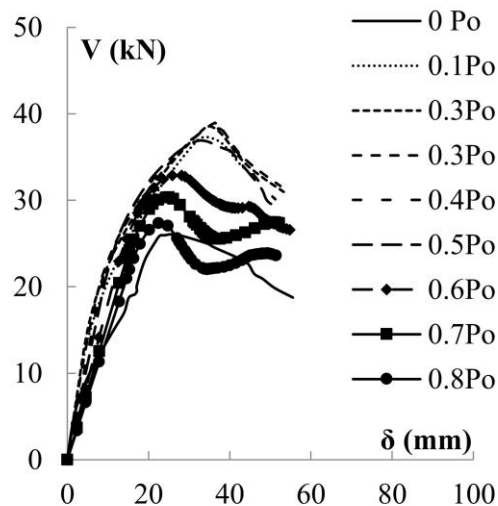


Figura 4.20 – Influência da taxa de carregamento axial nos deslocamentos laterais dos pilares de A1 a A9 (Fonte: Autor)

O aumento de carga foi observado na carga máxima (V_{max}) obtida nos diagramas da Figura 4.20. Até o pilar A6 (0,5Po), observou-se elevação da carga máxima no valor de 56,5% em relação ao pilar A1 (0Po), sem carregamento axial. Após 0,5Po, a carga máxima volta a diminuir, com o V_{max} do pilar A9 (0,8Po) 49% em relação ao pilar A6 (0,5Po). A variação da ductilidade poderia justificar esta questão. O aumento taxa de carregamento axial resultou em maior taxa de degradação da capacidade de carga dos elementos mais solicitados, plastificando prematuramente a seção, elevando a ductilidade dos pilares. Esta premissa pode ser observada na Tabela 4.6, que apresenta os resultados do fator de ductilidade para os deslocamentos dos pilares de A1 a A9.

Tabela 4.6 – Fator de ductilidade para os deslocamentos para a variável P/P_o

P/P_o	$\delta_{Máx}$	δ_u	μ_δ
0	26.21	55.57	2.129
0.1	34.15	45.41	1.302
0.2	34.81	53.24	1.525
0.3	36.37	52.42	1.443
0.4	38.10	51.19	1.374
0.5	39.02	51.59	1.322
0.6	23.55	53.95	2.209
0.7	22.46	52.23	2.325
0.8	21.34	50.37	2.360

$(\mu_\delta = \delta_u / \delta_{Máx})$ – Fator de ductilidade para os deslocamentos

O coeficiente de ductilidade atinge uma média de 1,391 (A2-A6) quando a relação de carga axial varia de 0,1 a 0,5. Posteriormente, o coeficiente de ductilidade aumenta quando a relação de carga axial varia de 0,6 a 0,8 (A7-A9) e atinge uma média de 2,298, equivalente ao valor de ductilidade do pilar A1, sem carregamento axial.

4.3.4 Influência de l/h no Comprimento da Rótula Plástica

Os resultados dos pilares do *Grupo B*, apresentado na Tabela 4.5, mostra os resultados do comprimento da rótula plástica medido para a variável esbeltez geométrica, estimado de acordo com o método descrito na seção 4.3.1. A relação $l_p \times l/h$ é mostrado no gráfico da Figura 4.21.

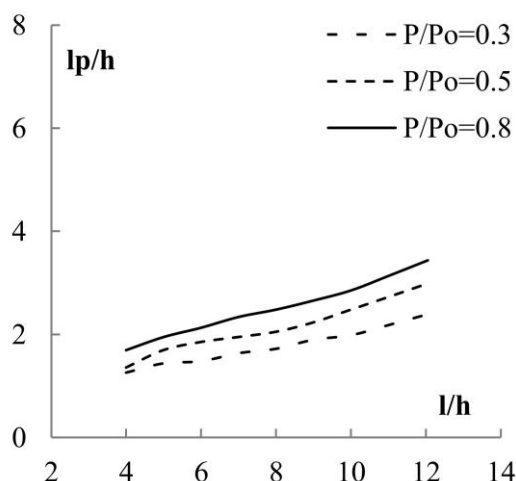


Figura 4.21 – Influência da taxa de carregamento axial nos deslocamentos laterais dos modelos computacionais (Fonte: Autor)

Notavelmente, a relação entre $l_p \times l/h$ segue uma tendência linear. Assim como o comportamento parabólico apresentado na relação do comprimento da rótula com a taxa de carregamento axial, a tendência de l_p pela variação de l/h , foi fundamental para selecionar o modelo de regressão e definir uma expressão para o comprimento da rótula plástica desta pesquisa, que será posteriormente apresentado.

Como observado na Figura 4.21, l_p aumenta consideravelmente com o aumento da esbeltez. O aumento de l_p em relação a l/h é sempre crescente, com l_p máximo medido de

3.44h para o pilar mais esbelto e carregado (*B27*). Esta conclusão também foi observada por outros pesquisadores. As propostas de Pristley e Park (1987), Panagiotakos e Fardis (2001), Fardis e Biskinis (2003), Bae (2005), Ceroni et al.(2003), que consideram a influência da esbeltez em suas propostas de cálculo de l_p , observaram o aumento crescente, com algumas diferentes no tamanho de l_p medido.

Para os pilares curtos da série *B*, que incluem *B1/B2*, com $P/P_o=0,3$, *B10/B11*, com $P/P_o=0,5$, e *B19/B20*, $P/P_o=0,8$, não se observou tendência diferente dos pilares mais esbeltos, mesmo os mais carregados, ou seja, a esbeltez foi determinante na formação das rótulas independente de outras variáveis ou do índice de esbeltez do pilar, considerando que os efeitos de 2ª ordem não foram predominantes. De acordo com Barrera (2011), os efeitos de 2ª ordem influenciam no comprimento plastificado, uma vez que esses efeitos não permitem que as rótulas se formem. Nesta pesquisa os pilares foram cuidadosamente dimensionamentos para evitar esses efeitos. Alguns autores observaram que a formação das seções plastificadas, diminuiu com o aumento da taxa de carregamento axial em pilares esbeltos, quando comparados àqueles com taxa de carregamento menor nos mesmos pilares.

4.3.5 Influência de l/h nos Deslocamentos Laterais

A Figura 4.22 apresenta o diagrama carga-deslocamentos dos pilares de *B1* a *B9* para a variável esbeltez geométrica (l/h). A influência deste parâmetro está essencialmente ligada à não linearidade geométrica, o que gera implicações não apenas na capacidade resistente dos elementos, mas também, e principalmente, na capacidade de deformação. Esse fenômeno provocou uma descida brusca, após a carga de pico, reduzindo a capacidade de deformação dos pilares mais esbeltos (pilares *B5* a *B9*).

Foi observado redução na resistência dos pilares, observada nos valores de cargas máximas da Figura 4.22, dos elementos com mesma propriedades mecânicas e geométricas da seção transversal, mesmos níveis de carregamento axial. O incremento dos efeitos de segunda ordem no suporte esbelto ($\lambda=9$), não apenas logra reduzir a resistência, mas também a energia dissipada abaixo da curva de resposta $P-\delta$ e, em consequência, a ductilidade.

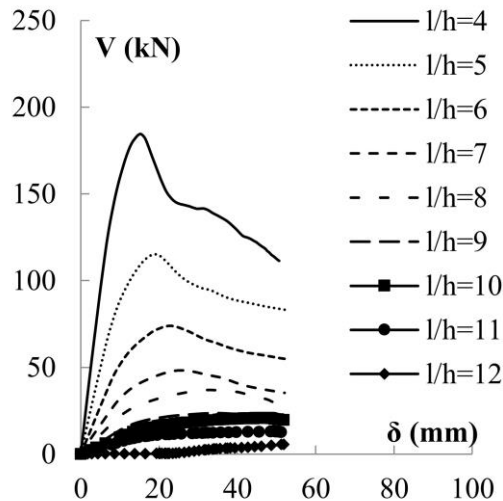


Figura 4.22 – Influência da esbelteza geométrica nos deslocamentos laterais dos modelos computacionais (Fonte: Autor)

Além disso, na Tabela 4.22, observa-se que o fator de ductilidade também foi afetado pela esbelteza. A capacidade de dissipação de energia em forma de deformação aumenta nos elementos mais esbeltos, devido a desconsideração dos efeitos de 2ª ordem. Conforme ilustrado na Figura 4.22, nas faixas elástica e elastoplásticas da resposta carga-deslocamento, que incluem a resposta até o escoamento para o trecho elástico, e do escoamento até a carga máxima para o elastoplástico, a influência do parâmetro afetou significativamente a resposta dos modelos. O aumento de l/h reduziu essencialmente a rigidez inicial e os deslocamentos laterais, e elevou os valores de V_{max} .

Para o pilar com $l/h=4$ (pilar *B1*), a carga máxima atingiu 184,38 kN, contra 23kN do pilar *B9*, com $l/h=12$. A esbelteza também afetou a ductilidade, como mostra a Tabela 4.7. A menor relação ($l/h=4$), resultou em uma maior taxa de degradação da capacidade de suporte e menor ductilidade.

Tabela 4.7 – Fator de ductilidade para os deslocamentos para a variável l/h

l/h	$\delta_{Máx}$	δ_u	μ_δ
4	15.46	22.10	1.435
5	18.52	26.95	1.455
6	22.97	35.01	1.524
7	24.98	39.40	1.577
8	25.95	41.04	1.581
9	27.87	44.53	1.598
10	28.50	45.86	1.609
11	29.22	47.46	1.624
12	30.79	50.65	1.645

$(\mu_\delta = \delta_u / \delta_{Máx})$ – Fator de ductilidade para os deslocamentos

4.3.6 Influência da ρ_s no Comprimento da Rótula Plástica

Em pilares submetidos a combinação de flexão e compressão axial, a influência da quantidade de armadura longitudinal se torna mais relevante. A combinação dos fatores resulta no aumento da quantidade de armadura longitudinal causando um efeito contrário aos observados nas variáveis anteriores sobre a formação da rótula plástica. Enquanto P/P_0 e l/h elevam significativamente o comprimento da rótula plástica, ρ_s resulta em aumento ligeiramente linear no comprimento da rótula, sendo observado valores quase constantes quando a taxa de armadura longitudinal varia de 1,0% a 2,5%, apresentando melhor resultados para valores superiores a 2,5%.

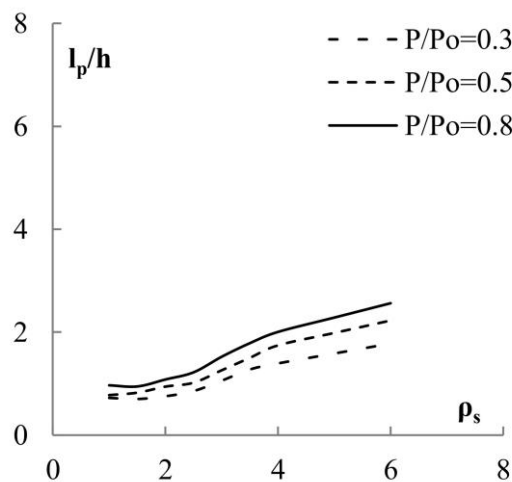


Figura 4.23 – Influência da esbelteza geométrica nos deslocamentos laterais dos modelos computacionais (Fonte: Autor)

variável para as diferentes faixas de parâmetros e estados de carregamento (elástico e último), e, conseqüentemente, o efeito na ductilidade também será variável.

A carga lateral máxima foi fortemente afetada com o aumento da taxa de armadura longitudinal para uma determinada taxa de carregamento axial e para uma determinada relação de esbeltez, resultando em aumento da capacidade resistente dos modelos. Além disso, o efeito da taxa de armadura longitudinal resultou em um aumento ligeiramente linear no comprimento da rótula plástica, sendo observado valores quase constantes quando a taxa de armadura longitudinal varia de 1,0% a 2,5%, apresentando melhor resultados para valores superiores a 2,5%.

4.3.7 Influência da ρ_s nos Deslocamentos Laterais

No diagrama carga-deslocamento, a taxa de armadura longitudinal não apresentou efeito importante na rigidez inicial dos pilares. A carga lateral máxima foi fortemente afetada com o aumento da taxa de armadura longitudinal para uma determinada taxa de carregamento axial e para uma determinada relação de esbeltez, resultando em aumento da capacidade resistente dos modelos.

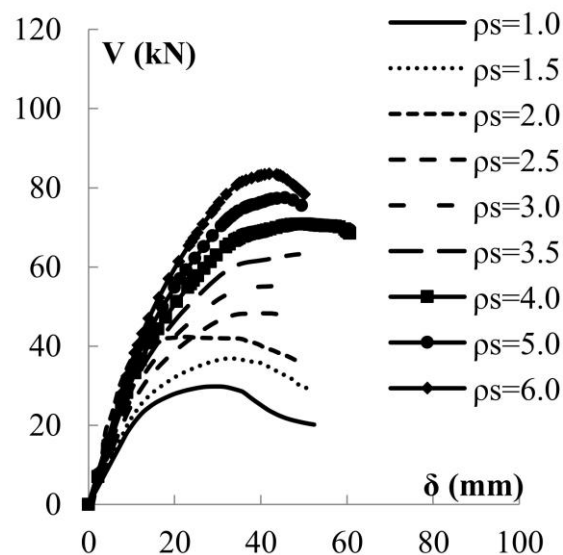


Figura 4.24 – Influência da esbeltez geométrica nos deslocamentos laterais dos modelos computacionais (Fonte: Autor)

Tabela 4.8 – Fator de ductilidade para os deslocamentos para a variável ρ_s

ρ_s	$\delta_{Máx}$	δ_u	μ_δ
1.0	30.50	52.38	1.717
1.5	32.92	51.34	1.559
2.0	35.25	51.69	1.466
2.5	40.16	58.51	1.457
3.0	46.28	62.92	1.359
3.5	46.44	58.85	1.267
4.0	49.54	60.72	1.225
5.0	47.18	56.71	1.202
6.0	42.01	50.10	1.190

$(\mu_\delta = \delta_u / \delta_{Máx})$ – Fator de ductilidade para os deslocamentos

5. PROGRAMA EXPERIMENTAL

Este capítulo apresenta a metodologia experimental empregada para execução e ensaio dos pilares desta pesquisa. A elaboração do programa experimental tem por objetivo observar a formação das rótulas e validar os resultados observados nas simulações computacionais. Os ensaios foram realizados nas instalações dos Laboratórios de Engenharia Civil e da Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará (UFPA).

Um total de 06 pilares de concreto armado, em escala real, foram ensaiados. Os modelos, nomeados de P1 a P6, de dimensões h , b e l , foram analisados aos pares para estudar os efeitos da taxa de carregamento axial (P/P_0), esbeltez geométrica (l/h) e taxa de armadura longitudinal (ρ_s) nas rotações, deslocamentos e formação das rótulas plásticas. As principais características dos pilares e os parâmetros analisados, são apresentados na Tabela 5.1. Os pilares P1/P2 avaliaram os efeitos da compressão axial, os pilares P3/P4, a esbeltez geométrica, e os pilares P5/P6, a influência da taxa de armadura longitudinal.

Os pilares foram idealizados com apoios fixos na extremidade inferior e livres na extremidade superior, com as ações axial e horizontal aplicadas na extremidade livre, com ruptura estimada por flexão lateral e escoamento da armadura longitudinal de tração do pilar, para observação das seções plastificadas e do comprimento da rótula plástica. Para o apoio fixo, blocos com dimensões h_b , b_b e l_b , foram executados na base de todos os pilares e fixados na laje de reação por tirantes metálicos. A Figura 5.1 mostra a representação geral dos pilares ensaiados.

Tabela 5.1 – Características e parâmetros dos pilares

Pilares	h	b	l	A_s	h_b	b_b	l_b	A_{sxb}	A_{syb}	P	P/P_0	l/h	ρ_s	f_{ys}	f_c
	mm	mm	mm		mm	mm	mm			kN			%	Mpa	Mpa
P1			2200	8 ϕ 10				10 ϕ 10	7 ϕ 10	270	0.2	9	1.26		
P2			2200	8 ϕ 10				10 ϕ 10	7 ϕ 10	540	0.4	9	1.26		
P3	250	200	2600	8 ϕ 10	500	600	1450	10 ϕ 10	7 ϕ 10	337	0.25	10	1.26	580	27
P4			3000	8 ϕ 10				10 ϕ 10	7 ϕ 10	337	0.25	12	1.26		
P5			2200	8 ϕ 12.5				10 ϕ 10	7 ϕ 10	337	0.25	9	1.96		
P6			2200	12 ϕ 12.5				10 ϕ 10	7 ϕ 10	337	0.25	9	2.94		

h, b, l - altura, largura, comprimento do pilar;

h_b, b_b, l_b - altura, largura, comprimento do bloco;

A_s, A_{sxb}, A_{syb} - armadura longitudinal do pilar, armadura do bloco na direção x, armadura do bloco na direção y;

$P/P_0, l/h, \rho_s$ - taxa de carregamento axial, esbelteza geométrica, taxa de armadura longitudinal;

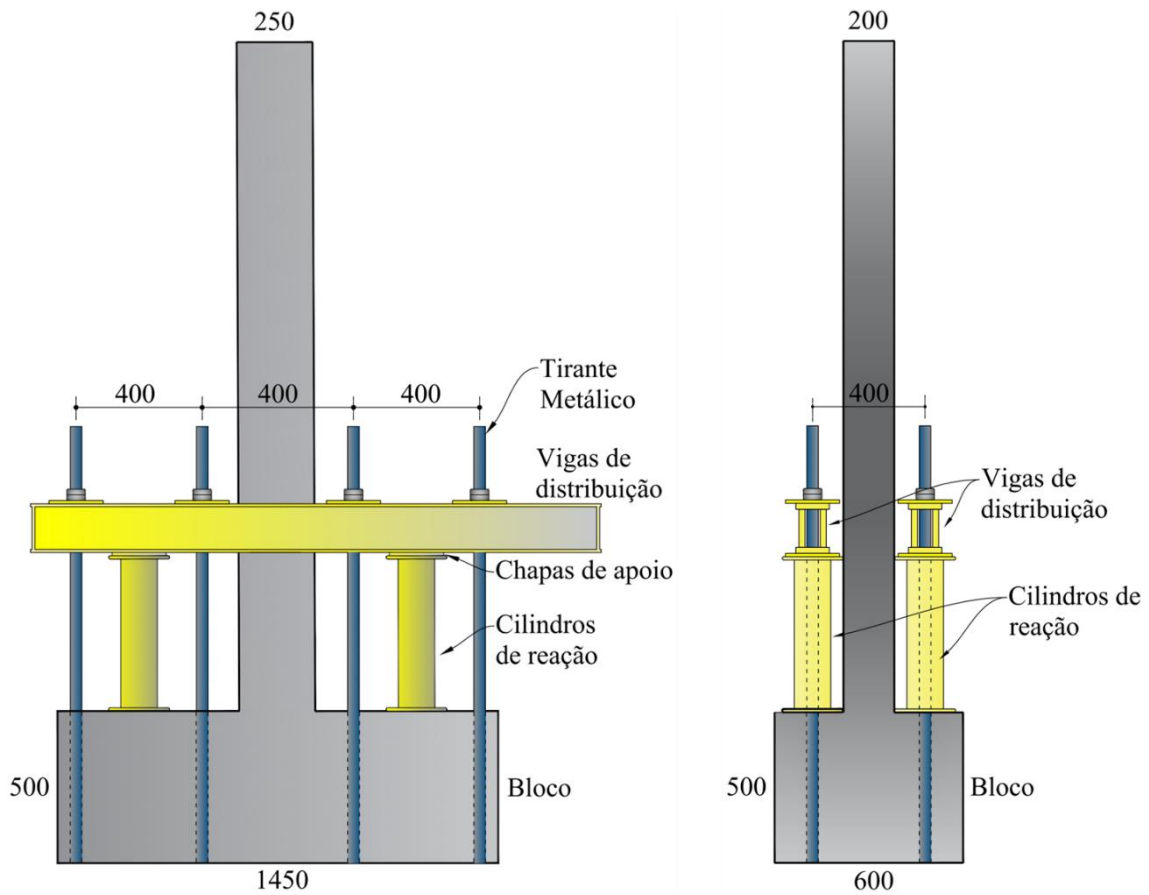


Figura 5.1 – Representação geral dos pilares (Fonte: Autor)

Todos os pilares foram executados com a mesma seção transversal, com dimensões de (250 x 200) mm. O comprimento $l = 2200$ mm foi atribuído aos pilares P1/P2/P5/P6, enquanto $l = 2600$ mm e $l = 3000$ mm, aos pilares P3 e P4, respectivamente. As dimensões dos blocos (500 x 600 x 1450) mm, considerou, além da idealização do apoio fixo, o espaçamento entre os tirantes da laje de reação.

As armaduras principais dos pilares foram constituídas por 8 ϕ 10 mm, para os pilares P1/P2/P3/P4, 8 ϕ 12,5 mm para P5 e 12 ϕ 12,5 mm para P6. Os pilares P1/P2 possuíram armaduras idênticas, variando apenas os níveis de carregamento axial aplicado. Estribos de 5,0 c/50 mm, foram distribuídos nas regiões da extremidade dos pilares, e estribos de 5,0 c/150 mm foram espaçados ao longo de todo o comprimento do pilar. Todos os blocos foram armados com armaduras idênticas, nas duas direções ortogonais, com barras de 10mm, espaçadas uniformemente. As Figuras de 5.2 a 5.7 mostram detalhes das armaduras.

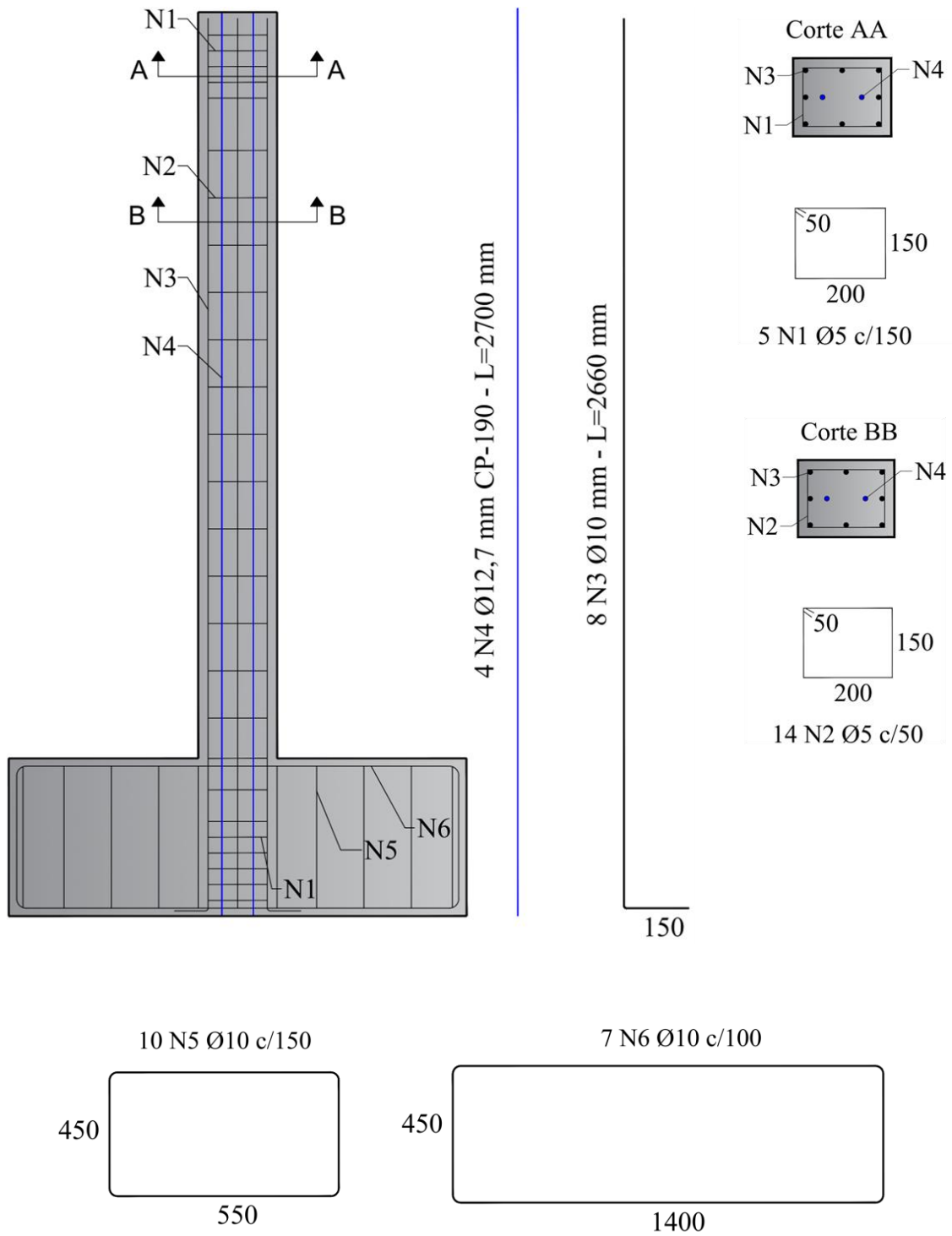


Figura 5.2 – Armaduras dos pilares P1 e P2 - dimensões em mm (Fonte: Autor)

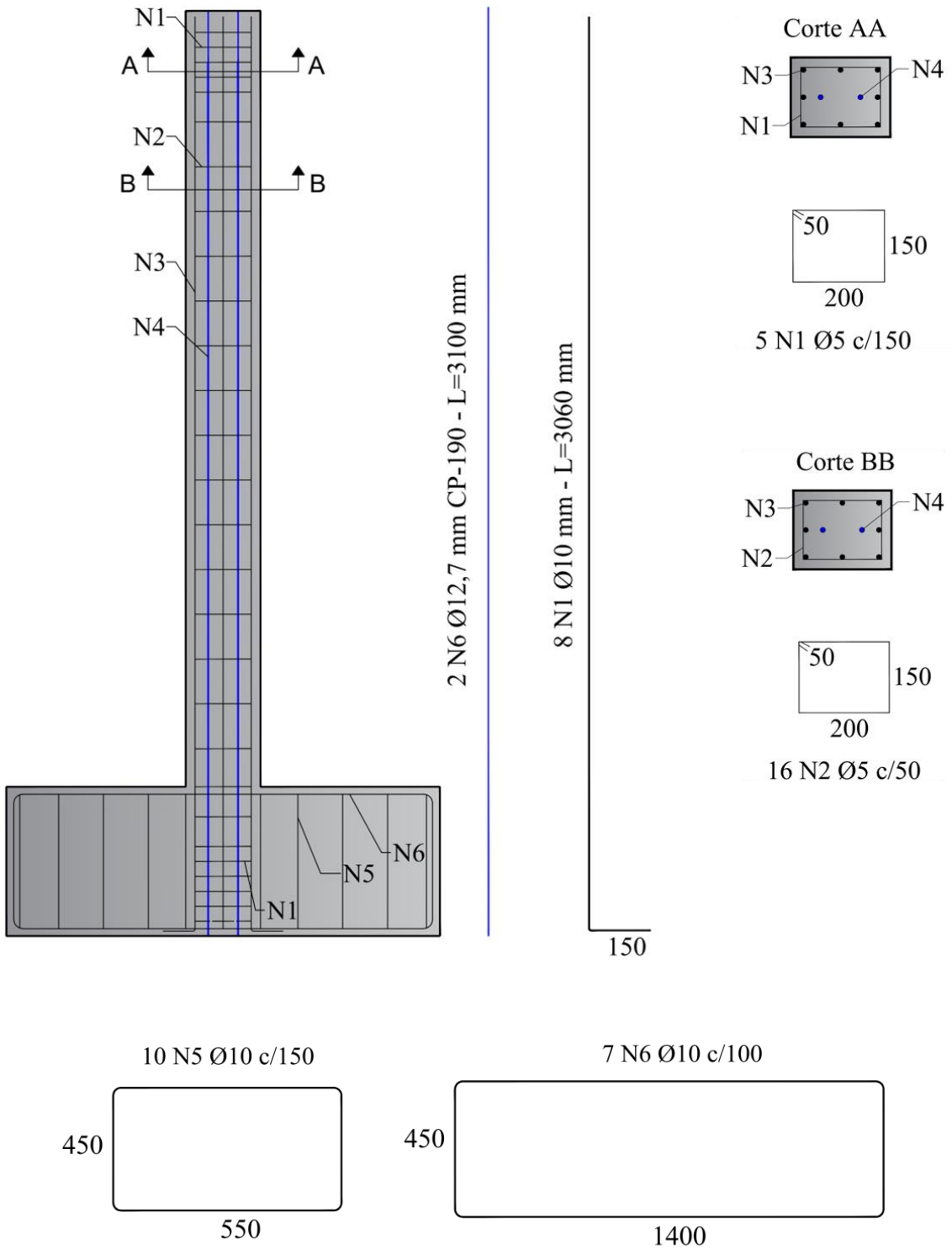


Figura 5.3 – Armaduras dos pilares P3 - dimensões em mm (Fonte: Autor)

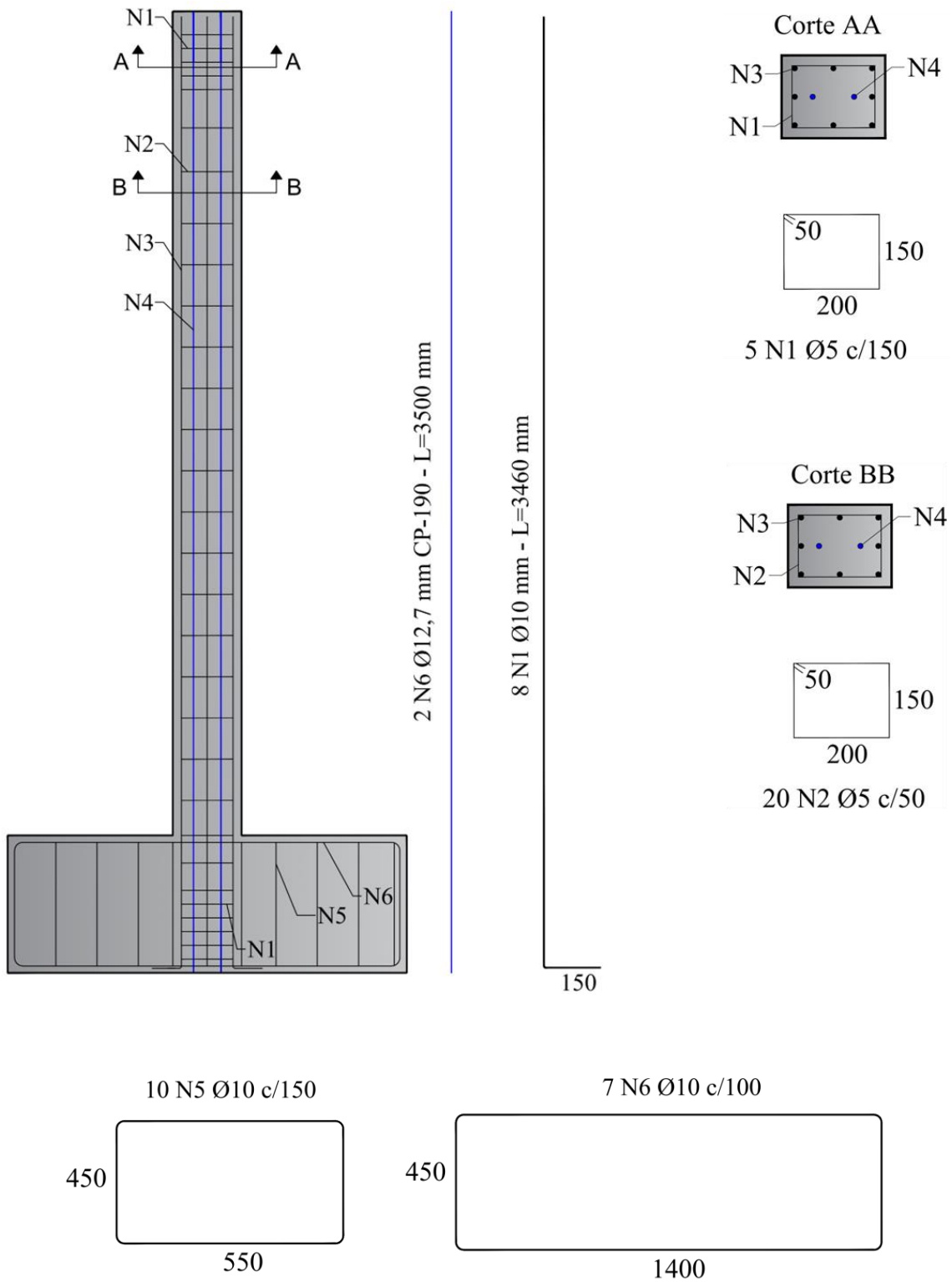


Figura 5.4 – Armaduras do pilar P4 - dimensões em mm (Fonte: Autor)

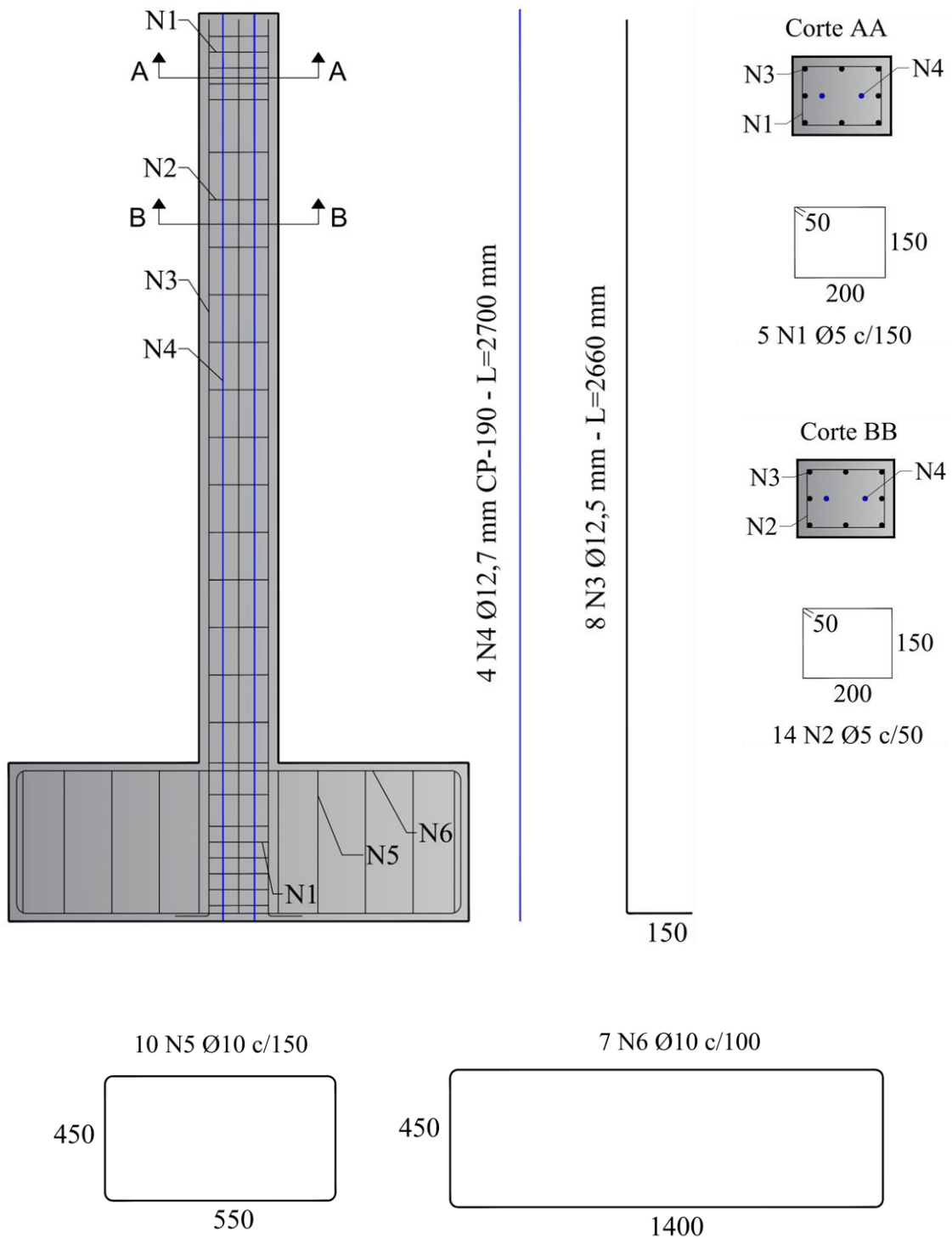


Figura 5.5 – Armaduras do pilar P5 - dimensões em mm (Fonte: Autor)

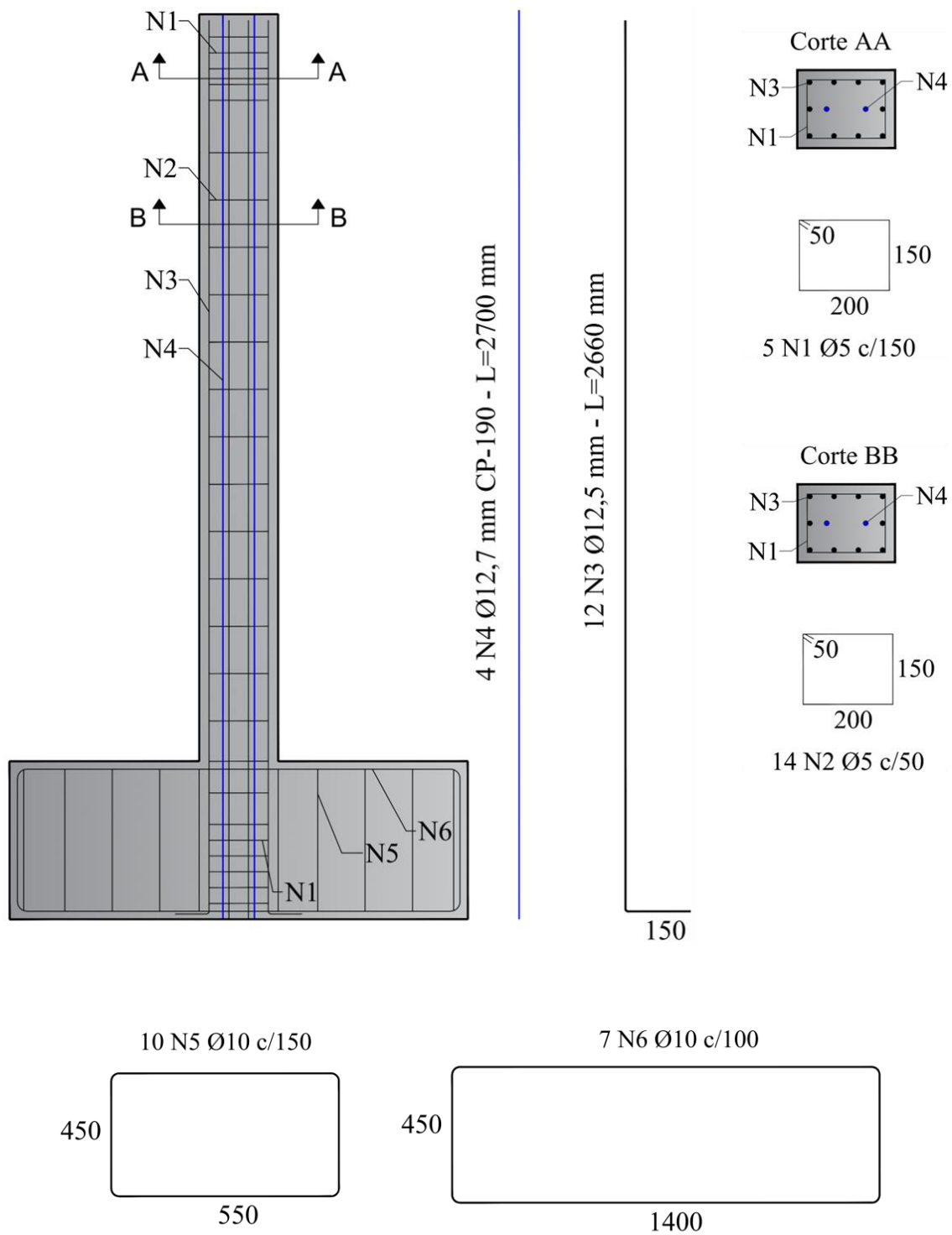


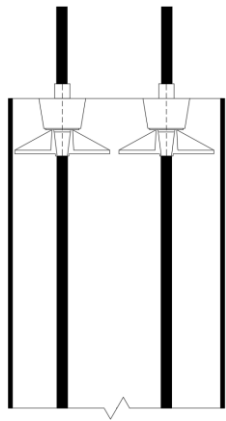
Figura 5.6 – Armaduras do pilar P6 - dimensões em mm (Fonte: Autor)



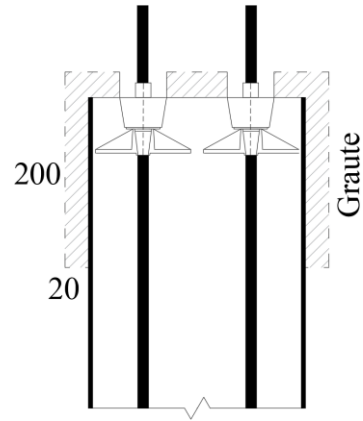
Figura 5.7 – Armaduras dos pilares e blocos (Fonte: Autor)

O carregamento axial foi aplicado com o uso da protensão não aderente, através de cordoalhas do tipo CP 190 RB 12,7 mm, 7 fios, engraxadas e plastificadas, com carga mínima de ruptura de 184 kN. A protensão dos cabos foi realizada como ilustrado na sequência da Figura 5.8. Realizou-se um reforço na extremidade livre dos pilares P1/P2 e P5/P6, Figura 5.8 (b), com graute, posteriormente a concretagem, com argamassa industrializada de resistência aproximada a dos pilares, a fim de evitar ruptura localizada.

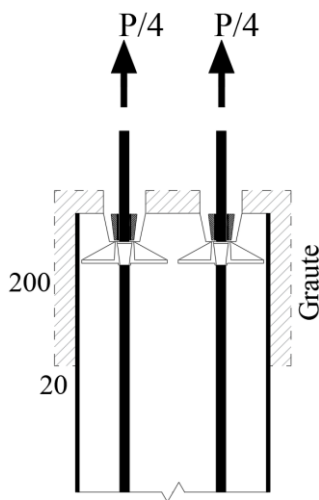
Uma *pocket former* foi inserida antes da concretagem, em cada cabo, para criar o nicho de acesso ao bloco de ancoragem para posterior protensão dos cabos e cravação das cunhas. Após a tração do cabo, Figura 5.8 (c), a cunha foi cravada pelo dispositivo de retorno do macaco de protensão. Em seguida, o nicho foi preenchido com graute, Figura 5.8 (d). A Figura 5.9 mostra detalhes da etapa de protensão.



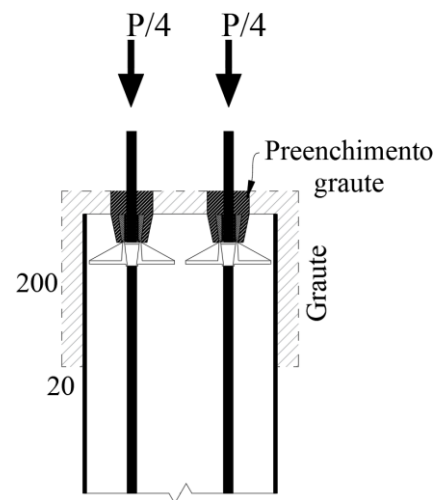
(a) Pilar após concretagem



(b) Grauteamento da extremidade livre



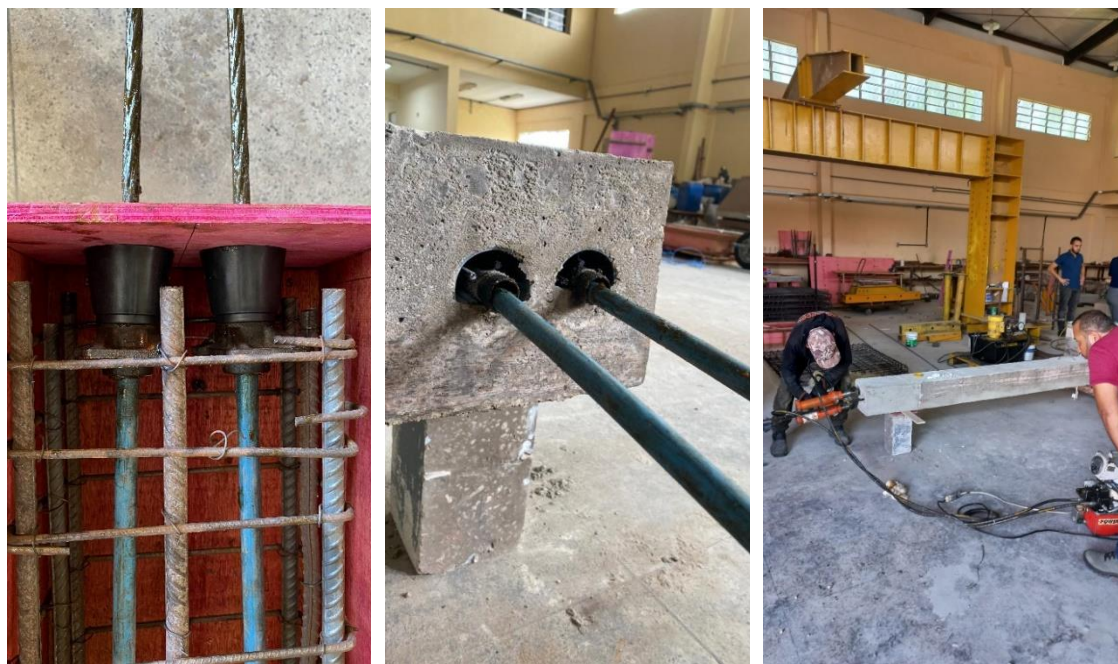
(c) Tração dos cabos e cravação da cunha



(d) Tração dos cabos e cravação da cunha

Figura 5.8 – Sequência de protensão e grauteamento dos pilares P1/P2 e P5/P6

(Fonte: Autor)



(a) Ancoragem ativa antes da concretagem

(b) Ancoragem ativa depois da concretagem

(c) Protensão dos cabos

Figura 5.9 – Detalhes da protensão dos pilares (Fonte: Autor)

O número de cabos e as forças aplicadas em cada cabo, foram estimadas considerando a taxa de carregamento apresentada na Tabela 5.1, e as perdas na protensão. Nos pilares de menor comprimento (P1/P2/P5/P6), atribuiu-se uma quantidade maior de cabos (04 cabos), prevendo maiores perdas imediatas na força de protensão, e para os pilares P3/P4, de maior comprimento, atribuiu-se quantidades menores de cabos (02 cabos). As Figuras 5.10 e 5.11, mostram detalhes da distribuição dos cabos nas seções dos pilares.

Vale ressaltar que as perdas progressivas não foram consideradas no cálculo total das perdas devido ao curto espaço de tempo entre a protensão e o ensaio das peças, assim como as perdas imediatas por atrito e por encurtamento do concreto, a primeira por não se aplicar ao caso de protensão não aderente e a segunda por ter valor desprezível, considerou-se apenas as perdas imediatas por acomodação da cunha na ancoragem. A Tabela 5.2, apresenta as cargas e perdas na protensão.

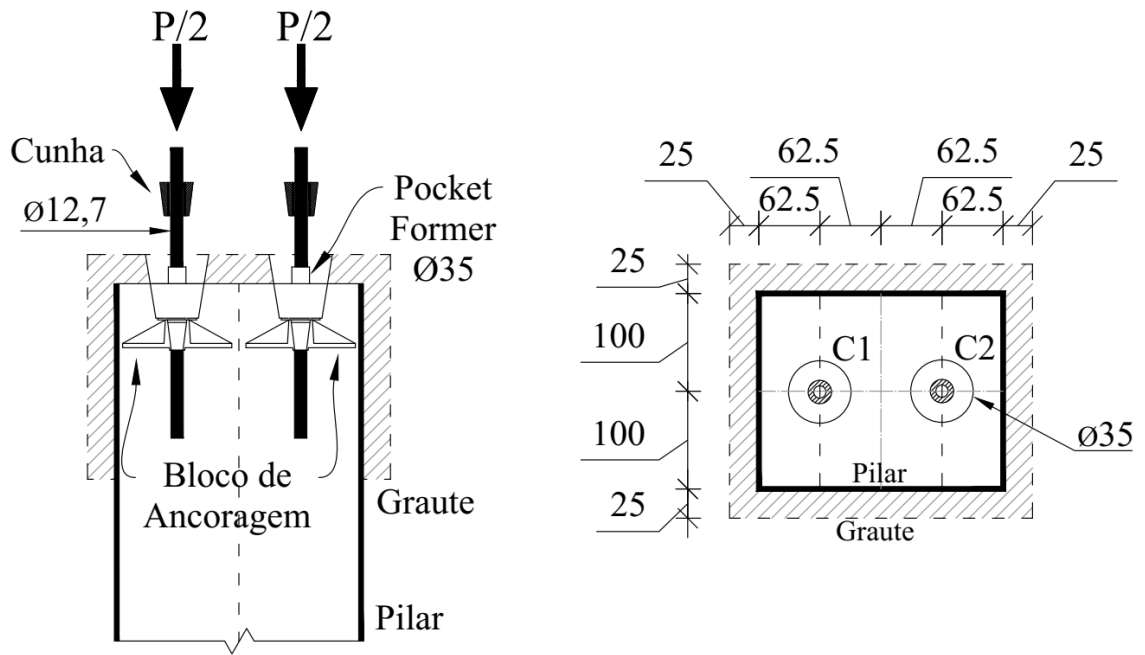


Figura 5.10 – Detalhe da ancoragem e distribuição dos cabos para os pilares P3/P4
(Fonte: Autor)

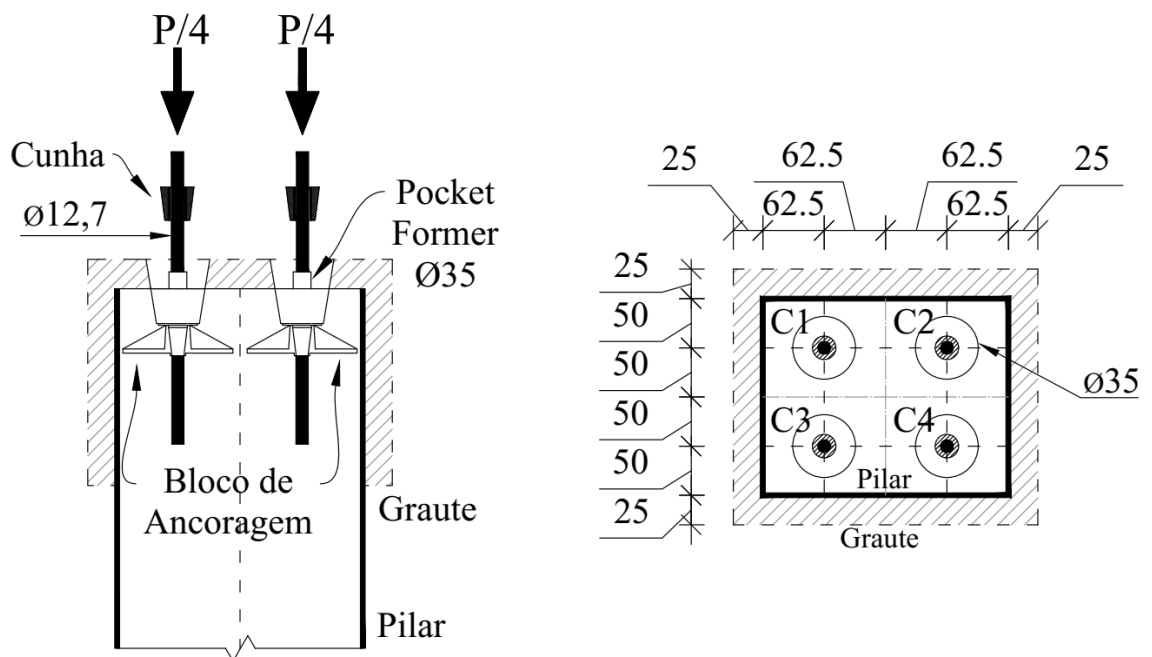


Figura 5.11 – Detalhe da ancoragem e distribuição dos cabos para os pilares P1/P2
e P5/P6 (Fonte: Autor)

Tabela 5.2 – Cargas e perdas na protensão

Pilares	$P_{estimado}$	Cabos	P_{macaco}	σ_{macaco}	ΔL	L_{Cabo}	$\varepsilon_p = \Delta L/L$	$\sigma_f = E_p \times \varepsilon_p$	Perdas Imediatas	$P_{CaboPerdas}$	$P_{aplicado}$	$P_{Aplicado}/P_{estimado}$
	kN	qtde	kN	MPa	mm	mm	mm/mm	MPa	σ_f/σ_{macaco} (%)	kN	kN	
P1	270	C1	100	790	6.6	2600	0.00254	507.7	35.7%	64.3	256	0.949
		C2	100	790	6.9	2600	0.00265	530.8	32.8%	67.2		
		C3	100	790	6.4	2600	0.00246	492.3	37.7%	62.3		
		C4	100	790	6.4	2600	0.00246	492.3	37.7%	62.3		
P2	540	C1	170	1343	12.9	2600	0.00496	992.3	26.1%	125.6	492	0.911
		C2	170	1343	12.5	2600	0.00481	961.5	28.4%	121.7		
		C3	170	1343	12.5	2600	0.00481	961.5	28.4%	121.7		
		C4	170	1343	12.6	2600	0.00485	969.2	27.8%	122.7		
P3	337.5	C1	170	1343	16.4	3100	0.00529	1058.1	21.2%	134.0	271	0.804
		C2	170	1343	16.8	3100	0.00542	1083.9	19.3%	137.2		
P4	337.5	C1	170	1343	18.9	3500	0.00540	1080.0	19.6%	136.7	271	0.802
		C2	170	1343	18.5	3500	0.00529	1057.1	21.3%	133.8		
P5	337.5	C1	150	1184	10.4	2600	0.00400	800.0	32.4%	101.4	373	1.11
		C2	150	1184	9.8	2600	0.00377	753.8	36.3%	95.5		
		C3	150	1184	8.8	2600	0.00338	676.9	42.8%	85.8		
		C4	150	1184	9.3	2600	0.00358	715.4	39.6%	90.6		
P6	337.5	C1	150	1184	9.2	2600	0.00354	707.7	40.2%	89.7	366	1.09
		C2	150	1184	9.3	2600	0.00358	715.4	39.6%	90.6		
		C3	150	1184	9.3	2600	0.00358	715.4	39.6%	90.6		
		C4	150	1184	9.8	2600	0.00377	753.8	36.3%	95.5		

Para todos os pilares, buscou-se aplicar cargas (P_{macaco}) acima das estimadas ($P_{estimada}$), para que a força real aplicada em cada pilar ($P_{aplicado}$), se aproximasse à estimada após as perdas de carga na protensão. As perdas foram determinadas a partir da relação entre as tensões (σ_f/σ_{macaco}), onde σ_{macaco} é a tensão aplicada pelo macaco no ato da protensão, correspondente a força P_{macaco} , e σ_f é a tensão final na cordoalha, determinada a partir da deformação ε_p , calculada em função do alongamento (ΔL) medido no cabo.

Para medida do alongamento, inicialmente fez-se uma marcação do comprimento inicial $l_0 = 100$ mm, a partir da face do pilar. Posteriormente, após a tração do cabo e cravação da cunha, mediu-se o comprimento final na cordoalha l_f . Pela diferença entre comprimento final e inicial ($\Delta L = l_f - l_0$), o alongamento em cada cabo pôde ser determinado. O alongamento final em cada cabo é apresentado na Tabela 5.2. O módulo de elasticidade, considerado para a armadura de protensão, foi obtido do catálogo do fabricante, Belgo Bekaert Arames, de valor $E_p = 200$ GPa.

5.1 MATERIAIS

5.1.1 Aço

O aço utilizado nos experimentos foi caracterizado a partir de ensaios de tração realizados de acordo com as recomendações da NBR 6152 (1992). Ao todo, foram extraídas três amostras de 600 mm de comprimento dos aços de 5,0 mm (CA-60), usado para estribos, 10 mm (CA-50), usados para armaduras longitudinais dos pilares e armaduras dos blocos, e 12,5 mm (CA-50), utilizados apenas como armadura principal dos pilares. Todas as amostras são do mesmo lote para fins de determinação das propriedades mecânicas do aço – resistência a tração, módulo de elasticidade, tensão de escoamento e de ruptura – na máquina universal de ensaio do Laboratório de Engenharia Civil da UFPA. A Figura 5.18 mostra o ensaio de tração das barras.



Figura 5.12 - Ensaio de tração dos aços (Fonte: Autor)

5.1.2 Concreto

Utilizou-se concreto usinado com abatimento 12 ± 1 mm e diâmetro máximo do agregado de 19 mm. As propriedades mecânicas do concreto foram obtidas a partir do ensaio de corpos-de-prova (CP) cilíndricos de (100 x 200) mm, extraídos na concretagem, posteriormente submetidos a ensaios de compressão axial, diametral e módulo de elasticidade.

A resistência à compressão (f_{ck}) foi obtida no ensaio de compressão axial realizado em 09 CP's, executados de acordo com NBR 5739 (2018). A resistência à tração (f_{ct}) foi obtida no ensaio de compressão diametral, com a ruptura de 03 CP's de (100 x 200) mm, executada de acordo com as recomendações da NBR 7222 (2011), e o módulo de elasticidade (E_c) foi obtido pelo ensaio de módulo recomendado na NBR 8522 (2017), onde realizou-se a ruptura de 03. Detalhes dos ensaios mecânicos são apresentados na Figura 5.13.



(a) Compressão axial (b) Compressão diametral (c) Módulo de elasticidade

Figura 5.13 – Ensaio mecânicos de CP's de concreto (Fonte: Autor)

As Figuras 5.14 e 5.15, mostram as fôrmas e armaduras preparadas para a concretagem. Um volume total de 4m^3 foi utilizado na concretagem dos 06 pilares. O ensaio de abatimento de tronco de cone foi realizado de acordo com NBR 16880 (2020) antes do lançamento do concreto nas fôrmas (Figura 5.16a). Em seguida, iniciou-se o lançamento do concreto com o auxílio de carrinhos de mão (Figura 5.16b).

Uma rampa na lateral dos pilares foi providenciada para agilizar o preenchimento das fôrmas (Figura 5.16c) e evitar perdas de material. Simultaneamente ao lançamento, realizou-se o adensamento (Figura 5.16d). Em seguida, procedeu-se o acabamento e finalização, como apresentado na Figura 5.16e. Os CP's foram moldados e curados de acordo com as recomendações das normas NBR 5738 (2015) e NBR 7215 (2019). Detalhes dos corpos de prova moldados, são apresentados na Figura 5.16f.



Figura 5.14 – Preparação dos pilares para concretagem (Fonte: Autor)



Figura 5.15 – Detalhe dos pilares na concretagem (Fonte: Autor)



(a) Ensaio de abatimento



(b) Lançamento do concreto



(c) Rampa para lançamento do concreto



(d) Adensamento



(e) Finalização e acabamento



(f) moldagem de corpos de prova de concreto

Figura 5.16– Concretagem dos pilares (Fonte: Autor)

5.2 INSTRUMENTAÇÃO

5.2.1 Deslocamentos

Os deslocamentos foram medidos por régua potenciométrica ou potenciômetros da marca LEMAQS, Modelo KTC – 100 mm, com tamanho total da haste de 330 mm, ao longo do vão do pilar e na face superior dos blocos. Ao todo, quatro potenciômetros foram utilizados em cada pilar, sendo três para a medida dos deslocamentos laterais e um para medida do deslocamento vertical do bloco. As Figuras de 5.17 a 5.19, mostram a posição dos equipamentos nos pilares e blocos. Os deslocamentos verticais dos pilares não foram medidos.

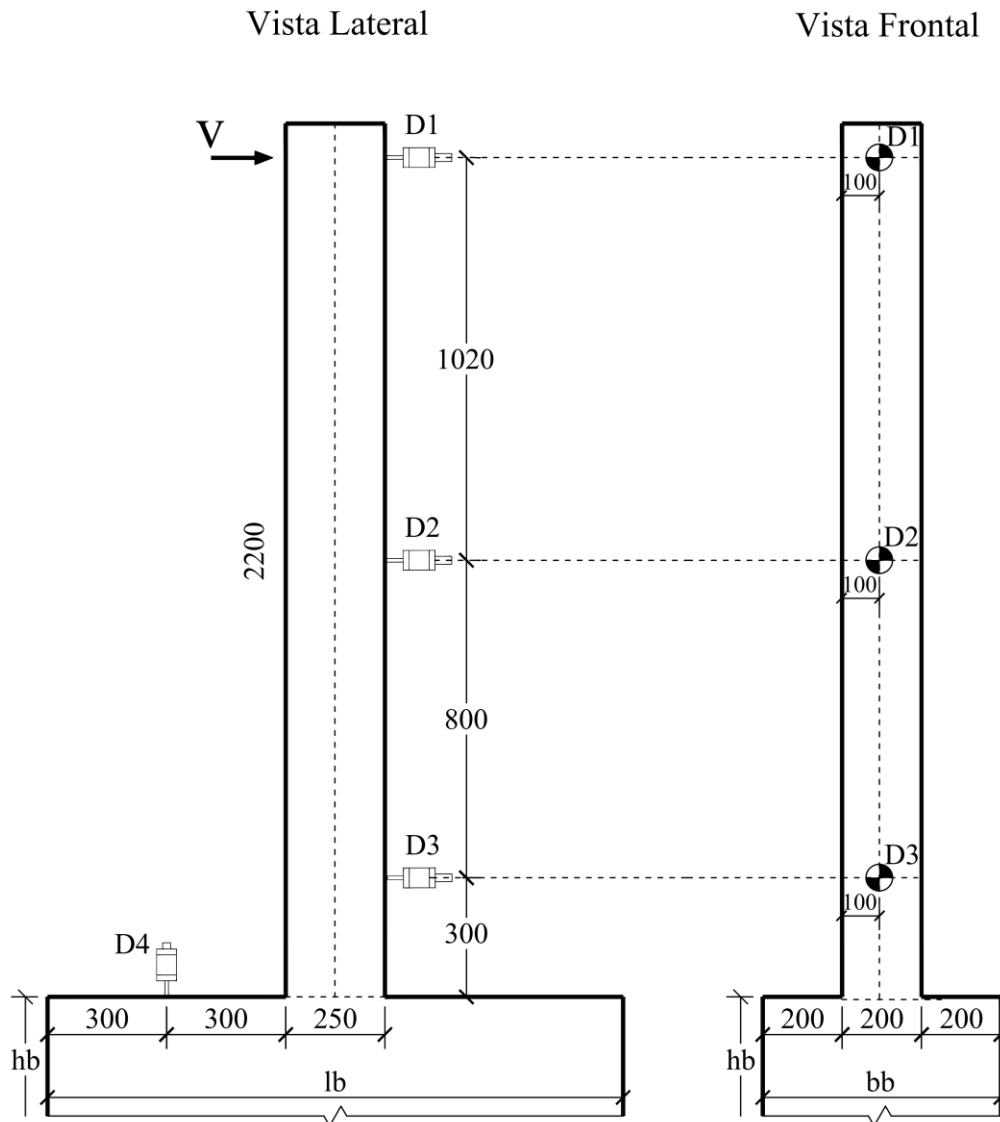


Figura 5.17 – Posição dos potenciômetros nos pilares P1/P2 e P5/P6 (Fonte: Autor)

Vista Lateral

Vista Frontal

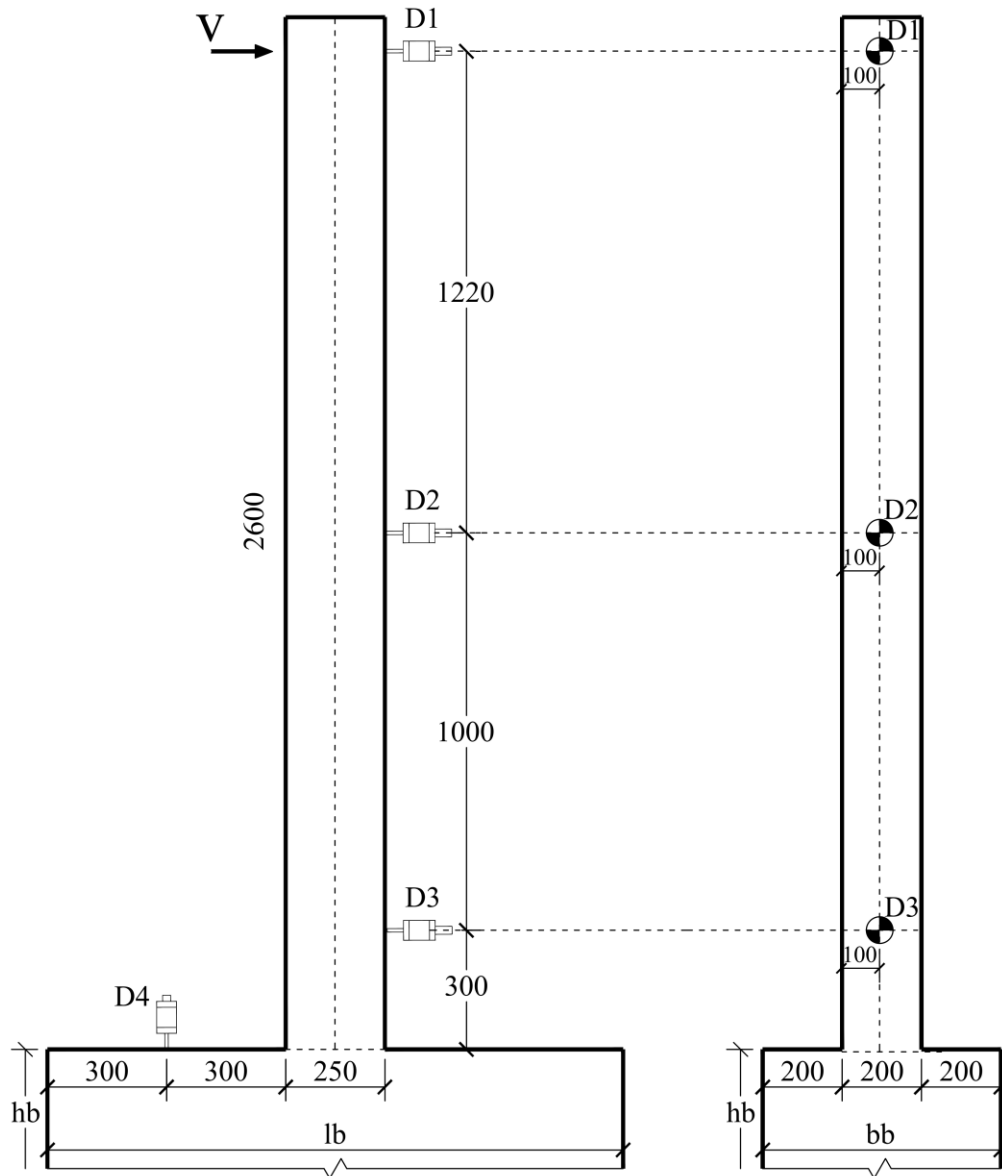


Figura 5.18– Posição dos potenciômetros no pilar P3 (Fonte: Autor)

Vista Lateral

Vista Frontal

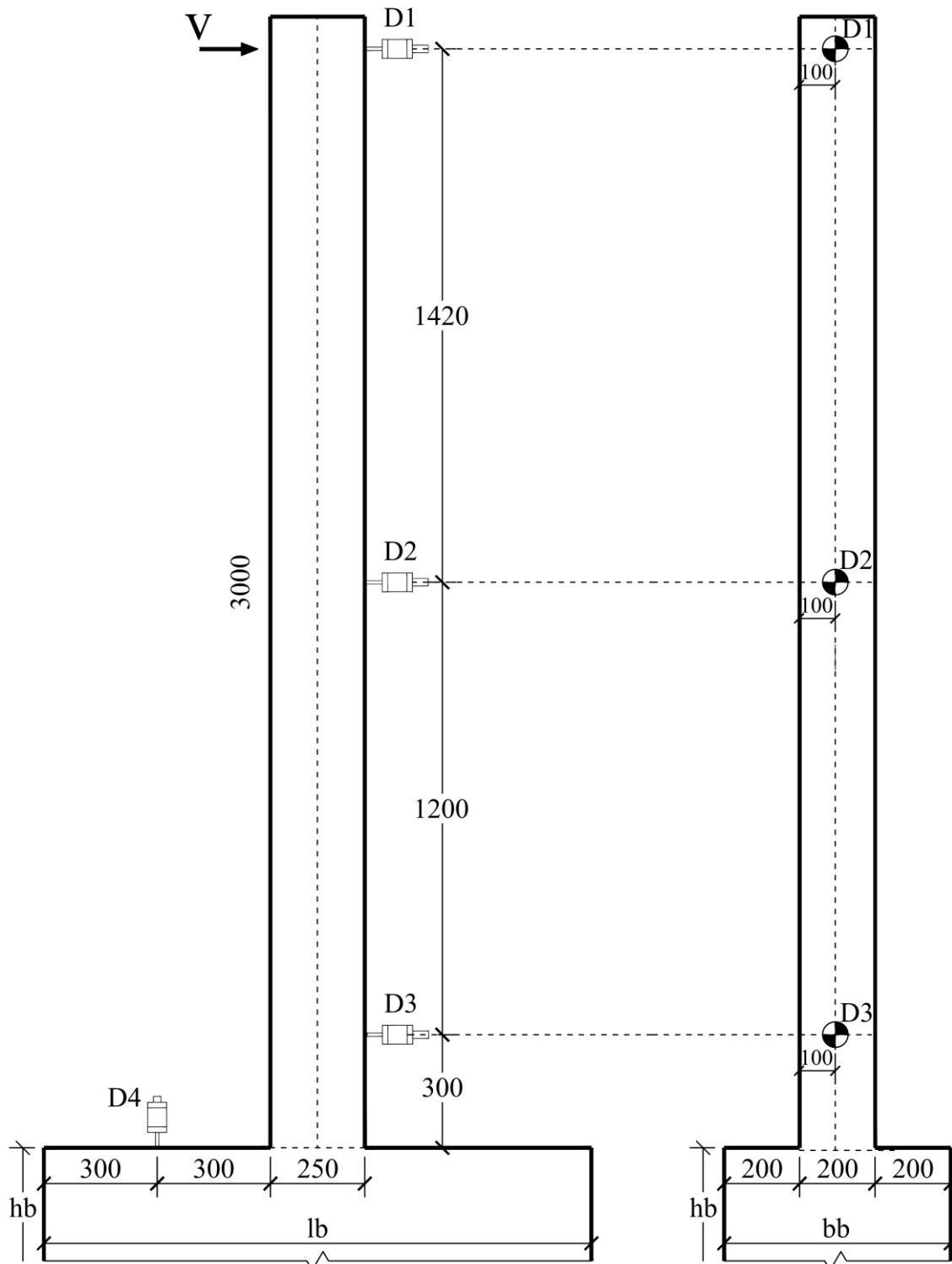


Figura 5.19– Posição dos potenciômetros nos pilares P4 (Fonte: Autor)

Com o auxílio de cavaletes, régua metálicas e perfis metálicos, os potenciômetros foram cuidadosamente fixados sem nenhum contato com o sistema de ensaio, apenas nos pontos de tomada dos deslocamentos, com todo o sistema apoiado na laje de reação. Os potenciômetros foram conectados em uma régua metálica longitudinal com o auxílio de braçadeiras plásticas. A régua longitudinal com os potenciômetros, foi fixada em outras duas régua transversais, apoiadas e fixadas em cilindros metálicos e cavaletes sob a laje de reação. As Figuras de 5.19 a 5.21, mostram os detalhes do posicionamento e fixação dos potenciômetros.



Figura 5.20– Fixação dos potenciômetros dos pilares P1/P2/P5/P6 (Fonte: Autor)



Figura 5.21 – Fixação dos potenciômetros do P3 (Fonte: Autor)



Figura 5.22 – Fixação dos potenciômetros do P4 (Fonte: Autor)

O potenciômetro D_1 foi posicionado no alinhamento do cilindro hidráulico, a 80 mm do topo, D_3 a 300 mm do bloco, e T_2 no centro dos pilares. A distância entre os potenciômetros, dependeu do pilar ensaiado, como ilustrados nas Figuras de 5.17 a 5.19. O deslocamento no bloco foi monitorado por um potenciômetro (D_4) centralizado na face superior tracionada, para monitoramento da rotação, e fixado em dois perfis metálicos, que por sua vez se apoiaram em cilindros metálicos apoiados na laje de reação. A Figura 5.23, mostra o detalhe do potenciômetro do bloco.



(a) Vigas de fixação de *D4*



(b) Posicionamento de *D4*

Figura 5.23– Detalhe do potenciômetro do bloco (Fonte: Autor)

5.2.2 Deformações

As deformações foram medidas nas armaduras longitudinais de tração e no concreto, nas adjacências da seção da ligação pilar-bloco. Extensômetros de resistência elétrica do tipo *strain gauges*, foram utilizadas. Para o concreto, extensômetros fabricados pela empresa KYOWA ELECTRONIC INSTRUMENTS CO. LTD., do tipo KC-80-120-A1-11, com comprimento de 84 mm, fator $2,13 \pm 1\%$ e resistência de $120,2 \pm 0,2$ ohms, foram utilizados na face comprimida do pilar, a 150 mm da face superior do bloco, como mostra a Figura 5.24.

Para o monitoramento das deformações das armaduras, foram utilizados *strain gauges* do tipo KFC-5-120-C1-11 com comprimento de 5 mm, fator $2,11 \pm 1\%$ e resistência de $119,8 \pm 0,2$ ohms. A Figura 5.25 mostra detalhes da colagem dos extensômetros.

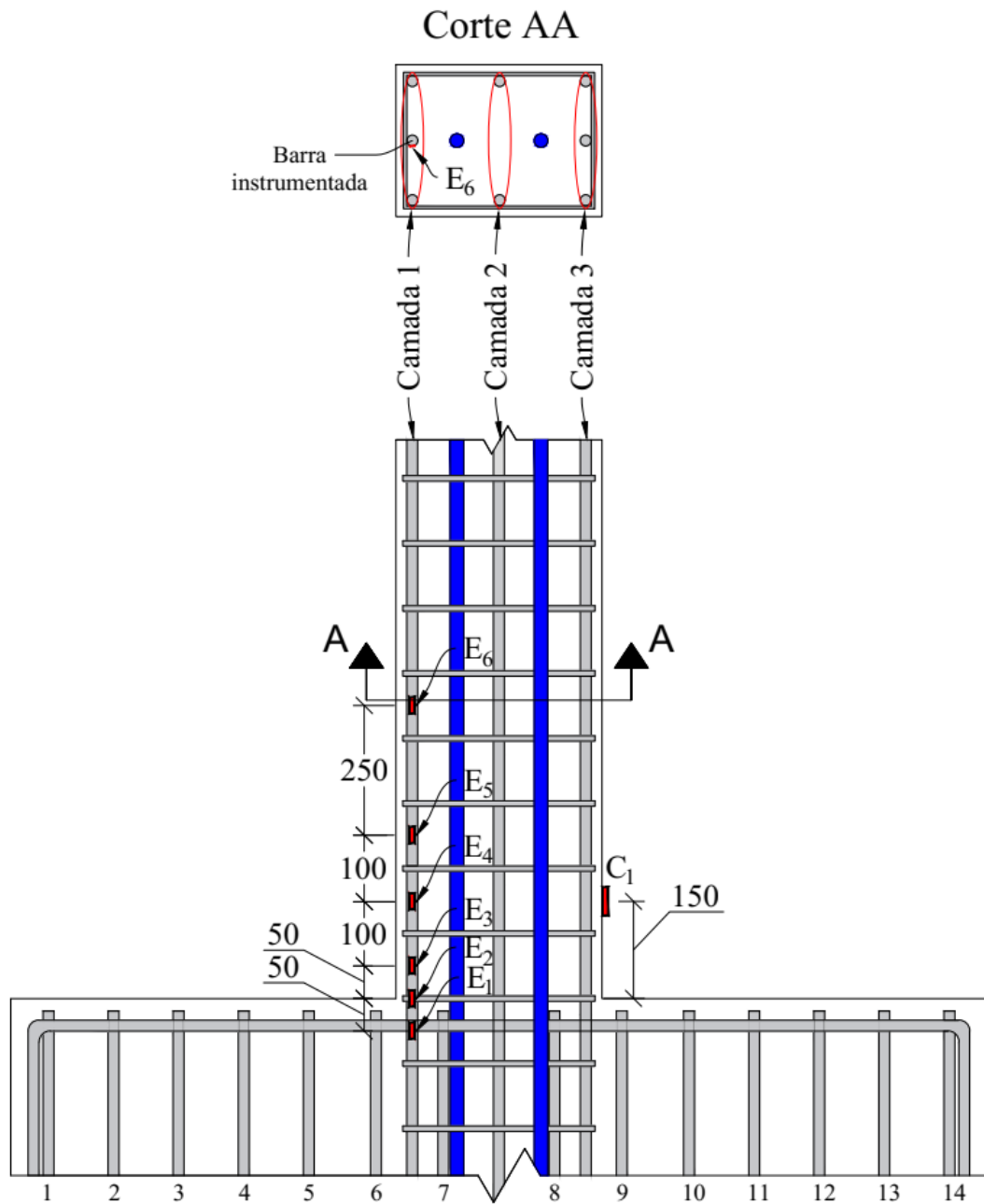


Figura 5.24 – Posicionamento dos extensômetros do aço e concreto (Fonte: Autor)



(a) Extensômetro do aço



(b) Extensômetro do concreto

Figura 5.25 – Instrumentação das barras longitudinais e concreto (Fonte: Autor)

Os extensômetros na armadura longitudinal foram posicionados paralelo ao eixo longitudinal da barra em diferentes posições ao longo da armadura, cobrindo uma faixa aproximada de $l=2h$ de armadura tracionada em direção a extremidade livre do pilar. As deformações na seção da ligação pilar-bloco foi monitorada pelo extensômetro E_2 e outros dois nas adjacências, E_1 e E_3 , localizados a 50 mm acima e abaixo dela. A distribuição dos extensômetros foi pensada visando a observação do comprimento da rótula plástica ao longo do vão do pilar. A ruptura principal dos pilares foi previamente definida por flexão com escoamento da armadura longitudinal e esmagamento do concreto, como observada nos modelos computacionais apresentados no Capítulo 4.

5.3 SISTEMA DE ENSAIO

Os pilares foram ensaiados com o auxílio do pórtico e da laje de reação do Laboratório da Pós-Graduação em Engenharia Civil. Apenas o pilar do pórtico metálico foi utilizado no ensaio. Vale ressaltar que duas ações foram aplicadas aos pilares: axial e horizontal. Dada a instabilidade na utilização de dois macacos na aplicação simultânea dessas ações, a protensão foi utilizada como um recurso para aplicação prévia da ação axial, restando apenas a ação lateral para ser aplicada no momento do ensaio. As Figuras de 5.26 a 5.28 mostram os esquemas do sistema de ensaio.

A laje de reação foi utilizada para fixação dos pilares por meio de 08 tirantes metálicos espaçados a cada 400 mm, fixados por porcas de 100 mm em dois perfis metálicos de distribuição apoiados em quatro cilindros de reação, sob o bloco. Chapas retangulares e circulares, de diferentes tamanhos e diâmetros, foram utilizadas nas diversas conexões dos elementos componentes do ensaio. As Figuras 5.29 a 5.31 mostram os ensaios dos pilares.

O pórtico do laboratório possui uma altura total de 3200 mm, o que inicialmente impossibilitou o ensaio do pilar P4, com altura total de 3500 mm. Por essa razão, uma extensão de 600 mm foi adaptada ao pilar do pórtico, aumentando a altura total para 3800 mm. Uma chapa de 5 polegadas foi soldada na extremidade superior do pórtico e fixada por um perfil metálico inclinado soldado ao pórtico. Uma treliça metálica, utilizada como suporte para o macaco e célula de carga (ver Figuras 5.26, 5.27 e 5.28), foi soldada na chapa para apoio e sustentação de todos os componentes de aplicação da carga lateral, incluindo, além do macaco e célula de carga, um cilindro metálico e chapas auxiliares.

O dispositivo de carregamento consistiu em um cilindro hidráulico (macaco hidráulico) da marca ENERPAC, do tipo HCG1008, 200 mm de curso, com capacidade de carga de 1000 kN, apoiado sobre uma célula de carga da marca ALFA INSTRUMENTOS, do tipo 0002707 C100T em aço liga níquelado com capacidade de 1000 kN e precisão de 1 kN. Previamente, os pilares foram submetidos a um pré-carregamento de 1 kN com objetivo de estabilização do sistema. O macaco foi conectado em uma bomba de controle de fluxo manual.

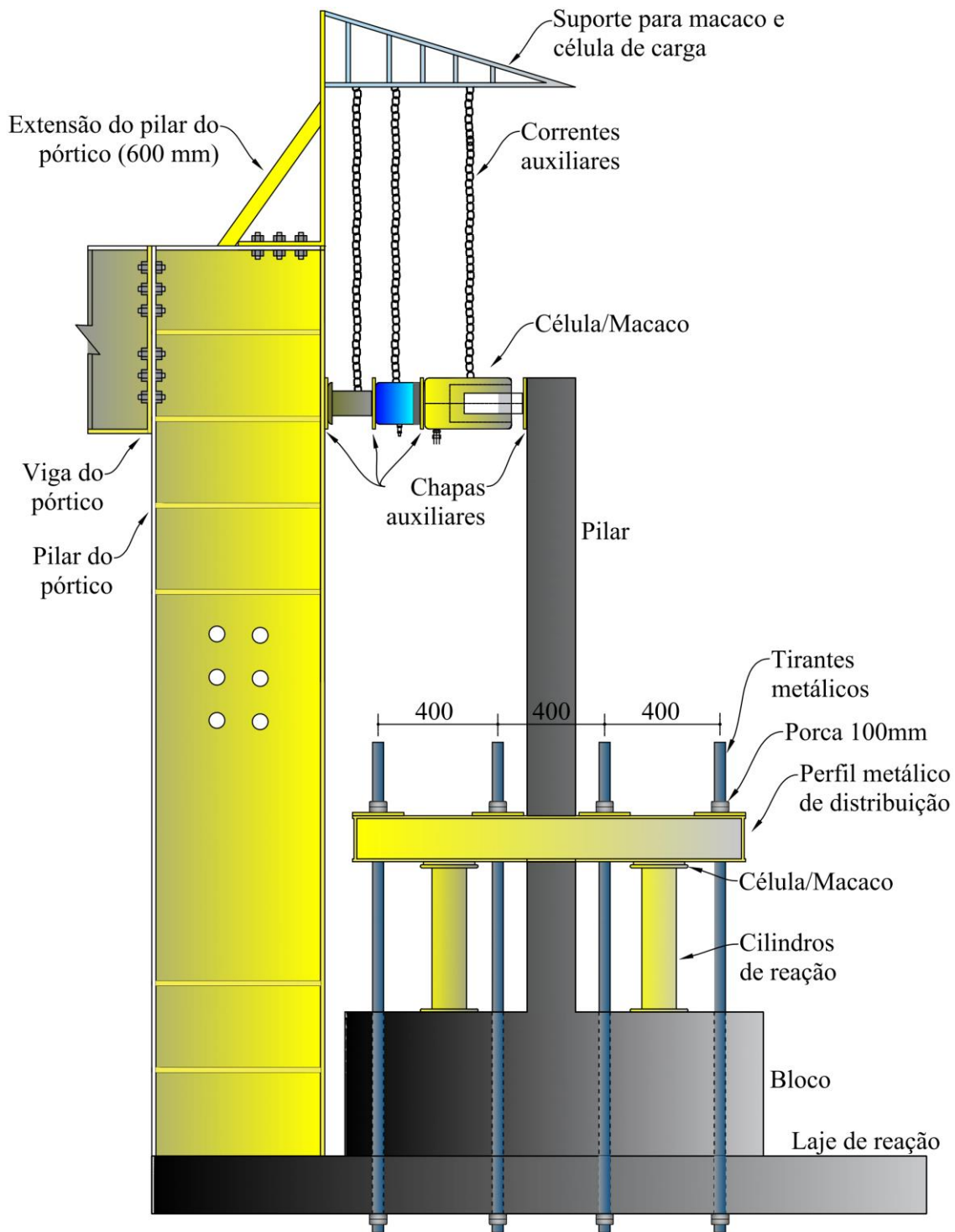


Figura 5.26 – Sistema de ensaio dos pilares P1/P2/P5/P6 (Fonte: Autor)

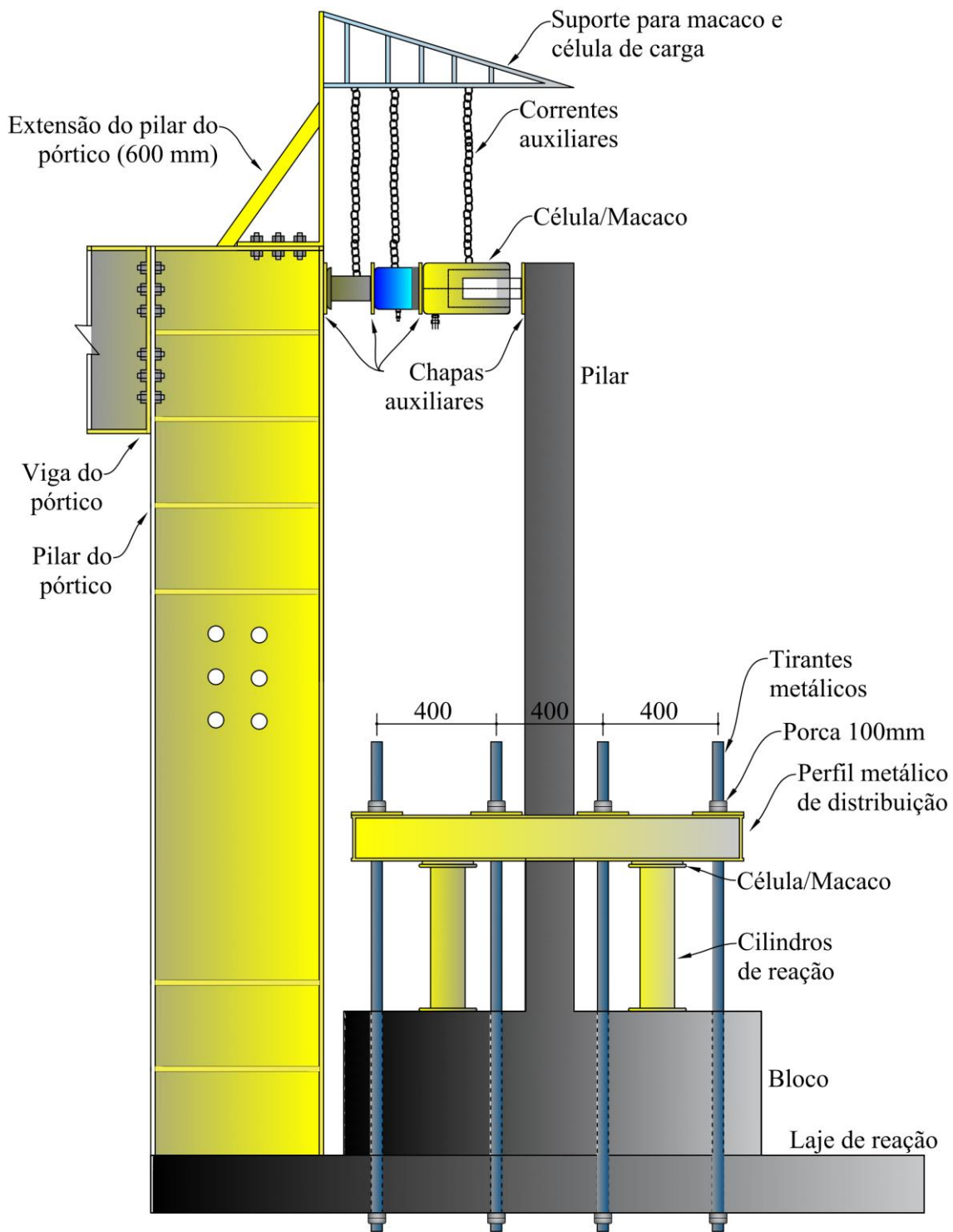


Figura 5.27 – Sistema de ensaio do pilar P3 (Fonte: Autor)

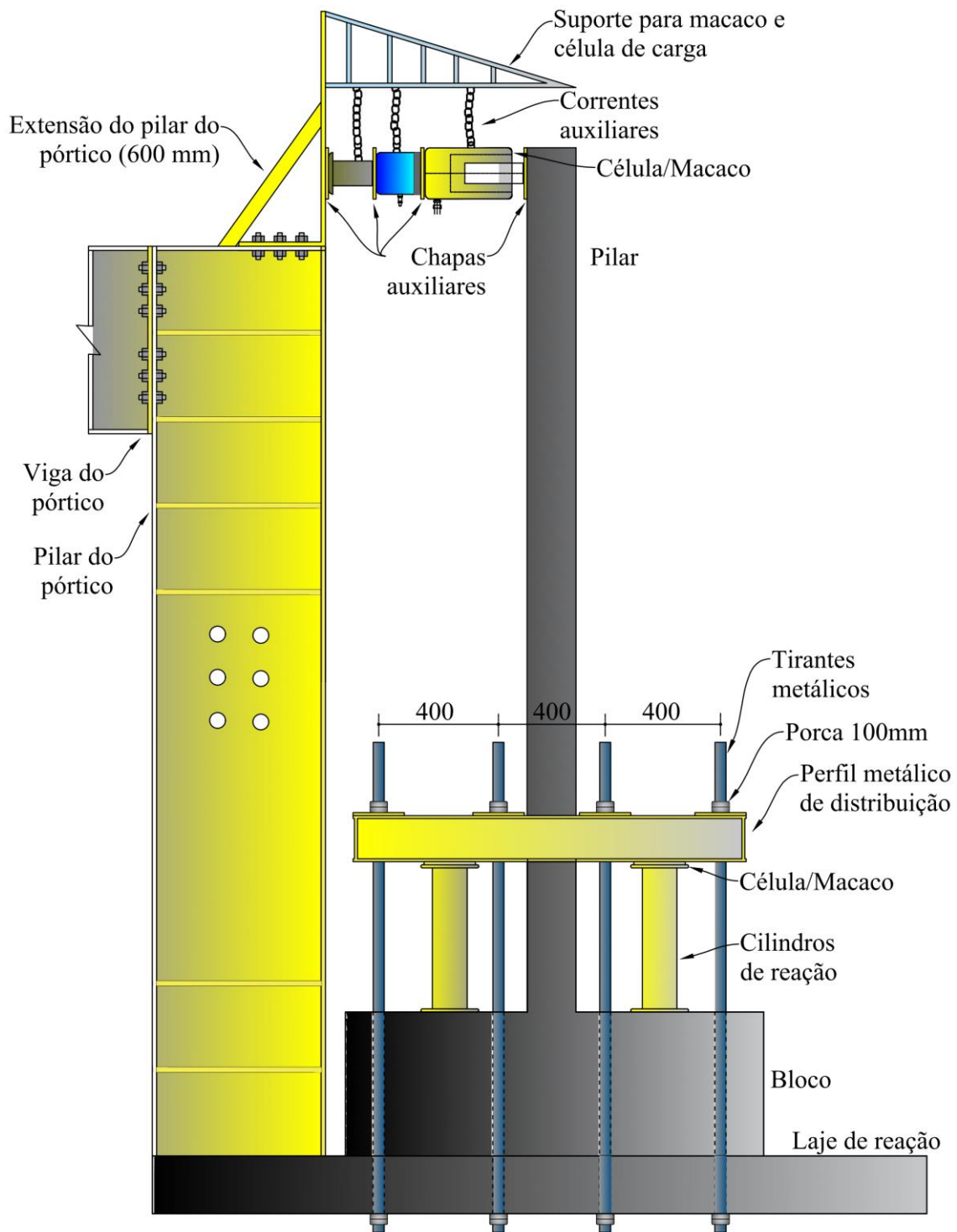


Figura 5.28 – Sistema de ensaio do pilar P4 (Fonte: Autor)



(a) P1



(b) P2

Figura 5.29 – Ensaio dos pilares P1/P2 (Fonte: Autor)



(a) P3



(b) P4

Figura 5.30 – Ensaio dos pilares P3/P4 (Fonte: Autor)



(a) P5



(b) P6

Figura 5.31 – Ensaio dos pilares P5/P6 (Fonte: Autor)

Os dados de deformação, deslocamentos e cargas foram obtidos pelo sistema de aquisição de dados ALMEMO 5690-2, controlado pelo programa AMR WinControl, fabricado pela empresa Akrobit software GmbH. O sistema, compatível com Windows, foi capaz de ler e interpretar os diferentes tipos de dados provenientes de extensômetros, potenciômetros e células de carga conectados diretamente ao computador. A Figura 5.36 mostra o sistema de aquisição de dados no momento do ensaio.

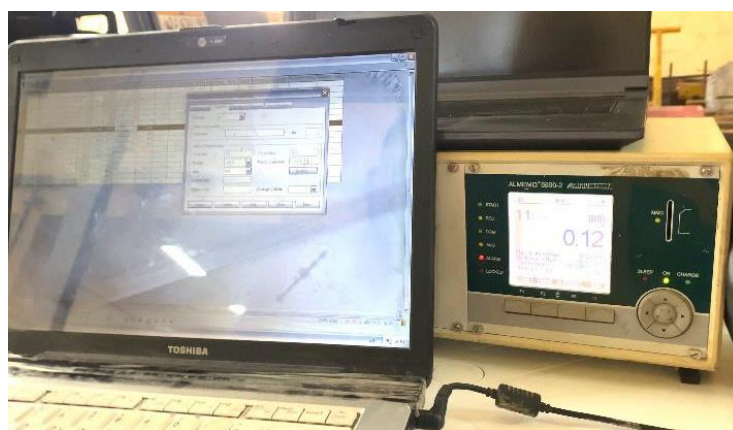


Figura 5.32 – Sistema de aquisição de dados Almemo (Fonte: Autor)

6. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

6.1 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

6.1.1 Aço

Os valores médios das tensões de escoamento e de ruptura, da deformação de escoamento e do módulo de elasticidade das amostras dos aços de armadura passiva CA-50 e CA-60, e armadura ativa de protensão CP190RB, são apresentados na Tabela 6.1. Barras de 5,0 mm, de aço CA60, foram utilizadas como estribo, e 10 mm e 12,5 mm, de aço CA50, como armadura longitudinal dos pilares e blocos, e cordoalhas engraxadas de 12,7mm foram utilizados como armadura de protensão.

Buscou-se determinar a inclinação média em cada passo de carga imposto para se obter o valor médio do módulo de elasticidade. Adicionalmente, todas as amostras atenderam aos critérios de ductilidade da NBR7480 (1996), que admite que a tensão de ruptura f_u do aço utilizado seja, no mínimo, igual a $1,10 f_{ys}$ para aços com patamar de escoamento. A Figura 6.1, apresenta as curvas dos aços CA-50 e CA60.

Tabela 6.1– Propriedades mecânicas dos aços

ϕ (mm)	Aços		f_{ys} (MPa)	f_u (MPa)	ε_{ys} (‰)	E_s (GPa)
5	CA60	Estribo	670	700	4.6	257.7
10	CA50	Passiva	580,6	690	2.3	200.19
12,5	CA50	Passiva	571	685	2.35	192.45
12,7	CP190	Ativa	1714*	1900**	1.0***	200

* $f_{pyk} = 0,90 f_{ptk}$ – tensão de escoamento a 1‰ de alongamento;

** f_{ptk} - Tensão máxima de ruptura (fornecida pelo fabricante);

*** ε_{yp} – Deformação permanente para monocordoalha, equivalente a f_{pyk}

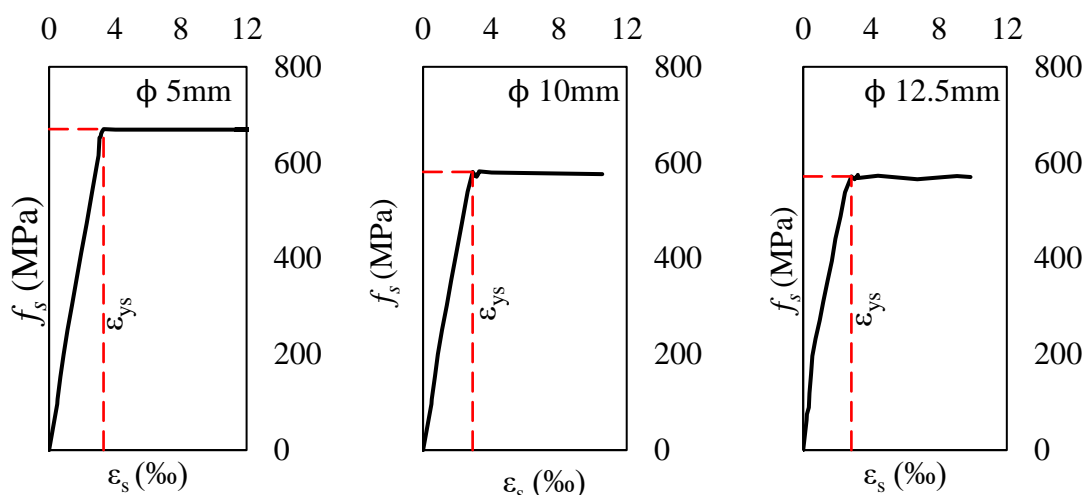


Figura 6.1 – Diagrama dos aços CA50 e CA60 (Fonte: Autor)

As propriedades mecânicas do aço de protensão, apresentadas na Tabela 6.1, foram fornecidos pela empresa Marcon S. C. C. LTDA, que presta serviços de protensão em estruturas de concreto na cidade de Belém, e foi a responsável pelo fornecimento dos cabos, equipamentos e protensão das cordoalhas nos pilares desta pesquisa. De acordo com a empresa, os cabos fornecidos foram provenientes de uma bobina específica, a qual realizou-se ensaio de tração seguindo as recomendações das normas NBR 6349/2022 e NBR 6118/2014.

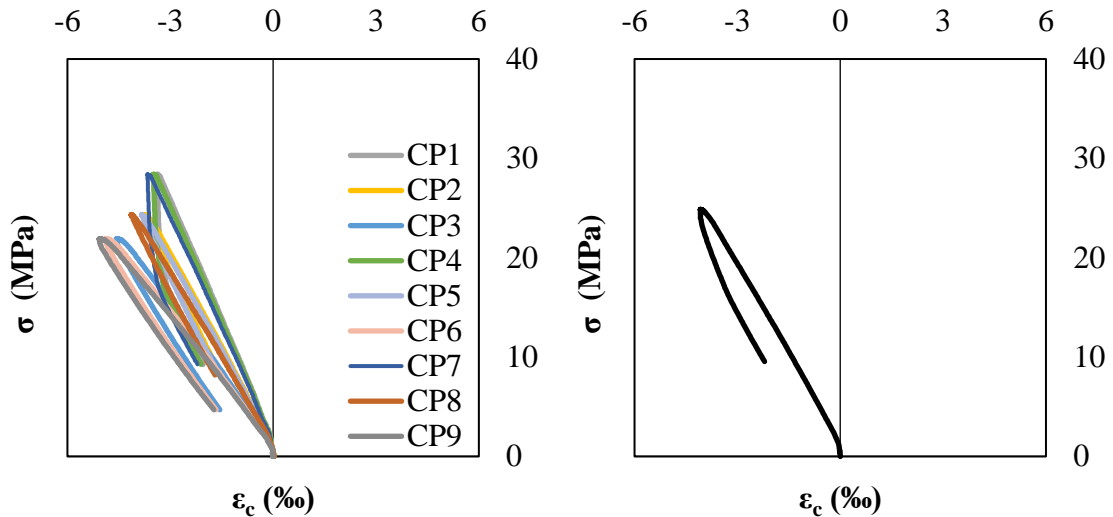
6.1.2 Concreto

A partir dos ensaios dos corpos de prova de concreto aos 28 dias de idade, foram obtidos os resultados médios de CP's cilíndricos de (100 x 200) mm utilizadas para a realização de ensaios de compressão axial (f_c), compressão diametral (f_{ct}) e módulo de elasticidade (E_c). Os resultados são apresentados na Tabela 6.2, juntamente com as estimativas de resistência à tração e módulo de elasticidade previstas pela NBR 6118 (2014), calculadas a partir de f_c . Observa-se que os resultados experimentais ficaram próximos dos resultados teóricos.

Tabela 6.2 – Propriedades mecânicas do concreto

A	Experimental			Teórico	
	f_c	f_{ct}	E_c	$*f_{ct,m}$	$*E_{ci}$
(mm)	(MPa)	(MPa)	(GPa)	(MPa)	(GPa)
100 x 200	27	2.2	28.66	2.7	29.09

*Valores calculados conforme os itens 8.2.5 e 8.2.8 da NBR 6118 (2014)



(a) Amostras ensaiadas aos 28 dias

(b) Resistência à compressão média 28 dias

Figura 6.2 – Curva tensão-deformação do concreto aos 28 dias (Fonte: Autor)

6.1.3 Deslocamentos Horizontais

Os resultados dos deslocamentos horizontais dos pilares P1 a P6, medidos nos potenciômetros D1, D2, D3, mostrados na seção 5.2.1, são apresentados nas Figuras de 6.3 a 6.8. Observa-se queda suave da curva, sem ruptura brusca, com ruína por flexão na armadura longitudinal de tração sem esmagamento do concreto. O comportamento dúctil observado era esperado, e foi estimado prevendo a melhor observação do comprimento de plastificação dos pilares. Com isso, o comportamento dos elementos e os modos de ruína previstos ficaram dentro do esperado para a pesquisa.

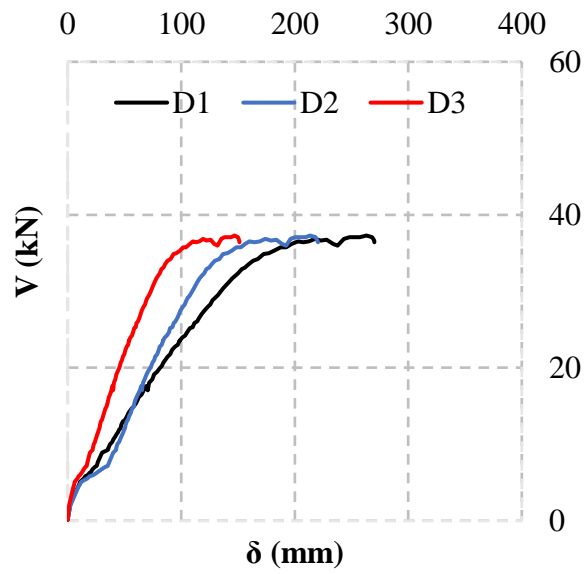


Figura 6.3 – Deslocamentos horizontais do pilar P1 (Fonte: Autor)

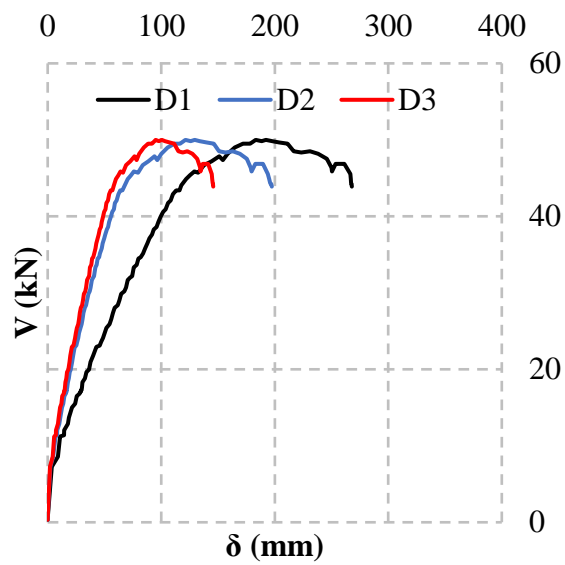


Figura 6.4 – Deslocamentos horizontais do pilar P2 (Fonte: Autor)

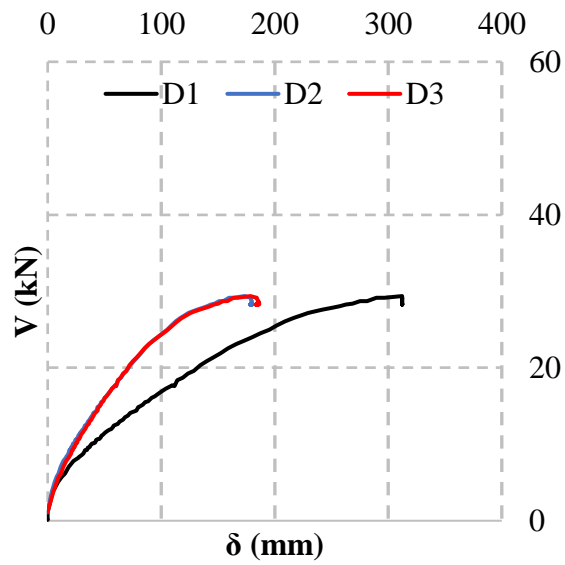


Figura 6.5 – Deslocamentos horizontais do pilar P3 (Fonte: Autor)

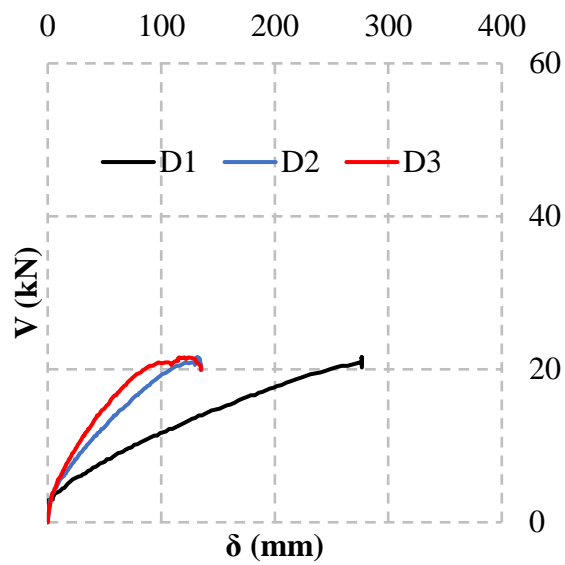


Figura 6.6 – Deslocamentos horizontais do pilar P4 (Fonte: Autor)

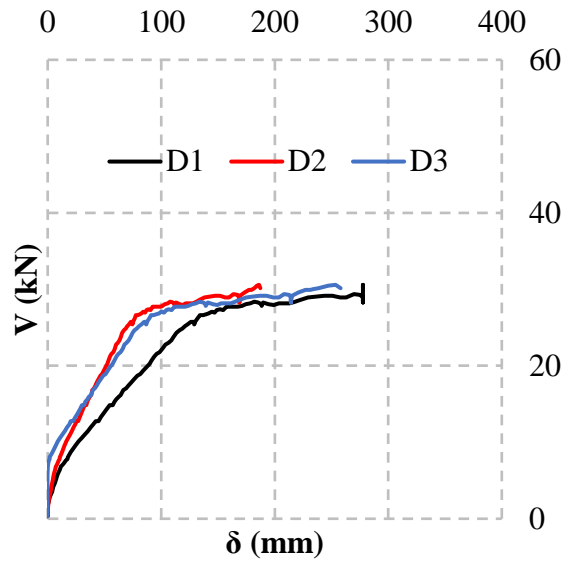


Figura 6.7 – Deslocamentos horizontais do pilar P5 (Fonte: Autor)

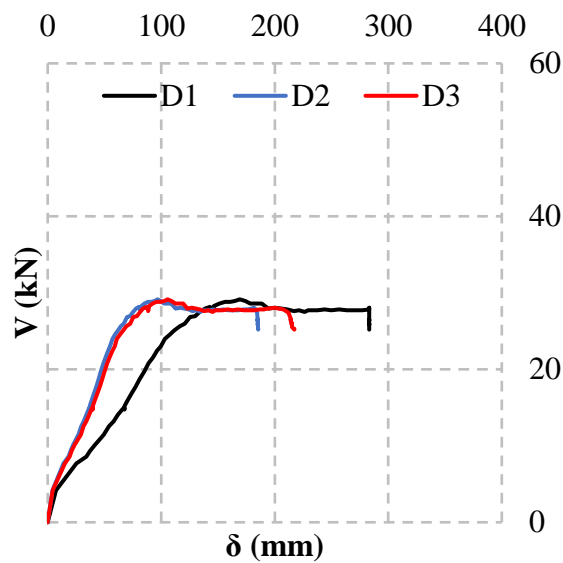


Figura 6.8 – Deslocamentos horizontais do pilar P6 (Fonte: Autor)

Observou-se significativa alteração nas curvas carga-deslocamento horizontal dos pares de pilares. No comparativo dos deslocamentos máximos, medido pelo potenciômetro D1, observou-se aumento expressivo na carga horizontal última (V_u) do pilar P2 em relação a P1, vista na Figura 6.3 e 6.4. Devido à elevação da taxa de carregamento axial (P/P_0), de 0,2 para 0,4, um ganho de 36,5% do pilar P2, ou 49,67 kN de carga máxima de P2, foi observado, contra 36,41 kN de carga máxima do pilar P1.

Observou-se, também, mudança no padrão das curvas entre os pilares P3 e P4, devido a diferença de esbeltez. O pilar P4, com esbeltez geométrica igual a 12, apresentou carga máxima de 17,05 kN, contra 25.42 de P3, com esbeltez igual a 10, uma diminuição de 39.5%. As Figuras 6.5 e 6.6 apresentam as curvas dos pilares P3 e P4.

Por fim, a variação da taxa de armadura longitudinal também alterou o padrão de comportamento das curvas carga-deslocamento dos pilares P5 e P6 e os valores de cargas máximas medidas para um mesmo deslocamento, como observado nas Figuras 6.7 e 6.8. Um aumento significativo de 54% na carga máxima do pilar P6, com taxa de armadura 2%, foi observado em relação ao pilar P5 com taxa de 1%, com $V_u = 29.64$ kN de P5, contra 45.62 kN de P6. A Figura 6.9 mostra o comparativo entre os deslocamentos máximos dos pares de pilares.

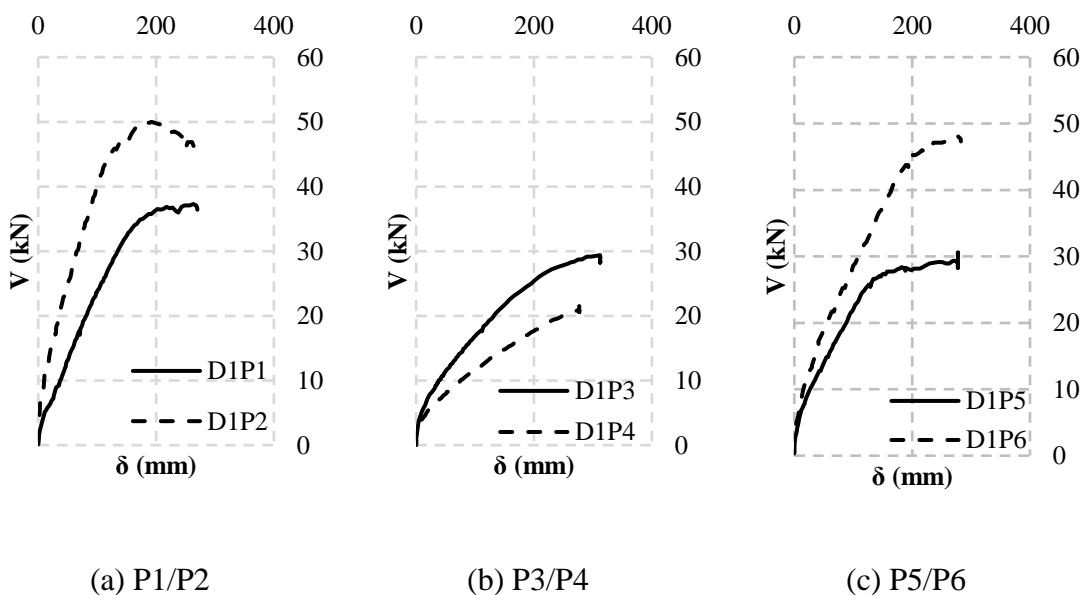
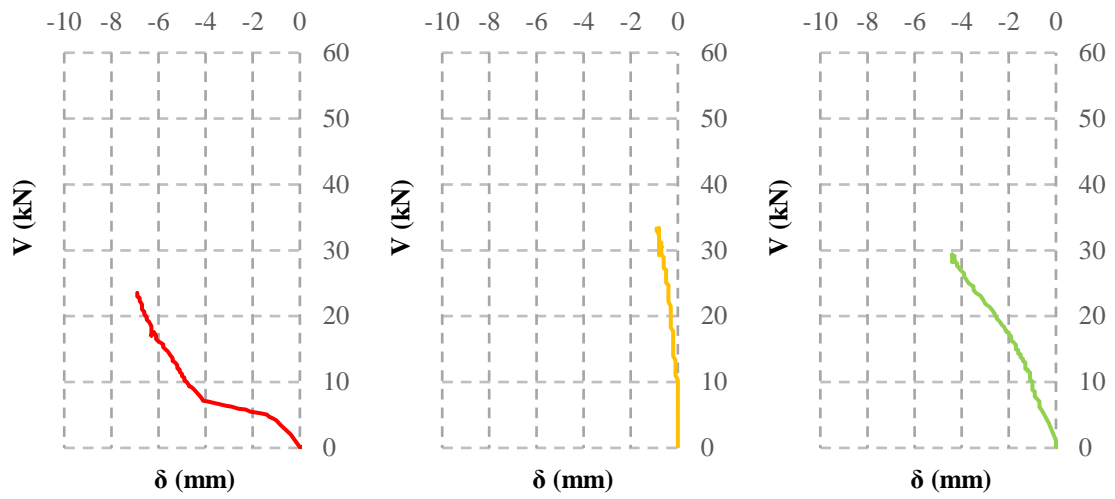


Figura 6.9 – Comparativo entre deslocamentos máximos (Fonte: Autor)

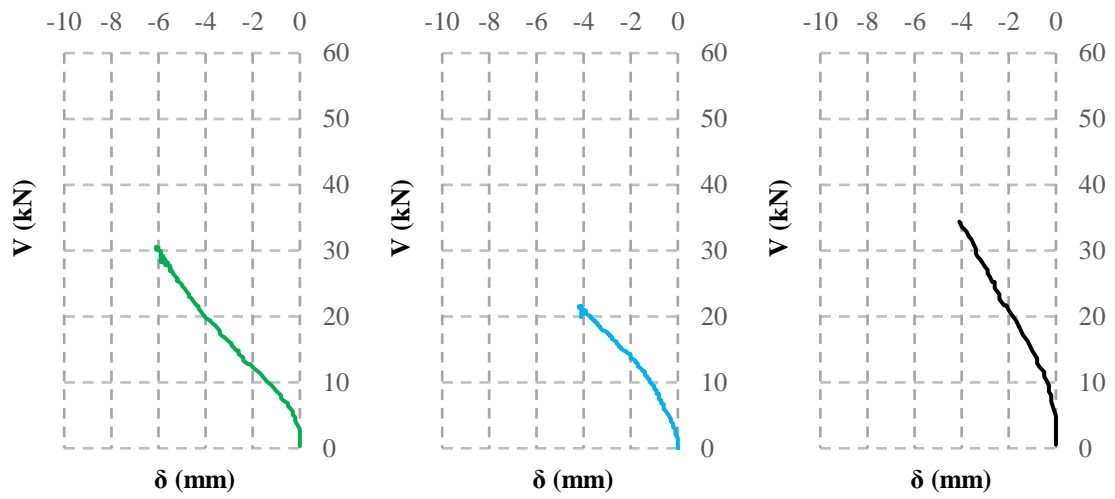
Durante o ensaio dos pilares os deslocamentos verticais dos blocos foram monitorados pelo potenciômetro D4, como apresentado na seção 5.2.1, para observação das rotações. A Figura 6.10 apresenta os resultados. Como esperado, não foi possível impedir a rotação do elemento, apesar dos esforços. Porém, os deslocamentos medidos foram pequenos, a ponto de não causarem interferência nos resultados.



(a) P1

(b) P2

(c) P3



(d) P4

(e) P5

(f) P6

Figura 6.10 – Deslocamentos verticais dos blocos (Fonte: Autor)

6.2 DEFORMAÇÕES

6.2.1 Deformações nas Armaduras

Os dados de deformações foram obtidos por meio de 06 extensômetros elétricos de resistência instalados diretamente nas barras de aço de armadura longitudinal. Apenas a barra central da primeira camada de armadura longitudinal de cada pilar foi monitorada. A Figura 6.11 mostra o detalhe dos pontos de instrumentação das barras de armadura longitudinal. Na Figura 6.1, V é a carga aplicada no topo do pilar e E a nomenclatura aplicada para os extensômetros.

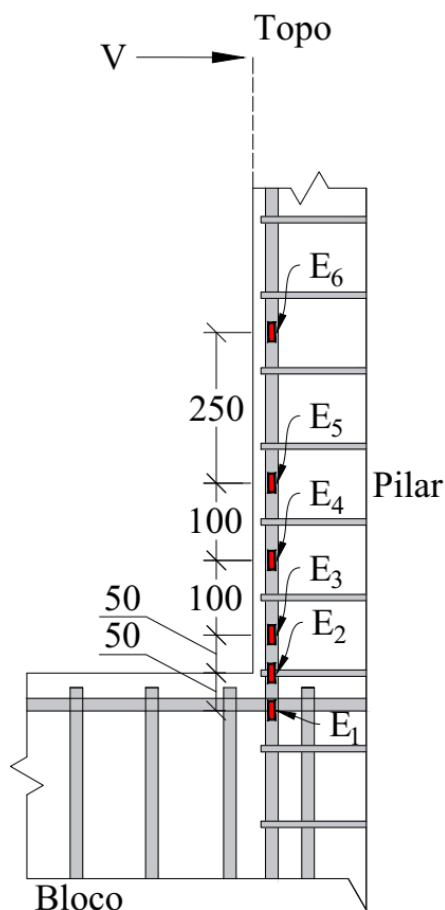


Figura 6.11– Detalhe dos pontos de instrumentação da armadura longitudinal

(Fonte: Autor)

Os extensômetros foram posicionados na armadura tracionada do pilar. O critério adotado para a mudança de regime elástico para o plástico se caracterizou como o fator chave

desta pesquisa. O escoamento das seções dentro do comprimento monitorado ao longo da armadura instrumentada foi estabelecido como o início da plastificação, e adotado como o critério para determinação do comprimento da rótula plástica (l_p), assim como nos modelos computacionais analisados no Capítulo 4. O escoamento foi considerado para a deformação $\varepsilon_s = 2,38\%$, para o aço CA-50 que compôs a armadura longitudinal dos pilares. As Figuras de 6.12 a 6.17 apresentam os diagramas carga-deformação das armaduras longitudinais dos pilares, com a carga de escoamento representada, V_y , e os limites de escoamento na tração (ε_{ys}) e compressão (ε_{yc}) da armadura longitudinal.

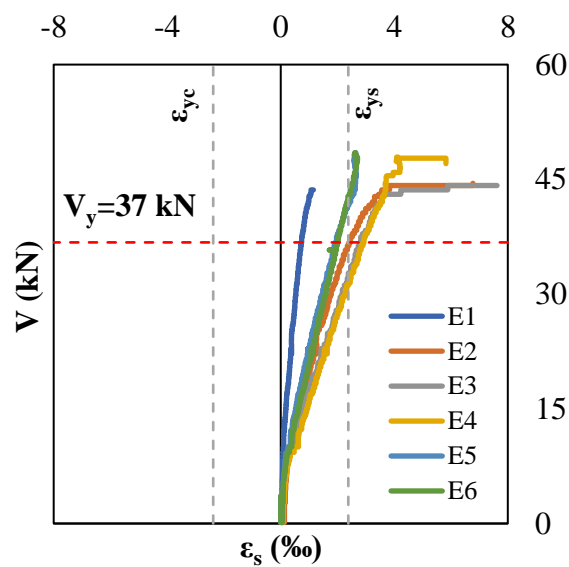


Figura 6.12 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P1

(Fonte: Autor)

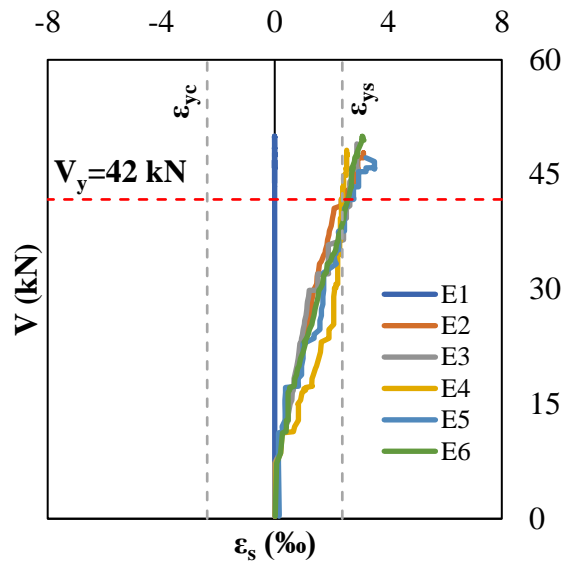


Figura 6.13 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P2
(Fonte: Autor)

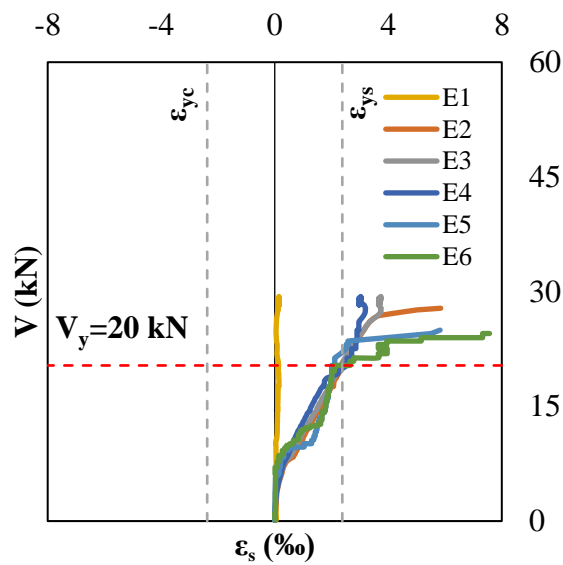


Figura 6.14 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P3
(Fonte: Autor)

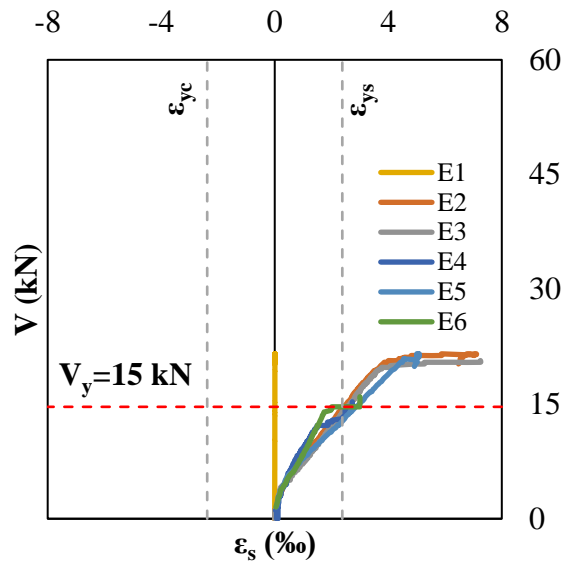


Figura 6.15 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P4
(Fonte: Autor)

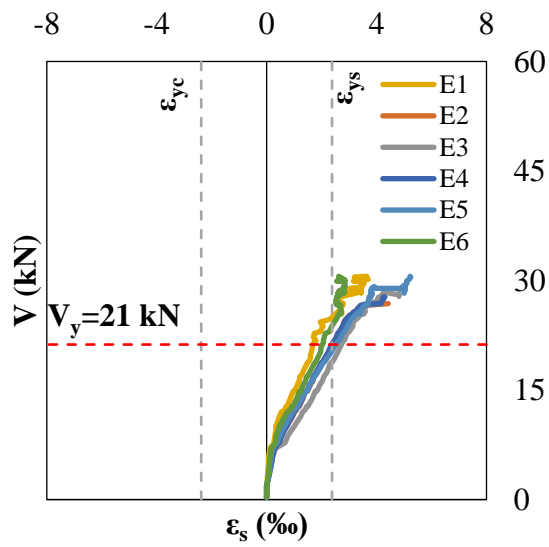


Figura 6.16 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P5
(Fonte: Autor)

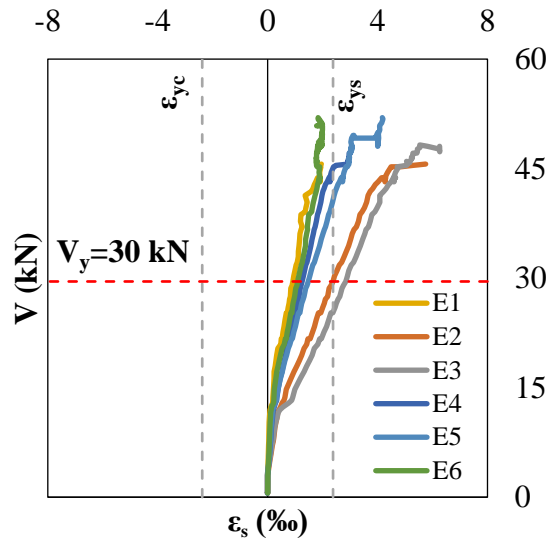


Figura 6.17 – Diagrama carga-deformação da armadura longitudinal do pilar P6
(Fonte: Autor)

6.2.2 Deformações no Concreto

Os dados de deformações no concreto foram também obtidos por extensômetros elétricos posicionados na superfície comprimida do concreto, a 150 mm acima do bloco, na direção longitudinal do pilar, como mostrados nas Figuras 5.24 e 5.25b. Não foi observado esmagamento do concreto em nenhum dos elementos ensaiados, considerado a uma deformação de $\varepsilon_c = 3,5 \text{ ‰}$, conforme prescreve a NBR 6118 (2014) para elementos estruturais sujeitos à flexão, como mostram as curvas carga-deformação do concreto apresentados nas Figuras de 6.18 a 6.23.

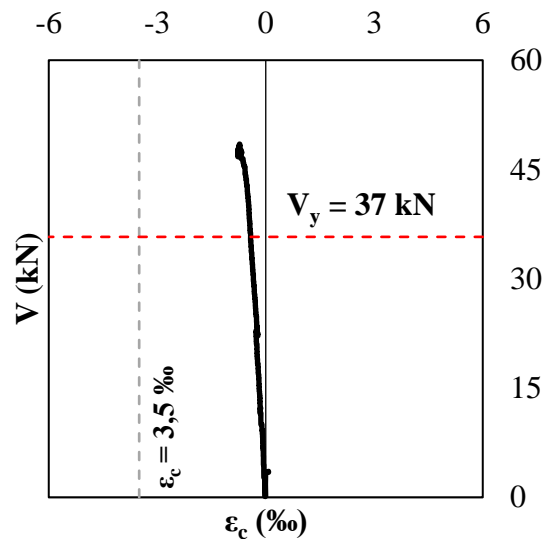


Figura 6.18– Deformações do concreto do pilar P1 (Fonte: Autor)

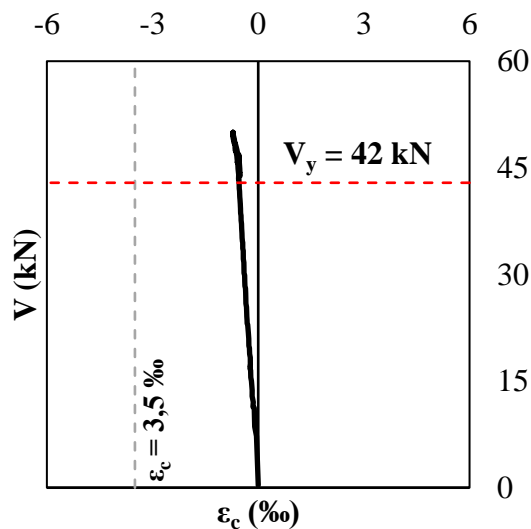


Figura 6.19– Deformações do concreto do pilar P2 (Fonte: Autor)

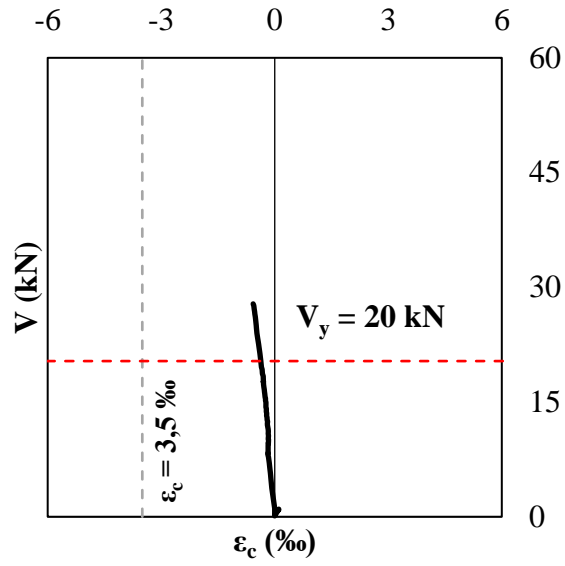


Figura 6.20 – Deformações do concreto do pilar P3 (Fonte: Autor)

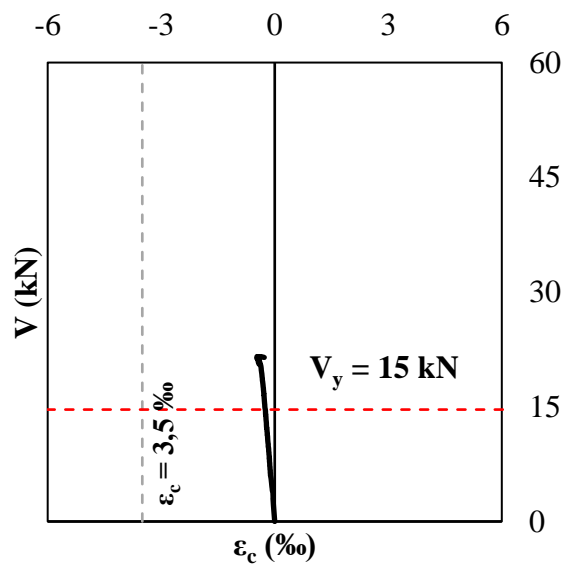


Figura 6.21 – Deformações do concreto do pilar P4 (Fonte: Autor)

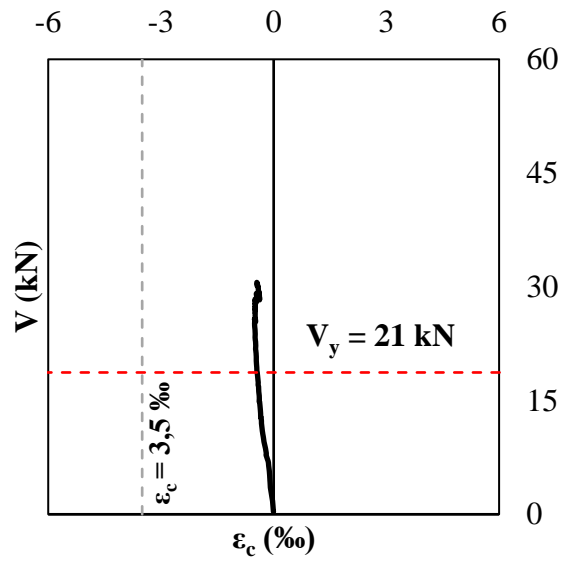


Figura 6.22 – Deformações do concreto do pilar P5 (Fonte: Autor)

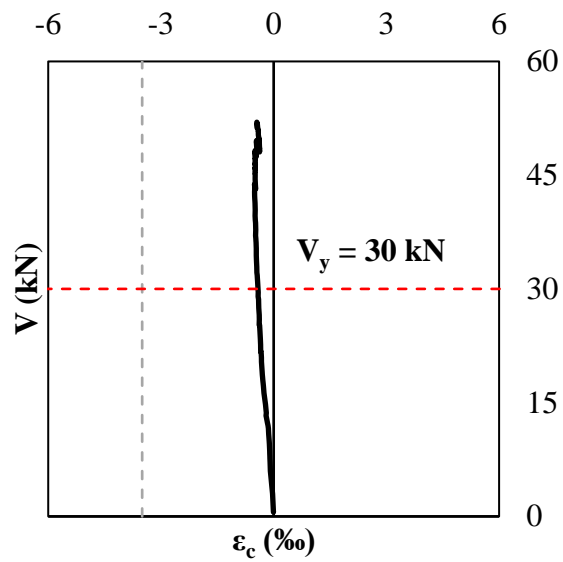


Figura 6.23 – Deformações do concreto do pilar P6 (Fonte: Autor)

7. ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

7.1 COMPRIMENTO DA RÓTULA PLÁSTICA

O critério estabelecido para tomada do comprimento da rótula plástica foi o mesmo estabelecido nos modelos computacionais apresentado na Figura 4.18, seção 4.3.1, Capítulo 4. A extensão das seções plastificadas ao longo da barra foi medida a partir da seção crítica do elemento, e determinada pelos extensômetros locados na barra monitora. Esse critério também foi estabelecido para o modo de ruína dos pilares, estimados por flexão da armadura longitudinal. A Figura 7.1 ilustra o método estabelecido para a determinação do comprimento da rótula (l_p).

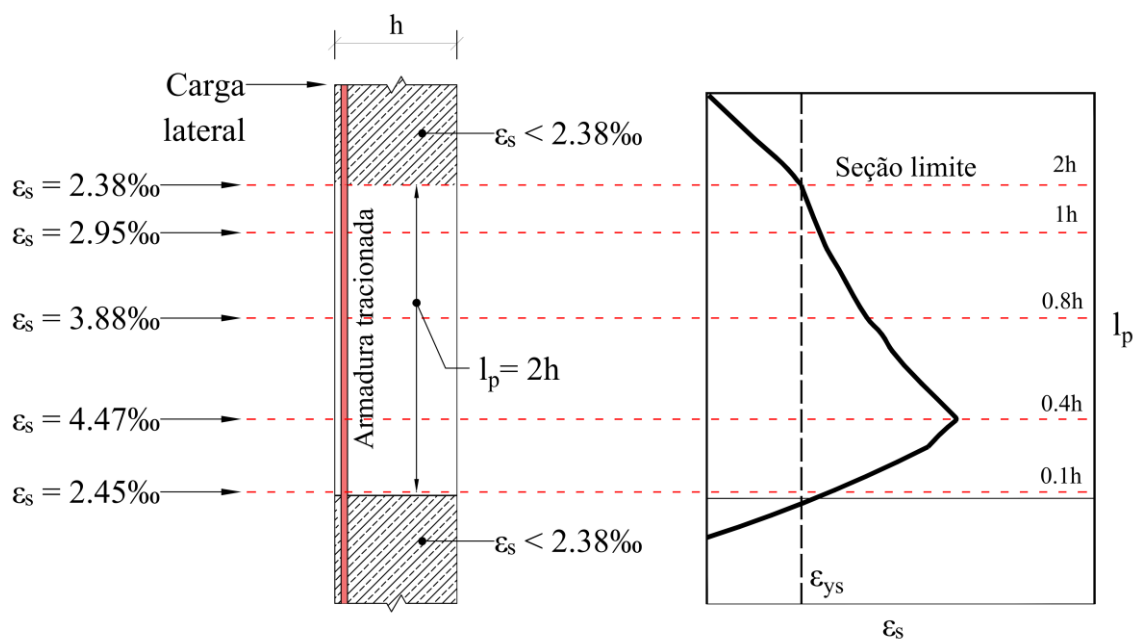


Figura 7.1 – Critério para determinação do comprimento da rótula plástica

(Fonte: Autor)

Tal critério foi adotado por autores diversos da literatura, com destaque para Bae (2009) e Barrera et. al. (2012). O primeiro instrumentou a armadura comprimida para estudo da rótula plástica em situação sísmica, posicionando 06 extensômetros em um comprimento equivalente a quatro vezes a altura (h) do pilar. A segunda instrumentou o equivalente a duas vezes a altura do pilar, nas barras comprimidas e tracionadas. Esse critério permite estabelecer o comprimento da rótula plástica pela tomada das deformações nas armaduras

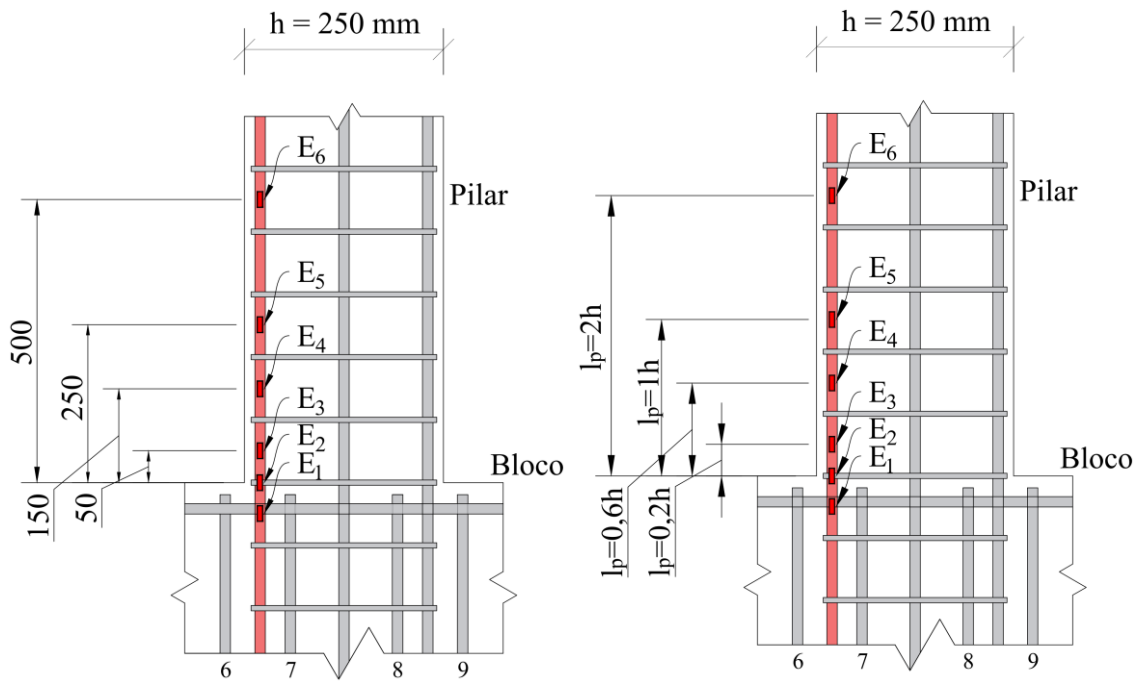
longitudinais comprimidas ou tracionadas, ou em ambas, como no caso de Barrera et. al. (2012), dependendo do modo de ruptura do elemento.

Como discutido no Capítulo 4, vale reiterar, que os resultados observados nos modelos computacionais não apresentaram diferença no comprimento da rótula medidos pelas deformações na armadura de compressão, como sugeriu o autor, em relação ao comprimento medido na armadura de tração. Por essa razão, e dados os custos dos ensaios, considerando que foram elementos ensaiados em escala real, os pilares foram monitorados no lado tracionado da armadura longitudinal do pilar e não no comprimido, como sugere Bae (2005).

Como discutido, acredita-se que a principal razão de não haver diferença nas deformações medidas no lado tracionado ou comprimido, seja a natureza do carregamento. De acordo com Fardis *et al* (2003), elementos submetidos a carregamentos monotônicos tendem a formar rótulas 1,5 maior que elementos sujeitos a carregamentos cíclicos, caso do ensaio de Bae (2005), devido aos maiores danos observados no concreto causados pelos carregamentos cíclicos, a ponto de os danos romperem o núcleo de concreto, causando ruptura prematura do núcleo e da seção por esmagamento, evitando a propagação das rótulas.

Para carregamentos monotônicos, caso desta pesquisa, os danos causados no núcleo de concreto são menores, levando a possibilidade de formações de rótulas maiores, e distribuição uniforme das tensões na seção, o que implica em distribuição uniforme das deformações em ambos os lados da seção, e, portanto, medida do comprimento da rótula iguais, ou próximas, em ambos os lados.

Na pesquisa experimental, optou-se por instrumentar as deformações na barra tracionada, em um comprimento equivalente a duas vezes a altura do pilar ($l_p/h = 2$), com extensômetros cobrindo um total de 500 mm. A Figura 7.2 apresenta o comprimento instrumentado dos pilares. As curvas carga-deformação das armaduras longitudinais apresentados anteriormente nas Figuras de 6.12 a 6.17, seção 6.2.1, Capítulo 6, são reapresentadas nas Figuras de 7.3 a 7.8, para os pilares de P1 a P6, respectivamente. As Figuras apresentam a carga V_{yE} , que é a carga equivalente a deformação de escoamento e o extensômetro que registrou a última deformação acima de 2,38‰.



(Fonte: Autor)

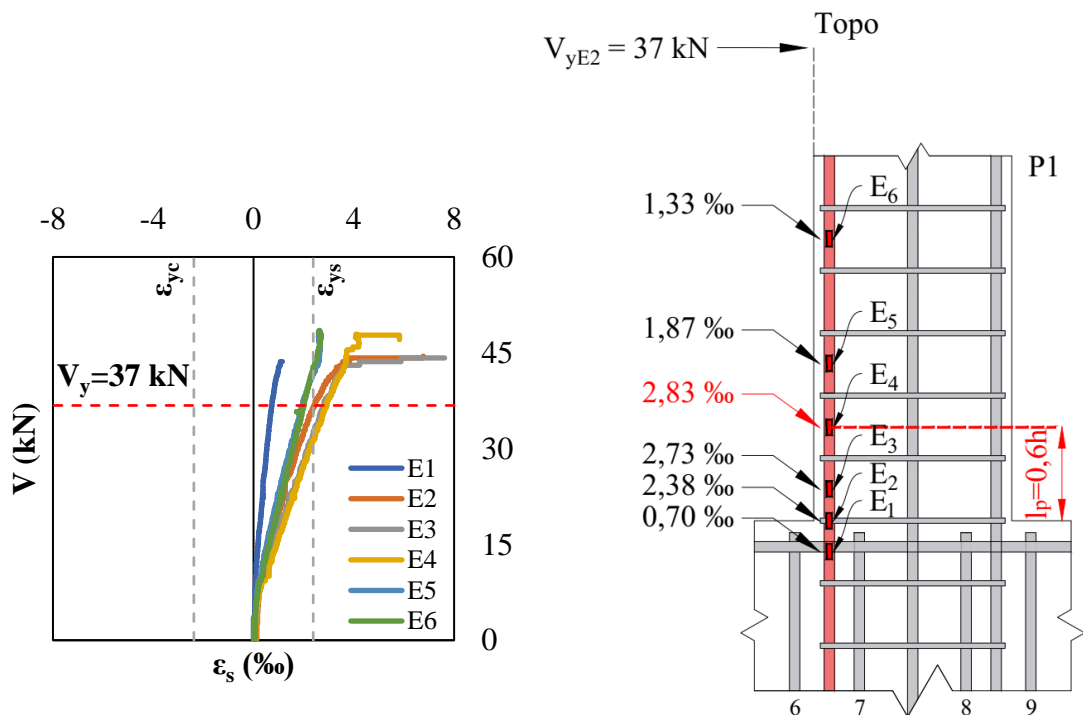


Figura 7.3 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P1

(Fonte: Autor)

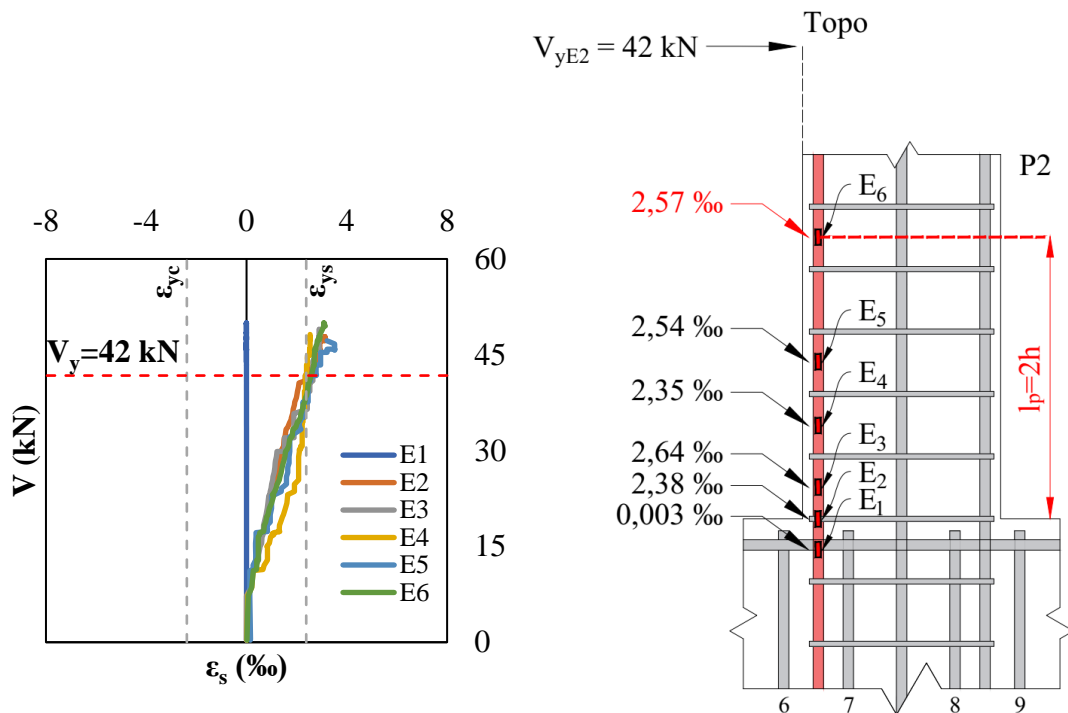


Figura 7.4 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P2
(Fonte: Autor)

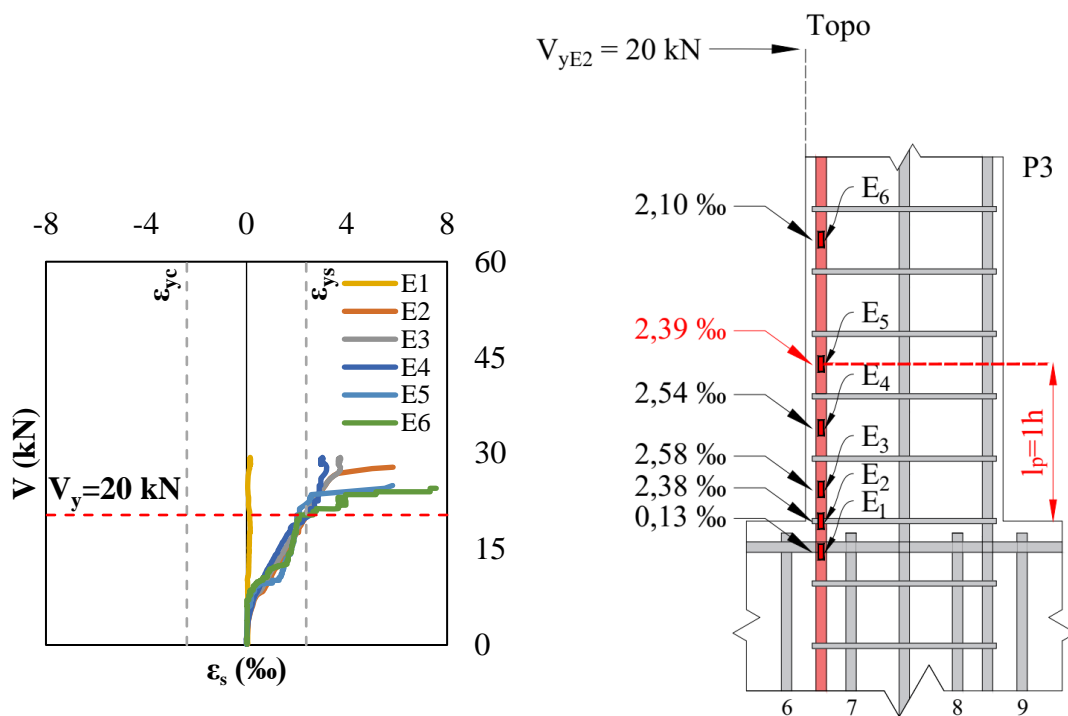


Figura 7.5 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P3
(Fonte: Autor)

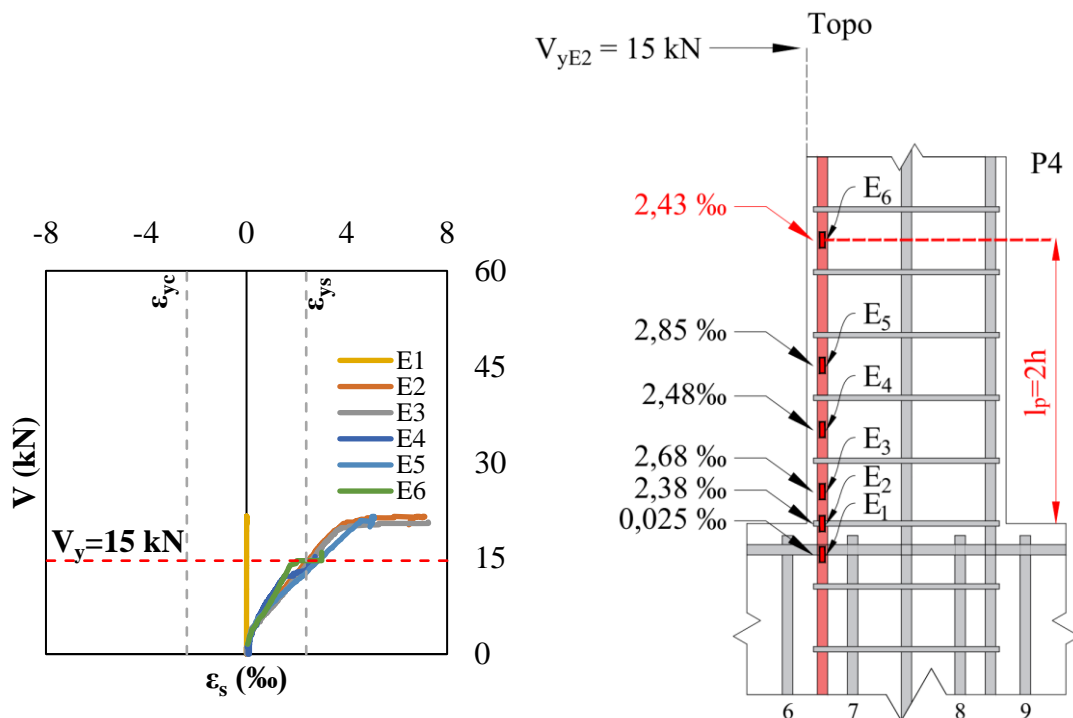


Figura 7.6 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P4
(Fonte: Autor)

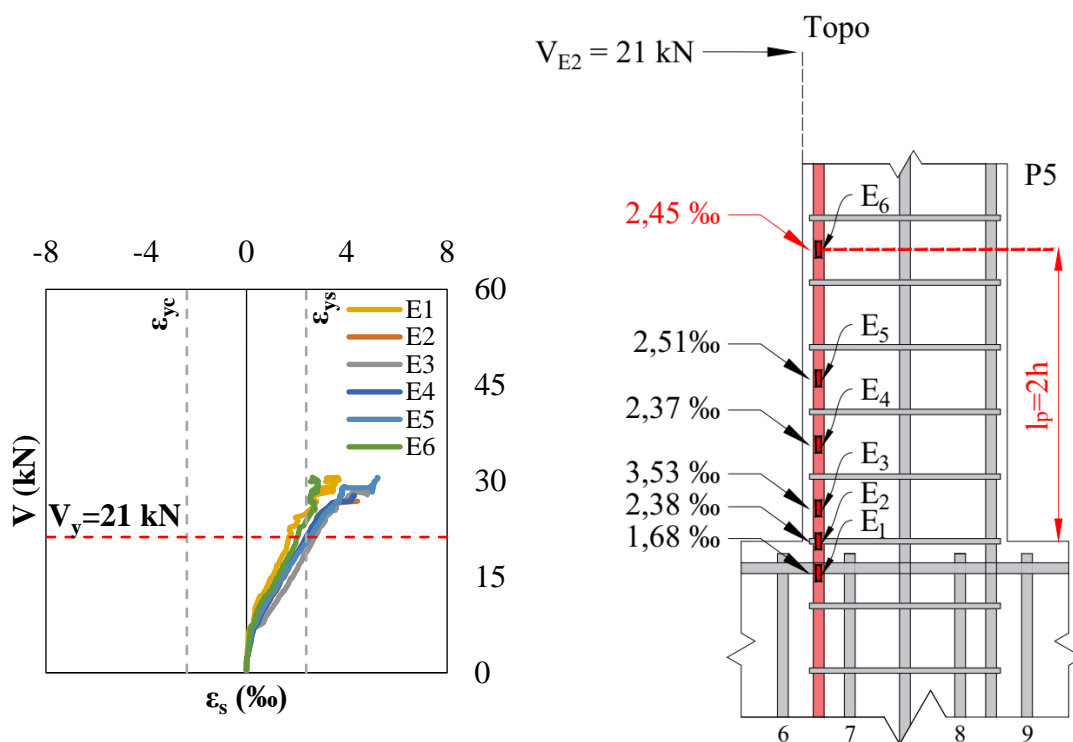


Figura 7.7 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P5
(Fonte: Autor)

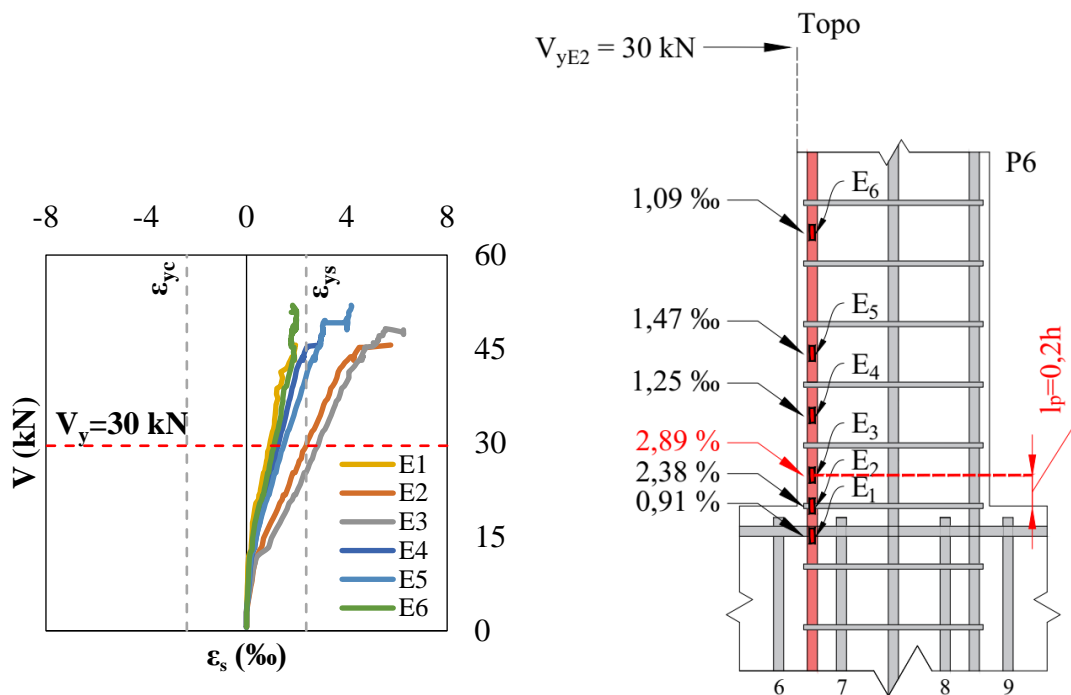


Figura 7.8 – Diagrama carga-deformação e comprimento da rótula medido no pilar P6
(Fonte: Autor)

Como observado nos valores das Figuras de 7.3 a 7.8, os valores do comprimento da rótula plásticas variaram entre $0,2h$ a $2h$. A carga de escoamento V_y , foram medidas no extensômetro $E2$, localizado na seção da ligação pilar-bloco, quando $E2$ atingiu $\epsilon_{ys} = 2,38 \text{ ‰}$. A partir dela, todos os extensômetros que ultrapassaram esta deformação antes de alcançar V_y , foram consideradas na determinação do comprimento da rótula. É importante reiterar que o comprimento monitorado foi suficiente para se obter os resultados dentro do esperado para a pesquisa. Destaca-se, ainda, que era esperado que nem todos os extensômetros entrassem em regime de escoamento.

É importante observar, também, a mudança no comprimento da rótula plástica com a variação de cada parâmetro. Nos pares de pilares P1/P2, o comprimento medido de P2 foi 3,3 vezes o comprimento de P1, para uma variação da taxa de carregamento axial (P/P_0) duas vezes maior. Para os pares de pilares P3/P4, a variação da esbelteza geométrica (l/h) de 10 para 12, dobrou o comprimento da rótula plástica medido no pilar P4 em relação a P3.

Nos pares de pilares P5 e P6, observou-se tendência oposta aos das demais séries. O aumento da taxa armadura longitudinal, de 1,96% do pilar P5, para 2,94% do pilar P6,

reduziu o comprimento da rótula plástica de 2h, em P5, para 0,2h em P6. Essa tendência foi observada na avaliação paramétrica realizada via simulação computacional, apresentado no Capítulo 4, onde mostrou-se que o aumento da taxa de armadura longitudinal teve tendência a manter constante a ponto de quase reduzir o comprimento medido.

Vala ressaltar que as observações dos modelos computacionais tendem a ser mais rígidos que as observações experimentais por não considerarem fatores ambientais como fluência, retração. Por isso, conclui-se que a taxa de armadura reduziu o comprimento da rótula medido nos pilares experimentais.

7.2 CARGAS ÚLTIMAS E MODOS DE RUPTURA

Os modos de ruptura e as cargas previstas e experimentais, são apresentadas na Tabela 7.1. As previsões foram feitas segundo as recomendações das normas ACI 318 (2019), ABNT NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2014) e Model Code 2010 (2013). As relações entre as cargas experimentais e estimadas, também são apresentadas na Tabela 6.3, assim como suas relações.

O dimensionamento dos pilares e as estimativas foram realizadas com base no programa experimental e nas ações atuantes, com enfoque no modo de ruína previsto para escoamento da armadura longitudinal de tração, causada por flexão, induzida pela ação lateral aplicada na extremidade livre do pilar, com o objetivo de obter respostas satisfatórias e assertivas sobre a formação das rótulas plásticas, baseado na análise paramétrica. Assim, as cargas últimas, estimadas e experimentais, foram aquelas correspondentes à ruína por flexão lateral (V), denominadas V_{NBR} , V_{EC2} , V_{ACI} e V_{MC10} para as estimativas das normas supracitadas, e V_u para as experimentais. A carga de escoamento (V_y) também é apresentada na Tabela 7.1.

É importante salientar que foram feitas verificações de outros estados limites últimos a fim de garantir o modo de ruína previsto. Realizou-se verificação dos modos de ruptura ao cisalhamento, com verificação de falha das diagonais tracionadas (V_{RD3}) e comprimidas (V_{RD2}), dada a aplicação da ação lateral, para providencias de capacidade resistente ao cisalhamento suficiente com a adição de estribos, a fim de evitar a falha

desta natureza, assim como verificações à flexo-compressão, dada a atuação da ação axial gerada pelos cabos de protensão excêntricos em relação aos eixos dos pilares, distribuídos conforme apresentado no Capítulo 5, Figura 5.11, a fim de evitar falhas provenientes dos efeitos de segunda ordem. Portanto, todos os pilares foram dimensionados para evitar os potenciais modos de ruínas que não fossem por flexão lateral com escoamento da armadura longitudinal de tração do pilar.

Tabela 7.1 – Cargas últimas e modo de ruptura

Pilar	V_y (kN)	V_u (kN)	V_{NBR} (kN)	V_{EC2} (kN)	V_{ACI} (kN)	V_{MC10} (kN)	V_u/V_{NBR}	V_u/V_{EC2}	V_u/V_{ACI}	V_u/V_{MC10}	Ruptura	
P1	37.0	47.3	33.4	38.7	30.3	42.8	1.42	1.22	1.56	1.10	Flexão (LT*)	
P2	42.0	50.0	33.4	38.7	30.3	42.8	1.50	1.29	1.65	1.17	Flexão (LT*)	
P3	20.0	29.2	28.2	25.4	25.6	36.2	1.03	1.15	1.14	1.24	Flexão (LT*)	
P4	15.0	21.2	24.5	22.0	22.2	31.4	1.15	0.96	0.96	1.48	Flexão (LT*)	
P5	21.0	29.2	33.4	46.9	41.7	42.8	1.14	1.61	1.43	1.47	Flexão (LT*)	
P6	30.0	48.2	33.4	70.4	51.0	42.8	1.44	1.46	1.06	1.13	Flexão (LT*)	
							Média	1.28	1.28	1.30	1.26	
							DP	0.18	0.21	0.26	0.15	
							CV	0.14	0.16	0.20	0.12	

LT -Escoamento da Armadura Longitudinal de Tração;
 DP – Desvio Padrão;
 CV – Coeficiente de Variação;

O aumento da carga última observado no pilar P2 ($V_u = 50\text{kN}$), é explicado pelo aumento do momento de fissuração, devido a maior taxa de carregamento axial que aumentou a rigidez do pilar no Estádio I, e em boa parte da altura da seção do elemento. Para este fato, também pode ser considerado o enrijecimento da armadura de tração ocasionado pelo efeito da força axial. Buchaim (2001), observou que quando ocorre a fissuração da seção (seção T analisada pelo autor), há redução de 70% na rigidez.

É importante ressaltar o efeito da força cortante na problemática aqui analisada. Analiticamente é possível ponderar que a força cortante cresce, pois há aumento do momento resistente com o crescimento dos níveis de compressão axial no pilar P2. Como consequência, o efeito combinado corrobora a redução do comprimento da rótula plástica, observada com a redução da rotação plástica que será posteriormente analisado.

As relações V_u/V_{norma} , mostraram imprevisibilidade e dispersão nas estimativas dos resultados, com divergência significativa em relação aos resultados experimentais.

Destaca-se o pilar P2, com taxa de carregamento $P/P_o = 0.4$, e P5 com taxa de armadura de 2%, com algumas normas variando V_u/V_{norma} acima de 1,5. O DP e CV elevados, ambos acima de 10%, corroboram a dificuldade de previsão das normas nas condições específicas da pesquisa.

7.3 DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS E ROTAÇÕES

Os deslocamentos e as rotações experimentais foram determinados como apresentado na Figura 7.9 e os resultados são apresentados na Tabela 7.2. Os deslocamentos considerados foram os medidos no topo do pilar pelo potenciômetro D1, como apresentado nas Figuras 5.17, 5.18 e 5.19. As rotações medidas são relativas ao vão do pilar (l) e foram calculadas a partir dos deslocamentos últimos (δ_u) e elásticos (δ_y).

As rotações elásticas (θ_y) foram determinadas a partir dos deslocamentos medido no passo de carga do escoamento da armadura longitudinal, calculadas como $\theta_y = \delta_y/l$. As rotações plásticas (θ_p) foram determinadas pela diferença do deslocamento último pelo elástico ($\delta_p = \delta_u - \delta_y$), calculadas como $\theta_p = \delta_p/l$. Por fim, as rotações máximas, foram calculadas como $\theta_{max} = \delta_u/l$.

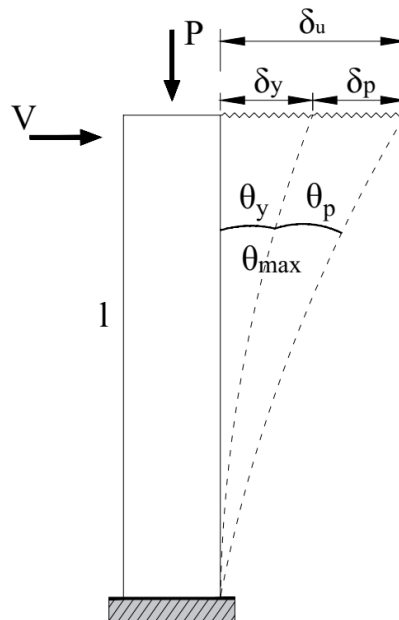


Figura 7.9– Deslocamentos e rotações nos pilares (Fonte: Autor)

Tabela 7.2 – Deslocamentos e rotações experimentais

Pilar	P/Po	l/h	ρ_s	l	δ_y	δ_u	θ_y	θ_p	θ_{max}
				(mm)	(mm)	(mm)	(°)	(°)	(°)
P1	0.2	9	1.26	2200	127.5	270.1	3.32	3.71	7.00
P2	0.4	9	1.26	2200	108.3	192.2	2.82	2.18	4.99
P3	0.25	10	1.26	2600	101.7	248.2	2.24	3.22	5.45
P4	0.25	12	1.26	3000	134.6	376.0	2.57	4.60	7.14
P5	0.25	9	1.96	2200	151.5	208.2	3.94	1.48	5.41
P6	0.25	9	2.94	2200	94.5	173.4	2.46	2.05	4.51

Os deslocamentos e rotações experimentais foram significativamente impactadas pela variação dos parâmetros analisados na pesquisa, com destaque para os pilares P1 e P2 os quais variaram os níveis de compressão axial. Observou-se que o aumento nos níveis de compressão do pilar P2 diminuiu em 17.4% a rotação elástica, 28.5% a rotação máxima e 41.2% as rotações plásticas. A Figura 7.10, mostra as rotações experimentais e normativas para os pilares P1/P2.

Isso é explicado pelo aumento da força axial, onde o concreto passa a ser tanto mais solicitado quanto a armadura longitudinal, o que decore na possibilidade de o concreto atingir seus níveis de encurtamento antes da armadura longitudinal. Isso decorre de uma redução da curvatura e conseqüente redução do comprimento plastificado do pilar. Além disso, a diminuição do alongamento da armadura e da curvatura dos pilares, ocasionada pelo aumento da carga axial no pilar P2, também foi um fator para a diminuição da rotação e do comprimento da rótula plástica.

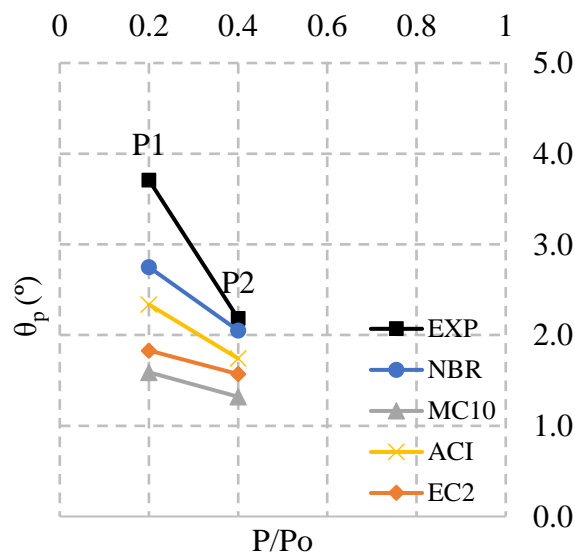


Figura 7.10 – Influência da força axial nas rotações plásticas (Fonte: Autor)

Os pilares P3/P4 tiveram comportamento dentro do esperado. Quanto maior a esbeltez, maior a rotação plástica e o comprimento plastificado. O pilar P4 apresentou rotação elástica 32.5%, rotação máxima 31% e rotação plástica 42.8% maior que o pilar P3, com menor esbeltez. Os resultados dos pilares P3/P4 são apresentados na Figura 7.11. Diversos autores avaliaram o efeito da esbeltez na rotação plástica dos pilares com destaque para Buchaim (2001), que chegou às mesmas conclusões observadas nesta pesquisa.

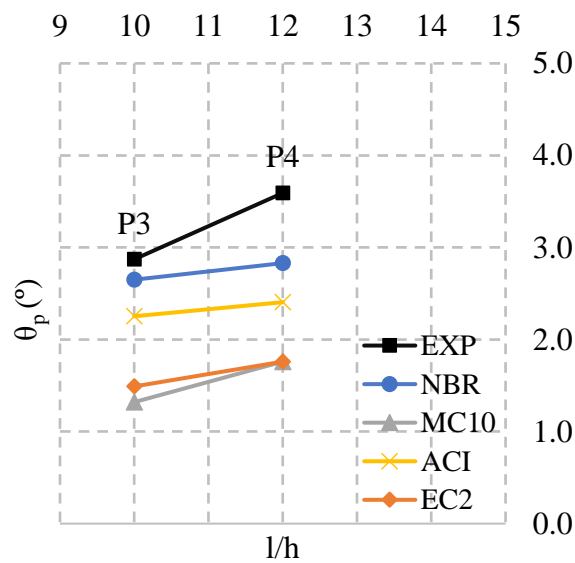


Figura 7.11– Influência da esbeltez nas rotações plásticas (Fonte: Autor)

Por fim, na comparação dos pilares P5/P6, o pilar P6 apresentou índices de deformação menores quando comparado ao pilar P5, com valores 17% maior para a rotação máxima e 38.5% de aumento da rotação plástica. A capacidade de rotação dos pilares está diretamente relacionada à capacidade resistente do elemento. Com taxa de armadura longitudinal maior, a capacidade do pilar P6 alcançar maiores curvaturas é reduzida, trazendo como consequência a redução da rotação plástica e do comprimento plastificado.

Além disso, assim como observado com o parâmetro taxa de carregamento axial, a força axial, apesar de serem as mesmas em P5 e P6, acabaram tendo influência também na redução do alongamento das armaduras, reduzindo a possibilidade de P6 alcançar maiores rotações plásticas e comprimento de plastificação. A Figura 7.12 mostra a influência da taxa de armadura longitudinal dos pilares P5/P6.

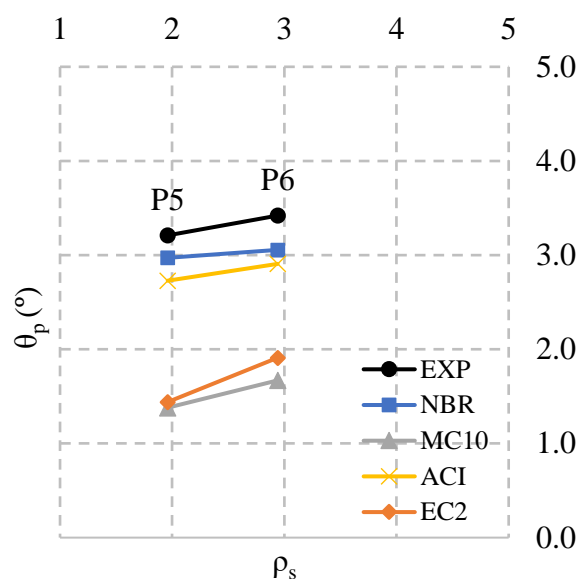


Figura 7.12 – Influência da taxa de armadura longitudinal nas rotações plásticas
(Fonte: Autor)

A capacidade de rotação plástica dos pilares foi comparada às estimativas normativas do ACI 318 (2019), ABNT NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2014) e Model Code 2010 (2013), como mostrado nas Figuras de 7.10 a 7.12. A Tabela 7.3 mostra a relação entre os resultados experimentais das normas.

Tabela 7.3 – Rotações plásticas estimadas

Pilar	θ_p (°)	θ_{pNBR} (°)	θ_{pMC10} (°)	θ_{pACI} (°)	θ_{pEC2} (°)	θ_p/θ_{pNBR}	θ_p/θ_{pMC10}	θ_p/θ_{pACI}	θ_p/θ_{pEC2}
P1	3.71	2.75	1.59	2.34	1.83	1.35	2.33	1.59	2.03
P2	2.18	2.05	1.32	1.74	1.57	1.07	1.65	1.25	1.39
P3	2.87	2.65	1.32	2.25	1.49	1.08	2.18	1.27	1.93
P4	3.59	2.83	1.76	2.41	1.76	1.27	2.04	1.49	2.04
P5	2.97	3.21	1.38	2.73	1.44	0.93	2.15	1.09	2.06
P6	3.06	3.42	1.67	2.91	1.91	0.89	1.83	1.05	1.60

De maneira geral, as normas estimam a capacidade de rotação plásticas de elementos de concreto armado em função da profundidade da linha neutra no ELU para o caso comum de uma seção retangular em flexão simples com armadura simples, para isso, bastando transformar a taxa mecânica de armadura para o ELU, igual a $\omega_{1d} = A_{s1}.f_{yd} / (0,85f_{cd}.b.b)$, para a seção retangular para o valor de x/d analisado. Esta consideração, limitou consideravelmente a estimativa das rotações a valores consideráveis e abaixo dos resultados experimentais nesta pesquisa.

Além disso, os gráficos da capacidade de rotação plástica, nos ramos ascendente e descendente, mostrados no Capítulo 2, foram linearizados na NBR 6118: 2014, entre os três pontos da função $\theta_{pl}(x/d)$ correspondentes à taxa geométrica mínima da armadura, ao ponto de máximo, e aquele correspondente a $x/d = 0.45$.

A deformação limite do concreto considerada por diferentes pesquisadores é maior do que as estabelecidas no dimensionamento, de 5‰ ao invés de 3.5‰, também considerada nesta pesquisa. Por outro lado, favorecendo o aumento da capacidade de rotação plástica, nas curvas atuais foram incorporadas as características dos aços CA-50 e CA-60 em acordo com a NBR 7480: 2007 no segmento plastificado.

7.4 FATOR DE DUCTILIDADE PARA OS DESLOCAMENTOS

A capacidade de um elemento fletido em dissipar energia em forma de deformação, em caso de descarga ou ruptura, representa a sua ductilidade. Este parâmetro foi analisado para melhor entender a deformabilidade dos pilares e compreender a formação das rótulas plásticas. Nesta pesquisa, a ductilidade foi avaliada pelo fator ductilidade para os deslocamentos calculado como a relação entre os deslocamentos últimos e elásticos ($\mu_\delta = \delta_u/\delta_y$). Os resultados são apresentados na Tabela 7.4.

Tabela 7.4 – Fator de ductilidade para os deslocamentos

Pilar	P/Po	l/h	ρ_s	δ_y	δ_u	μ_δ
				(mm)	(mm)	
P1	0.2	9	1.26	127.5	270.1	2.12
P2	0.4	9	1.26	108.3	192.2	1.77
P3	0.25	10	1.26	134.6	265.0	1.97
P4	0.25	12	1.26	101.7	290.0	2.85
P5	0.25	9	1.96	94.0	208.2	2.21
P6	0.25	9	2.94	155.6	273.0	1.76

Comparando a ductilidade dos pares de pilares P1/P2, e como observou-se no estudo paramétrico, houve redução da ductilidade do pilar P2, em relação ao pilar P1, ambos com a mesma esbeltez e taxa de armadura longitudinal. Como a faixa de carregamento axial analisadas foram abaixo de 0,5, observou-se o mesmo padrão que os dos modelos computacionais (Ver Tabela 4.6). Lembrando que se observou nas simulações que a ductilidade diminui com o aumento da taxa de carregamento até o valor $P/Po = 0,5$, aumentando para taxas maiores. O mesmo comportamento observado nas simulações computacionais, foi observado para as variáveis l/h e ρ_s (Ver Tabelas 4.7 e 4.8).

8. MÉTODO ANALÍTICO PARA ESTIMAR O COMPRIMENTO DA RÓTULA PLÁSTICA

Com base nos resultados apresentados na simulação computacional, Capítulo 4, e nos resultados experimentais, Capítulo 7, neste capítulo introduz-se uma proposta analítica para o cálculo do comprimento da rótula plástica, a fim de estimar analiticamente os deslocamentos laterais de pilares de concreto armado. A proposta é introduzida a partir do banco de dados computacional apresentado nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3. A proposta é validada frente a um banco de dados experimental e comparado com outras propostas disponíveis na literatura.

8.1 MÉTODO ANALÍTICO

A proposta se baseia na idealização de Pristley e Park (1975). O método se baseia em determinar analiticamente os deslocamentos com base no comprimento da rótula plástica, relacionando os índices à nível da seção transversal do pilar, curvatura, com os índices à nível do elemento, deslocamentos e rotações.

Inicialmente, considera-se o pilar com as ações axiais e laterais, Figura 8.1a, que produz o diagrama de momento fletor e a distribuição de curvatura apresenta nas Figuras 8.1b e 8.1c. De acordo com a Figura 8.1c, as curvaturas são divididas em elástica (ϕ_y), que ocorrem nas seções as quais a armadura longitudinal não sofreu escoamento, ou, para o concreto, se estendem nas seções que iniciaram o comportamento não linear, e as curvaturas inelástica ($\phi_p = \phi - \phi_y$), que se estendem nas seções plastificadas no entorno da seção de momento máximo, seções que representam o comprimento plastificado (l_p) do pilar.

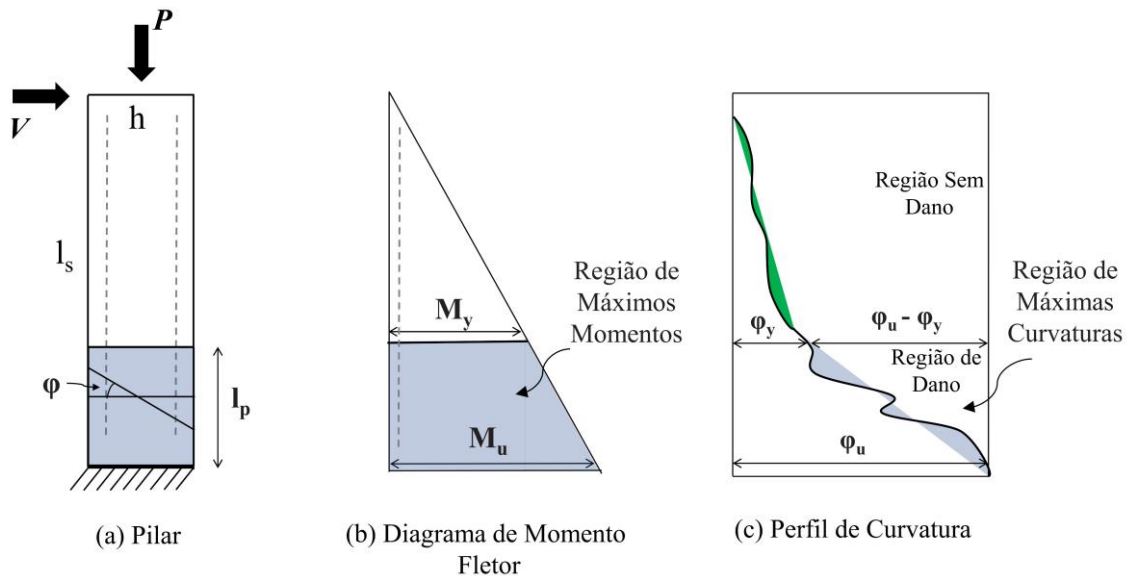


Figura 8.1– Distribuição de momento e curvatura ao longo de um pilar fletido
(Fonte: Autor)

Considerando que as curvaturas inelásticas sejam constantes dentro da região do comprimento da rótula plástica, e usando o teorema do segundo momento de área, Priestley e Park (1975) desenvolveram a Equação 8.1.

$$\Delta_{topo} = \delta \left(\frac{\varphi_y \cdot l_s^2}{3} \right) + [(\varphi_u - \varphi_y) \cdot l_p (l_s - 0.5l_p)] \quad (8.1)$$

onde

Δ_{topo} deslocamento total medido no topo do pilar;

φ_y curvatura no ponto de plastificação;

φ_u curvatura última;

δ fator de amplificação (ACI 318/2019);

l_p comprimento da rótula plástica;

l_s vão do pilar;

O primeiro termo da Equação 8.1, representa a parcela elástica dos deslocamentos total medido no topo do pilar, até o ponto de plastificação, considerado nesta pesquisa como o escoamento da armadura longitudinal de valor igual a $\varepsilon_s = 2,38\%$, o segundo termo da

Equação 8.1 representa a parcela plástica dos deslocamentos, tomado a partir do ponto de plastificação até a ruína. Definindo-se, então, corretamente o comprimento da rótula plástica, define-se analiticamente os deslocamentos. O trecho elástico foi calibrado por um fator que considera os efeitos de 2ª ordem.

Para definição da parcela elástica do deslocamento, considera-se a Figura 8.2. Determinado o momento fletor do elemento (M), e considerando que o elemento possui uma rigidez EI , define-se a curvatura elástica de acordo com a Equação 8.2. Aplicando a primeira integração, define-se a parcela elástica das rotações de acordo com a Equação 8.3.

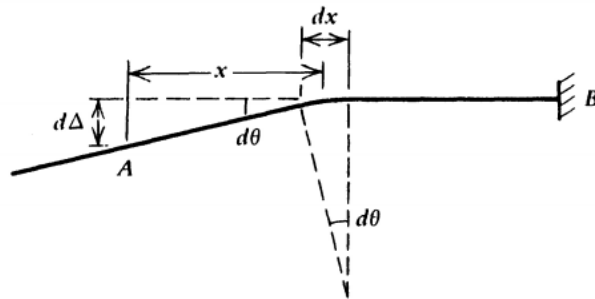


Figura 8.2 – Rotação e deslocamento por flexão em um elemento engastado
(Fonte: Park e Paulay, 1975)

$$\varphi_y = \frac{M}{EI} \quad (8.2)$$

$$\theta_{AB} = \theta_y = \int_A^B \varphi_y dx \quad (8.3)$$

Sendo dx o comprimento infinitesimal entre as duas seções, por integração, determina-se a rotação θ ao longo do comprimento BA . Integrando a Equação 8.3, obtém-se a deflexão do ponto A até a tangente que corta o eixo do pilar em B , de acordo com Equação 8.4. As Equações 8.3 e 8.4 são generalizações do teorema do segundo momento de área, que são aplicadas para problemas que envolvem curvaturas elásticas ou plásticas, segundo Priestley e Park (1975).

$$\Delta_{AB} = \Delta_y = \int_A^B x\varphi dx \quad (8.4)$$

Para definir analiticamente a curvatura, primeiramente é necessário definir um modelo de comportamento. O modelo constitutivo do EC2, para o concreto, foi adotado para delimitar os limites de deformação do modelo, de acordo com a Figura 8.3a. As Figuras 8.3b e 8.3c, mostram os perfis de curvatura elástica e última de Priestley e Park (1975) adaptados ao modelo de comportamento do EC2. Para calcular a curvatura elástica (φ_y) e últimas (φ_u), aplica-se as Equações 8.5, 8.6 e 8.7.

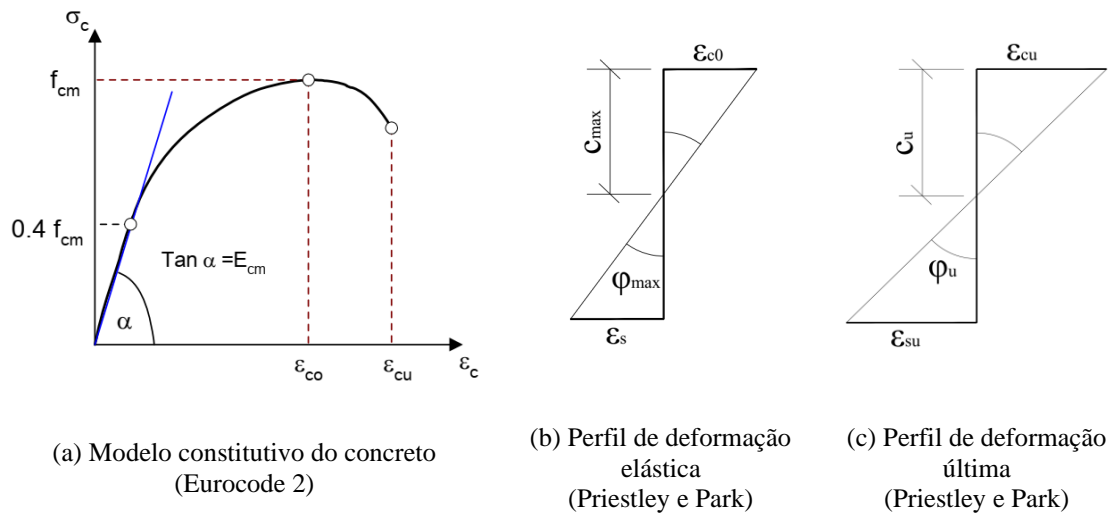


Figura 8.3 – Limite de deformações e perfis de curvaturas

(Fonte: Adaptado de Eurocode 2, 2014, e Priestley e Park, 1975)

$$\varphi_y = \frac{\varepsilon_{c0}}{c_{max}} ; \varphi_p = \frac{0.5\varepsilon_{cu}}{c_u} \quad (8.5)$$

$$\varepsilon_{c0}(\text{‰}) = 0.7f_{cm}^{0.31} < 2.8 \quad (8.6)$$

$$\varepsilon_{cu}(\text{‰}) = 3.5 \quad (8.7)$$

onde

ε_{c0} deformação máxima do concreto; (ε_{c0} (‰))= $0.7 f_{cm}^{0.31} < 2.8$)

ε_{cu} deformação última do concreto; ε_{cu} (‰)= 3,5

c_{max} profundidade da linha neutra na deformação máxima do concreto;

A proposta foi elaborada para uma variação do índice geométrico de esbeltez de 4 a 12, equivalente a índices 30 a 85 em valores da NBR 6118. Como discutido no Capítulo 2, os efeitos de segunda ordem não podem ser desconsiderados para pilares desta pesquisa. Com isso, o fator amplificador, apresentado na Equação 8.1 (δ), amplifica os deslocamentos elásticos a fim de considerar o efeito P- Δ . Chen e Lui (2009) e Barrera (2011), aplicaram o fator de amplificação em suas propostas também a fim de melhorar a resposta de seus modelos analíticos. A Equação 8.7 apresenta o fator de amplificação sem valores de ponderação. A rigidez aplicada no cálculo da carga crítica de Euler (P_{cr}), deve ser a rigidez a flexão EI_e .

$$\delta = \frac{1}{1 - \frac{P}{P_{cr}}} \quad (8.7)$$

onde

δ fator de amplificação elástica;

P é a carga axial aplicada no pilar;

P_{cr} carga crítica de Euler ($\pi^2 \cdot EI_e / l_s^2$);

Para o cálculo da parcela plástica da Equação 8.1, considera-se a Figura 8.4. Um elemento carregado por uma ação axial, mantida constante, e sujeito a uma ação lateral, ambas aplicadas na extremidade livre de um pilar engastado (Figura 8.4a), apresentam distribuição de momentos (Figura 8.4b) e curvaturas (Figura 8.4c) máximas nas seções próximas à base do pilar. A região azul sombreada na Figura 8.1 (c), é representada na Figura 8.4c pelo retângulo equivalente de altura $\varphi_u - \varphi_y$ e profundidade l_p . Assim, a área equivalente é determinada pela Equação 8.8.

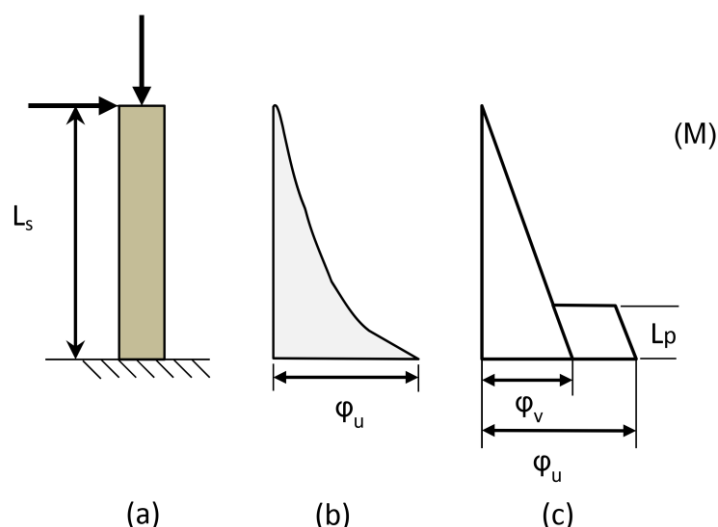


Figura 8.4 – Determinação da área equivalente (Fonte: Barrera, 2010)

$$\theta_p = (\varphi_u - \varphi_y) \cdot l_p \quad (8.8)$$

A Equação 8.8, calcula a rotação plástica em termos das curvaturas últimas, elástica e do comprimento equivalente da rótula plástica. A distância do centro do retângulo equivalente, até o topo do pilar, é igual a $(l_s - 0,5l_p)$. Obtém-se o deslocamento plástico, do ponto de plastificação até a ruptura do elemento, de acordo com a Equação 8.9.

$$\Delta_p = (\varphi_u - \varphi_y) \cdot l_p \cdot (l_s - 0,5 \cdot l_p) \quad (8.9)$$

O comprimento l_s é a distância entre as seções de momento máximo e nulo, sendo igual ao comprimento total (l) para pilares engastado. Para aplicar a Equação 8.9 é necessário conhecer previamente a as curvaturas da seção crítica e o comprimento equivalente da rótula plástica.

8.2 PROPOSTA DE EQUAÇÃO PARA l_p

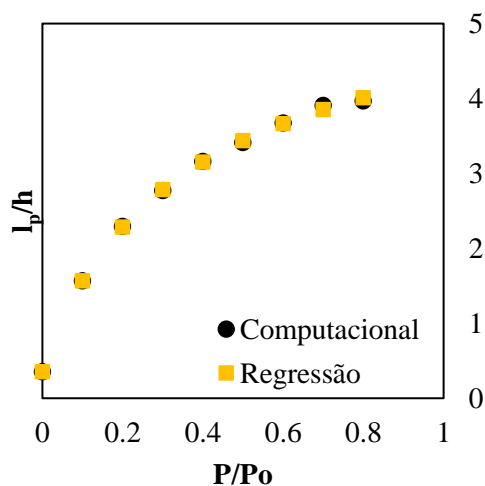
Para elaboração da proposta, utilizou-se os resultados das estimativas de l_p da Tabela 4.5, obtidos a partir do banco de computacional apresentado nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3. Com os resultados das estimativas de l_p , aplicou-se modelos matemáticos de regressão da fim de corroborar as relações individuais observadas na análise paramétrica de variáveis, entre a variável dependente (l_p/h) e as variáveis independentes P/P_o , l/h e

ρ_s , com o objetivo analisar estatisticamente a capacidade dos termos independentes em explicar o comportamento de l_p/h .

Observadas essas relações, aplicou-se modelos matemáticos de regressão linear e não linear de acordo com o comportamento observado nas Figuras 4.19, 4.21 e 4.23. Os resultados, o tipo e o modelo da regressão aplicado para cada variável, são apresentados nas Tabelas 8.1, 8.2 e 8.3.

Tabela 8.1 – Estatística da análise de regressão individual de P/P_0

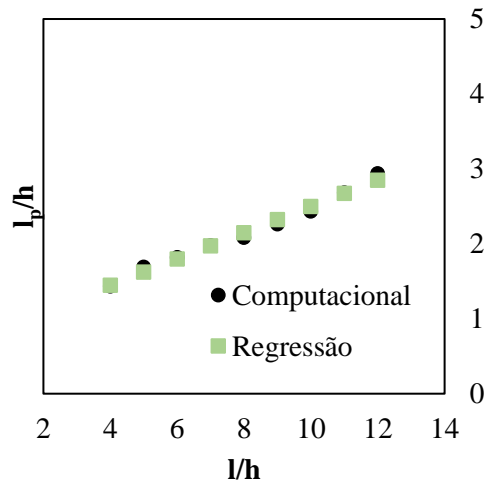
<i>Estatística de Regressão (P/P₀)</i>		$y = \frac{(y_{min} - y_{max})}{1 + \left(\frac{x}{x_0}\right)^p}$
<i>Tipo de Regressão: Não Linear (Logístico)</i>		
R múltiplo	0.990	$y_{min}=5.82$
R-Quadrado	0.979	$y_{min}=0.35$
R-quadrado ajustado	0.972	$x_0=0.38$
Erro padrão	0.079	P=0.94
<i>valor-P</i>	0.00000051	SQE=0.005704796
Observações	27	



Modelo de regressão para P/P_0 (Fonte: Autor)

Tabela 8.2 – Estatística da análise de regressão individual de l/h

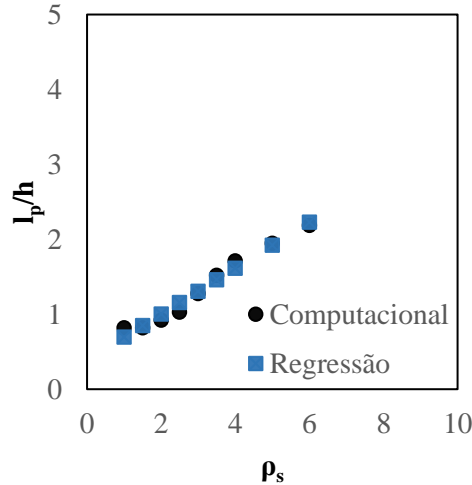
<i>Estatística de regressão (l/h)</i>		$ax+b$
<i>Tipo de Regressão: Linear Simples</i>		
R múltiplo	0.989	a=0.175
R-Quadrado	0.977	b=0.74
		SQE=0.025646728
R-quadrado ajustado	0.974	
Erro padrão	0.083	
<i>valor-P</i>	5.27E-07	
Observações	27	



Modelo de regressão para l/h (Fonte: Autor)

Tabela 8.3 – Estatística da análise de regressão individual de ρ_s

<i>Estatística de regressão(ρ_s)</i>		<i>ax+b</i>
<i>Tipo de Regressão: Linear Simples</i>		
R múltiplo	0.989	a= 0.31
R-Quadrado	0.971	b= 0.39
R-quadrado ajustado	0.964	SQE = 5.42
Erro padrão	0.0831	
valor-P	5.27E-07	
Observações	27	



Modelo de regressão para ρ_s (Fonte: Autor)

Os valores de significância individual (*valor-p*) ficaram abaixo de 0,05, valor aceitável para uma boa correlação. Além disso, o coeficiente de determinação, que é o índice que explica a variabilidade de l_p , ficaram acima 0,95 para todas as variáveis envolvidas, outra forte indicação estatística da relação entre a variável dependente e independente.

Por fim, para gerar uma equação para l_p que envolvesse as três variáveis independentes, um modelo de regressão múltipla foi escolhido, para obtenção da proposta final de cálculo do comprimento da rótula plástica. A Equação 8.10 mostra o modelo matemático de regressão aplicado nos 81 modelos.

$$y = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_0 \quad (8.10)$$

x_1 , x_2 e x_3 , representam as variáveis independentes P/P_0 , l/h e ρ_s , respectivamente; b_1 , b_2 , b_3 , os coeficientes das variáveis, e b_0 a interseção.

A análise de regressão múltipla foi realizada com auxílio da ferramenta *Solver* do programa *Excel*. A ferramenta foi aplicada da seguinte maneira: em uma lógica de randomização, a Somatória do Quadrado dos Erros (SQE), aplicados aos resultados da Tabela 4.5, deve se aproximar de um valor mínimo (zero ou próximo de zero), quando os coeficientes da Equação 8.10 (b_1 , b_2 , b_3 e b_0) variassem. Como o parâmetro SQE mede o erro pela diferença do resultado observado, no caso o resultado do banco de dados, pelo estimado, ao quadrado, $(l_{p\text{Observado}} - l_{p\text{Estimado}})^2$, a ferramenta buscou a melhor combinação de coeficientes que aproximasse o SQE de zero variando b_1 , b_2 , b_3 e b_0 . Assim, os coeficientes da equação foram determinados para o valor de SQE próximo a zero. A Tabela 8.4 apresenta os resultados da análise de regressão.

Tabela 8.4 – Estatística da análise de regressão múltipla das variáveis independentes

Estatística da Regressão	
Tipo de Regressão: Múltipla	
R múltiplo	0.9952
R-Quadrado	0.9905
R-quadrado ajustado	0.9848
Erro padrão	0.0693
<i>F de Significação</i>	0.000018
<i>valor-P (P/P₀)</i>	0.007073283
<i>valor-P (l/h)</i>	0.028685615
<i>valor-P (ρ_s)</i>	0.016307638
Modelo de Regressão	
$y = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_0$	
Interseção	0.15
P/P₀	2.50
l/h	0.10
ρ_s	-0.25
Observações	81

Os testes global e individual de significância do modelo de regressão, *F de Significância* e *valor-p*, respectivamente, mostram que tanto a equação global quanto as variáveis independentes, são estatisticamente adequadas para prever o comportamento da variável dependente (l_p), ambas com valores abaixo de 0,05. Os valores de R^2 e do R^2 ajustado, mostram que as três variáveis independentes, juntas, explicaram muito bem a variabilidade de l_p . Assim, determinado os coeficientes da equação 8.10, obtém-se a Equação 8.11.

$$\frac{l_p}{h} = \left(0.15 + 2.5 \frac{P}{P_0}\right) + \left(+0.1 \frac{l_s}{h} - 0.25 \frac{A_s}{A_g}\right) \quad (8.11)$$

8.3 AVALIAÇÃO DA PROPOSTA

Inicialmente, comparou-se as curvas carga-deslocamento experimentais de quatro pilares obtidos do trabalho de Barrera (2011), com a proposta da Equação 8.1 ajustada com a Equação 8.11. As principais características dos pilares são apresentadas na Tabela 8.5. A proposta foi aplicada inicialmente aos quatro pilares de Barrera (2011) por apresentarem características, condições de contorno e carregamento semelhantes ao desta pesquisa. Posteriormente, apresenta-se os resultados das estimativas da proposta frente a um BD experimental.

Tabela 8.5– Características dos pilares de *Barrera* (2011)

Pilar	P (kN)	l/h	ρ_s (%)	P/P ₀	f_c (MPa)	l_s (mm)	h_p (mm)	b_p (mm)	f_y (MPa)	d_b (mm)
N30-7.5-30	350	7.5	1.4	0.3	30.1	1500	200	150	538	12
N30-7.5-45	533	7.5	1.4	0.42	33	1500	200	150	538	12
N30-10.5- 30	255	10.5	2.2	0.3	31.8	1470	140	150	537	10
N30-10.5-45	381	10.5	2.2	0.41	31.6	1470	140	150	537	10

d_b – diâmetro da armadura longitudinal

As curvas carga-deslocamento experimentais do trabalho de Barrera (2011) e a da proposta desta pesquisa, são apresentadas nas Figuras 8.5, 8.6, 8.7 e 8.8. A precisão da proposta foi avaliada pela relação entre os deslocamentos últimos medidos experimentalmente ($\Delta_{u,Exp}$) com os deslocamentos últimos estimados pela proposta ($\Delta_{u,proposta}$) ($\Delta_{u,Exp} = \Delta_{u,proposta}$). Os pilares foram submetidos a compressão axial constante de 0,3P₀ e 0,45P₀, índice de esbeltez de 7,5 e 10,5, taxa de armadura longitudinal de 1,4% e 2,2%, e foram fletidos por um carregamento lateral monotônico até a ruína.

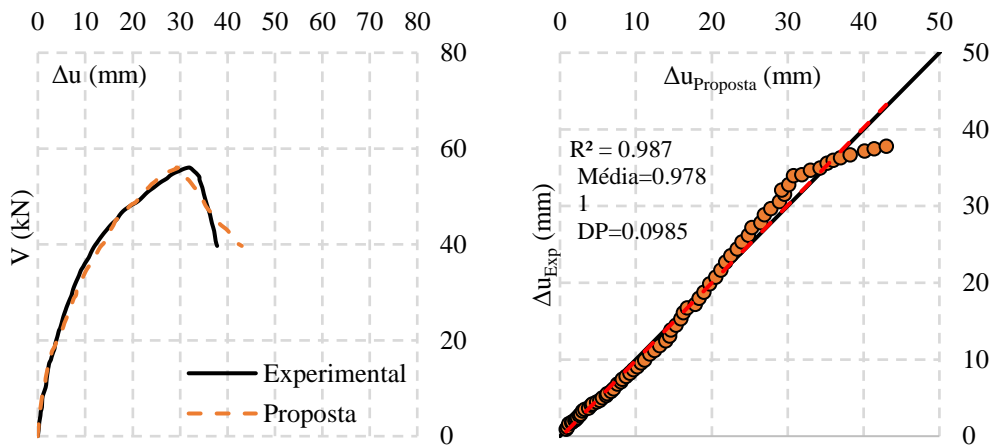


Figura 8.5 – Avaliação da proposta – Pilar N30-7.5-30 (Fonte: Autor)

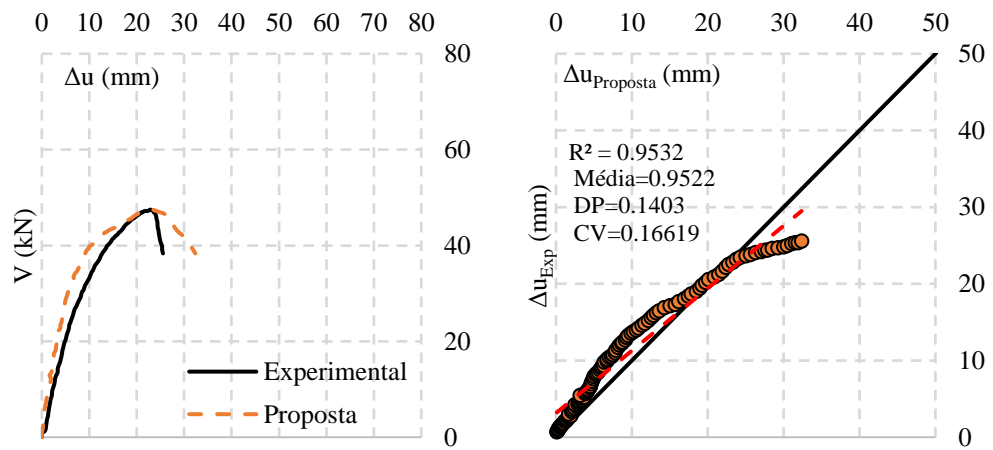


Figura 8.6 – Avaliação da proposta – Pilar N30-7.5-45 (Fonte: Autor)

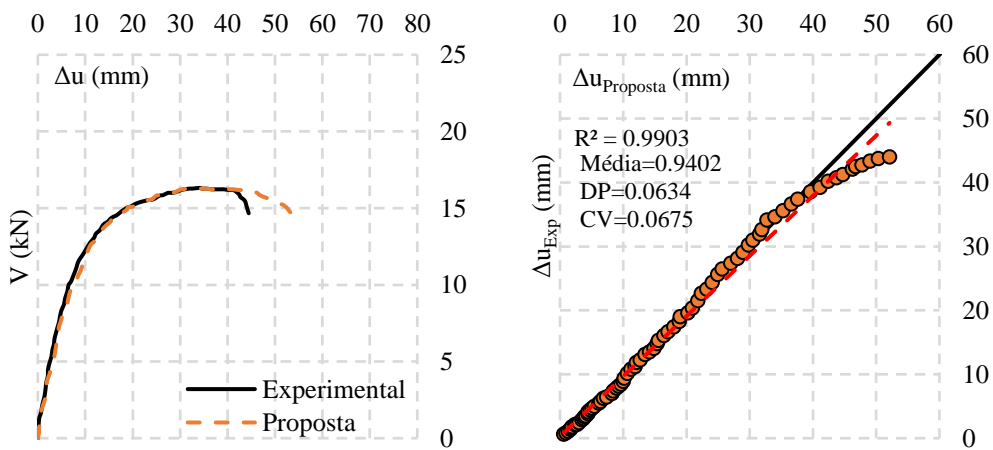


Figura 8.7 – Avaliação da proposta – Pilar N30-10.5-30 (Fonte: Autor)

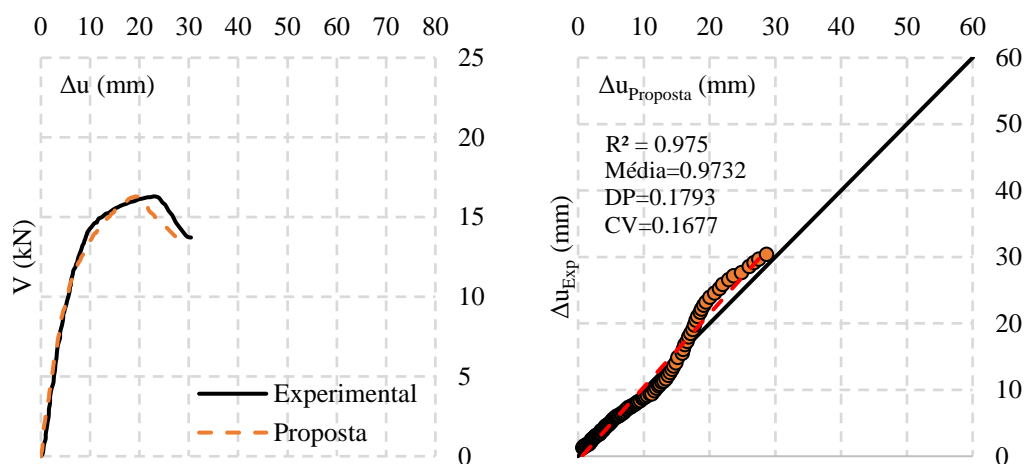


Figura 8.8 – Avaliação da proposta – Pilar N30-10.5-45 (Fonte: Autor)

Para os quatro pilares comparados, a proposta apresentou bom desempenho. Observa-se que as curvas estimadas pela Equação 8.1 e ajustada pela proposta da Equação 8.11 contornaram com simetria razoável e precisão as curvas experimentais para os trechos elásticos e plásticos da resposta carga-deslocamento, confirmada pelas relações $\Delta u_{Exp} = \Delta u_{proposta}$, com os resultados variando bem próximos à linha de controle. Traçou-se uma linha de tendência linear, em vermelho, para observação da variabilidade pelo coeficiente de determinação (R^2), e todos os pilares variaram acima de 0,95.

Os valores da média foram tomados para a relação $\Delta u_{Exp}/\Delta u_{proposta}$, com todos os pilares apresentando média acima de 90%. O máximo desvio padrão (DP) observado foi de 17,9% no pilar N30-10.5-45, com maior índice de esbeltez e maior taxa de compressão axial. O maior coeficiente de variação (CV), também foi observado neste pilar, de 16,7%. Os demais apresentaram média abaixo desses valores. A tendência da proposta foi estimar valores acima dos experimentais, o que, em uma aplicação prática, seria favorável a segurança.

Quando se analisa o parâmetro compressão axial (P/P_0), observasse duas tendências importantes. A primeira é a redução acentuada dos deslocamentos, claramente observada na comparação dos diagramas V- Δ dos pilares N30-7.5-30 e N30-7.5-45, Figura 8.5 e 8.6, respectivamente, e N30-10.5-30 e N30-10.5-45, Figura 8.6 e 8.7, respectivamente. A segunda é o aumento da inclinação da curva carga-deslocamento, observada nos pilares com níveis de compressão axial maiores. A maior inclinação é um indicativo de ganho de

rigidez do elemento com o aumento deste parâmetro, observada anteriormente na análise paramétrica.

Aplicada aos mesmos pilares, a estimativa do comprimento relativo da rótula plástica, proposto na Equação 8.11, foi comparada a sete métodos analíticos propostos por Park e Paulay (1987), Panagiotakos e Fardis (2001), Mander J.B. (1984), Paulay e Priestley (1992), Zahn F. F. (1986) e Bae (2005). Os resultados da comparação são apresentados na Tabela 8.6, apresentados no Capítulo 2.

Tabela 8.6 – Comparação de métodos para estimar o comprimento da rótula

Pilares	Park e Paulay (1987)	Fardis et al (2001)	Mander (1984)	Paulay e Priestley (1992)	Zahn (1986)	Bae (2005)	Proposta
N30-7.5-30	0.96h	1.35h	0.60h	1.31h	1.24h	1.22h	2.29h
N30-7.5-45	0.96h	1.35h	0.60h	1.31h	1.28h	1.50h	2.52h
N30-10.5- 30	1.27h	1.80h	0.79h	1.68h	1.22h	1.69h	2.63h
N30-10.5-45	1.27h	1.80h	0.79h	1.68h	1.25h	2.05h	2.82h

Apenas os métodos de Zahn F. F. (1986), Bae (2005) e a proposta da Equação 8.11, incluem a compressão axial nas estimativas do comprimento da rótula plástica. Sendo uma das variáveis da proposta a taxa de armadura longitudinal, e a estimativa de l_p obtida das deformações da armadura longitudinal comprimida, os aumentos dos níveis de compressão na armadura aumentaram consideravelmente as estimativas de l_p por ampliar as deformações na armadura e o dano no concreto. Além disso, o fator de amplificação aplicado na Equação 8.1, aumentou os deslocamentos últimos dos pilares, elevando as estimativas de l_p/h nos pilares com maior índice de esbeltez.

Por fim, as estimativas das maiorias dos métodos, em geral, subestimam os valores de l_p , em parte por desconsideraram fatores como a compressão axial, e em parte por considerarem a aplicação em estruturas submetidas a carregamentos cíclicos. A variação da esbeltez mostrou-se um fator relevante nas estimativas dos métodos, porém, a maioria também tende a apresentar resultados conservadores.

Realizou-se uma avaliação mais ampla da proposta, comparando os resultados dos deslocamentos últimos estimados pela Equação 8.1, aos resultados dos deslocamentos últimos experimentais de um banco de dados contendo 61 pilares de concreto armado sujeitos a compressão axial e flexão lateral. A Tabela 8.7 mostra o resumo dos pilares do

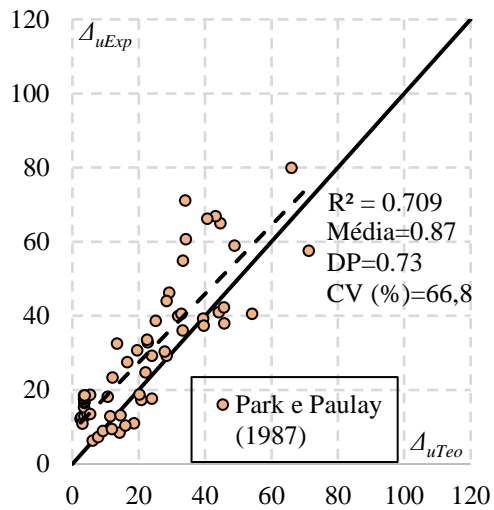
BD experimental. Os pilares foram selecionados de modo que as condições de contorno, carregamento, modos de ruína e demais parâmetros se aproximassem aos desta pesquisa a fim de evitar grandes variações de resultados.

As variáveis consideradas na seleção foram: compressão axial (P/P_0), relação geométrica de esbeltez (l/h), resistência à compressão do concreto (f_c) e taxa de armadura longitudinal (ρ_s). A faixa de compressão axial variou entre $0P_0$ e $0,65P_0$, de esbeltez entre 1,5 e 10. A resistência à compressão variou entre 19,3 MPa e 57,7 MPa e a taxa de armadura longitudinal entre 0,09% e 2,3%. A Tabela 8.7 apresenta as principais características dos pilares do banco de dados. As características completas são apresentadas no Anexo A.

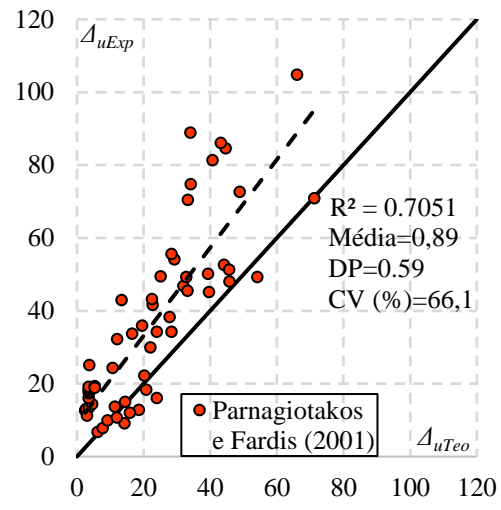
Tabela 8.7– Resumo dos pilares do banco de dados experimental

Autor	Nº de Pilares	l/h	P/P_0	b (mm)	h (mm)	l (mm)	ρ_l (%)	f_c (MPa)	f_{ys} (MPa)
LAM at al (2011)	4	1,50	0,4-0,6	267	267	800	0,09-0,16	42-47	631
Henkhaus et al (2013)	3	1,62	0,37-0,43	457	457	1473	1,50	19,3-24,1	455
LAM at al (2011)	4	3,00	0,45-0,65	160	160	904,8	0,29	42-47	631
Haroon et al (2020)	12	3,00	0,0-0,3	250	250	830	1,30	27-30	339
Rodrigues et al (2012)	1	3,40	0,08	350	400	1700	1,13	24,39	477
Thanh e Li (2009)	4	3,40	0,05-0,50	350	350	1200	2,05	25,0	408
Thanh e Li (2009)	4	3,50	0,05-0,50	250	490	1700	2,05	25,0	408
Rodrigues et al (2012)	2	4,25	0,04-0,12	200	400	1700	1,13	21,4-48,4	477
Thanh e Li (2009)	2	4,90	0,20-0,50	350	350	1700	2,05	25	408
Acun e Sucuoglu (2010)	1	5,10	0,2	350	350	1800	1,00	25	454
Rodrigues et al (2012)	1	5,70	0,10	300	300	1700	1,13	21,57	477
Barrera et al. (2011)	6	7,5	0,29-0,40	150	200	1500	2,30	30,1-57,7	537
Barrera et al. (2011)	18	10,5	0,0-0,51	150	140	1470	2,20	29,9-51,1	538

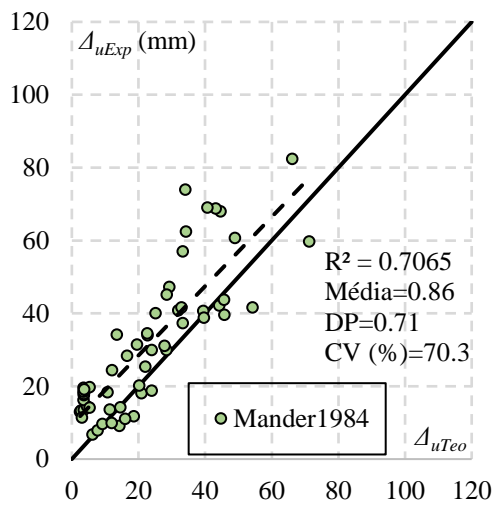
Para todos os pilares do banco de dados experimental, as estimativas de deslocamentos foram determinadas pelos métodos de Park e Paulay (1987), Panagiotakos e Fardis (2001), Mander J.B. (1984), Paulay e Priestley (1992), Zahn F. F. (1986) e Bae (2005), e obtidas os deslocamentos teóricos ($\Delta_{u,Teo}$). Estes deslocamentos foram comparados aos deslocamentos experimentais ($\Delta_{u,Exp}$) da Tabela 8.7. A Figura 8.10 apresenta os resultados da proposta para a relação $\Delta_{u,Exp}/\Delta_{u,Teo}$ para os pilares do BD da Tabela 8.7, e a Figura 8.9 apresenta os resultados das estimativas de outros autores para o BD da Tabela 8.7 para a mesma relação. Os resultados dos deslocamentos estimados e experimentais são apresentados no Anexo B.



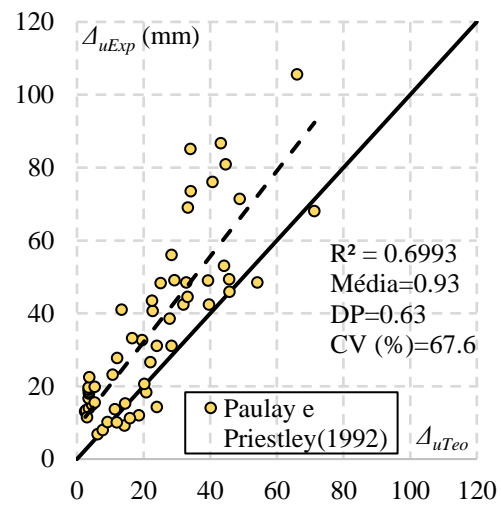
(a)



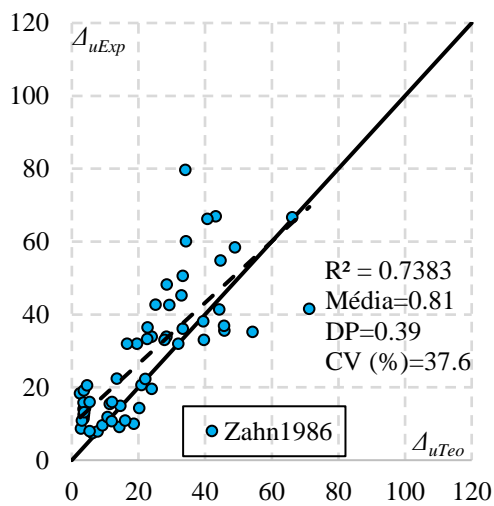
(b)



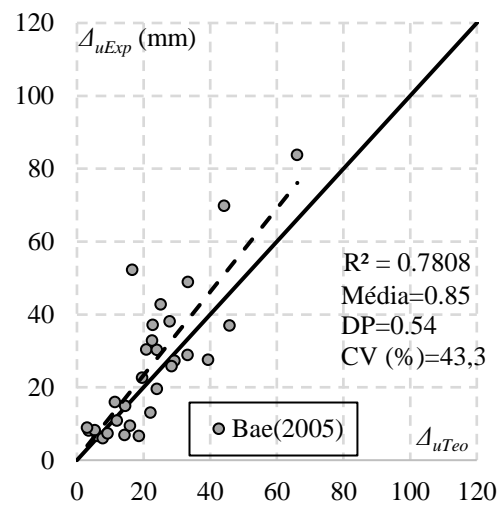
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 8.9 – Avaliação de métodos analíticos – Banco de dados da Tabela 8.7

(Fonte: Autor)

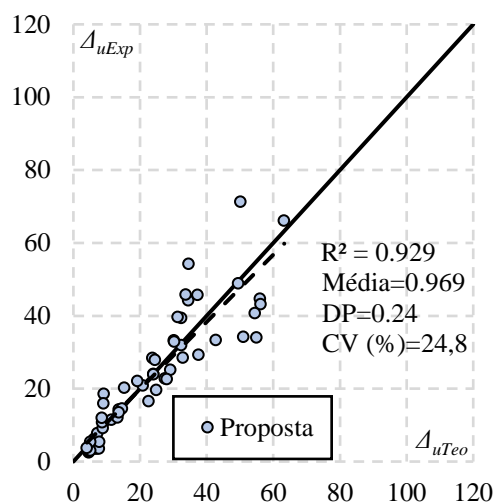


Figura 8.10 – Avaliação da proposta – Banco de dados da Tabela 8.7 (Fonte: Autor)

Os valores do coeficiente de determinação (R^2), média, desvio padrão (DP) e coeficiente de variação (CV), também são apresentados nas Figuras 8.9 e 8.10. Vale ressaltar que o coeficiente de determinação é uma medida de ajuste do modelo estatístico linear generalizado, como a regressão linear simples ou múltipla (caso desta pesquisa), dos valores observados de uma variável aleatória. Sendo assim, este parâmetro fornece um bom indicativo de precisão, não apenas entre os deslocamentos teóricos e experimentais, mas também dos parâmetros e variáveis envolvidas nos cálculos dessas variáveis.

O DP e o CV são parâmetros estatísticos que interpretam a variabilidade e a precisão dos resultados da média. O desvio padrão assegura o intervalo de variação da média, ou seja, um baixo desvio padrão indica que os dados tendem a estarem próximos da média, enquanto o coeficiente de variação estima a variabilidade dos dados em relação à média. Assim, quanto menor for o coeficiente de variação menor a variabilidade da média dos resultados.

Como esperado, os resultados estimados por todos os métodos, incluindo a proposta desta pesquisa, apresentaram dispersões nos resultados. Porém, a proposta apresentou maior coerência e convergência nos resultados, com o maior valor da média e coeficiente de variação. O DP e CV da proposta, com valores de 0,24 e 24,8%, ainda que mostrem variabilidade importante, o que apenas reforça a dificuldade de previsão dos deslocamentos, não apenas pelos método teóricos, mas também por normas de projeto, ficaram bem abaixo dos estimados pelas demais propostas.

De modo geral, os métodos negligenciam fatores importantes, como a compressão axial no cálculo do comprimento da rótula plástica, com dificuldade, principalmente, em prever a resposta pós ponto de plastificação, observado pelos diferentes equações apresentados nesses métodos. Quatro dos seis métodos avaliados não ultrapassaram 70% para valores do coeficiente de determinação (R^2), indicando falta de ajustes nos modelos de previsão, o que implica, com a proposta ficando acima de 90%.

Park e Paulay (1987), Figura 8.9a, consideram na expressão de cálculo do comprimento da rótula plástica apenas os parâmetros de flexão do pilar e os efeitos do deslizamento da armadura longitudinal, assim como Panagiotakos e Fardis (2001), Mander J.B. (1984) e Paulay e Priestley (1992), Figura 8.9b, c e d, o que pode explicar a dispersão nos resultados. Zahn F. F. (1986) e Bae (2005), por outro lado, apresentaram menores dispersões, quando comparados aos demais métodos. Uma possível explicação seria que os autores consideram em seus métodos variáveis como a taxa de carregamento axial, índice de esbeltez e taxa de armadura longitudinal para estimar a resposta pós-escoamento, porém ainda com valores abaixo de 80% para R^2 .

Assim, conclui-se que apesar de a expressão analítica desenvolvida por Priestley e Park (1975), mostrada na Equação 8.1, apresentar-se como simplificada, quando definido corretamente seus parâmetros, torna-se adequada para estimar o comportamento dos pilares. Quando ajustada pela equação proposta (Equação 8.11), o modelo de Priestley e Park (1975) apresentaram bom ajuste na resposta dos modelos experimentais.

9. CONCLUSÕES

Esta pesquisa introduziu uma expressão inovadora e simplificada para estimar o comprimento da rótula plástica de pilares de concreto armado, sujeitos à flexão lateral e carregamento axial. O objetivo foi propor uma equação analítica para o cálculo dos deslocamentos laterais com base no comprimento da rótula plástica. A equação foi composta pelas principais variáveis de influência da formação das rótulas, previamente analisadas por um estudo paramétrico computacional, que analisou a influência dos parâmetros taxa de carregamento axial, esbeltez geométrica e taxa de armadura longitudinal no comprimento da rótula plástica.

A equação introduzida foi obtida via banco de dados computacional, com 27 modelos simulados para cada variável, e validada por um programa experimental contendo seis pilares produzidos em escala real. A proposta foi validada aplicando a equação em pilares ensaiados por autores da literatura pela análise dos diagramas carga-deslocamento experimental. Além disso, um banco de dados experimental contendo 61 pilares ensaiados por outros autores foi utilizada para validar a proposta, comparando a métodos de outros autores obtidos na literatura. As seguintes conclusões foram obtidas:

- (1) A análise dos 81 modelos, realizada no programa de elementos finitos ABAQUS/CAE, produziu respostas satisfatórias dos pilares, reproduzindo com eficiência a faixa elástica, a faixa elastoplástica e o estágio de ruptura dos pilares de concreto. Os modelos foram capazes, ainda, de prever a formação das rótulas e apresentar a diferença para cada variável do estudo;
- (2) O estudo paramétrico computacional mostrou o comportamento de cada variável na formação das rótulas plásticas e nos deslocamentos laterais, além da forte influência de cada uma delas (P/P_o , l/h e ρ_s) na formação de l_p .
- (3) Na modelagem computacional, a taxa de carregamento axial apresentou influencia significativamente tanto para os deslocamentos laterais quanto para a formação da rótula plástica. A análise dos modelos com carga axial de nula a $0,5P_o$, apresentou um aumento na rigidez inicial e nas cargas laterais. Depois de $0,5P_o$, a rigidez inicial e a carga lateral máxima não apresentaram melhora, diminuindo até $0,8P_o$ devido, principalmente, aos efeitos de segunda ordem que se tornaram mais significativo, diminuindo a capacidade de carga dos pilares.

- (4) Um aumento gradual no comprimento da rótula plástica entre as faixas de $0,2P_o$ a $0,8P_o$, foi observado na avaliação paramétrica, corroborando a influência deste parâmetro.
- (5) Experimentalmente, o comportamento observado nas simulações também foi observado nos ensaios. Com duas faixas de carregamento axial avaliadas (0,2 e 0,4) o pilar com a maior taxa de carregamento apresentou maior comprimento da rótula ($l_p=2,0h$), enquanto o de menor taxa apresentou comprimento da rótula igual $1,0h$.
- (6) A esbeltez geométrica apresentou um forte impacto no comportamento dos pilares, tanto para o deslocamento lateral quanto para o comprimento da rótula plástica, na modelagem computacional. Nas faixas elásticas, a esbeltez geométrica essencialmente melhorou a rigidez inicial observadas nos diagramas carga-deslocamento. Além disso, observou-se que o aumento de l/h elevou o comprimento da rótula plástica.
- (7) Experimentalmente, os resultados dos pilares que estudaram a esbeltez geométrica, mostraram aumento no comprimento da rótula de $l_p=1,0h$ para $l_p=2,0h$, para esbeltezes de 10 e 12, respectivamente. As cargas máximas, observadas nos diagramas carga-deslocamento, diminuiram com o aumento da esbeltez, com percentual em torno de 25% menor para o valor de V_{max} do pilar com esbeltez igual a 10 em relação ao de 12.
- (8) A carga lateral máxima foi fortemente afetada com o crescimento da taxa de armadura longitudinal, para um dado valor da taxa de carregamento axial e índice de esbeltez. Na região de ruptura, resultou em um aumento ligeiramente linear no comprimento da rótula plástica, quase constante entre as faixas 1,0% e 2,5%.
- (9) Experimentalmente, os valores observados para o comprimento da rótula plástica mudaram radicalmente com o aumento da taxa de armadura longitudinal. Para o pilar com taxa de armadura longitudinal igual a 2%, o l_p medido foi igual a $2h$ contra apenas $0,2h$ para o pilar com taxa de armadura longitudinal igual a 3%. Observou-se, ainda, nos diagramas carga-deslocamento, que o aumento da taxa de armadura elevou os valores de V_{max} para 25% no pilar com 3,0% de taxa de armadura.
- (10) O programa experimental, mostrou-se adequado e fundamental para validar as variáveis analisadas na modelagem computacional.

- (11) A equação desenvolvida foi validada por um banco de dados experimental e mostrou-se adequada e promissora para prever l_p em uma ampla faixa de níveis de carga axial, esbeltezes e taxas de armaduras longitudinais, apresentado melhor resultado quando comparado a outras propostas de equação disponíveis na literatura;

9.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

As observações desta pesquisa almejam motivar e impulsionar outros trabalhos com base na temática proposta, dado a importância de métodos simples e práticos para a engenharia. A partir do observado nesta pesquisa, sugere-se:

- Realizar ensaios experimentais complementares em pilares para faixas mais amplas de taxa de carregamento axial, esbeltez e taxa de armadura longitudinal;
- Analisar a influência de outras variáveis na formação das rótulas plásticas como a resistência à compressão do concreto ou taxa de armadura transversal;
- Propor adaptações à ABNT NBR 6118 para melhorar compreensão de suas previsões em relação a formação das rótulas;
- Verificar o desempenho de normas de projeto no que se refere aos limites estabelecidos para deslocamentos e rotações;

REFERÊNCIAS

Acun, B.; Sucuoglu, H. **The Effect of Displacement History on the Performance of Concrete Columns in Flexure**, ACI Structural Journal, V.107, No. 3, 2010, DOI: 10.1007/978-90-481-8746-1_35. (PG36)

American Concrete Institute. ACI 318 (2014). **ACI Committee 318 – Building Code Requirements for Structural Concrete**, Farmington Hills, Michigan, 2014. (PG40)

American Concrete Institute. ACI 318 (2019). **ACI Committee 318 – Building Code Requirements for Structural Concrete**, Farmington Hills, Michigan, 2019. (PG3)

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 5739 (2018) - **Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos**, Rio de Janeiro.

Associação Brasileira De Normas Técnicas. NBR 6118. (2014). **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**, Rio de Janeiro. (PG3)

Associação Brasileira De Normas Técnicas. NBR 6892-1 (2018). **Materiais metálicos - Ensaio de Tração Parte 1: Método de ensaio à temperatura ambiente**, Rio de Janeiro.

Associação Brasileira De Normas Técnicas. NBR 7222. (2011) **Argamassa e concreto - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos**, Rio de Janeiro.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 7480 (2022) – **Aço destinado às armaduras para estruturas de concreto armado - Requisitos**, Rio de Janeiro.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 7483 (2021) - **Cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido - especificação**, Rio de Janeiro.

Associação Brasileira De Normas Técnicas. NBR 8522 (2021) - **Concreto– Determinação do módulo de elasticidade à compressão**, Rio de Janeiro.

Atalay, M.B.; and Penzien, J. "The Seismic Behavior of Critical Regions of Reinforced Concrete Components as Influenced by Moment, Shear and Axial Force," Report No. EERC 75-19, University of California, Berkeley, December 1975, 226 pages.

Bae, S.; Bayrak, O. **Seismic performance of reinforced concrete columns: $P-\Delta$ effect**. ACI Structural Journal, Publicação Especial, 2005; 236:61–80. (PG 1)

Baker, A. L. L.; Amarakone, A. M. N. **Inelastic Hyperstatic Frames Analysis**. Proceedings of the International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ASCE – ACI; Miami; 1964: 85-14. (pg7)

Barrera, A. C. **Estudio Experimental y Numérico de la Capacidad de Deformación de Soportes Esbeltos de Hórmigon Armado**. Universitat Politècnica de València, Tese, València, 2010. (PG6)

Barrera, A. C.; Bonet, J. L., Romero, M. L.; Miguel, P. F. **Experimental tests of slender reinforced concrete columns under combined axial load and lateral force.** Engineering Structural, 2011. (PG74)

Barrera, A. C.; Bonet, J. L., Romero, M. L.; Miguel, P. F. **Ductility of slender reinforced concrete columns under monotonic flexure and constant axial load.** Engineering Structural, 2012.

Bayrak, O.; Sheikh, S. A. **High-strength concrete columns under simulated earthquake loading.** ACI Structural Journal, 1998; 94:708–22.

Berry, M.; Parrish, M.; Eberhard, M. **Structural performance database user's manual.** Pacific earthquake engineering research center, PEER. Berkeley: University of California; 2004.

Birtel, V.; e Mark, P. **Parameterised finite element modelling of RC beam shear failure,** presented at Abaqus Users' Conference, 2006. (PG32)

Boresi, A. P.; Schmidt, R. J.; Sidebottom, O. M. **Advanced Mechanics of Materials,** Livro Técnico – 5ª Edição, New York, United States, 1993.

Blume, J.A.; Newmark, N.M.; Corning, L.H.; “Design of Multistory Reinforced Concrete Buildings for Earthquake Motions” Portland Cement Association, Chicago, 1961, 318, pp.

Buchaim, R.; “A Influência da Não-Linearidade Física do Concreto Armado na Rigidez à Flexão e na Capacidade de Rotação Plástica” [Tese de Doutorado – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2001.

CEB-FIP. **Model Code 1990:** Final Draft. Bulletin D'Information, n° 203-205, CEB, Lausanne, July 1990.

CEB-FIP. **Model Code 2010:** Final Draft. Model Code prepared by Special Activity Group 5, Lausanne, September 2013. (PG3)

CEB-FIP. **Bulletin 24. Seismic assessment and retrofit of reinforced concrete buildings.** Lausanne (suíla): Grupo de Pesquisa; May 2003.

CEB-FIP. **Bulletin 25. State of art report (displacement-based seismic design of reinforced concrete buildings).** Lausanne (Suíça): Grupo de Pesquisa; May 2003.

Collins, M.P. (2001). **Evaluation of shear design procedures for concrete structures.** A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design.

Corley, W. G. **Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams.** Journal of The Structural Division, Proceedings of the ASCE; 1966: 121-146. (PG7)

Eurocode 2. (2004). **Design of Concrete Structures,** Part 1, General rules and rules for buildings, Brussels, Belgium. (PG3)

Eurocode 8: **Design of Structures for Earthquake Resistance - Part 2 e 3.** Bruxelas (Bélgica): Comité Européen de Normalisation; 2004. p. 146. (Pg5)

Fardis, M. N.; Biskinis, D. E. **Deformation capacity of RC members, as controlled by flexure or shear.** In: Kabeyasawa T, Shiohara H, editors. Performance based engineering for earthquake resistant reinforced concrete structures. A volume honoring Shunsuke Otani. University of Tokyo; 2003. p. 511–30.

Genikomsou, A. S.; Polak, M. A. **Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in abaqus.** Engineering Structures, Elsevier, v. 98, p. 38–48, 2015. (PG34)

Haroon, M.; Shin, D.; Lee, J. Y.; Kim, C.; **Deformability of Reinforced Concrete Columns Failing in Shear after Flexural Reinforcement Yielding.** ACI Structural Journal, V.117, No. 3, 2020.

Henkhaus, K.; Pujol, S.; Ramirez, J. **Axial Failure of Reinforced Concrete Columns Damaged by Shear Reversals.** Journal of Structural Engineering, V.139, No. 7, 2013. ISSN 0733-9445/2013/7-1172.

Hordijk, D.A. **Local Approach to Fatigue of Concrete.** Ph.D. Thesis, Technische Universiteit Delft, Delft, The Netherlands. 1991. (PG29)

Huijben, F. **Vacuumatic formwork: a novel granular manufacturing technique for producing topology-optimised structures in concrete.** Granular Matter. doi:10.1007/s10035-015-0602-0. 2016.

Kim, N. **Introduction to nonlinear finite element analysis.** 1. ed.: Springer, 2015. (PG37)

Kmiecik, P.; Kamiński, M. **Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration.** Archives of civil and mechanical engineering, Elsevier, v. 11, n. 3, p. 623–636, 2011. (PG33)

Lam, S. S. E.; Wu, B.; Wong, Y. B.; Wang, Y. Z.; Liu, Z. Q.; Li, C. S. **Drift Capacity of Rectangular Reinforced Concrete Columns with Low Lateral Confinement and High-Axial Load.** Journal of Structural Engineering, V.129, No. 6, 2003. ISSN0733-9445/2003/6-733.

Lam, S. S. E.; Wu, B.; Wong, Y. L.; Wang, Z. Y.; Liu, Z. Q.; Li, C. S. **Drift capacity of rectangular reinforced concrete columns with low lateral confinement and high-axial load.** Journal of Structural Engineering, 129; 2003: 733-742.

Lee, J.; Fenves, G. L. **Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures.** Journal of engineering mechanics, American Society of Civil Engineers, V. 124, n. 8, p. 892–900. 1998. (PG30)

Légeron, F. and Paultre, P. 2003. Uniaxial Confinement Model for Normal- and High-Strength Concrete Columns. ASCE, Journal of Structural Engineering, 129(2) 241-252.

Lehman, D. E. **Performance-based seismic design of well confined concrete columns.** Tese de PHD, Universidade da California, Berkeley, 1998. (PG2)

Lehman, D. E.; Moehle, J. P. **Seismic performance of well-confined concrete bridge columns**. PEER Report 1998/01; Pacific earthquake engineering research center; College of Engineering, University of California; Berkeley, 2000. (Pg8)

Lubliner, J.; Oliver, J.; Oller, S.; Oñate, E. **A plastic-damage model for concrete**. International Journal of solids and structures. Elsevier, V. 25, N° 3, pp. 299–326, 1989. doi:10.1016/0020-7683 90050-4. (1989)

Mahmud, G. H.; Yang, Z.; Hassan, A. M. **Experimental and numerical studies of size effects of ultra-high performance steel fiber reinforced concrete (UHPFRC) beams**. Construction and Building Materials, Elsevier, v. 48, p. 1027–1034, 2013. (PG32)

Malm, R. **Shear cracks in concrete structures subjected to in-plane stresses**. Thesis, Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, 2006. (PG33)

Mander, J. B.; Priestley, M. J. N.; Park, R. **Seismic design of bridge piers**. Research Report n° 84-2; Department of Civil Engineering; University of Canterbury; Christchurch: 1984. (Pg5)

Mattock, A. H.; **Rotational Capacity of Hinging Regions in Reinforced Concrete Beams**. Proceedings of the International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete; ASCE – ACI Special Publication 12; Miami; 1965: 143-181. (PG7)

Ou, Y. C.; Kurniawan, D. P. **Shear Behavior of Reinforced Concrete Columns with High-Strength Steel and Concrete**. ACI Structural Journal, V.112, No. 1, 2015, pp. 35-47. DOI: 10.14359/51686822.

Pam, H. J.; Ho, J. C. M. **Length of critical region for confinement steel in limited ductility high strength reinforced concrete columns**. Engineering Structural 2009, 31: 2896–908.

Panagiotakos, T.B.; Fardis, M. N. **Deformations of reinforced concrete members at yielding and ultimate**. ACI Structural Journal; 2001: 135–48.

P Lehmanark, R.; Lehman, T.; **Estructuras de Concreto Reforzado**; Limusa S.A.; México DC: 1975.

Park, R. e Paulay, T. “Reinforced Concrete Structures,” John Wiley and Sons, New York, 1975, 769 pp. (PG2)

Paulay, T.; Priestley, M. J. N. **Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings**. Ed. A Wiley Interscience Publication John Wiley & Sons, Inc.; 1992. p. 743. (PG2)

Priestley, M. J. N.; Park, R. **Strength and ductility of concrete bridge columns under seismic loading**. ACI Structural Journal, 84, 1987: 61-76. (PG4)

Rodrigues, H.; Arêde, A.; Varum, H.; Costa, A. G. **Experimental evaluation of rectangular reinforced concrete column behavior under biaxial cyclic loading**. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2012. DOI: 10.1002/eqe.2205.

Silva, M. J. M. **Análise Numérica de Pilares de Concreto Armado Submetidos à Flexo Compressão**, Dissertação de Mestrado, Univ.Fed. Campinas, 2018. (PG38)

Thanh, P. P.; Li, B.; **Seismic Behavior of Reinforced Concrete Columns with Light Transverse Reinforcement under Different Lateral Loading Directions**. ACI Structural Journal, V.110, No. 5, 2013.

Tanaka, H.; and Park, R., "**Effect of Lateral Confining Reinforcement on the Ductile Behavior of Reinforced Concrete Columns**," Report 90-2, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, June 1990, 458 pages.

Timoshenko, S. P. e Gere, J. E., Mecânica dos Sólidos, Vols. 1,2, (Mechanics of Materials), Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1993. EPEC 620.17 T487MP.

Vonk, R. A. **A micromechanical investigation of softening of concrete loaded in compression**. Heron Journal, V. 38, N° 3, 199. (PG30)

Zahn, F.A., (1986) **Design of Reinforced Concrete Bridge Columns for Strength and Ductility**," Thesis, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, Mar., 1986. (PG2)

ZHAO, X. et al.(2011) **Plastic hinge length in reinforced concrete flexural members**. Procedia Engineering, 2011. ISSN 1877-7058.

ANEXO A - CARACTERÍSTICAS COMPLETAS DOS PILARES DO BANDO DE DADOS EXPERIMENTAL

Autor	Pilares	b (mm)	h (mm)	l (mm)	l/h	P/Po	f _c (MPa)	V _u (kN)	M _u (kN-m)
LAM at al (2011)	X-1	267	267	800	1.5	0.6	42	520	200
	X-2	267	267	800	1.5	0.4	42	520	200
	X-3	267	267	800	1.5	0.4	42	520	200
	X-8	267	267	800	1.5	0.4	47	631	200
Henkhaus <i>et al</i> (2013)	B1	457	457	1473	1,62	0.37	20	455	200
	B2	457	457	1473	1,62	0.38	19.3	455	200
	B4	457	457	1473	1,62	0.43	24.1	451	200
LAM at al (2011)	X-4	160	160	904,8	3	0.65	42	631	200
	X-5	160	160	904,8	3	0.65	42	631	200
	X-6	160	160	904,8	3	0.45	42	631	200
	X-7	160	160	904,8	3	0.45	47	631	200
Haroon <i>et al</i> (2020)	C00-1	250	250	830	3	0	27.37	322.4	200
	C00-2	250	250	830	3	0	27.37	322.4	200
	C00-3	250	250	830	3	0	30.56	339	200
	C00-4	250	250	830	3	0	30.56	339	200
	C05-1	250	250	830	3	0.05	30.56	339	200
	C05-2	250	250	830	3	0.05	30.56	339	200
	C05-3	250	250	830	3	0.05	30.56	339	200
	C10-1	250	250	830	3	0.1	30.56	339	200
	C10-2	250	250	830	3	0.1	30.56	339	200
	C15-1	250	250	830	3	0.15	27.47	322.4	200
	C15-2	250	250	830	3	0.15	27.47	322.4	200
C30-1	250	250	830	3	0.3	28.02	322.4	200	
Rodrigues et al (2012)	PB02-N10	350	400	1700	3,4	0,08	24,39	477	200

Thanh e Li (2009)	SC-1.7-0.05	350	350	1200	3,4	0.05	25	408	200
	SC-1.7-0.20	350	350	1200	3,4	0.2	25	408	200
	SC-1.7-0.35	350	350	1200	3,4	0.35	25	408	200
	SC-1.7-0.50	350	350	1200	3,4	0.5	25	408	200
	RC-1.7-0.05	250	490	1700	3,5	0.05	25	408	200
	RC-1.7-0.20	250	490	1700	3,5	0.2	25	408	200
	RC-1.7-0.35	250	490	1700	3,5	0.35	25	408	200
	RC-1.7-0.50	200	490	1700	3,5	0.5	25	408	200
Rodrigues et al (2012)	PB02-N02	200	400	1700	4,25	0.04	48.35	477	200
	PB02-N06	300	400	1700	4,25	0.12	21.4	477	200
Thanh e Li (2009)	SC-2.4-0.20	350	350	1700	4,9	0.2	25	408	200
	SC-2.4-0.50	350	350	1700	4,9	0.5	25	408	200
Rodrigues et al (2012)	PB01-N13	300	300	1700	5,7	0,10	21,57	477	200
Barrera et al. (2011)	N30-7.5-C0-2-30	1500	200	1500	7,5	0.3	30,1	55.19	49.34
	N30-7.5-C0-2-45	1500	200	1500	7,5	0.42	33	47.4	45.89
	N30-7.5-C3-2-30	1500	200	1500	7,5	0.27	35,8	47.93	46.45
	N30-7.5-C3-2-45	1500	200	1500	7,5	0.41	35	44.59	45.67
	N60-7.5-C0-2-30	1500	200	1500	7,5	0.4	63	65.61	64.93
	N60-7.5-C0-2-45	1500	200	1500	7,5	0.29	67,7	73.82	74.35
	N30-10.5-C0-2-00	150	140	1470	10.5	0	32.2	17.97	12.26
	N30-10.5-C0-2-15	150	140	1470	10.5	0.14	31.8	18.63	17.56
	N30-10.5-C0-2-30	150	140	1470	10.5	0.3	31.6	16.14	22.12
	N30-10.5-C0-2-45	150	140	1470	10.5	0.41	34.5	16.25	21.61
	N30-10.5-C0-1-30	150	140	1470	10.5	0.22	42.2	15.55	18.35
	N30-10.5-C0-1-45	150	140	1470	10.5	0.51	25.2	14.74	17.99
	N30-10.5-C0-3-15	150	140	1470	10.5	0.14	33.5	21.57	22.75

	N30-10.5-C0-3-30	150	140	1470	10.5	0.31	29.5	16.57	24.5
	N30-10.5-C3-2-30	150	140	1470	10.5	0.24	31	13.91	21.46
	N30-10.5-C3-2-45	150	140	1470	10.5	0.42	34.2	13.34	22.05
	N60-10.5-C0-2-00	150	140	1470	10.5	0	55.8	18.06	12.45
	N60-10.5-C0-2-15	150	140	1470	10.5	0.15	54.1	21.39	24.54
Barrera et al. (2011)	N60-10.5-C0-2-30	150	140	1470	10.5	0.29	60.5	18.43	28.05
	N60-10.5-C0-2-45	150	140	1470	10.5	0.43	63.9	20.62	35.72
	N60-10.5-C0-1-30	150	140	1470	10.5	0.16	57.8	16.86	20.3
	N60-10.5-C0-1-45	150	140	1470	10.5	0.3	58.5	17.23	27.34
	N60-10.5-C0-3-15	150	140	1470	10.5	0.15	58.3	24.2	29.02
	N60-10.5-C0-3-30	150	140	1470	10.5	0.29	61.6	18.25	35.19

ANEXO B – RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS DOS PILARES DO BANCO DE DADOS

		Métodos					
	Experimental	Priestley e Park (1987)	Zahn (1986)	Mander (1984)	Paulay e Priestley (1992)	Panagiotakos e Fardis (2001)	Bae (2005)
Autor	Δ_{uExp} (mm)	Δ_u (mm)	Δ_u (mm)	Δ_u (mm)	Δ_u (mm)	Δ_u (mm)	Δ_u (mm)
LAM at al (2011)	4.38	6.34	7.46	6.72	6.76	6.70	6.66
	6.25	7.30	7.85	7.85	7.92	7.83	6.00
	7.50	8.46	9.10	9.10	9.18	9.08	6.96
	2.48	8.91	9.58	9.58	10.16	9.88	7.33
LAM at al (2011)	13.61	17.25	20.64	18.09	18.28	18.31	30.35
	8.45	12.91	15.45	13.53	13.68	13.70	15.93
	17.50	17.62	19.59	18.75	14.26	16.03	19.57
	11.20	13.14	14.96	14.18	15.26	14.99	14.94
Haroon <i>et al</i> (2020)	2.50	12.23	18.34	12.95	13.05	12.67	0.23
	2.80	12.59	8.70	13.33	13.43	13.05	0.23
	3.70	12.77	19.15	13.52	13.91	13.41	0.24
	4.60	13.68	20.50	14.48	14.89	14.36	0.25
	3.60	15.31	11.44	16.19	16.64	16.06	2.52
	3.70	16.54	12.36	17.49	17.98	17.35	2.72
	3.70	16.91	12.63	17.88	18.38	17.73	2.78
	3.60	17.52	14.05	18.50	19.01	18.36	5.36
	4.00	17.96	14.40	18.97	19.49	18.82	5.49
	3.60	18.50	15.82	19.52	19.66	19.13	8.18
	5.40	18.67	15.96	19.70	19.84	19.30	8.25
3.10	10.87	10.87	11.41	11.49	11.20	8.94	

	10.75	18.17	11.80	18.31	23.14	24.29	13.57
Rodrigues et al (2012)	5.39	13.50	7.97	14.12	15.50	18.85	6.42
	3.78	18.46	13.19	19.10	22.48	25.16	4.05
	12.14	23.36	15.98	24.39	27.69	32.20	11.66
	20.30	18.79	14.27	20.18	20.58	22.23	24.82
	18.63	10.98	10.00	11.73	11.95	12.84	16.65
	16.01	10.41	10.83	11.06	11.24	12.01	19.47
	12.00	9.41	10.73	9.92	10.06	10.66	11.85
Thanh e Li (2009)	32.00	39.95	31.98	40.84	42.43	46.79	29.77
	29.30	46.24	42.56	47.26	49.11	54.15	27.31
	19.63	30.70	31.95	31.38	32.61	35.96	22.61
	28.45	29.22	33.91	29.87	31.04	34.22	26.78
	22.13	24.71	22.26	25.39	26.61	29.96	23.05
	24.01	29.22	33.91	29.87	31.04	34.22	21.27

Barrera et al. (2011)

33.3	36.06	36.08	37.26	44.51	45.53	28.89
22.8	32.87	36.46	33.98	40.67	41.61	27.12
39.45	39.23	38.14	40.61	48.98	50.16	37.57
25.2	38.62	42.71	40.00	48.32	49.49	22.78
27.9	30.30	32.99	31.04	38.48	38.32	28.08
22.65	33.57	33.26	34.46	43.44	43.25	22.85
13.52	32.48	22.36	34.09	40.99	42.96	14.97
44.69	64.93	54.81	67.95	80.92	84.61	42.02
43.22	66.88	66.92	68.78	86.70	86.07	41.84
28.52	43.97	48.26	45.13	56.01	55.62	25.76
33.37	54.85	50.62	56.96	68.98	70.48	34.90
16.61	27.49	31.99	28.34	33.16	33.76	12.25
66.15	79.90	66.71	82.38	105.60	104.79	63.82
44.25	40.96	41.37	42.12	52.99	52.61	49.85
45.86	37.95	35.54	39.56	45.90	48.07	46.98
34.1	71.09	79.72	73.93	85.12	88.94	35.82
71.3	57.55	41.56	59.68	68.02	70.87	70.9
45.72	42.25	36.86	43.69	49.33	51.26	47.14
34.25	60.67	60.12	62.40	73.48	74.79	39.08
32.93	40.53	45.20	41.60	48.44	49.24	34.75
39.69	37.34	33.04	38.80	42.41	45.17	34.58
40.72	66.23	66.26	69.05	76.01	81.35	41.46
54.24	40.53	35.19	41.60	48.44	49.24	53.69
48.95	58.94	58.41	60.62	71.39	72.66	46.26
