



Sandro Ferreira Barreto

**Quando o reforço convencional inibe  
a ação das fibras de aço em vigas em  
CRFA: Inspeção numérica**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Orientação: Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto

Universidade Federal do Pará  
Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil



**Sandro Ferreira Barreto**

**Quando o reforço convencional inibe a ação das fibras de aço em vigas  
em CRFA: Inspeção numérica**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação  
em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará,  
como requisito para obtenção de Título de Mestre.

Orientação: Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto

Belém – Pará  
2021

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Sandro Ferreira Barreto

TÍTULO: Quando o reforço convencional inibe a ação das fibras de aço em vigas em

CRFA: Inspeção numérica

GRAU: Mestre ANO: 2021

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Sandro Ferreira Barreto.

Sandro Ferreira Barreto

Rua Augusto Corrêa, no 1, Campus Universitário do Guamá

Belém, Pará, Brasil – CEP 66.075.110

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com  
ISBD Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará Gerada  
automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a)  
autor(a)

---

F383q FERREIRA BARRETO, SANDRO.

Quando o reforço convencional inibe a ação das fibras de aço em vigas em  
CRFA: Inspeção numérica / SANDRO FERREIRA BARRETO. — 2021. 81  
f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto Dissertação  
(Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia,  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2021.

1. Concreto. 2. Fibra de aço. 3. Viga. 4. Investigação numérica. 5.  
Recomendação de projeto. I. Título.

CDD 624.18342

---



## QUANDO O REFORÇO CONVENCIONAL INIBE A AÇÃO DAS FIBRAS DE AÇO EM VIGAS EM CRFA: INSPEÇÃO NUMÉRICA

AUTOR:

**SANDRO FERREIRA BARRETO**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRA EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO EM: 4 / 02 / 2021.

BANCA EXAMINADORA:

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Bernardo Nunes de Moraes Neto".

Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto  
Orientador (UFPA)

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Mateus Antonio Nogucira Oliveira".

Prof. Dr. Mateus Antonio Nogucira Oliveira  
Membro Externo (UFMG)

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Ritermayer Monteiro Teixeira".

Prof. Dr. Ritermayer Monteiro Teixeira  
Membro Externo (UFPA)

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Alcebiades Negrão Macêdo".

Prof. Dr. Alcebiades Negrão Macêdo  
Membro Interno (UFPA)

Visto:

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Marcelo de Souza Picanço".

Prof. Dr. Marcelo de Souza Picanço  
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

## **AGRADECIMENTOS**

Nesse momento, eu agradeço inicialmente a Deus por todas as glórias que me foram oferecidas, especificamente a oportunidade de iniciar e terminar mais essa etapa do meu desenvolvimento acadêmico. Além do Senhor, eu também gostaria de agradecer aos meus pais, Sandro Raimundo e Fátima Rosângela, que de modo incondicional sempre me apoiaram. A minha esposa, Letícia Barreto, eu ofereço o meu amor eterno e um imensurável obrigado, por todos os momentos que você me proporcionou. Octávio Barreto, meu irmão, meu amigo, eu igualmente agradeço o seu apoio, que certamente foi impar, principalmente nos momentos difíceis. Professor Bernardo Moraes Neto, eu felicito o senhor pela orientação exigente e acertada, pois só assim, o meu amadurecimento acadêmico pôde realmente despontar. Por fim, Arlen Gonçalves, meu amigo, obrigado por ter me acompanhado nessa jornada, que foi longa, mas ainda assim muito gratificante.

## **RESUMO**

BARRETO, S.F. **Quando o reforço convencional inibe a ação das fibras de aço em vigas em CRFA: Inspeção numérica.** Dissertação de Mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil, 2021.

Contribuir ao estudo do concreto reforçado com fibras de aço, CRFA, nomeadamente à teoria de flexão de vigas, foi o alvo principal dessa investigação. Para consolidar essa tenção, o *software* DOCROS (*Design Of CROss Sections*), juntamente com as recomendações de projeto do *fib Model Code 2010 (2012, bulletins 65 e 66)*, foram conjuntamente operados para viabilizar uma perquirição numérica do tipo não linear do material. Assim, assente em registros experimentais existentes na literatura, análises paramétricas foram realizadas para se discutir/entender quanto à ação sincrônica dos reforços convencionais, assegurados pelas barras de aço, e dos mecanismos de reforços adicionais oportunizados pelas fibras de aço. As simulações apontaram, concordando, inclusive, com inúmeros registros experimentais, que a seleção indevida, tanto do reforço convencional, como do consumo de fibras, pode resultar em projetos de vigas em CRFA técnico-econômicos refutáveis, onde as fibras de aço podem ser parcialmente mobilizadas. Nessa conjuntura, o conceito de curva de reforço foi introduzido e operado para se potencializar a ação das fibras de aço no projeto de vigas em CRFA. Com a metodologia sugerida nesse estudo, conseguiu-se reproduzir de modo simples e preciso, a partir de relações *carga-deslocamento*, o comportamento de vigas em CRFA, controlando, conseqüentemente, a eficácia das fibras de aço como mecanismo de reforço e o modo de ruína, flexão/cisalhamento, desse tipo de viga. Em circunstâncias específicas, desencorajou-se, até, uso das fibras de aço.

## **Palavras-Chave**

*Concreto. Fibra de aço. Viga. Investigação numérica. Recomendação de projeto.*

## **ABSTRACT**

BARRETO, S.F. **When the conventional reinforcement hold the steel fibre action back in SFRC beams: Numerical assessment.** Master Thesis, Institute of Technology, Federal University of Pará, Belém, Pará, Brazil, 2021.

The main research goal has been to build up the steel fibre reinforced concrete, SFRC, technology, first and foremost, the bending beam theory. As such, DOCROS software (Design Of CROSS Sections) as well as *fib* Model Code 2010 (2012, bulletins 65 and 66) design guidelines have been brought into play to hold out some nonlinear numerical analyses. In an effort to improve the acquaintance on the reinforcement synchronous actions of SFRC-beams, *i.e.*, both steel bars and steel fibres working all together, parametric inquiries have been performed in accordance with experimental results available in the technical literature. It has been noticed by current models, also including some test outcomes, that the SFRC-beam reinforcements, again both bars and fibres, when selected improperly could end up being technical economic counterproductive, once, into that scenario, the steel fibres could be not wholly called up. Therefore, in an attempt to look up the steel fibre action in the design of SFRC-beams the notion of reinforcement curve has been introduced and run as well. As a matter of fact, SFRC-beam behaviors, through *load-displacement* relationships, have been simply and accurately recreated by means of the present strategy, allowing, then, not only taking advantage of fibrous reinforcement efficiently, but also giving better control on failure mode of those beams. In addition, it is worth drawing attention that under specific circumstances the steel fibres could even be admonished when designing concrete beams.

## **Keywords**

*Concrete. Steel fibre. Beam. Numerical assessment. Design guideline.*

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Exemplos de edificações construídas por meio de impressoras 3D (fonte desconhecida). .....	11
Figura 1.2. Exemplos de fibras de aço (fonte desconhecida). .....	13
Figura 1.3. Relações <i>tensão-deformação</i> dos concretos de Bencardino <i>et al.</i> (2006). .....	14
Figura 1.4. Ensaio de flexão em três pontos em prismas entalhados de Barros <i>et al.</i> (2015). .....	15
Figura 1.5. Relações <i>carga-deslocamento</i> das lajes de Barros <i>et al.</i> (2015). .....	16
Figura 2.1. Arranjo do reforço da viga em CA de Sahoo e Kumar, 2015 (cotas em mm). .....	20
Figura 2.2. Arranjo do reforço das vigas em CRFA de Sahoo e Kumar, 2015 (cotas em mm). .....	21
Figura 2.3. Relações <i>carga-deslocamento</i> das vigas de Sahoo e Kumar (2015). .....	22
Figura 2.4. Arranjo do reforço das vigas de Gomes, 2016 (cotas em mm). .....	23
Figura 2.5. Relações <i>carga-deslocamento</i> das vigas de Gomes (2016). .....	24
Figura 2.6. Arranjo do reforço das vigas de Dancygier e Berkover, 2016 (cotas em mm). .....	25
Figura 2.7. Relações <i>carga-deslocamento</i> das vigas de Dancygier e Berkover (2016). .....	28
Figura 2.8. Arranjo do reforço das vigas com $\rho_{l,t} = 0,7\%$ de Yang <i>et al.</i> , 2018 (cotas em mm). .....	29
Figura 2.9. Arranjo do reforço das vigas com $\rho_{l,t} = 3,0\%$ de Yang <i>et al.</i> , 2018 (cotas em mm). .....	30
Figura 2.10. Relações <i>carga-deslocamento</i> das vigas de Yang <i>et al.</i> (2018). .....	32
Figura 2.11. Arranjo do reforço das vigas de Özcan <i>et al.</i> , 2009 (cotas em mm). .....	33
Figura 2.12. Região modelada das vigas de Özcan <i>et al.</i> (2009). .....	34
Figura 2.13. Relações <i>carga-deslocamento</i> das vigas de Özcan <i>et al.</i> (2009). .....	34
Figura 2.14. Detalhe das vigas de Yang <i>et al.</i> , 2011 (cotas em mm). .....	35
Figura 2.15. Lei constitutiva dos concretos de Yang <i>et al.</i> (2011). .....	37
Figura 2.16. Estimativa da resistência das vigas de Yang <i>et al.</i> (2011). .....	37
Figura 2.17. Arranjo do reforço das vigas de Yoo e Yoon, 2015 (cotas em mm). .....	38
Figura 2.18. Leis constitutivas dos concretos de Yoo e Yoon (2015). .....	40
Figura 2.19. Relações <i>carga-deslocamento</i> das vigas com $\rho_{l,t} = 0,94\%$ de Yoo e Yoon (2015). .....	41
Figura 2.20. Relações <i>carga-deslocamento</i> das vigas com $\rho_{l,t} = 1,5\%$ de Yoo e Yoon (2015). .....	42

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1. Resumo das características das vigas de Sahoo e Kumar (2015).....	21
Tabela 2.2. Resumo das características das vigas de Gomes (2016). ....	23
Tabela 2.3. Resumo das propriedades dos concretos de Gomes (2016). ....	23
Tabela 2.4. Resumo das características das vigas e propriedades dos concretos de Dancygier e Berkover (2016). ....	26
Tabela 2.6. Resumo das propriedades dos concretos de Yang <i>et al.</i> (2018).....	30
Tabela 2.7. Resumo das características das vigas de Özcan <i>et al.</i> (2009). ....	33
Tabela 2.8. Resumo das características geométricas das vigas de Yang <i>et al.</i> (2011).....	36
Tabela 2.9. Resumo das propriedades e características mecânicas das vigas de Yang <i>et al.</i> (2011). ....	36
Tabela 2.10. Resumo das características das fibras de aço de Yoo e Yoon (2015). ....	38
Tabela 2.11. Resumo das características das vigas de Yoo e Yoon (2015). ....	39
Tabela 2.12. Resumo das propriedades dos concretos de Yoo e Yoon (2015). ....	39
Tabela 2.13. Resumo das propriedades dos aços dos reforços de Yoo e Yoon (2015).....	39

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
1.1. JUSTIFICATIVA .....	17
1.2. OBJETIVOS .....	17
1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO .....	18
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>19</b>
2.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	19
2.2. COMPORTAMENTO À FLEXÃO DE VIGAS EM CRFA .....	19
2.3. MODELAGEM DE VIGAS EM CRFA .....	32
2.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	42
<b>3. ARTIGO .....</b>	<b>45</b>
<b>4. CONCLUSÕES .....</b>	<b>69</b>
<b>REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>70</b>

# 1. INTRODUÇÃO

Modernamente, muito se tem comentado sobre a possibilidade de construir pequenas/moderadas edificações por meio de impressões 3D. De fato, essa técnica inovadora vem impressionando quanto à velocidade de execução e o desperdício mínimo de material. Apesar de não possuir um documento que regulamente as técnicas de construção e projeto, especificamente o estrutural, algumas edificações já foram produzidas na prática, como mostrou a Figura 1.1. Esclarecimentos sobre essa modalidade de construção podem ser consultados em Gosselin *et al.* (2016), Hager *et al.* (2016), Wu *et al.* (2016), Duballet *et al.* (2017), entre outros. Analisando a figura supradita, sem, contudo, pormenorizar a corrente técnica de construção, notou-se que as edificações impressas podem ser reforçadas, Figura 1.1b, ou não, Figura 1.1a. O aspecto dessas edificações, com um perfil único, de modo a favorecer a sua estabilidade, lembra, de certa forma, as construções em alvenaria estrutural, notadamente, as regiões reforçadas. A técnica em discussão, apesar de exigir tecnologia moderna, tanto no que diz respeito aos *software*, como aos *hardware*, imprime, em condições corriqueiras, material cimentício equivalente ao manuseado nas edificações tradicionais em concreto.



a) Edificação não reforçada



b) Edificação reforçada

Figura 1.1. Exemplos de edificações construídas por meio de impressoras 3D (fonte desconhecida).

Agora, para apontar evoluções nos materiais de construção cimentícios, comenta-se para o momento sobre o concreto reforçado com fibras, CRF. Em verdade, a ideia base desse reforço fibroso remonta a períodos vetustos, *e.g.*, o antigo Egito. Em passagem no Livro Sagrado do Antigo Testamento, Êx 5, 6-7, por exemplo, foi anunciada a utilização de palha na fabricação de tijolos. Contudo, consoante o ACI *Committee* 544.1R-96 (1996, reprovado em 2002), estudos científicos sobre o CRF despontaram na década 60,

consultar Goldfein (1963), Romualdi e Batson (1963), Romualdi e Ramey (1965), Monfore (1968), entre outros. Nesse cenário, inúmeros elementos filamentosos discretos foram manuseados como reforço para o concreto, *verbi gratia*, as fibras naturais, sintéticas, minerais, metálicas, etc. Contudo, devido à razão custo/benefício sobranceira, as fibras de aço se sobrepuseram entre as demais. Assim, introduz-se nessa obra o concreto reforçado com fibras de aço, CRFA.

De acordo com o ACI *Committee* 544.1R-96 (1996, reprovado em 2002), as fibras de aço podem ser manufaturadas com diferentes seções transversais e conformações longitudinais. Quanto às seções, comentam-se as circulares, retangulares, semicirculares e as seções irregulares. As fibras lisas, endentadas, deformadas e torcidas são só alguns exemplos de conformações longitudinais. O fator de forma, ou esbeltez, também vem se mostrando um parâmetro relevante na identificação das fibras. Representando o quociente entre o comprimento,  $l_f$ , e o diâmetro,  $d_f$ , ou o diâmetro equivalente,  $d_{f,eq}$ , para fibras com seção não circular, o fator de forma,  $l_f/d_f$ , permite ponderar, sincronicamente, inclusive, os aspectos relacionados ao comprimento e ao diâmetro das fibras.

Entre as incontáveis possibilidades de fibras de aço, comunica-se que as fibras deformadas, em especial as *hooked-end* e *crimped*, ver Figuras 1.2a e 1.2b, respectivamente, são amplamente comercializadas e, conseqüentemente, manuseadas nos CRFAs. Vale informar que a conformação deformada proporciona aderência suficiente às fibras na massa de concreto, ressaltando, assim, o seu mecanismo de reforço. Presentemente, os aspectos referentes à tensão interfacial *fibra-concreto* não foram debatidos nessa narrativa, nada obstante, sugere-se compulsar os trabalhos de Cunha *et al.* (2010), Lee *et al.* (2010), Abu-Lebdeh *et al.* (2011), Cao e Yu (2018), Tarifa *et al.* (2019), Yoo *et al.* (2019), entre outros, os quais trataram apropriadamente esse assunto.

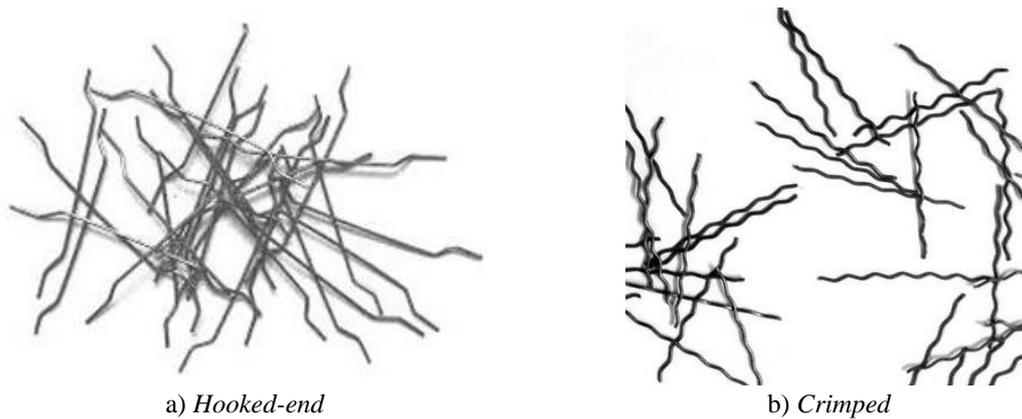


Figura 1.2. Exemplos de fibras de aço (fonte desconhecida).

Comparativamente ao concreto simples, CS, o CRFA apresenta, em geral, quase todas as suas propriedades mecânicas enriquecidas. Para o momento, contudo, somente as respostas à compressão e à tração na flexão foram comentadas, pois, frequentemente, os parâmetros registrados nesses ensaios de caracterização são suficientes para viabilizar o projeto estrutural de elementos em CRFA. O RILEM TC 148-SSC (1997) e o RILEM TC 148-SSC (2000) são exemplos de documentos que norteiam os ensaios de compressão axial, tanto quanto ao preparo do corpo de prova, como à metodologia de ensaio. Ao fim, a relação *tensão-deformação*,  $\sigma_c-\varepsilon_c$ , é de interesse. De modo generalista, estudos sobre o tema veem mostrando que a extensão pré-pico da referida relação é pouco impactada pela ação das fibras, ou seja, o CRFA e o CS apresentam extensão pré-pico análoga. Na presente circunstância, costuma-se aceitar, via de regra, que o módulo de elasticidade inicial do concreto,  $E_c$ , assim como a sua resistência à compressão média,  $f_{c,m}$ , são invariáveis à ação das fibras, notadamente as macrofibras. Nada obstante, na extensão pós-pico, o reforço promovido pelas fibras de aço se faz presente, favorecendo, quase sempre, a ductilidade e a tenacidade do CRFA. Esses momentos foram exemplificados na sequência.

A Figura 1.3, exprimindo parte dos resultados de Bencardino *et al.* (2006), permitiu identificar as ocorrências indicadas antes. Nesse estudo, fibras *hooked-end* foram manuseadas, com fator de forma  $l_f/d_f = 22,0/0,55 \approx 40,0$  mm/mm. Complementando as paráfrases pregressas, vale comentar que em condições extremas de consumo, ou quando as fibras são selecionadas de maneira indevida, dificultando, ou até mesmo prejudicando o preparo do CRFA, os aspectos positivos oferecidos pelas fibras podem ser comprometidos, ou pior, perdidos. Com base na Figura 1.3, realmente, notou-se que

parte da extensão pré-pico dos concretos simples, F00, e reforçados com fibras, independentemente do consumo de fibras,  $C_f$ , que alternou em 1,0, 1,6 e 3,0 %, foi símile. No pico, diferentes condições foram observadas,  $f_{c,m,CS} > f_{c,m,CRFA}$  e  $f_{c,m,CS} < f_{c,m,CRFA}$ . Sendo  $f_{c,m,CS}$  = resistência à compressão média do CS e  $f_{c,m,CRFA}$  = resistência à compressão média do CRFA. O motivo para esse episódio, conforme anunciado, disse respeito às condições desfavoráveis de preparo dos CRFAs. Para os concretos com consumo  $C_f > 1,6$  %, registou-se  $f_{c,m,CS} > f_{c,m,CRFA}$ , sugerindo, então, dificuldades para homogeneizar essas fibras de aço na massa de concreto durante a sua etapa de preparo. Na extensão pós-pico, todos os CRFAs tiveram a ductilidade e a tenacidade inquestionavelmente benfeitorizadas. Informações adicionais sobre o comportamento à compressão do CRFA podem ser auscultadas em Abbas *et al.* (2015), Zhou *et al.* (2015), Hannawi *et al.* (2016), Abbass *et al.* (2018), Shi *et al.* (2020), Usman *et al.* (2020), entre outros.

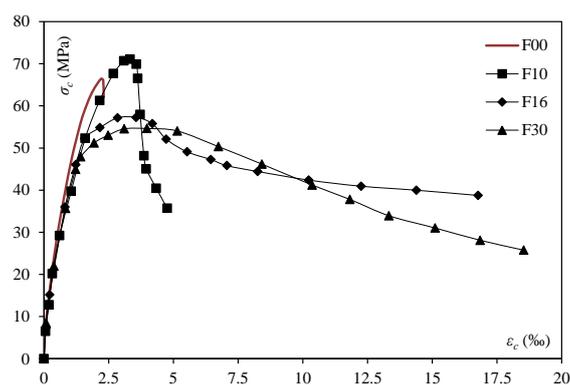
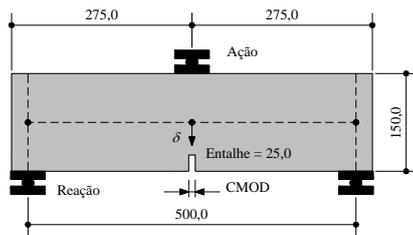


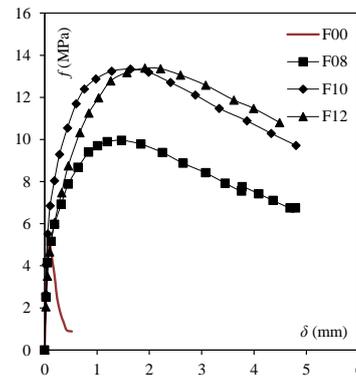
Figura 1.3. Relações *tensão-deformação* dos concretos de Bencardino *et al.* (2006).

Apesar dos ganhos apontados na Figura 1.3, a condição de destaque do CRFA está no seu comportamento à tração, explorado aqui a partir dos ensaios de flexão. Nessa conjuntura, para balizar a identificação do comportamento à tração na flexão do CRFA, apontaram-se as recomendações do RILEM TC 162-TDF (2002), que sugere o ensaio de flexão em três pontos em prismas entalhados (dimensão do prisma = 150x150x550 mm<sup>3</sup> e entalhe = 25,0 mm), ver Figura 1.4a. Nessa investida, as relações *carga-deslocamento*,  $P-\delta$ , ou *carga-CMOD*,  $P-CMOD$ , são os alvos. Sendo  $CMOD = Crack Mouth Opening Displacement$ , que simboliza a abertura da fissura do concreto a partir da abertura do entalhe. A Figura 1.4a esquematizou as medições  $\delta$  e  $CMOD$ . No presente enquadramento, a caracterização do CRFA se dá, usualmente, pela reconhecimento do limite de proporcionalidade do concreto, a tensão  $f_L$ , e pela extensão residual das

relações  $P-\delta$  ou  $P-CMOD$ , identificando as tensões  $f_{Ri}$  correspondentes aos deslocamentos  $\delta_i$  ou  $CMOD_i$ , com  $i = 1, 2, 3$  e  $4$ . A teoria elástica foi manuseada para transmutar a carga  $P$  na tensão  $f = 1,5 \cdot P \cdot L \cdot b^{-1} \cdot (h_{sp})^{-2}$ , sendo  $L =$  vão do prisma = 500,0 mm,  $b =$  largura do prisma = 150,0 mm e  $h_{sp} =$  altura do prisma na seção do entalhe = 125,0 mm.



a) Esquema do corpo de prova (cotas em mm)



b) Relações *tensão-deslocamento*

Figura 1.4. Ensaio de flexão em três pontos em prismas entalhados de Barros *et al.* (2015).

A Figura 1.4b mostrou parte das relações *tensão-deslocamento*,  $f-\delta$ , registradas nos ensaios de caracterização dos concretos de Barros *et al.* (2015). Nesse estudo, os concretos apresentaram  $f_{c,m} \approx 70,0$  MPa e os CRFAs foram reforçados com fibras de aço *hooked-end*, com fator de forma  $l_f/d_f = 37,0/0,55 \approx 67,0$  mm/mm. O consumo  $C_f$  variou em 0,8, 1,0 e 1,2 %. Investigando a referida figura, percebeu-se que as fibras de aço proporcionaram aos CRFAs maior resistência, ductilidade e tenacidade. Contudo, para consumos  $C_f > 1,0$  %, as respostas à tração na flexão do CRFA foram quase nada favorecidas. Possivelmente, a razão tenha sido a dificuldade para homogeneizar as fibras na massa de concreto durante a etapa de preparo do concreto com  $C_f = 1,2$  %. Ainda assim, a relevância de selecionar adequadamente o consumo  $C_f$  foi ressaltada, uma vez que a resposta do concreto com  $C_f = 1,0$  % foi muito superior à resposta do concreto com  $C_f = 0,8$  %. Informações sobre o comportamento à tração na flexão podem ser consultadas em Balendran *et al.* (2002), Germano *et al.* (2016b), Gali e Subramaniam (2017b), Kazemi *et al.* (2017), Mudadu *et al.* (2018), Ren *et al.* (2018), Ghasemi *et al.* (2019), entre outros.

As preeminências asseguradas pelas fibras de aço, especificamente na resposta à tração, ou à tração na flexão, como se exemplificou nessa obra, nem sempre são integralmente

aproveitadas quando se aplica o CRFA a um elemento estrutural em concreto armado, CA. Para elucidar esse comentário, seguiu-se citando Barros *et al.* (2015). Agora, contudo, confrontando as respostas *carga-deslocamento*,  $P-\delta$ , das lajes em CA, F00, e em CRFA desse autor, ver Figura 1.5. Assim, fundamentado na figura susodita, observou-se que a resposta da laje com  $C_f = 0,8\%$ , F08, limitou, basicamente, o desempenho mecânico/estrutural das lajes em CRFA. Diferente do ensaio de caracterização, Figura 1.4b, agora, praticar consumos  $C_f > 0,8\%$  pareceu ser contraproducente, pois pouco se ganhou no desempenho das lajes com consumo de fibras maior. O motivo foi o efeito combinado dos reforços convencionais, barras de aço, com os reforços providos pelas fibras de aço. Esse cenário revelou que o reforço convencional inibiu a ação das fibras de aço em conter o avanço das fissuras. Destarte, pôde-se sugerir que um projeto de reforço mais eficaz poderia ter sido idealizado para essas lajes em CRFA.

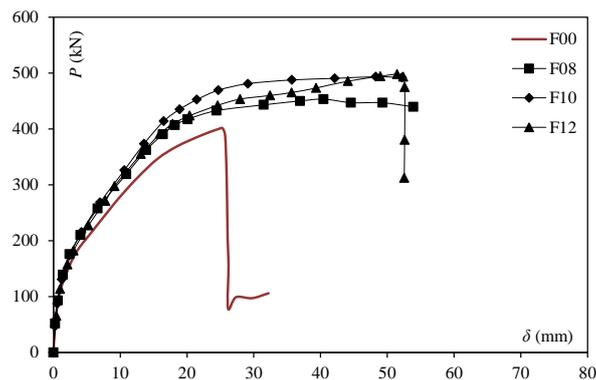


Figura 1.5. Relações *carga-deslocamento* das lajes de Barros *et al.* (2015).

O episódio exposto anteriormente, em que o reforço convencional inibira a ação das fibras de aço, marcou o objeto de estudo da corrente pesquisa. Nesse momento, então, revelou-se o propósito dessa dissertação. Aqui, buscou-se entender esse cenário inconveniente de projeto, especificamente às vigas em CRFA. Sequencialmente, simulações numéricas e as recomendações de projeto do *fib Model Code 2010* (2012, *bulletins* 65 e 66) foram trabalhadas para proporcionar projetos eficientes, em que a seleção do consumo de fibras e o arranjo dos reforços convencionais pudessem ser ambos potencializados.

## **1.1. JUSTIFICATIVA**

Hodiernamente, no território nacional, o concreto reforçado com fibras de aço, CRFA, ainda não está sendo explorado como reforço principal nos elementos estruturais de uma edificação, especificamente em vigas e lajes, as quais já têm, de certa forma, a sua teoria relativamente bem estabelecida na literatura internacional. A razão, deve-se, talvez, pela falta de divulgação desse material na indústria brasileira da construção civil, ou, quem sabe, pela falta de oportunidade para ser aplicado na prática, reforçando vigas e/ou lajes em alguma edificação, ainda que em uma pequena edificação residencial. A falta de interesse por parte dos engenheiros construtores/projetistas, e até mesmo dos investidores, seja, quiçá, a carência de um documento com caráter normativo, que regulamente as técnicas de preparo/construção e as recomendações de projeto, para que, assim, os profissionais envolvidos em uma obra civil, sintam-se seguros em manusear esse material com propriedades excelsas, comparativamente ao concreto simples. Nesse enquadramento, o corrente estudo tencionou contribuir, tanto na divulgação do CRFA como material de construção, como também, proporcionar meios para estimar, de maneira simples, eficiente e confiável, o comportamento estrutural/mecânico à flexão simples de vigas em CRFA.

## **1.2. OBJETIVOS**

Sem pormenorizar, propalar o concreto reforçado com fibras de aço, CRFA, especificamente, a teoria de flexão de vigas, foi o alvo principal desse estudo. Para alcançar esse fim, as atividades específicas seguintes foram engendradas:

- Apresentar uma revisão bibliográfica atualizada e consistente, que pudesse nortear a exploração do presente estudo de forma relevante;
  
- Desenvolver, com base em indagações computacionais/numéricas simples e confiáveis, a modelagem da seção transversal de vigas em CRFA, assegurando, assim, a reprodução do comportamento desse tipo de viga;

- Promover discussões sobre a ação combinada dos mecanismos de reforços providos pelas barras de aço, reforços convencionais, e fibras de aço em vigas, apontando, ainda, os aspectos controversos dessa prática;
  
- Introduzir recomendações de cálculo que possibilitem projetos estruturais eficientes/econômicos de viga em CRFA, sem que haja a inibição da ação das fibras de aço por meio dos reforços convencionais;
  
- Apresentar esse debate em um artigo científico, favorecendo, assim, a publicação dessa pesquisa.

### **1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO**

Esse trabalho foi organizado seguindo as sugestões da ABNT NBR 14724 (2011), sem, contudo, transgredir o padrão de formatação reconhecido pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará (PPGEC/UFGPA). Assim, quatro capítulos foram apresentados. No primeiro capítulo, o objeto de estudo foi contextualizado na introdução. Além disso, nesse mesmo capítulo, a justificativa e os objetivos da pesquisa foram revelados. No segundo capítulo, desenvolveu-se a revisão bibliográfica, onde, fundado em explorações experimentais e numéricas, alguns trabalhos que marcaram o estado da arte sobre teoria de flexão em vigas em concreto reforçado com fibras de aço, CRFA, foram comentados. No terceiro capítulo, a contribuição da corrente investigação foi introduzida e debatida na forma de um artigo científico. Por fim, no quarto capítulo, as principais conclusões dessa perquisição foram apontadas.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

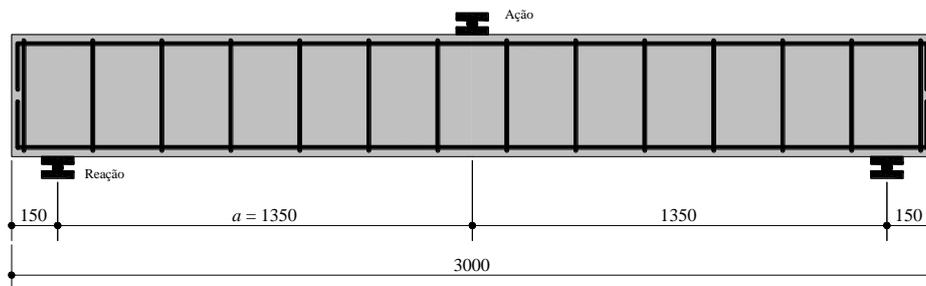
Nessa seção, o comportamento à flexão de vigas em CRFA foi comentado com base em estudos já publicados na literatura. Tanto as investigações experimentais, como as numéricas foram pontuadas. Nesse cenário, o mecanismo de reforço provido pelas fibras de aço foi glosado como reforço transversal e longitudinal, haja vista que as fibras de aço podem atuar em ambas as modalidades de reforço.

### 2.2. COMPORTAMENTO À FLEXÃO DE VIGAS EM CRFA

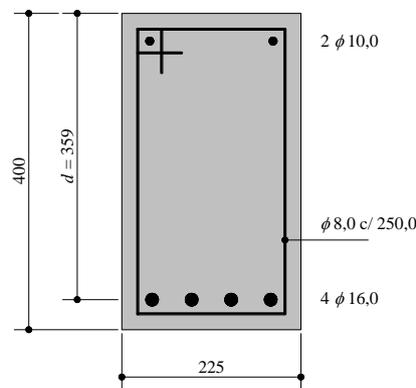
No que diz respeito às explorações que propenderam esclarecer a utilização das fibras de aço como reforço principal de vigas em concreto, acredita-se que os estudos de Batson *et al.* (1972a), Batson *et al.* (1972b), Edgington e Hannant (1972), Snyder e Lankard (1972), Swamy e Mangat (1974), Swamy (1975), Swamy e Bahia (1979), Swamy *et al.* (1979), entre outros podem ser encarados como pioneiros. Nada obstante, nesse momento, esses estudos provectoros não foram escafundrados. Ao invés, preferiu-se delinear esse estado da arte com pesquisas contemporâneas.

Desenredada a metodologia dessa apresentação, comenta-se agora a investigação de Sahoo e Kumar (2015), que ensaiaram quatro vigas com  $225 \times 400 \times 3000 \text{ mm}^3$  de dimensão, sendo uma viga em CA e três em CRFA. O propósito do estudo foi esclarecer o comportamento de vigas em CRFA reforçadas transversalmente exclusivamente por fibras de aço. O detalhamento das peças em CA e em CRFA foi indicado nas Figuras 2.1 e 2.2, respectivamente, onde  $a$  = vão de cisalhamento,  $d$  = altura útil e  $\phi$  = diâmetro da barra de aço do reforço. Assim, a relação  $a/d = 3,76$  foi praticada. O cobrimento foi de 25,0 mm. Observando a Figura 2.2, percebeu-se que as vigas em CRFA foram reforçadas com fibras apenas na zona de teste, *i.e.*, um meio do comprimento das peças. A fibra de aço utilizada foi do tipo *hooked-end*, com  $l_f$  = comprimento da fibra = 60,0 mm,  $d_f$  = diâmetro da fibra = 0,75 mm e  $f_{u,f}$  = resistência à tração da fibra = 1100,0 MPa. Conseqüentemente, o fator de forma das fibras, ou seja, o quociente  $l_f/d_f$ , foi 80,0.

Um resumo das características das vigas foi apontado na Tabela 2.1, sendo ID = identificação das vigas,  $f_{c,m}$  = resistência à compressão média do concreto,  $C_f$  = consumo de fibras,  $\rho_{l,t}$  = taxa de reforço longitudinal tracionado,  $\rho_{l,c}$  = taxa de reforço longitudinal comprimido e  $\rho_w$  = taxa de reforço transversal. Vale informar que a resistência  $f_{c,m}$  foi determinada a partir de cilindros (diâmetro = 100,0 mm e altura = 200,0 mm). Impressionantemente, nada foi comentado sobre a caracterização do CRFA à tração. As condições de apoio e solicitação das vigas também puderam ser observadas nas Figuras 2.1 e 2.2. O comportamento das peças foi ajuizado a partir das relações *carga-deslocamento*,  $P-\delta$ , e *momento-curvatura*,  $m-\phi$ , contudo, por questão de simplificação, somente a relação  $P-\delta$  foi explorada nessa narração, sendo  $\delta$  = deslocamento central das vigas.

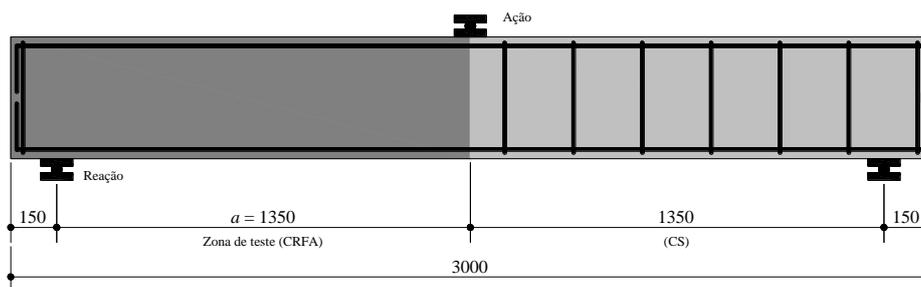


a) Vista longitudinal

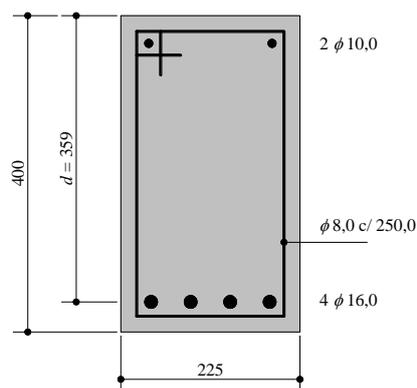


b) Seção transversal

Figura 2.1. Arranjo do reforço da viga em CA de Sahoo e Kumar, 2015 (cotas em mm).



a) Vista longitudinal



b) Seção transversal

Figura 2.2. Arranjo do reforço das vigas em CRFA de Sahoo e Kumar, 2015 (cotas em mm).

Tabela 2.1. Resumo das características das vigas de Sahoo e Kumar (2015).

ID	$f_{c,m}$ (MPa)	$C_f$ (%)	$\rho_{l,t}$ (%)	$\rho_{l,c}$ (%)	$\rho_w$ (%)
F00	30,6	0,0	1,0	0,2	0,18
F10	33,0	1,0	1,0	0,2	0,0
F12	33,7	1,25	1,0	0,2	0,0
F15	35,0	1,5	1,0	0,2	0,0

A Figura 2.3 revelou as relações  $P-\delta$  das vigas. Com base nesses resultados, os aspectos positivos concedidos pelas fibras de aço puderam ser apontados, nomeadamente, a rigidez à flexão fissurada, a capacidade portante e a tenacidade. Nessa conjuntura, porém, observou-se, inquestionavelmente, inclusive, que aumentar o consumo  $C_f$  de 1,0 para 1,25 e 1,5 % em nada aprimorou as respostas das vigas F12 e F15, respectivamente. Os autores supuseram que essa ocorrência se dera pela homogeneização indevida das fibras na massa de concreto. A falta de proporcionalidade dimensional entre as fibras,  $l_f = 60,0$  mm, e os agregados graúdos, diâmetro máximo de 20,0 mm, foi, até, notabilizada. A ruína das peças foi por flexão. A viga de referência, F00, teve o seu reforço longitudinal tracionado rompido antes do esmagamento do concreto se manifestar. Diferentemente, as vigas em CRFA, independentemente do consumo  $C_f$ , foram marcadas somente pelo esmagamento do concreto, sem, contudo, a

ruptura do reforço tracionado acontecer. Ao fim, a eficácia das fibras de aço como reforço transversal principal e único em vigas em concreto foi confirmada. Na obra em discussão, em nenhum momento foi teorizada a possibilidade do reforço longitudinal tracionado convencional ter tolhido a ação das fibras de aço para justificar a resposta símil das vigas em CRFA. Nada obstante, acredita-se fortemente nessa possibilidade, visto não ter sido relatado nenhum contratempo significativo durante a fase de preparo, lançamento e adensamento dos concretos.

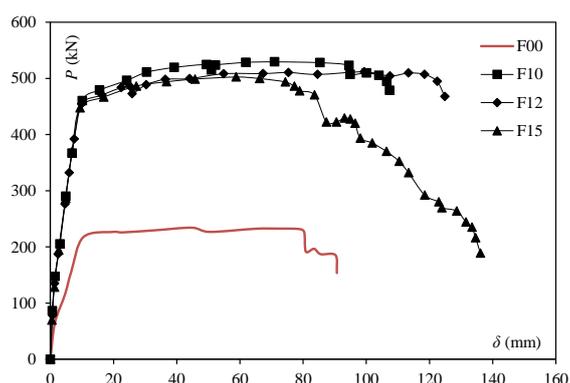


Figura 2.3. Relações carga-deslocamento das vigas de Sahoo e Kumar (2015).

Estudo cômpar foi publicado por Gomes (2016). Nessa investigação, a eficácia das fibras de aço foi julgada avaliando o comportamento de vigas em concreto reforçadas com  $\rho_w = \rho_{w,min}$ , sendo  $\rho_{w,min}$  = taxa de reforço transversal mínimo. Vale informar que a referida taxa foi ajuizada consoante as recomendações do *fib Model Code 2010* (2012, *bulletin 66*). Assim, a autora ensaiou quatro vigas com  $150 \times 300 \times 2700 \text{ mm}^3$  de dimensão, sendo uma de referência, em CA, e três em CRFA. O detalhamento das peças foi ilustrado na Figura 2.4, onde se percebeu  $\rho_w = \rho_{w,min}$  ( $\phi 4,2 \text{ c}/200 \text{ mm}$ ) na zona de teste e  $\rho_w = 2 \cdot \rho_{w,min}$  ( $\phi 4,2 \text{ c}/100 \text{ mm}$ ) na extensão remanescente. O cobrimento manuseado foi de 20,0 mm. A Figura 2.4 também revelou as condições de apoio e solicitação das peças. A relação  $a/d \approx 2,4$  foi praticada. No reforço das vigas em CRFA, fibras Dramix® 3D 65/60 BG foram usadas. Com conformação *hooked-end* coladas em pentes, essas fibras apresentaram  $l_f/d_f = 60,0/0,9 \approx 65,0 \text{ mm/mm}$  e  $f_{tu,f} = 1160,0 \text{ MPa}$ . A Tabela 2.2 reuniu as principais características das vigas, revelando, inclusive, que o consumo  $C_f$  foi a única variável do estudo.

As propriedades mecânicas dos concretos à compressão e à tração na flexão foram anunciadas, nessa ordem, a partir de ensaios de compressão axial em cilindros (diâmetro

= 100,0 mm e altura = 200,0 mm) e de ensaios de flexão em três pontos em prismas entalhados (dimensão dos prismas = 150x150x550 mm<sup>3</sup> e entalhe = 25,0 mm). A Tabela 2.3 resumiu os principais parâmetros de cada ensaio, sendo  $f_L$  = tensão correspondente ao limite de proporcionalidade e  $f_{Ri}$  = tensão residual ( $i = 1, 2, 3$  e 4). No tocante às tensões  $f_{Ri}$ , a autora comentou que resultados mais expressivos eram aguardados, conforme retrataram pesquisas semelhantes outrora publicadas.

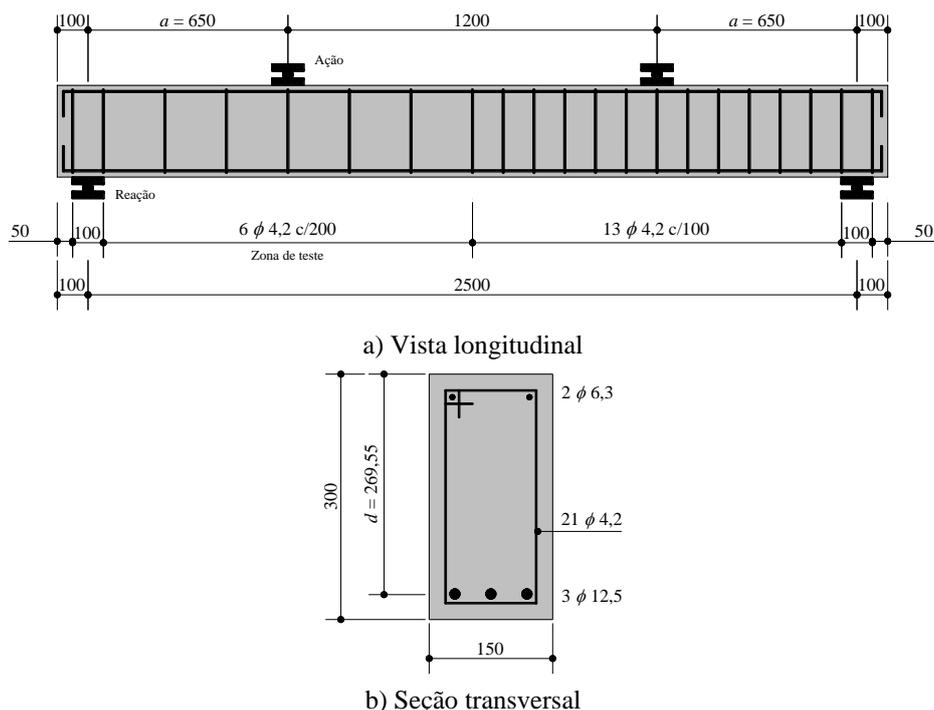


Figura 2.4. Arranjo do reforço das vigas de Gomes, 2016 (cotas em mm).

Tabela 2.2. Resumo das características das vigas de Gomes (2016).

ID	$C_f$ (%)	$\rho_{l,t}$ (%)	$\rho_{l,c}$ (%)	$\rho_w$ (%)
F00	0,0	0,9	0,15	0,09
F05	0,5	0,9	0,15	0,09
F08	0,8	0,9	0,15	0,09
F10	1,0	0,9	0,15	0,09

Tabela 2.3. Resumo das propriedades dos concretos de Gomes (2016).

ID	Compressão		Tração/flexão			
	$f_{c,m}$ (MPa)	$f_L$ (MPa)	$f_{R1}$ (MPa)	$f_{R2}$ (MPa)	$f_{R3}$ (MPa)	$f_{R4}$ (MPa)
F00	29,74	2,61	-	-	-	-
F05	29,38	3,79	1,64	1,48	1,50	1,50
F08	32,99	3,48	3,02	3,17	3,00	2,97
F10	28,27	3,22	3,08	3,11	3,12	3,13

O comportamento das vigas foi anunciado com base nas relações  $P-\delta$ , sendo  $P$  = carga que solicita a viga, ponto de ação na Figura 2.4a, e  $\delta$  = deslocamento central da viga, e  $m-\varphi$ , porém, novamente por questões de simplificação, apenas a primeira relação foi parafraseada na corrente redação, ver Figura 2.5. Explorando essa figura, notou-se que o mecanismo de reforço provido pelas fibras de aço, não importando o seu consumo  $C_f$ , foi suficiente para alterar o modo de ruína da viga de referência, F00, de cisalhamento/frágil para flexão/dúctil. Essa passagem pudera ser encarada, inclusive, como a principal contribuição das fibras de aço, pois só assim se viabilizaram, concomitantemente, maior capacidade portante e ductilidade/tenacidade às vigas em CRFA. Confirmada a valorosa contribuição das fibras como reforço transversal, sugerindo, até mesmo, a possibilidade de supressão total desse reforço nas vigas em CRFA, comenta-se agora sobre o efeito combinado da taxa de reforço longitudinal tracionado e das fibras de aço. Nessa esfera, percebeu-se que a eficácia das fibras foi mínima, quase inexistente. A resposta  $P-\delta$  aproximada das vigas em CRFA foi a principal evidência. No arranjo de reforços proposto por Gomes (2016), a taxa  $\rho_{l,t} = 0,9$  % simplesmente inibiu a ação de reforço das fibras, impedindo, independentemente do consumo  $C_f$  praticado, que o reforço discreto atuasse como barreira ao avanço das fissuras de flexão.

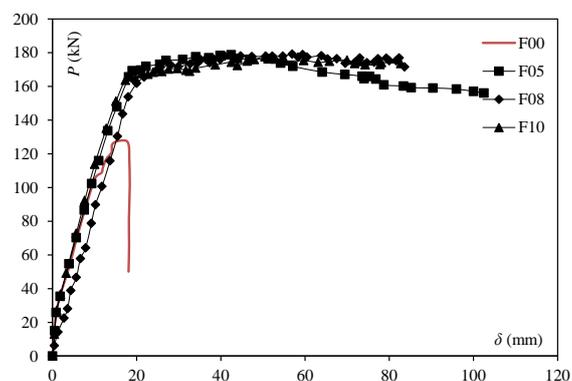


Figura 2.5. Relações carga-deslocamento das vigas de Gomes (2016).

Almejando entender, de modo específico, até, o efeito combinado da taxa  $\rho_{l,t}$  e do consumo de fibras  $C_f$  na resposta à flexão de vigas em concreto, Dancygier e Berkover (2016) ensaiaram até a ruína vinte e cinco vigas com  $240 \times 300 \text{ mm}^2$  de seção transversal e 3200,0 mm de vão (distância *centro-centro* entre apoios). O comprimento nominal das vigas não foi publicado. Entre as vinte e cinco vigas anunciadas, vale frisar que algumas peças apresentaram contraprovas, como se mostrou a seguir. O esquema das condições

de apoio e solicitação das peças foi ilustrado na Figura 2.6. Importa comentar que duas variáveis foram investigadas, a taxa  $\rho_{l,t}$  e o consumo  $C_f$ . Aqui, a taxa  $\rho_w$  foi projetada de acordo com a taxa  $\rho_{l,t}$  e o consumo  $C_f$  de cada peça para assegurar a ruína sempre por flexão. Cobrimentos de 15,0 e 20,0 mm foram praticados, nessa ordem, no topo/base das seções transversais e nas suas faces laterais.

Um resumo das principais características das peças e das propriedades dos concretos foi mostrado na Tabela 2.4, sendo  $f_{cu,m}$  = resistência à compressão média do concreto em cubos (aresta = 100,0 mm). Na análise das tensões residuais  $f_{Ri}$ , ensaios de flexão em três pontos em prismas entalhados foram manuseados (dimensão dos prismas = 150x150x550 mm<sup>3</sup> e entalhe = 25,0 mm). O resumo dos reforços foi indicado na Tabela 2.5. Nas vigas com  $\rho_{l,t} = 3,27\%$ , cinco barras com  $\phi = 22,0$  mm foram agrupadas em duas camadas (2c). Nas vigas remanescentes, a disposição das barras foi em uma camada apenas. As peças em CRFA foram reforçadas com fibras *hooked-end*, com  $l_f/d_f = 35,0/0,55 \approx 65,0$  mm/mm e  $f_{tu,f} = 1345,0$  MPa.

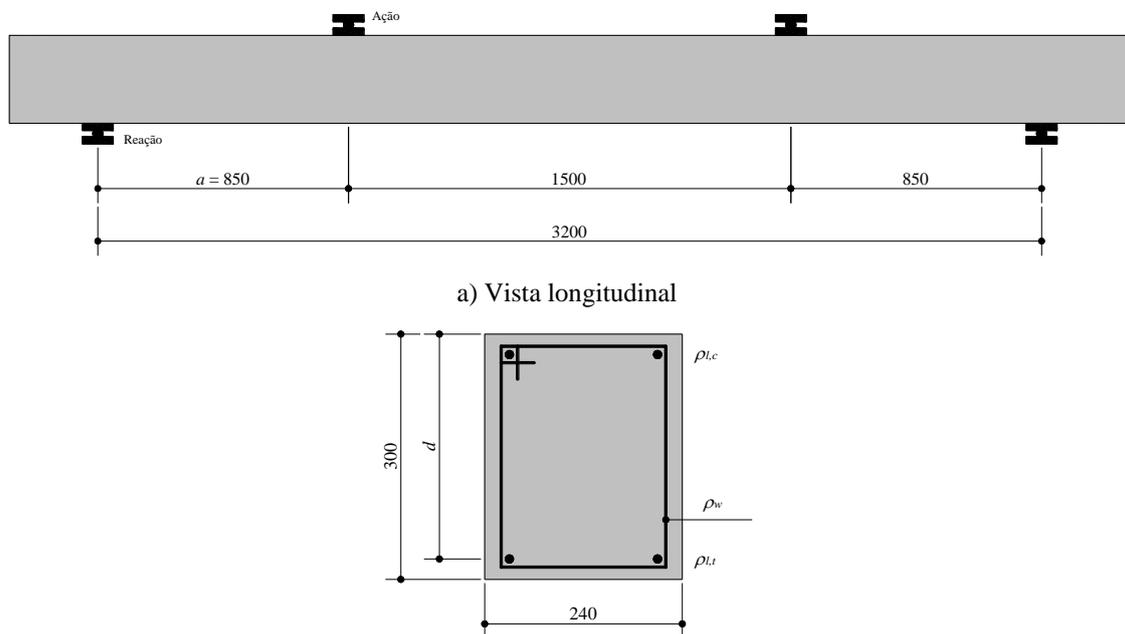


Figura 2.6. Arranjo do reforço das vigas de Dancygier e Berkover, 2016 (cotas em mm).

Tabela 2.4. Resumo das características das vigas e propriedades dos concretos de Dancygier e Berkover (2016).

ID	Caract. vigas		Compress.		Tração/flexão		
	$d$ (mm)	$a/d$	$f_{cu,m}$ (MPa)	$f_{R1}$ (MPa)	$f_{R2}$ (MPa)	$f_{R3}$ (MPa)	$f_{R4}$ (MPa)
R015F00-1	273,0	3,11	35,0	-	-	-	-
R015F00-2	273,0	3,11	36,1	-	-	-	-
R015F05-1	273,0	3,11	35,0	2,75	2,65	2,52	2,22
R015F05-2	273,0	3,11	34,6	2,75	2,65	2,52	2,22
R015F08-1	273,0	3,11	31,7	3,63	3,78	3,54	3,25
R015F08-2	273,0	3,11	32,7	3,63	3,78	3,54	3,25
R015F08-3	273,0	3,11	31,1	3,63	3,78	3,54	3,25
R040F00-1	270,0	3,15	35,7	-	-	-	-
R040F05-1	270,0	3,15	36,4	2,75	2,65	2,52	2,22
R040F05-2	270,0	3,15	35,4	2,75	2,65	2,52	2,22
R040F08-1	270,0	3,15	34,8	3,63	3,78	3,54	3,25
R040F08-2	270,0	3,15	34,9	3,63	3,78	3,54	3,25
R063F00-1	267,0	3,18	34,6	-	-	-	-
R063F08-1	267,0	3,18	32,2	3,63	3,78	3,54	3,25
R063F08-2	267,0	3,18	28,4	3,63	3,78	3,54	3,25
R063F08-3	267,0	3,18	28,9	3,63	3,78	3,54	3,25
R094F00-1	267,0	3,18	36,2	-	-	-	-
R094F08-1	267,0	3,18	38,2	3,63	3,78	3,54	3,25
R094F08-2	267,0	3,18	39,0	3,63	3,78	3,54	3,25
R126F00-1	267,0	3,18	33,6	-	-	-	-
R126F08-1	267,0	3,18	35,1	3,63	3,78	3,54	3,25
R126F08-2	267,0	3,18	33,4	3,63	3,78	3,54	3,25
R327F00-1	242,0	3,51	29,8	-	-	-	-
R327F08-1	242,0	3,51	29,0	3,63	3,78	3,54	3,25
R327F08-2	242,0	3,51	27,2	3,63	3,78	3,54	3,25

Tabela 2.5. Resumo dos reforços das vigas de Dancygier e Berkover (2016).

ID	Fibras	Reforço long. trac.		Reforço long. compr.		Reforço transversal	
	$C_f$ (%)	Nº barras	$\rho_{l,t}$ (%)	Nº barras	$\rho_{l,c}$ (%)	Arranjo	$\rho_w$ (%)
R015F00-1	0,0	2 $\phi$ 8,0	0,15	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 8,0c/200	0,20
R015F00-2	0,0	2 $\phi$ 8,0	0,15	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 8,0c/200	0,20
R015F05-1	0,5	2 $\phi$ 8,0	0,15	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 8,0c/200	0,20
R015F05-2	0,5	2 $\phi$ 8,0	0,15	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 8,0c/200	0,20
R015F08-1	0,8	2 $\phi$ 8,0	0,15	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 8,0c/200	0,20
R015F08-2	0,8	2 $\phi$ 8,0	0,15	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 8,0c/200	0,20
R015F08-3	0,8	2 $\phi$ 8,0	0,15	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 8,0c/200	0,20
R040F00-1	0,0	2 $\phi$ 8,0+2 $\phi$ 10,0	0,40	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 10,0c/200	0,33
R040F05-1	0,5	2 $\phi$ 8,0+2 $\phi$ 10,0	0,40	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 10,0c/200	0,33
R040F05-2	0,5	2 $\phi$ 8,0+2 $\phi$ 10,0	0,40	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 10,0c/200	0,33
R040F08-1	0,8	2 $\phi$ 8,0+2 $\phi$ 10,0	0,40	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 10,0c/200	0,33
R040F08-2	0,8	2 $\phi$ 8,0+2 $\phi$ 10,0	0,40	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 10,0c/200	0,33
R063F00-1	0,0	2 $\phi$ 16,0	0,63	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 10,0c/200	0,33
R063F08-1	0,8	2 $\phi$ 16,0	0,63	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 10,0c/200	0,33
R063F08-2	0,8	2 $\phi$ 16,0	0,63	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 10,0c/200	0,33
R063F08-3	0,8	2 $\phi$ 16,0	0,63	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 10,0c/200	0,33
R094F00-1	0,0	3 $\phi$ 16,0	0,94	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 10,0c/100	0,65
R094F08-1	0,8	3 $\phi$ 16,0	0,94	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 10,0c/100	0,65
R094F08-2	0,8	3 $\phi$ 16,0	0,94	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 10,0c/100	0,65
R126F00-1	0,0	4 $\phi$ 16,0	1,26	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 10,0c/100	0,65
R126F08-1	0,8	4 $\phi$ 16,0	1,26	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 10,0c/100	0,65
R126F08-2	0,8	4 $\phi$ 16,0	1,26	2 $\phi$ 8,0	0,15	$\phi$ 10,0c/100	0,65
R327F00-1	0,0	5 $\phi$ 22,0 (2c)	3,27	2 $\phi$ 12,5	0,40	$\phi$ 10,0c/75	0,87
R327F08-1	0,8	5 $\phi$ 22,0 (2c)	3,27	2 $\phi$ 12,5	0,40	$\phi$ 10,0c/75	0,87
R327F08-2	0,8	5 $\phi$ 22,0 (2c)	3,27	2 $\phi$ 12,5	0,40	$\phi$ 10,0c/75	0,87

Relações  $P$ - $\delta$  foram exploradas para explicar o comportamento das vigas, ver Figura 2.7, onde  $P$  = carga que solicita a viga, ver ponto de ação na Figura 2.6a, e  $\delta$  = deslocamento central da viga. Inquirindo a figura susodita, sem pormenorizar, notou-se que os consumos  $C_f = 0,5$  e  $0,8$  % foram suficientes para aprimorar a resistência das vigas em CA somente para taxas  $\rho_{l,t} \leq 0,40$  %. Para taxas maiores, as peças em CA e em CRFA apresentaram resistências próximas. A ductilidade parca das vigas em CRFA com  $\rho_{l,t} \leq 0,4$  % também foi digna de nota. Segundo os autores, essa ductilidade depreciada foi consequência de um mecanismo localizado, isto é, a formação de uma rótula plástica local, que intensificou os esforços nas barras longitudinais tracionadas, ocasionando, assim, a ruína antecipada dessas peças. Essa possibilidade de ruína, inclusive, já havia sido comentada antes, em Dancygier e Savir (2006). Nessa esfera, sugeriu-se, até mesmo, a averiguação de taxas mínimas de reforço longitudinal diferenciadas para as vigas em CRFA, tencionando, justamente, evitar ocorrências do

gênero. Essa particularidade negativa, porém, não marcou a resposta das vigas em CRFA com  $\rho_{l,t} \geq 0,63$  %. Nas peças com  $\rho_{l,t} \geq 1,26$  %, a maior ductilidade foi, inclusive, despontada nas vigas reforçadas com fibras de aço.

Adicionalmente, vale frisar que as vigas em CRFA com  $\rho_{l,t} \geq 0,40$  % apresentaram respostas  $P-\delta$  similares. Em alguns casos,  $\rho_{l,t} = 0,63$  e  $0,94$  %, sem distinção significativa até mesmo com as suas respectivas vigas em CA. A pouca diferença no comportamento das peças em CRFA poderia ser atribuída à seleção indevida das fibras de aço, especificamente quanto ao comprimento,  $l_f = 35,0$  mm. Sem aderência/ancoragem adequada, o desempenho do CRFA foi restringido, resultando em respostas residuais módicas, ver tensões  $f_{Ri}$  na Tabela 2.4. Especula-se, até mesmo, que essa condição também poderia justificar a ruína antecipada das vigas em CRFA com  $\rho_{l,t} = 0,15$  e  $0,40$  %, que penalizou, ao fim, a ductilidade dessas peças.

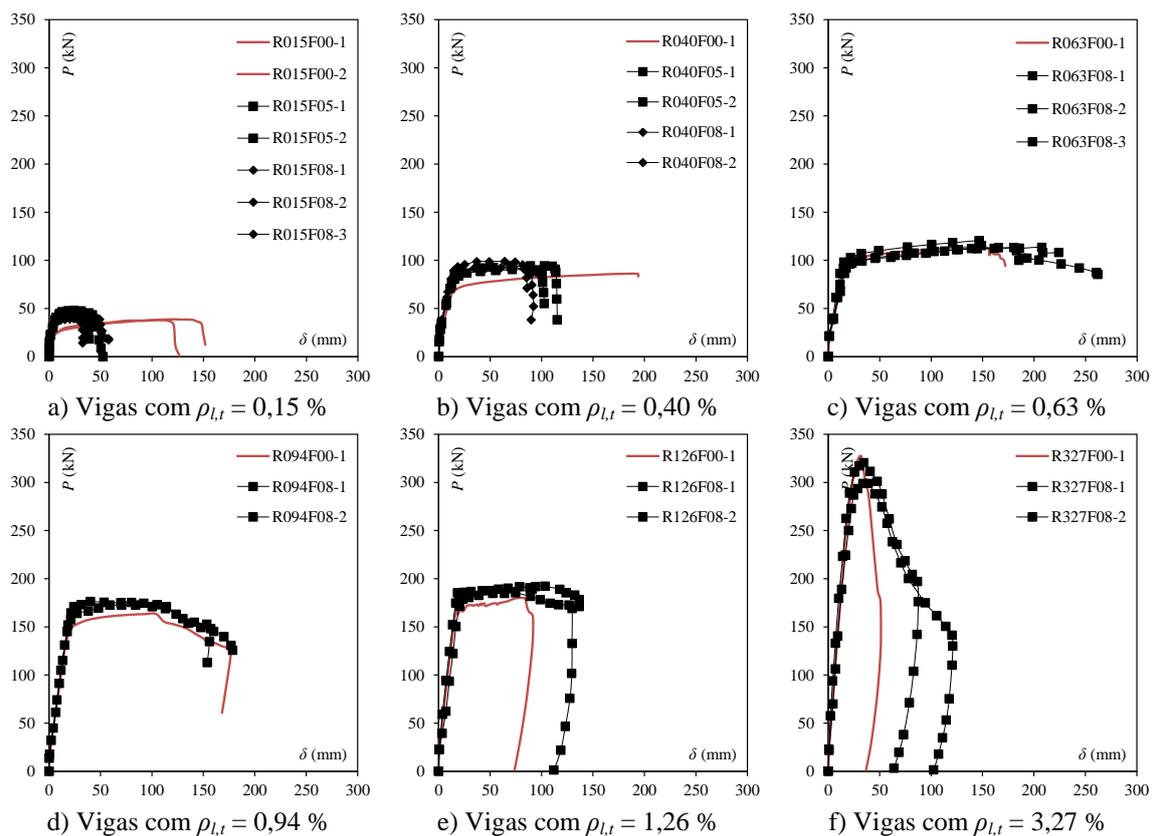


Figura 2.7. Relações carga-deslocamento das vigas de Dancygier e Berkover (2016).

Com a tenção de investigar o efeito combinado da taxa  $\rho_{l,t}$  e do consumo  $C_f$  em vigas de elevada resistência sem reforço transversal,  $\rho_w = 0,0$  %, Yang *et al.* (2018) ensaiaram nove vigas, sendo duas peças em CA e sete em CRFA. As vigas apresentaram

150x250x2000 mm<sup>3</sup> de dimensão. Nessa investida, as peças foram agrupadas em duas séries, R07, com  $\rho_{l,t} = 0,7 \%$ , e R30, com  $\rho_{l,t} = 3,0 \%$ . O detalhamento das vigas foi indicado nas Figuras 2.8 e 2.9, respectivamente para as séries R07 e R30. Os quocientes  $a/d$  manuseados nas séries R07 e R30 foram, nessa ordem, 3,0 e 3,3. Nas vigas em CRFA, fibras *hooked-end*, com  $l_f/d_f = 35,0/0,55 \approx 65,0$  mm/mm e  $f_{u,f} = 1400,0$  MPa, foram empregadas. Além da taxa  $\rho_{l,t}$ , o consumo  $C_f$  também figurou uma variável do estudo, alternando em 0,25, 0,50, 0,8 e 1,0 %.

Para identificar as propriedades mecânicas dos concretos à compressão e à tração na flexão, ensaios de compressão axial em cilindros (diâmetro = 100,0 mm e altura = 200,0 mm) e ensaios de flexão em quatro pontos em prismas não entalhados (dimensão dos prismas = 100x100x400 mm<sup>3</sup>) foram praticados, respectivamente. Um resumo dos ensaios de caracterização dos concretos foi apontado na Tabela 2.6, sendo  $f_{PI}$  = tensão correspondente ao primeiro pico de carga,  $f_{Pmax}$  = tensão correspondente à carga máxima,  $f_{L300}$  = tensão residual correspondente ao deslocamento  $L/300$  e  $f_{L150}$  = tensão residual correspondente ao deslocamento  $L/150$ . Oportunamente, comenta-se que  $f_{Pmax} = f_{PI}$  sempre que o concreto apresentar comportamento residual *softening*, *id est*, com amolecimento.

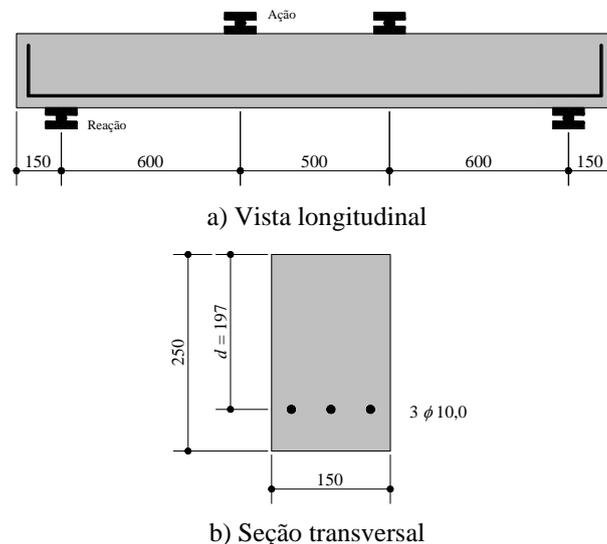
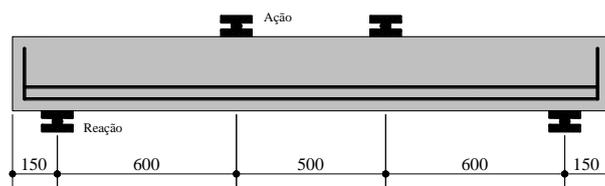
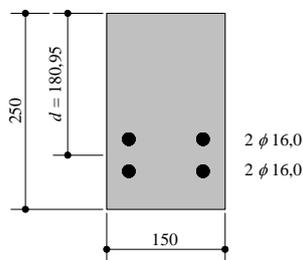


Figura 2.8. Arranjo do reforço das vigas com  $\rho_{l,t} = 0,7 \%$  de Yang *et al.*, 2018 (cotas em mm).



a) Vista longitudinal



b) Seção transversal

Figura 2.9. Arranjo do reforço das vigas com  $\rho_{l,t} = 3,0\%$  de Yang *et al.*, 2018 (cotas em mm).

Tabela 2.6. Resumo das propriedades dos concretos de Yang *et al.* (2018).

ID	Compressão		Tração/flexão		
	$f_{c,m}$ (MPa)	$f_{Pl}$ (MPa)	$f_{Pmax}$ (MPa)	$f_{L300}$ (MPa)	$f_{L150}$ (MPa)
R07F00	60,5	4,92	4,92	-	-
R07F02	62,9	5,13	5,13	3,78	2,67
R07F05	62,8	5,19	6,03	5,76	3,90
R07F08	72,0	-	-	-	-
R30F00	60,5	4,92	4,92	-	-
R30F02	62,9	5,13	5,13	3,78	2,67
R30F05	62,8	5,19	6,03	5,76	3,90
R30F08	62,3	5,58	8,85	8,70	6,84
R30F10	59,4	5,25	10,47	9,84	8,28

As respostas *carga-deslocamento*,  $P-\delta$ , das vigas das séries R07 e R30 foram mostradas nas Figuras 2.10a e 2.10b, respectivamente. Sendo  $P$  = carga que solicita a viga e  $\delta$  = deslocamento central da viga. Explorando inicialmente a Figura 2.10a, notou-se, de fato, certa eficácia das fibras no reforço à flexão das vigas em CRFA, comparativamente à viga em CA. Contudo, essa condição foi perdida na extensão final da resposta  $P-\delta$ , especificamente para  $\delta > 50,0$  mm. Ainda assim, generalistamente falando, as peças em CRFA foram as mais resistentes e dúcteis/tenazes. A viga R07F08 foi, porém, a exceção quanto à ductilidade/tenacidade, pois registrou uma extensão residual abreviada. Os autores especularam que o consumo elevado de fibras,  $C_f = 0,8\%$ , mal homogeneizado em certa extensão da viga foi a razão. Nessas seções menos reforçadas da viga R07F08, as barras de aço do reforço longitudinal tracionado foram mais solicitadas com o início e avanço das fissuras de flexão, o que culminou na ruína prematura dessa peça. Após

assegurar uma resposta residual modesta, a viga em CA ruiu por cisalhamento, enquanto as vigas em CRFA ruíram por flexão.

Agora, iniciando a leitura da Figura 2.10b, percebeu-se, excluindo a viga R30F10, que a ruína por cisalhamento prevaleceu entre as peças da série R30. Em verdade, essa condição foi aguardada, dada a elevada taxa  $\rho_{l,t}$  e a ausência de reforço transversal,  $\rho_w = 0,0 \%$ . Nesse cenário próprio, notou-se que os consumos  $C_f = 0,25$  e  $0,50 \%$  foram suficientes para favorecer a resistência das vigas R30F02 e R30F05, não obstante, módicos para assegurar ductilidade/tenacidade apropriada, relativamente à viga em CA. Aumentando o consumo para  $C_f = 0,8 \%$ , maiores resistências foram propiciadas, o que despontou a relevância do consumo adequado na dosagem de CRFAs. Ainda assim, o modo de ruína seguiu igual, por cisalhamento. Apenas na viga R30F10, com  $C_f = 1,0 \%$ , as fibras de aço foram eficientes o bastante para alterar o modo de ruína de cisalhamento/frágil para flexão/dúctil. Nessa peça, a ruína por esmagamento do concreto foi identificada. Ainda assim, a resposta da viga R30F10 não foi marcada por um comportamento dúctil/tenaz.

Roborada a possibilidade de reforçar transversalmente vigas em CRFA somente com fibras de aço, desde que selecionado adequadamente o consumo  $C_f$ , evidentemente, julgou-se, nesse momento, o efeito síncrono da taxa  $\rho_{l,t}$  e do consumo de fibras  $C_f$  no reforço à flexão de vigas em CRFA. Para esse fim, apenas as respostas  $P-\delta$  das vigas em CRFA das séries R07 e R30 foram analisadas. Nas vigas da série R07, resultados próximos marcaram, no geral, o comportamento das peças reforçadas com fibras. Nessa circunstância, a ação de reforço das fibras de aço foi claramente impedida pelo reforço longitudinal tracionado. A valer, as respostas das vigas em CRFA da série R07 foram parcamente superiores à viga em CA. Quanto às peças da série R30, resultados distintos foram anunciados. Esse episódio aconteceu, porém, exclusivamente pela predominância de ruínas por cisalhamento. Assim, a notabilidade da ação das fibras se deu no reforço transversal e não no longitudinal. Reputa-se, fortemente, inclusive, que se a resistência ao cisalhamento das peças em CRFA da série R30 tivesse sido assegurada por barras de aço e fibras de aço, resultados  $P-\delta$  análogos poderiam ser aguardados para as vigas em CA e em CRFA.

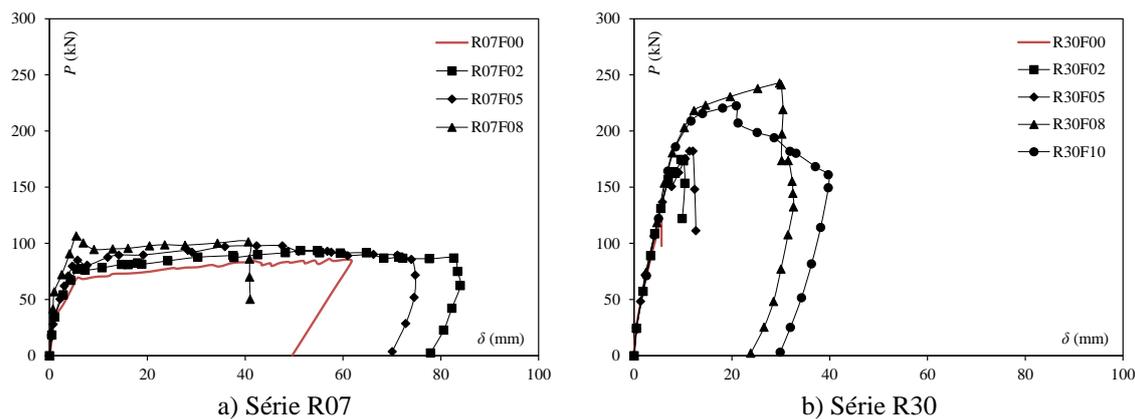
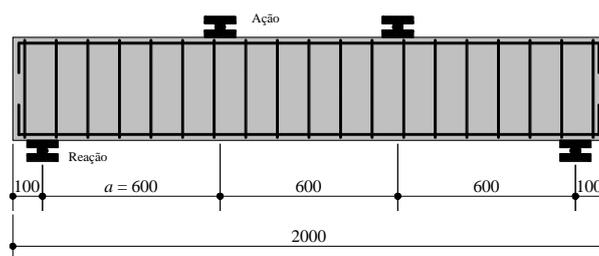


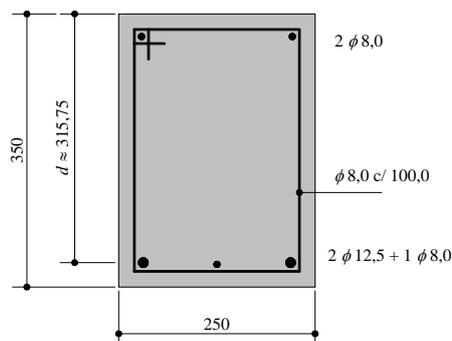
Figura 2.10. Relações carga-deslocamento das vigas de Yang *et al.* (2018).

### 2.3. MODELAGEM DE VIGAS EM CRFA

Na sequência, algumas pesquisas numéricas foram comentadas. Na investigação de Özcan *et al.* (2009) três vigas idênticas em CRFA foram ensaiadas até a ruína para ajuizar a possibilidade de reproduzir o comportamento desse tipo de viga a partir de análises numéricas. As peças apresentaram  $250 \times 350 \times 2000 \text{ mm}^3$  de dimensão. Fibras Dramix<sup>®</sup> 80/60 BN foram manuseadas, com conformação *hooked-end*,  $l_f/d_f = 60,0/0,75 \approx 80,0 \text{ mm/mm}$  e  $f_{u,f} > 1050,0 \text{ MPa}$ . O consumo  $C_f$  utilizado foi de 0,4 %. O arranjo do reforço longitudinal e transversal foi indicado na Figura 2.11, onde se percebeu que a razão  $a/d \approx 2,0$  foi empregada. Do exposto, constatou-se  $\rho_{l,t} \approx 0,37 \%$ ,  $\rho_{l,c} \approx 0,13 \%$  e  $\rho_w \approx 0,4 \%$ . A resposta à compressão dos concretos foi obtida a partir de ensaios de compressão axial em cilindros (diâmetro = 150,0 mm e altura = 300,0 mm). A resposta à tração dos concretos não foi comentada, mas testes de flexão em quatro pontos em prismas não entalhados foram conduzidos para revelar a tenacidade dos concretos (dimensão dos prismas: 150x150x750 mm). A Tabela 2.7 exibiu um resumo das principais características das vigas. Nessa tabela,  $f_{c,m}$  representou o valor médio do grupo de vigas.



a) Vista longitudinal



b) Seção transversal

Figura 2.11. Arranjo do reforço das vigas de Özcan *et al.*, 2009 (cotas em mm).

Tabela 2.7. Resumo das características das vigas de Özcan *et al.* (2009).

ID	$f_{c,m}$ (MPa)	$C_f$ (%)	$\rho_{l,t}$ (%)	$\rho_{l,c}$ (%)	$\rho_w$ (%)
F04	20,6	0,4	0,37	0,13	0,4

Para simular o comportamento das vigas, as peças foram modeladas tridimensionalmente com o auxílio do *software* ANSYS<sup>®</sup>. Elementos sólidos de oito nós, *Solid65*, modelaram o concreto e elementos *Link-8* reproduziram as barras dos reforços longitudinais e transversais. Vale informar que o elemento *Solid65* viabilizou a formação de fissuras nas regiões tracionadas, *smearred crack analogy*, e o esmagamento nas regiões comprimidas, *plasticity algorithm*. Diante da simetria dos ensaios de flexão das vigas, apenas um quarto da peça foi modelado. A Figura 2.12 reproduziu essa condição em função do vão  $L$  da viga, onde  $b$  = largura da seção transversal e  $h$  = altura da seção transversal. Ajustados os parâmetros numéricos, relativamente aos materiais, concreto e aço dos reforços, a resposta *carga-deslocamento*,  $P$ - $\delta$ , foi propiciada, sendo  $P$  = carga registrada na célula de carga. A Figura 2.13 confrontou os resultados experimental, curva F04 (E), e numérico, curva F04 (N). Concernentemente à resposta experimental, comenta-se que apenas o resultado médio foi divulgado.

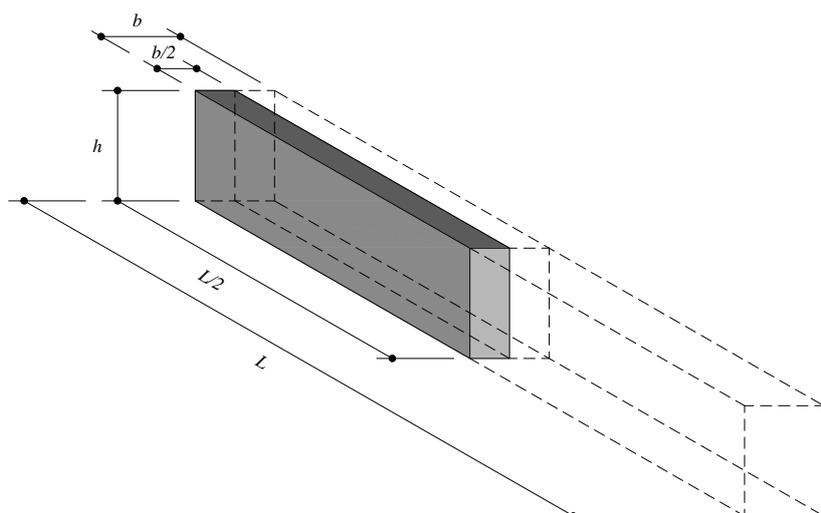


Figura 2.12. Região modelada das vigas de Özcan *et al.* (2009).

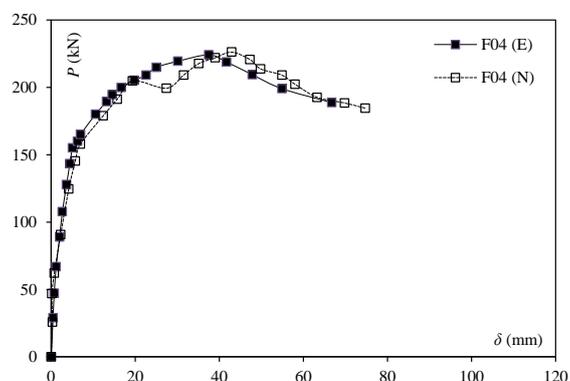


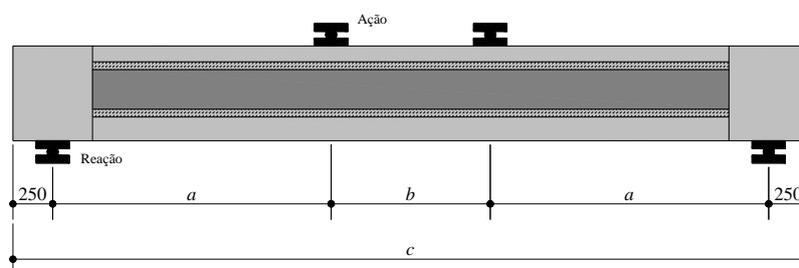
Figura 2.13. Relações carga-deslocamento das vigas de Özcan *et al.* (2009).

Observando a Figura 2.13, Özcan *et al.* (2009) comentaram que a metodologia numérica reproduziu adequadamente o resultado experimental. Segundo, ainda, os autores, as diferenças notadas se deram pelas simplificações adotadas nas simulações, como por exemplo, a desconsideração de possíveis microfissuras provenientes de retrações na fase de cura e a suposição de aderência perfeita entre as barras dos reforços e o concreto vicinal.

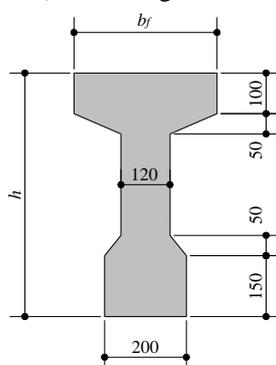
No estudo de Yang *et al.* (2011), experimentos foram conduzidos para esclarecer o comportamento à flexão de vigas protendidas em CRFA de elevada resistência. Sequencialmente, a estimativa da resistência das peças foi investigada a partir de simulações numéricas da seção transversal. Nesse cenário, quatro peças foram ensaiadas até a ruína, todas em CRFA com  $C_f = 2,0\%$ . Fibras lisas foram manuseadas, com  $l_f/d_f = 13,0/0,2 \approx 65,0$  mm/mm e  $f_{u,f} = 2500,0$  MPa. A Figura 2.14 identificou as peças e o sistema de ensaio, especificamente quanto às condições de apoio e solicitação. As

dimensões das vigas, que figuraram uma variável do estudo, foram reveladas na Tabela 2.8. Além do fator de escala, o reforço transversal também foi encarado como uma variável da análise, uma vez que a existência desse reforço pode ocasionar modificações significativas na distribuição das fibras no interior das vigas.

Assim, a viga H06W00 apresentou  $\rho_w = 0,0 \%$  e as demais vigas foram reforçadas transversalmente com  $\phi 12,5$  c/ 300,0 mm. O arranjo dos reforços não foi claramente retratado pelos autores, mas foi informado que as vigas H06W00 e H06W12 tinham dois cabos de protensão,  $\phi = 15,2$  mm, enquanto as vigas H10W12 e H13W12 tinham quatro cabos, também com  $\phi = 15,2$  mm. A Tabela 2.9 mostrou algumas propriedades dos concretos e certas características mecânicas das vigas, sendo  $f_{p,0}$  = tensão relativa à protensão inicial e  $f_{p,ef}$  = tensão relativa à protensão efetiva. Oportunamente, vale comentar que a tensão  $f_{ct,m}$  foi identificada a partir de uma análise inversa, uma vez que o comportamento à tração dos concretos foi delineado a partir de ensaios de flexão em três pontos em prismas entalhados (dimensão dos prismas = 100x100x400 mm<sup>3</sup> e entalhe = 10,0 mm). Ensaios de compressão axial em cilindros foram explorados para identificar a resposta dos concretos à compressão (diâmetro = 100,0 mm e altura = 200,0 mm).



a) Vista longitudinal



b) Seção transversal

Figura 2.14. Detalhe das vigas de Yang *et al.*, 2011 (cotas em mm).

Tabela 2.8. Resumo das características geométricas das vigas de Yang *et al.* (2011).

ID	$b_f$ (mm)	$h$ (mm)	$a$ (mm)	$b$ (mm)	$c$ (mm)
H06W00	350,0	600,0	1750,0	1000,0	5000,0
H06W12	350,0	600,0	1750,0	1000,0	5000,0
H10W12	500,0	1000,0	2750,0	1500,0	7500,0
H13W12	500,0	1300,0	2500,0	1000,0	6500,0

Tabela 2.9. Resumo das propriedades e características mecânicas das vigas de Yang *et al.* (2011).

ID	$f_{c,m}$ (MPa)	$f_{ct,m}$ (MPa)	Nº cabos	$f_{p,0}$ (MPa)	$f_{p,ef}$ (MPa)
H06W00	158,2	14,5	2 $\phi$ 16,0	490,0	445,0
H06W12	188,4	14,2	2 $\phi$ 16,0	505,0	450,0
H10W12	171,1	9,0	4 $\phi$ 16,0	475,0	425,0
H13W12	180,6	12,1	4 $\phi$ 16,0	480,0	420,0

Na abordagem numérica, que resultou em análises da seção transversal, as seções das vigas foram inicialmente discretizadas em *layers/camadas* e, então, leis constitutivas, do tipo *tensão-deformação*,  $\sigma$ - $\varepsilon$ , aplicadas. A Figura 2.15 mostrou o traçado das leis dos concretos tracionados e comprimidos,  $\sigma_{ct}$ - $\varepsilon_{ct}$  e  $\sigma_c$ - $\varepsilon_c$ , respectivamente. A resposta à compressão foi majoritariamente linear, conforme indicou os ensaios de compressão axial dos concretos, com  $\varepsilon_{c,m}$  = deformação correspondente à tensão  $f_{c,m}$  e  $E_c$  = módulo de elasticidade inicial/tangente do concreto, enquanto a resposta à tração foi do tipo *softening*, com amolecimento, sendo  $f_{ct,m}$  = resistência à tração média do concreto,  $\varepsilon_{ct,m}$  = deformação correspondente à tensão  $f_{ct,m}$ ,  $f_0$  = tensão correspondente à  $w = 0,3$  mm ( $w$  = abertura da fissura),  $\varepsilon_0$  = deformação correspondente à tensão  $f_0$ ,  $f_I$  = tensão correspondente à extensão residual,  $\varepsilon_I$  = deformação correspondente à tensão  $f_I$  e  $\varepsilon_u$  = deformação última. Nesse momento, a metodologia utilizada para estimar essas componentes de tensão e deformação não foi comentada, porém, anuncia-se que a teoria elástica foi usada para correlacionar o momento resistente apontado na análise numérica e a sua correspondente carga. A Figura 2.16 confrontou as cargas máximas,  $P_{max}$ , registradas experimentalmente e numericamente. Do exposto, percebeu-se que a abordagem numérica foi satisfatoriamente acertada para estimar a resistências das vigas investigadas experimentalmente. No que tange ao indicador  $P_{max,exp}/P_{max,num}$ , notificou-se  $P_{max,exp}/P_{max,num} \in [0,8-1,25]$ , sendo  $P_{max,exp}$  = carga máxima registrada experimentalmente e  $P_{max,num}$  = carga máxima registrada numericamente.

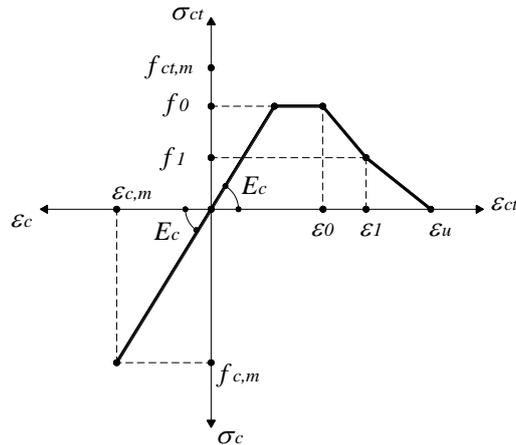


Figura 2.15. Lei constitutiva dos concretos de Yang *et al.* (2011).

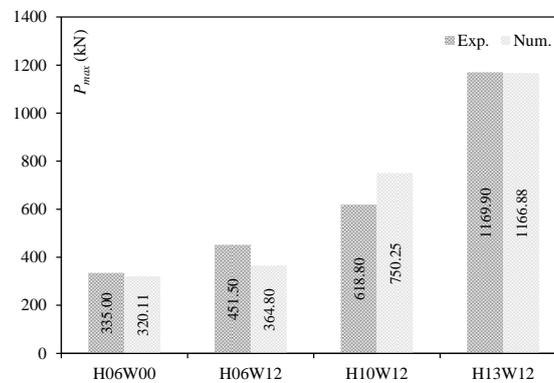
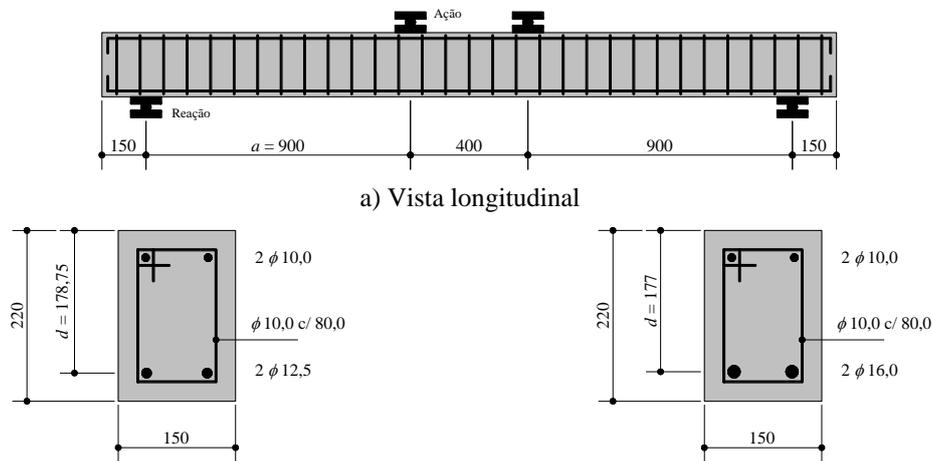


Figura 2.16. Estimativa da resistência das vigas de Yang *et al.* (2011).

Prosseguindo, introduz-se agora a investigação de Yoo e Yoon (2015), onde uma campanha experimental e análises numéricas foram conduzidas para esclarecer o impacto de alguns tipos de fibras de aço, lisas e torcidas, na resposta à flexão de vigas em concreto de elevada resistência. Destarte, comenta-se que dez vigas com  $150 \times 220 \times 2500 \text{ mm}^3$  de dimensão foram ensaiadas, sendo duas em CA e oito em CRFA. Além do tipo de fibras, a taxa  $\rho_{l,t}$  também figurou uma variável do estudo, alternando em 0,94 e 1,50 %. A Figura 2.17 detalhou o esquema do reforço convencional longitudinal/transversal e as condições de apoio e solicitação das peças. Assim, a relação  $a/d \approx 5,0$  foi praticada. O cobrimento foi de 25,0 mm. As fibras torcidas apresentaram conformação lisa, sem mecanismo de ancoragem nas extremidades, e apresentaram seção transversal quase triangular. Um resumo das características das fibras foi apontado na Tabela 2.10. Para as fibras torcidas,  $d_f = d_{f,eq}$  = diâmetro equivalente da fibra (equivalência na área da seção). A Tabela 2.11 compilou as principais características das vigas.

As respostas à compressão e à tração na flexão dos concretos foram reveladas a partir de ensaios de compressão axial em cilindros (diâmetro = 100,0 mm e altura = 200,0 mm) e ensaios de flexão em três pontos em prismas entalhados (dimensão dos prismas = 100x100x400 mm<sup>3</sup> e entalhe = 30,0 mm). As principais propriedades mecânicas dos concretos foram mostradas na Tabela 2.12, sendo  $\delta_{P_{max}}$  = deslocamento correspondente à tensão  $f_{P_{max}}$  e  $CMOD_{P_{max}}$  = CMOD correspondente à tensão  $f_{P_{max}}$  (CMOD = *Crack Mouth Opening Displacement*). As propriedades dos aços dos reforços longitudinais/transversais foram agrupadas na Tabela 2.13, sendo  $f_{s,y}$  = tensão de escoamento,  $\varepsilon_{s,y}$  = deformação correspondente à tensão  $f_{s,y}$ ,  $\varepsilon_{s,u}$  = deformação última e  $E_s$  = módulo de elasticidade do aço. Ensaios de tração axial foram operados para identificar os parâmetros dos aços.



b) Seção transversal das vigas com  $\rho_{l,t} = 0,94\%$       c) Seção transversal das vigas com  $\rho_{l,t} = 1,5\%$   
 Figura 2.17. Arranjo do reforço das vigas de Yoo e Yoon, 2015 (cotas em mm).

Tabela 2.10. Resumo das características das fibras de aço de Yoo e Yoon (2015).

ID	Fibras	Seção	$l_f$ (mm)	$d_f$ (mm)	$l_f/d_f$	$f_{u,f}$ (MPa)
L13	Lisa	●	13,0	0,2	65,0	2788,0
L20	Lisa	●	19,5	0,2	80,0	2500,0
L30	Lisa	●	30,0	0,3	100,0	2580,0
T30	Torcida	▲	30,0	0,3	100,0	2428,0

Tabela 2.11. Resumo das características das vigas de Yoo e Yoon (2015).

ID	$C_f$ (%)	$\rho_{l,t}$ (%)	$\rho_{l,c}$ (%)	$\rho_w$ (%)
R09F00	0,0	0,94	0,6	1,30
R09L13	2,0	0,94	0,6	1,30
R09L20	2,0	0,94	0,6	1,30
R09L30	2,0	0,94	0,6	1,30
R09T30	2,0	0,94	0,6	1,30
R15F00	0,0	1,50	0,6	1,30
R15L13	2,0	1,50	0,6	1,30
R15L20	2,0	1,50	0,6	1,30
R15L30	2,0	1,50	0,6	1,30
R15T30	2,0	1,50	0,6	1,30

Tabela 2.12. Resumo das propriedades dos concretos de Yoo e Yoon (2015).

ID	Compressão			Tração/flexão		
	$f_{c,m}$ (MPa)	$\varepsilon_{c,m}$ (‰)	$E_c$ (GPa)	$f_{pmax}$ (MPa)	$\delta_{pmax}$ (mm)	$CMOD_{pmax}$ (mm)
F00	200,9	-	45,27	8,18	0,0034	0,028
L13	211,8	4,53	46,73	19,26	0,54	0,66
L20	209,7	4,84	46,88	30,69	0,75	0,94
L30	209,7	4,58	46,77	31,91	1,57	2,06
T30	232,1	5,28	46,97	32,24	1,06	1,36

Tabela 2.13. Resumo das propriedades dos aços dos reforços de Yoo e Yoon (2015).

$\phi$ (mm)	$f_{s,y}$ (MPa)	$\varepsilon_{s,y}$ (‰)	$\varepsilon_{s,u}$ (‰)	$E_s$ (GPa)
10,0	491,0	2,5	20,0	200,0
12,5	495,0	2,5	20,0	200,0
16,0	510,0	2,6	19,0	200,0

Para reproduzir o comportamento das vigas mostradas na Figura 2.17, análises da seção transversal foram conduzidas. Nessa investida, aquelas seções foram discretizadas inicialmente em *layers*/camadas e sequencialmente, leis constitutivas dos materiais foram aplicadas. A Figura 2.18 retratou as leis empregadas aos concretos comprimidos,  $\sigma_c$ - $\varepsilon_c$ , e tracionados,  $\sigma_{ct}$ - $\varepsilon_{ct}$ . Do exposto, percebeu-se que a resposta residual do CRFA tracionado pôde ser delineada tanto por comportamento *softening*, com amolecimento, como *hardening*, com endurecimento. Oportunamente, comenta-se que a resposta do concreto à compressão, tanto o simples como o CRFA, foi dada por uma lei linear, pois esse padrão foi apontado experimentalmente. Ademais, para o concreto simples, ou seja, sem fibras, a resposta residual à tração da lei constitutiva foi desconsiderada.

Nesse cenário,  $f_{ct,m}$  = resistência à tração média do concreto,  $\varepsilon_{ct,m}$  = deformação correspondente à tensão  $f_{ct,m}$ ,  $f_0$  = tensão correspondente à  $w = 0,3$  mm ( $w$  = abertura da

fissura),  $\varepsilon_0$  = deformação correspondente à tensão  $f_0$ ,  $f_1$  = tensão correspondente à extensão residual,  $\varepsilon_1$  = deformação correspondente à tensão  $f_1$  e  $\varepsilon_u$  = deformação última. Para o momento, as estimativas dessas componentes de tensão e deformação não foram comentadas. Contudo, importa anunciar que um fator  $\kappa_o = 0,8$  foi aplicado às tensões  $f_0$  e  $f_1$  para ponderar o fator de orientação das fibras na massa de concreto, conforme apontado em AFGC/SETRA (2002).

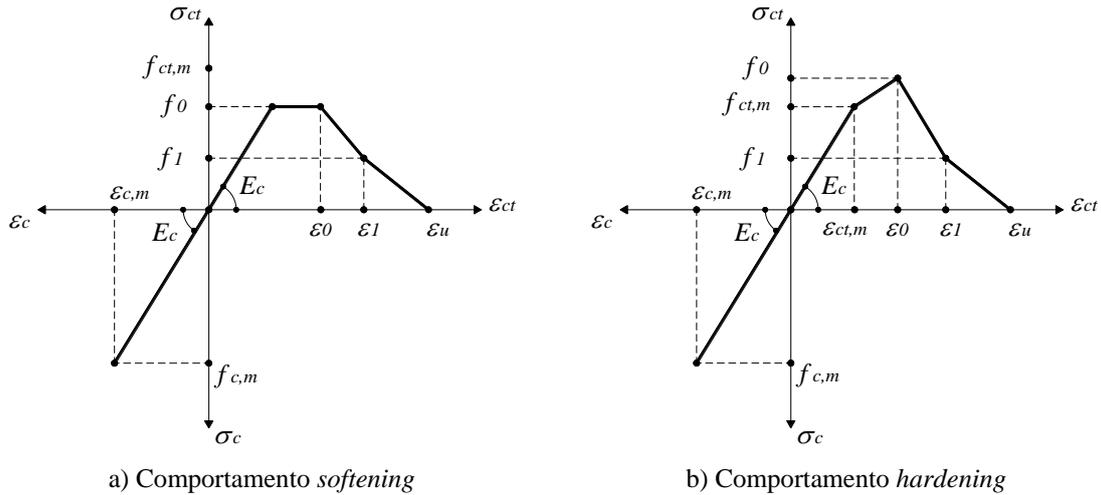


Figura 2.18. Leis constitutivas dos concretos de Yoo e Yoon (2015).

Uma vez que a análise se deu na seção transversal das vigas, relações *momento-curvatura*,  $m-\varphi$ , foram reveladas ao fim do cálculo numérico. Assim, para confrontar as respostas numéricas e experimentais, teorias elásticas foram manuseadas para transformar a relação  $m-\varphi$  na relação  $P-\delta$ , onde  $P$  = carga registrada na célula de carga e  $\delta$  = deslocamento central da viga. As expressões Eq. 2.1 e 2.2 denotaram essas conversões. Na equação da curvatura,  $L$  = vão da viga e  $I$  = momento de inércia da seção da viga. As simulações obtidas, juntamente com os registros experimentais, foram apontadas nas Figuras 2.19 e 2.20 para as vigas com  $\rho_{l,t} = 0,94$  e  $1,5$  %, respectivamente, já em termos da relação  $P-\delta$ . Segundo os autores, a seleção do fator  $\kappa_o = 0,8$  foi primordial para assegurar a concordância entre as simulações e os registros experimentais. A desconsideração desse parâmetro ocasionaria em respostas numéricas com maior rigidez à flexão fissurada e maior capacidade portante, comparativamente aos registros experimentais.

$$m = 0,5 \cdot P \cdot a$$

Eq. 2.1

$$\varphi = \frac{m}{E_c \cdot I} = \frac{24}{3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2} \cdot \delta$$

Eq. 2.2

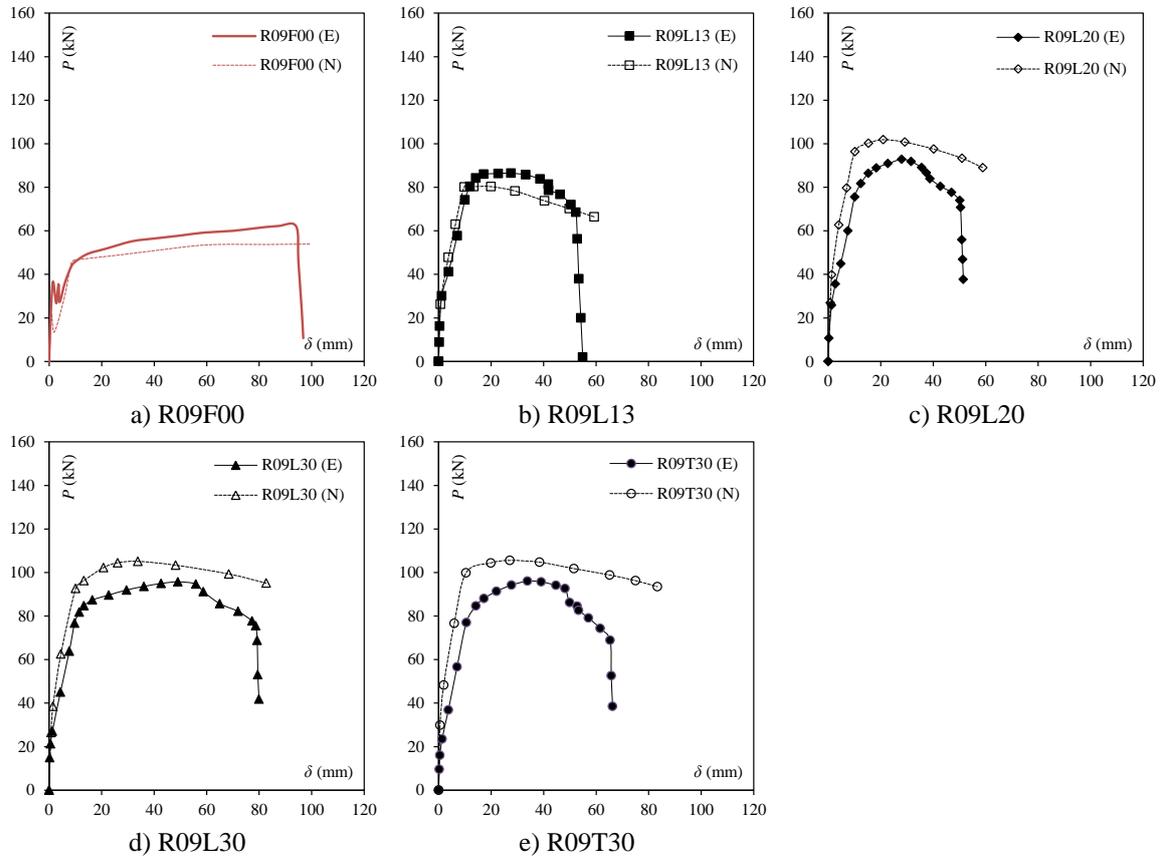


Figura 2.19. Relações carga-deslocamento das vigas com  $\rho_{l,t} = 0,94\%$  de Yoo e Yoon (2015).

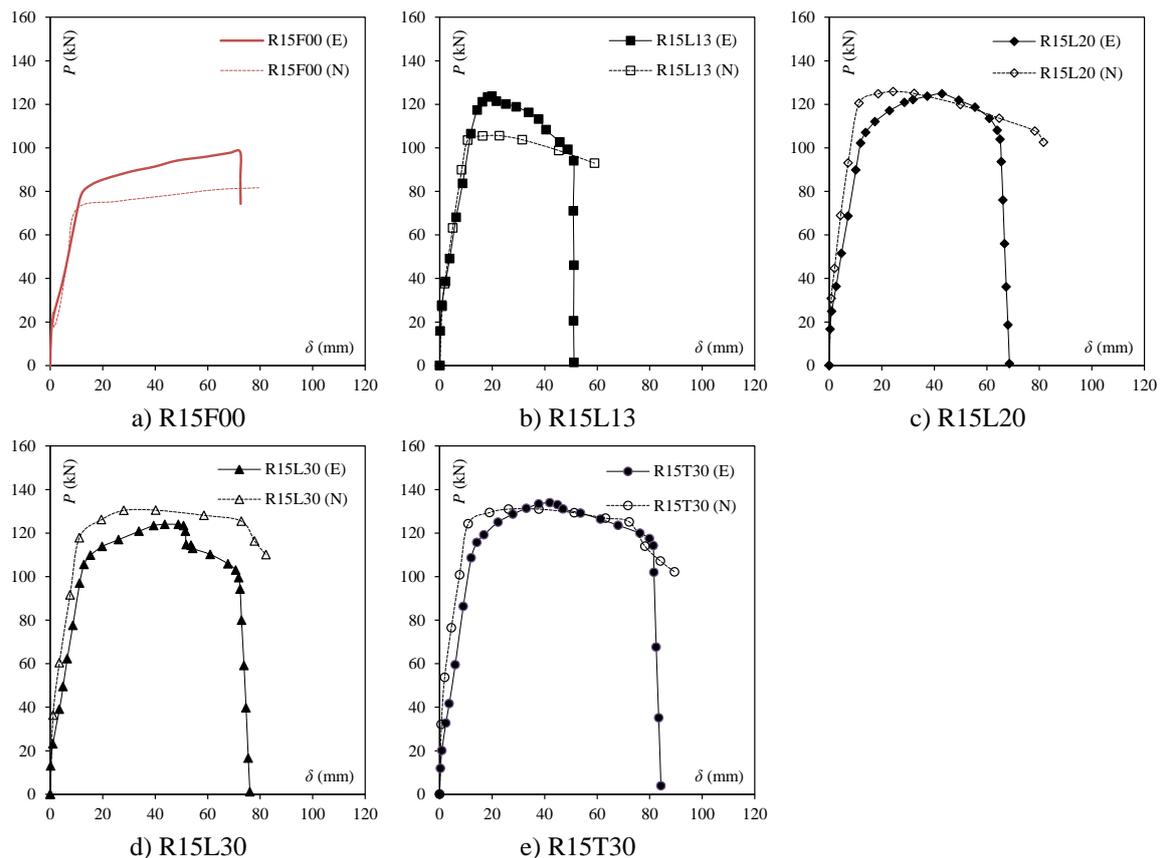


Figura 2.20. Relações carga-deslocamento das vigas com  $\rho_{l,t} = 1,5\%$  de Yoo e Yoon (2015).

## 2.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Anteriormente, algumas explorações experimentais e numéricas foram comentadas com o intuito de nortear quanto ao estado da arte sobre a teoria de flexão de vigas em CRFA. Assente na discussão pregressa, primeiramente, constatou-se, de modo quase inquestionável, inclusive, o potencial das fibras de aço para desempenharem a função de reforço transversal principal. Nesse contexto, Sahoo e Kumar (2015) e Yang *et al.* (2018), por exemplo, apontaram que as fibras de aço, se bem dosadas, evidentemente, puderam possibilitar a supressão total do reforço transversal convencional, sem, porém, comprometer a resposta mecânica/estrutural desse tipo de viga.

Diferente do excepcional desempenho como reforço transversal, a contribuição das fibras de aço no reforço longitudinal de vigas em concreto parece ter sido controverso. Primeiro, Dancygier e Berkover (2016) alertaram para a formação de um mecanismo localizado em vigas em CRFA com reduzida/moderada taxa de reforço longitudinal tracionado,  $\rho_{l,t} \leq 0,4\%$ . No corrente cenário, os esforços nos reforços longitudinais

convencionais foram intensificados e a ruína antecipada, comprometendo, assim, a ductilidade dessas peças. Segundo os mesmos autores, para evitar essa ocorrência, a taxa de reforço susodita precisou ser aumentada,  $\rho_{l,t} \geq 0,63 \%$ .

Contudo, percebeu-se que simplesmente aumentar a taxa  $\rho_{l,t}$  não se mostrou uma solução totalmente eficiente para evitar/minimizar a ocorrência do problema localizado comentado antes, pois projetos de vigas em CRFA com desproporção na taxa de reforço longitudinal, comparativamente ao consumo de fibras, também se mostraram contraproducente. Nessa nova conjuntura, de projetos indevidos, o mecanismo de reforço provido pelas fibras de aço pode ser drasticamente inibido pelo reforço convencional, como se identificou em Sahoo e Kumar (2015), Gomes (2016), Dancygier e Berkover (2016) e Yang *et al.* (2018). Em situações extremas, onde a taxa  $\rho_{l,t}$  foi exacerbadamente elevada,  $\rho_{l,t} = 3,0 \%$ , Dancygier e Berkover (2016) mostraram que as fibras de aço foram mobilizadas exclusivamente aos esforços transversos. Advertências também foram apontadas quanto ao consumo de fibras. Dosagens elevadas de fibras podem comprometer o preparo dos CRFAs. Sahoo e Kumar (2015) sugeriu restringir o consumo  $C_f$  em 1,0 %, enquanto Yang *et al.* (2018) em 0,8 %.

No campo numérico, tanto a modelagem tridimensional, desenvolvida em Özcan *et al.* (2009), como a modelagem da seção transversal, praticada em Yang *et al.* (2011) e Yoo e Yoon (2015), ambas as metodologias se mostraram eficientes para reproduzir o comportamento à flexão de vigas em CRFA. Ainda assim, vale frisar que a modelagem espacial, além de ter sido mais complexa, envolvendo o manuseio de parâmetros de difícil confirmação experimental, também imprimiu um esforço computacional maior, o que resultou, inclusive, na modelagem de apenas um quarto da viga de Özcan *et al.* (2009).

A modelagem da seção transversal, apesar de simples realização e exigir o manuseio de parâmetros práticos, como por exemplo,  $f_{c,m}$ ,  $E_c$ ,  $f_{ct,m}$ ,  $f_{Ri}$ ,  $f_{s,y}$ ,  $E_s$ , entre outros, apresentou a inconveniência de revelar prontamente a relação *momento-curvatura*. Assim, reconhecendo que nos experimentos de vigas os resultados foram frequentemente apontados em termos da relação *carga-deslocamento*, transformações foram sempre exigidas para converter a relação *momento-curvatura* na relação *carga-deslocamento*.

Consequentemente, essa transformação, se mal executada, poderia introduzir incertezas nas estimativas numéricas.

### 3. ARTIGO

## **AÇÃO COMBINADA DOS REFORÇOS CONVENCIONAIS E FIBRAS DE AÇO NO PROJETO À FLEXÃO DE VIGAS EM CONCRETO: INSPEÇÃO NUMÉRICA**

*COMBINED ACTION OF CONVENTIONAL REINFORCEMENT AND STEEL FIBRES IN FLEXURAL DESIGN OF CONCRETE BEAMS: NUMERICAL INQUIRY*

Sandro Ferreira Barreto

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará

### **RESUMO**

A presente pesquisa tencionou contribuir ao estudo de vigas em concreto reforçado com fibras de aço (CRFA), especificamente no âmbito da análise numérica. Para esse fim, o *software* DOCROS (*Design Of CROss Sections*) foi manuseado para modelar a seção transversal de vigas em concreto armado (CA) e em CRFA ensaiadas outrora. Calibrados os modelos numéricos, análises paramétricas foram ideadas, tendo como alvo principal a compreensão da ação sincrônica do reforço convencional, barras de aço, e das fibras de aço, uma vez que, em projetos indevidos o mecanismo de reforço provido pelas fibras pode ser inibido pelo reforço convencional. Os resultados, expressos aqui a partir de relações *carga-deslocamento*, proporcionaram a identificação da inibição comentada antes. Assim, o conceito de curva de reforço foi introduzido, o que assegurou apontar a condição ideal de reforço para uma viga em CRFA. Ao fim, metodologias de análise estrutural foram manuseadas, em termos de recomendações de projeto, o que propiciou a elaboração de projetos de vigas em CRFA, onde o reforço convencional não inibe a ação das fibras.

Palavras-chave: Concreto, Fibra de aço, Viga, Investigação numérica, Recomendação de projeto.

### **ABSTRACT**

In order to shore up the steel fibre reinforcement concrete beam theory (SFRC-beam), the current research has been planned on a numerical groundwork. As such, some cross-sections of reinforced concrete beams (RC-beams) and SFRC-beams, previously tested, have been numerically modeled by means of DOCROS software (*Design Of CROss Sections*). In an effort to clarify the combined action of both conventional reinforcement for RC-beams as well as the mechanical reinforcement provided by the steel fibres, once in improper design the first reinforcement, the conventional one, could easily hold down the second one, parametric analyses have been performed. *Load-displacement* relationships had been handled to point out the research targets, *i.e.*, reinforcement combined action comprehension. Hereafter, the reinforcement curve proposal had been introduced and ideal conditions to strengthen SFRC-beams were brought to light as well. All in all, design guidelines have been made known to safeguard the design of SFRC-beams where both reinforcements, conventional and fibres, could efficiently work together.

Keywords: Concrete, Steel fibre, Beam, Numerical inquiry, Design guideline.

## 1. INTRODUÇÃO

Sabe-se publicamente que o reforço provido pelas barras de aço, ou barras de ferro, em tempos remotos, praticamente acompanhou a história do concreto armado (CA). Esse elemento de reforço, indispensável inclusive nos dias atuais, é responsável, via de regra, por assegurar a capacidade portante e a ductilidade/tenacidade dos elementos estruturais em CA. Contudo, hodiernamente, esse cenário pode estar prestes a mudar, uma vez que experimentos com o concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) vêm destacando, desde o início da década de 60, Romualdi e Ramey (1965), de Vekey e Majumdar (1968), Vasilos e Wolff (1966), entre outros, o potencial das fibras de aço para exercer a responsabilidade de reforço principal de certos elementos estruturais, nomeadamente as vigas e as lajes. Experimentos do gênero podem ser consultados em Tan *et al.* (1993), Khaloo e Afshari (2005), Sorelli *et al.* (2006), Nguyen-Minh *et al.* (2012), Sahoo e Sharma (2014), Mertol *et al.* (2015), Barros *et al.* (2015), Gao *et al.* (2020), Zhu *et al.* (2020), entre outros. Elementos estruturais em CRFA diferentes, tais como os pilares e as fundações, especificamente os blocos sobre estacas, também vêm sendo investigados, Ganesan e Murthy (1990), Lu *et al.* (2007), Germano *et al.* (2016) e Aoude *et al.* (2020), conquanto, as vigas e as lajes, inegavelmente estão em uma posição de destaque.

Relativamente às vigas em CRFA, pesquisas experimentais continuam sendo desenvolvidas para esclarecer, sempre mais, o impacto das fibras de aço no comportamento mecânico desse elemento estrutural diante diferentes solicitações, flexão, cisalhamento, torção e flexo-torção, consultar, por exemplo, Rao e Seshu (2003), Ding (2011), Okay e Engin (2012), Parvez e Foster (2015), Yoo *et al.* (2015) e Raju *et al.* (2020). Nesse enquadramento, até mesmo a ligação *viga-pilar* é investigada, conforme relatado em Jiuru *et al.* (1992), Chidambaram e Agarwal (2015), Li *et al.* (2018) e Zhang *et al.* (2020). Contemporaneamente, com o avanço das técnicas de medição, *exempli gratia*, a técnica DIC (*Digital Image Correlation*), descobertas diferenciadas vêm sendo apontadas, principalmente no que concerne ao deslizamento da superfície de ruína de vigas cisalhando, Gali e Subramaniam (2017a), Gali e Subramaniam (2017b), Soetens *et al.* (2017) e Lakavath *et al.* (2019). Não obstante, os ensaios experimentais não figuram o único meio de exploração, as investigações numéricas também já se mostraram uma metodologia proffícua, com competência para revelar informações apropositadas. Os trabalhos de Barros e Figueiras (1999), Özcan *et al.* (2009), Campione (2012), Blanco *et al.* (2015), Teixeira *et al.* (2015) e Bernardi *et al.* (2016) são registros de estudos numéricos.

Apresentados os fatos iniciais, publica-se nesse momento a proposta da corrente pesquisa, que diz respeito à compreensão do efeito combinado do reforço convencional das vigas em CA, barras de aço, e do reforço provido pelas fibras de aço. Dessa maneira, buscou-se apontar análises que viabilizassem a elaboração eficiente de projetos à flexão de vigas em CRFA, onde, o reforço convencional não inibisse a ação de reforço das fibras. Vale frisar que esse episódio pode acontecer também em vigas torcidas. Nessa conjuntura, Mansur *et al.* (1989) ensaiaram seis vigas à torção pura, com o propósito de esclarecer o efeito combinado do reforço convencional e fibras de aço. Ao fim, os resultados apontaram comportamento símil para as vigas em CA e em CRFA, quando se empregou consumos de fibras,  $C_f$ , variando entre 0,5 e 1,0 % e taxas de reforço longitudinal e transversal de 0,6 e 0,2 %, respectivamente. Circunstância análoga aconteceu no estudo de Rao e Seshu (2005). Nessa pesquisa, quinze vigas

foram ensaiadas à torção pura. Tendo o mesmo desígnio do estudo anterior, as vigas de Rao e Seshu tiveram as taxas de reforço longitudinal e transversal variando, nessa ordem, entre 0,5 e 1,6 % e entre 0,6 e 1,1 %. O consumo  $C_f$  alternou entre 0,3 e 1,13 %, contudo, outra vez, o comportamento das peças em CA e CRFA foi praticamente invariável.

No que tange às explorações sobre flexão em vigas, objeto de estudo da presente pesquisa, aponta-se, inicialmente, a iniciativa de Sahoo e Kumar (2015), que ensaiaram quatro vigas à flexão simples para discutir a possibilidade de reforçar transversalmente vigas em CRFA somente com fibras de aço. Nesse experimento, a taxa de reforço longitudinal tracionado das peças,  $\rho_{l,t}$ , foi 1,0 %, enquanto que a taxa de reforço transversal,  $\rho_w$ , alternou em 0,0 e 0,2 %. O consumo  $C_f$  variou entre 1,0 e 1,5 %. Terminados os ensaios, os resultados apontaram o desempenho superior das vigas em CRFA, relativamente à viga em CA. Porém, o reforço assegurado pelas fibras de aço pareceu ter sido coibido, uma vez que aumentar o consumo  $C_f$  de 1,0 para 1,5 % modificou quase nada o desempenho mecânico das vigas em CRFA.

Adicionalmente, comenta-se também a pesquisa de Yang *et al.* (2018), onde nove vigas foram ensaiadas. O alvo dessa investigação foi especular a possibilidade de reforçar transversalmente vigas em CRFA somente com fibras de aço e mais, averiguar o efeito combinado das fibras de aço e da taxa  $\rho_{l,t}$  no reforço à flexão das vigas em CRFA. Para esse fim, as peças foram agrupadas em duas séries, onde a taxa  $\rho_{l,t}$  alternou em 0,7 e 3,0 %. A taxa  $\rho_w = 0,0$  % foi praticada em todas as vigas e o consumo  $C_f$  variou entre 0,25 e 1,0 %. Nas vigas da série com  $\rho_{l,t} = 0,7$  %, apenas a resposta da viga com  $C_f = 0,8$  % foi minimamente destacada, mas, de um modo geral, o comportamento das vigas em CA e CRFA foram cômparos. Nada obstante, nas vigas da outra série, com  $\rho_{l,t} = 3,0$  %, as peças em CRFA se sobressaíram, quando comparadas à viga em CA. Essa circunstância, contudo, só aconteceu devido à predominância de ruínas por cisalhamento. Logo, a eficácia das fibras se deu no reforço transversal e não no longitudinal, *i.e.*, de flexão. Acredita-se que se a resistência ao cisalhamento das vigas dessa série fosse assegurada por barras de aço e fibras de aço, comportamentos próximos poderiam ser aguardados para as vigas em CA e em CRFA. A investida de Gomes (2016) foi outro exemplo de perquirição sobre vigas em CRFA, em que as fibras tiveram o seu reforço à flexão cerceado pelo reforço convencional. Esse estudo, discutido ulteriormente, foi eleito para nortear as análises numéricas do corrente artigo, pois integrou a mesma equipe de pesquisa.

## **2. PROGRAMA EXPERIMENTAL DE GOMES (2016)**

### **Materiais**

Aqui, o programa experimental conduzido por Gomes (2016) foi selecionado para guiar a perquirição numérica. A Tabela 1 revelou que quatro tipos de concretos foram produzidos. O cimento utilizado foi do tipo CP II-Z-32, um cimento composto com classe de resistência de 32,0 MPa. A brita zero, com diâmetro máximo = 9,5 mm, módulo de finura = 6,71 e massa específica = 2,63 kg/m<sup>3</sup>, foi o agregado graúdo, enquanto a areia média, com diâmetro máximo = 1,2 mm, módulo de finura = 2,70 e massa específica = 2,45 kg/m<sup>3</sup>, foi o agregado miúdo. Para viabilizar concretos com trabalhabilidade adequada, utilizou-se o aditivo superplastificante *Sika ViscoCrete*<sup>®</sup> 3535 CB. Concernentemente ao elemento de reforço, fibras de aço *Dramix*<sup>®</sup> 3D 65/60

BG, com conformação *hooked-end* coladas em pente,  $l_f$  = comprimento = 60,0 mm,  $d_f$  = diâmetro = 0,90 mm e resistência à tração = 1160 N/mm<sup>2</sup>, foram manuseadas. Assim,  $l_f/d_f$  = 65 foi o fator de forma das fibras. A relação *água/cimento* de todos os concretos foi de quase 0,5.

Tabela 1. Materiais constituintes e dosagem dos concretos de Gomes (2016).

Materiais	Dosagem (kg/m <sup>3</sup> )			
	CF0	CF05	CF08	CF10
Cimento (CP II-Z-32)	360,92	360,92	360,92	360,92
Agregado graúdo (brita zero)	960,04	960,04	960,04	960,04
Agregado miúdo (areia média)	844,55	844,55	844,55	844,55
Fibra de aço (Dramix <sup>®</sup> 3D 65/60 BG)	0,00	40,00	60,00	80,00
Água	180,46	180,46	180,46	180,46
Superplastificante (Sika ViscoCrete <sup>®</sup> 3535 CB)	0,97	1,30	1,62	1,94

Para conhecer as propriedades mecânicas dos concretos pontuados na Tabela 1, ensaios de caracterização foram realizados. A resistência à compressão média dos concretos,  $f_{c,m}$ , foi revelada a partir de ensaios de compressão axial, os quais seguiram as recomendações do RILEM TC 148-SSC (1997) e do RILEM TC 148-SSC (2000). Nesse momento, vale informar que três cilindros, diâmetro = 100,0 mm e altura = 200,0 mm, foram disponibilizados para cada concreto. Para conhecer a resposta à tração, principalmente dos CRFAs, ensaios de flexão em três pontos em prismas entalhados foram conduzidos, consoante o RILEM TC 162-TDF (2002). Os prismas apresentaram 150x150x550 mm<sup>3</sup> de dimensão e 25,0 mm de entalhe, sendo 500,0 mm a distância *eixo-eixo* entre apoios, *i.e.*, o vão das peças durante os ensaios. Nessa ação, a relação *tensão-deslocamento* foi registrada, porém, as tensões  $f_L$  = tensão correspondente ao limite de proporcionalidade e  $f_{Ri}$  = tensão residual, com  $i = 1, 2, 3$  e  $4$ , foram os parâmetros de interesse. Três prismas foram usados como amostras para cada concreto investigado. Oportunamente, comenta-se que os corpos de prova foram moldados e curados, via úmida por 7 dias, iguais as vigas. A Tabela 2 apresentou um resumo dos resultados, indicando, apenas, os valores médios dos parâmetros citados anteriormente. Agora, vale frisar apenas as respostas à tração na flexão dos CRFAs, as quais pareceram ser aquém do aguardado para concretos reforçados com fibras Dramix<sup>®</sup> 3D 65/60 BG,  $C_f \in [0,5-1,0]$  % e  $f_{c,m} \approx 30,0$  MPa. Concretos similares, com respostas superiores podem ser consultados em Barros *et al.* (2005), Pajak e Ponikiewski (2013), Minelli *et al.* (2014), entre outros. Essa questão também foi comentada na seção recomendações de projeto.

Tabela 2. Resumo da caracterização dos concretos de Gomes (2016).

ID	Compressão		Tração			
	$f_{c,m}$ (MPa)	$f_L$ (MPa)	$f_{R1}$ (MPa)	$f_{R2}$ (MPa)	$f_{R3}$ (MPa)	$f_{R4}$ (MPa)
CF0	29,74	2,61	-	-	-	-
CF05	29,38	3,79	1,64	1,48	1,50	1,50
CF08	32,99	3,48	3,02	3,17	3,00	2,97
CF10	28,27	3,22	3,08	3,11	3,12	3,13

A caracterização das barras de aço dos reforços das vigas, tanto os longitudinais, como os transversais, aconteceu a partir de ensaios de tração axial, seguindo a orientação da ABNT NBR ISO 6892-1 (2013). Aqui, cinco amostras foram ensaiadas para cada barra.

A Tabela 3 reuniu os resultados, sendo  $\phi$  = diâmetro da barra do reforço,  $f_{s,y}$  = tensão de escoamento,  $\varepsilon_{s,y}$  = deformação correspondente à tensão  $f_{s,y}$ ,  $f_{s,u}$  = tensão última/máxima,  $\varepsilon_{s,u}$  = deformação correspondente à tensão  $f_{s,u}$  e  $E_s$  = módulo de elasticidade inicial. Aqui, somente os valores médios foram apresentados também.

Tabela 3. Resumo da caracterização das barras de aço de Gomes (2016).

$\phi$ (mm)	$f_{s,y}$ (MPa)	$\varepsilon_{s,y}$ (‰)	$f_{s,u}$ (MPa)	$\varepsilon_{s,u}$ (‰)	$E_s$ (GPa)
4,2	561,73	4,65	591,37	-	212,05
6,3	568,53	2,72	610,15	-	209,24
12,5	580,09	2,77	702,31	-	209,69

### Características das vigas

Nesse estudo, a autora avaliou o impacto das fibras de aço no comportamento de vigas em CA reforçadas transversalmente com taxa mínima,  $\rho_{w,min}$ , a qual, inclusive, seguiu as recomendações do *fib Model Code 2010* (2012, *bulletin* 66). As características das vigas foram apontadas na Tabela 4, onde se constatou que o consumo de fibras,  $C_f$ , foi a única variável explorada. As características das fibras foram comentadas anteriormente. Na tabela susodita,  $f_{c,teo}$  = resistência à compressão média teórica do concreto,  $\rho_{l,t}$  = taxa de reforço longitudinal tracionado,  $\rho_{l,c}$  = taxa de reforço longitudinal comprimido e  $\rho_w$  = taxa de reforço transversal. As características geométricas das peças, os pontos de ação/reação das forças/cargas, assim como o arranjo dos reforços longitudinais e transversais foram todos retratados na Figura 1. Relativamente ao reforço transversal, ressalta-se que na zona de teste se teve  $\rho_w = \rho_{w,min}$  ( $\phi 4,2$  c/200 mm), enquanto o restante da peça foi reforçado com  $\rho_w = 2 \cdot \rho_{w,min}$  ( $\phi 4,2$  c/100 mm). Ainda analisando a Figura 1, notou-se  $a$  = vão de cisalhamento = 650,0 mm e  $L$  = vão teórico = 2500,0 mm. Ademais, o quociente  $a/d = 650,0/269,55 \approx 2,4$  mm/mm foi utilizado ( $d$  = altura útil), o que favoreceu a ruína por cisalhamento, ao menos da viga de referência, CF0, sem fibras. O cobrimento do reforço mais externo, o transversal, foi de 20,0 mm.

Com a tenção de identificar o comportamento das peças, monitorou-se a força/carga aplicada, o deslocamento central, as deformações dos reforços longitudinais tracionado/comprimido e transversais. Para esse fim, uma célula de carga (marca ENARPAC, modelo RCH, capacidade de  $10^3$  kN e precisão de 0,5 kN), um LVDT (modelo LDS-100 da marca LD Sensors Ltd) e extensômetros (marca EXCEL Sensores, modelo PA-06-125AA-120L) foram manuseados, respectivamente, no registro das cargas, deslocamentos e deformações. Os pontos investigados, por extensômetros, dos reforços foram mostrados na Figura 1. Nessa figura,  $\varepsilon_{l,t}$  = deformação no reforço longitudinal tracionado,  $\varepsilon_{l,c}$  = deformação no reforço longitudinal comprimido e  $\varepsilon_w$  = deformação no reforço transversal. As cargas foram mobilizadas a partir de um cilindro hidráulico, marca ENERPAC, capacidade de  $10^3$  kN e precisão de 1,0 kN.

Tabela 4. Características das vigas de Gomes (2016).

ID	$f_{c,teo}$ (MPa)	Fibras de aço		Reforço convencional		
		$C_f$ (%)	$l/d_f$ (mm/mm)	$\rho_{l,t}$ (%)	$\rho_{l,c}$ (%)	$\rho_w$ (%)
CF0	30,0	0,0	-	0,9	0,15	0,09
CF05	30,0	0,5	60,0/0,9=65,0	0,9	0,15	0,09
CF08	30,0	0,8	60,0/0,9=65,0	0,9	0,15	0,09
CF10	30,0	1,0	60,0/0,9=65,0	0,9	0,15	0,09

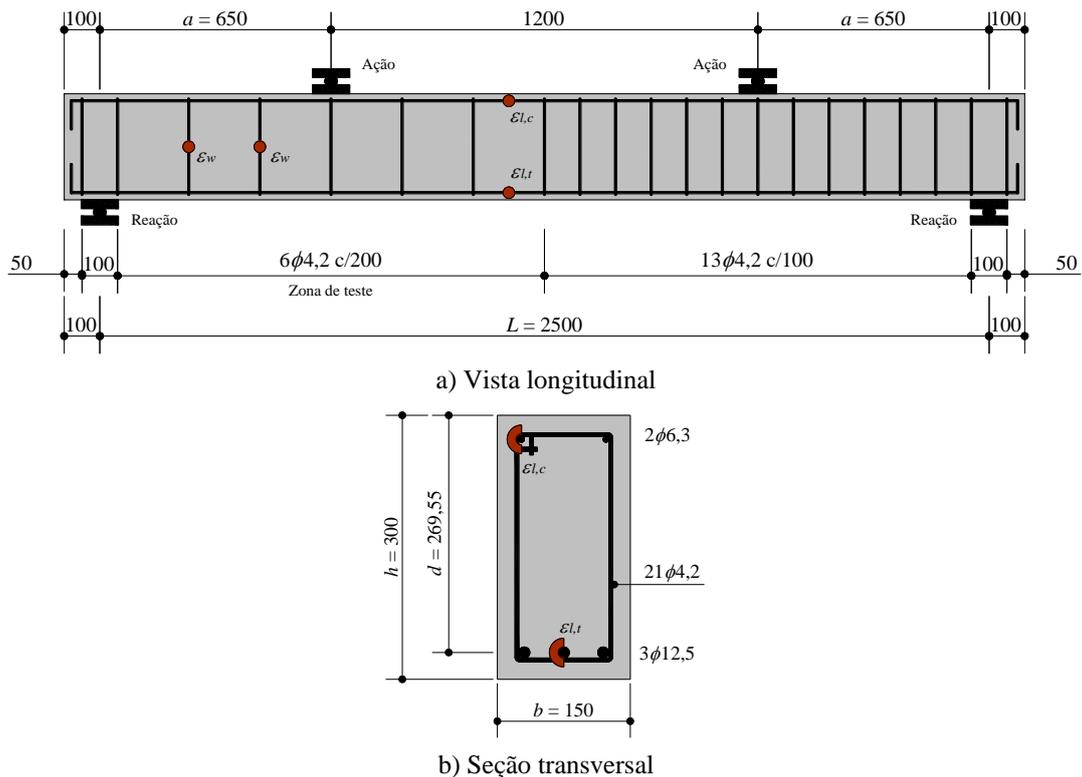


Figura 1. Detalhe das vigas de Gomes, 2016 (dimensões em mm).

### Relação carga-deslocamento das vigas

O comportamento das vigas foi julgado a partir da relação *carga-deslocamento*,  $P-\delta$ , onde  $P$  = carga que atua nos pontos de ação de força/carga, ver Figura 1, e  $\delta$  = deslocamento central. A Figura 2 mostrou esses resultados. A tenacidade, expressa a partir da área sob a curva  $P-\delta$ , foi outro parâmetro explorado, ver indicações entre parênteses na legenda da Figura 2. Essa energia foi avaliada até o deslocamento último. Convenientemente, importa recordar que  $1,0 \text{ J} = 1,0 \text{ kN}\cdot\text{mm}$ . Analisando a figura em questão, constatou-se, indiscutivelmente, que o reforço adicional provido pelas fibras de aço, não importando o consumo de fibras, favoreceu tanto a resistência, como a ductilidade/tenacidade das peças.

Enquanto a viga de referência, CF0, teve a sua resposta antecipadamente interrompida, por conta de uma ruína frágil por cisalhamento, as vigas em CRFA tiveram o consumo pleno das propriedades mecânicas dos materiais, *id est*, esmagamento do concreto e escoamento dos reforços longitudinais tracionados. O esmagamento do concreto foi confirmado tanto visualmente, investigando o padrão das fissuras, como a partir do registro das deformações  $\varepsilon_{l,c}$ ,  $\approx 4,0 \%$ . Apesar de ruir por flexão, o comportamento das vigas em CRFA foi governado pelo esmagamento do concreto, visto ter sido aguardado um nível de deformação no reforço tracionado mais expressivo,  $\varepsilon_{l,t} > 10,0 \%$ . Relativamente ao reforço transversal, o seu escoamento não foi confirmado em nenhuma peça, e mais, o nível de deformação acionado no reforço das vigas CF0 e em CRFA foi, de um modo geral, congênere, com  $\varepsilon_w \in [1,5-2,0] \%$ . A corrente evidência somente comprovou a eficácia das fibras de aço, uma vez que a parcela de contribuição do reforço transversal convencional na resistência das vigas reforçadas com fibras não foi acentuada, comparativamente à viga de referência.

Apesar das vantagens salientadas antes, deve-se reconhecer que o comportamento das vigas em CRFA permaneceu inalterado mesmo quando o consumo  $C_f$  aumentou de 0,5 % (40,0 kg/m<sup>3</sup>) para 1,0 % (80,0 kg/m<sup>3</sup>). Essa circunstância fez parecer que a parcela de contribuição das fibras de aço foi cingida. Essa ilação, contudo, foi totalmente verdadeira, mas não por inabilidade das fibras de aço em atuar como elemento de reforço, e sim por um detalhamento indevido, no que concerne à combinação adotada para  $C_f$  e  $\rho_{l,t}$ . No presente detalhamento, a taxa  $\rho_{l,t} = 0,9$  % inibiu majoritariamente a ação das fibras em controlar a fissuração do concreto na região tracionada e mais, favoreceu, ainda, a ruína das peças por esmagamento do concreto. Uma vez que as fibras foram mal aproveitadas na região tracionada e, reconhecendo que a sua influência na resistência à compressão é mínima, quase nada em verdade, ver Tabela 2, a única contribuição eficiente das fibras foi no reforço ao esforço cortante, o que promoveu, inclusive, a alteração do modo de ruína das vigas em CRFA, de cisalhamento/frágil para flexão/dúctil. Assim, para assegurar respostas  $P-\delta$  mais impressionantes, o consumo  $C_f$  e a taxa  $\rho_{l,t}$  deveriam/poderiam ter sido trabalhados de modo mais proveitoso. Essa questão foi, inclusive, o alvo principal da análise numérica, tratada a seguir.

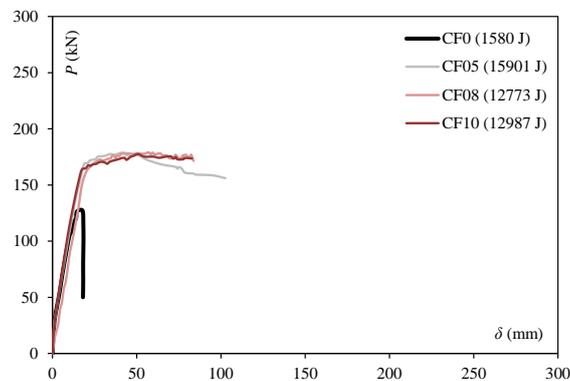


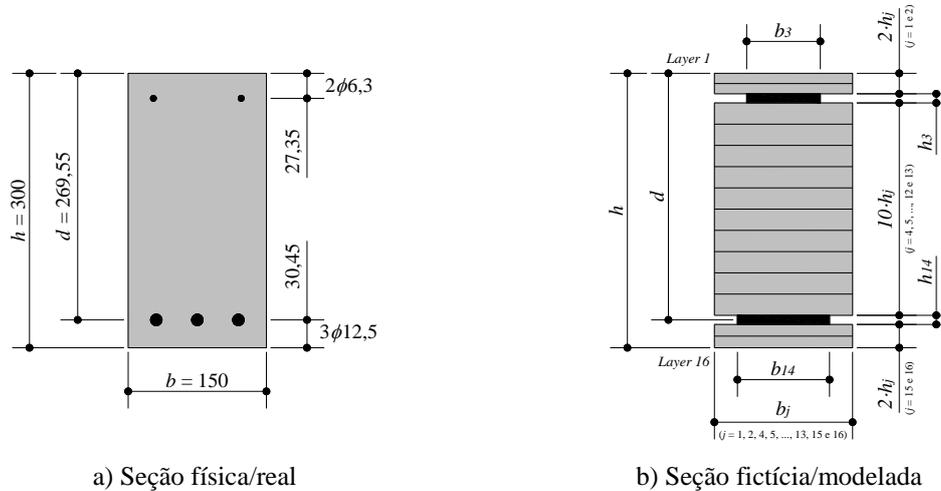
Figura 2. Relação carga-deslocamento das vigas de Gomes (2016).

### 3. MODELAGEM NUMÉRICA

#### Metodologia

Para viabilizar a análise numérica, a qual, inclusive, foi do tipo não linear do material, o software DOCROS (*Design Of CROSS Sections*) foi operado. Esse programa possibilitou explorar o comportamento mecânico das vigas de Gomes (2016) a partir da análise da seção transversal. Essa abordagem, de metodologia simples, proporcionou, contudo, respostas relativamente precisas. Para iniciar a ação, primeiramente, a seção transversal real/física das vigas foi discretizada em *layers*/camadas. A Figura 3 permitiu confrontar as seções física e fictícia/modelada. Assim, percebeu-se que 16 *layers* foram trabalhados, sendo os *layers* 3 e 14 correspondentes às áreas dos reforços longitudinais comprimido e tracionado, respectivamente. A Tabela 5 informou as larguras,  $b_j$ , e alturas,  $h_j$ , de todos os *layers*, com  $j = 1, 2, \dots, 16$ . Aqui, vale sublinhar que as áreas totais dos reforços longitudinais e dos seus respectivos *layers* foram exatamente as mesmas. Por exemplo,  $A_{l,t} =$  área total do reforço longitudinal tracionado =  $3 \cdot 0,25 \cdot \pi \cdot 12,5^2 \approx 368,155 \text{ mm}^2$  e  $A_{14} =$  área do *layer* 14 =  $b_{14} \cdot h_{14} = 10,0 \cdot 36,8155 = 368,155 \text{ mm}^2$ . Além disso, anuncia-se que as alturas úteis,  $d$ , das seções física e fictícia foram totalmente iguais também. Cabe ressaltar que as vigas de Gomes (2016)

apresentaram a mesma seção transversal, conseqüentemente, a seção fictícia foi única para todas as peças.



a) Seção física/real  
b) Seção fictícia/modelada  
Figura 3. Seção transversal das vigas de Gomes, 2016 (cotas em mm).

Tabela 5. Dimensões dos *layers* da seção fictícia das vigas de Gomes (2016).

Seção do <i>layer</i>	<i>Layers</i>				
	$j = 1-2$	$j = 3$	$j = 4-13$	$j = 14$	$j = 15-16$
$b_j$ (mm)	150,0000	6,2345	150,0000	36,8155	150,000
$h_j$ (mm)	11,1750	10,0000	23,2200	10,0000	12,7250

Finalizada a fase de modelagem das seções, trabalhou-se na sequência as leis constitutivas dos materiais, concreto e aço. Uma vez que os ensaios de caracterização dos concretos conduzidos em Gomes (2016) foram pontuais, as propostas do *fib Model Code 2010* (2012, *bulletin 65*) foram abraçadas para se expor as exigidas relações *tensão-deformação*,  $\sigma-\varepsilon$ . A Figura 4a revelou a referida relação para o concreto simples e reforçado com fibras tracionado/comprimido axialmente. Relativamente à resposta à tração,  $\sigma_{ct}-\varepsilon_{ct}$ , esclarece-se que a extensão residual, ou seja, a partir da deformação  $\varepsilon_{ct,m}$ , foi aplicada somente ao CRFA, ver cor/traçado diferenciado. A lei do aço dos reforços longitudinais foi exposta na Figura 4b, também à tração/compressão axial. Nessa figura, percebeu-se que as leis foram as mesmas tanto para o aço tracionado, como para o comprimido. Além disso, permitiu-se explorar também o encruamento/endurecimento do aço, onde  $f_{s,u} > f_{s,y}$ .

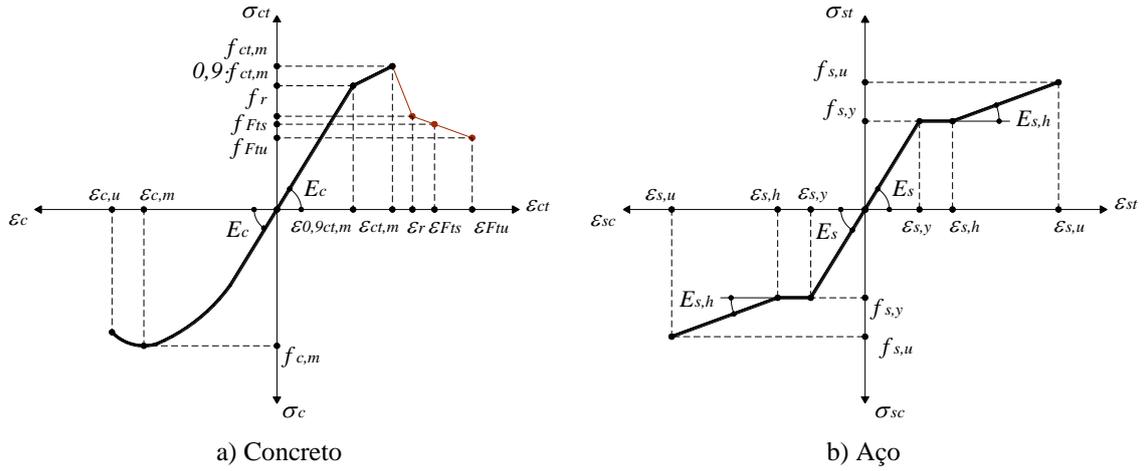


Figura 4. Relações  $\sigma$ - $\epsilon$  dos materiais dos *layers*.

Explorando a Tabela 3, notou-se que a relação  $\sigma$ - $\epsilon$  do aço foi quase totalmente apresentada, faltando conhecer somente  $E_{s,h}$  = módulo de elasticidade do aço na extensão endurecida e as deformações  $\epsilon_{s,h}$  e  $\epsilon_{s,u}$ . Em verdade, na presente análise, deixou-se  $\epsilon_{s,h} \approx \epsilon_{s,y}$  e  $\epsilon_{s,u} \approx 25,0\%$ . A última condição permitiu, sempre que possível, a averiguação da curvatura plena da seção durante a implementação da rotina numérica. Diferentemente do aço, a relação  $\sigma$ - $\epsilon$  do concreto foi praticamente desconhecida, visto que a Tabela 2 apresentou apenas a tensão/resistência  $f_{c,m}$ . Por conta, as estimativas do *fib Model Code 2010* (2012, *bulletin* 65) foram usadas. Para identificar o comportamento à compressão, publicaram-se as equações Eq. de 1 a 3. Na equação de  $E_c$  = módulo de elasticidade inicial/tangente do concreto, sugeriu-se  $\alpha_E = 1,0$  para concretos preparados com agregados de quartzo. Enquanto isso, as equações Eq. de 4 a 6 delinearão a resposta à tração. No que diz respeito às componentes de deformação do concreto tracionado, as marcas  $\epsilon_{0,9ct,m} = 0,9 \cdot f_{ct,m}/E_c$ ,  $\epsilon_{ct,m} = 0,15\%$ ,  $\epsilon_{Fts} \approx 4,0\%$  e  $\epsilon_{Ftu} \approx 25,0\%$  foram utilizadas. A coordenada  $f_r, \epsilon_r$  foi obtida a partir da interseção entre as linhas que formaram a extensão residual bilinear.

$$E_c = 21500,0 \cdot \alpha_E \cdot (0,1 \cdot f_{c,m})^{1/3} \quad (\text{com } f_{c,m} \text{ em MPa}) \quad \text{Eq. 1}$$

$$\epsilon_{c,m} = \begin{cases} 2,0 & \text{para } f_{c,m} \leq 58,0 \text{ MPa} \\ 2,0 + 0,085 \cdot (f_{c,m} - 58,0)^{0,53} & \text{para } f_{c,m} > 58,0 \text{ MPa} \end{cases} \quad [\%] \quad \text{Eq. 2}$$

$$\epsilon_{c,u} = \begin{cases} 3,5 & \text{para } f_{c,m} \leq 58,0 \text{ MPa} \\ 2,6 + 35,0 \cdot [(98,0 - f_{c,m})/100]^4 & \text{para } f_{c,m} > 58,0 \text{ MPa} \end{cases} \quad [\%] \quad \text{Eq. 3}$$

$$f_{ct,m} = \begin{cases} 0,3 \cdot (f_{c,m} - 8,0)^{2/3} & \text{para } f_{c,m} \leq 58,0 \text{ MPa} \\ 2,12 \cdot \ln(1,0 + 0,1 \cdot f_{c,m}) & \text{para } f_{c,m} > 58,0 \text{ MPa} \end{cases} \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. 4}$$

$$f_{Fts} = 0,45 \cdot f_{R1} \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. 5}$$

$$f_{Ftu} = f_{Fts} - \frac{w_u}{2,5} \cdot (f_{Fts} - 0,5 \cdot f_{R3} + 0,2 \cdot f_{R1}) \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. 6}$$

Agora que as leis constitutivas foram explanadas, os modelos puderam ser calibrados e os resultados investigados. Contudo, antes de se comentar sobre o processo de calibração, vale esclarecer que a relação *momento-curvatura*,  $m-\phi$ , foi a resposta fornecida diretamente pelo programa, uma vez que a análise aconteceu na seção transversal. Para transmutar a referida relação na correlação pontuada experimentalmente, *carga-deslocamento*,  $P-\delta$ , as sugestões de Newmark (1942) foram manuseadas. Assim, a transformação da relação  $m-\phi$  em  $P-\delta$  se deu de maneira relativamente simples.

### Calibração dos modelos e discussões

Manuseando as recomendações do *fib Model Code 2010* (2012, *bulletin 65*), as leis constitutivas dos concretos, tanto do simples como dos reforçados com fibras, foram determinadas. As Tabelas 6 e 7 sintetizaram as informações dos concretos empregadas no DOCROS. Igualmente, os parâmetros dos aços foram mostrados na Tabela 8. Ressalta-se que esses parâmetros concordaram com os registros experimentais de caracterização.

Tabela 6. Parâmetros das respostas à compressão dos concretos.

ID	$f_{c,m}$ (MPa)	$\varepsilon_{c,m}$ (‰)	$\varepsilon_{c,u}$ (‰)	$E_c$ (GPa)
CF0	30,0	2,0	3,5	31,0
CF05	30,0	2,0	3,5	31,0
CF08	30,0	2,0	3,5	31,0
CF10	30,0	2,0	3,5	31,0

Tabela 7. Parâmetros das respostas à tração dos concretos.

ID	$0,9f_{ct,m}$	$\varepsilon_{0,9ct,m}$	$f_{ct,m}$	$\varepsilon_{ct,m}$	$f_r$	$\varepsilon_r$	$f_{Fts}$	$\varepsilon_{Fts}$	$f_{Ftu}$	$\varepsilon_{Ftu}$
	(MPa)	(‰)	(MPa)	(‰)	(MPa)	(‰)	(MPa)	(‰)	(MPa)	(‰)
CF0	2,12	0,068	2,35	0,15	-	-	-	-	-	-
CF05	2,12	0,068	2,35	0,15	0,81	0,48	0,74	4,0	0,42	20,0
CF08	2,12	0,068	2,35	0,15	1,47	0,34	1,36	4,0	0,90	20,0
CF10	2,12	0,068	2,35	0,15	1,49	0,33	1,39	4,0	0,94	20,0

Tabela 8. Parâmetros das respostas à tração/compressão dos aços.

$\phi$ (mm)	$f_{s,y}$ (MPa)	$\varepsilon_{s,y}$ (‰)	$\varepsilon_{s,h}$ (‰)	$f_{s,u}$ (MPa)	$\varepsilon_{s,u}$ (‰)	$E_s$ (GPa)	$E_{s,h}$ (GPa)
6,3	550,0	2,60	2,65	600,0	20,0	210,0	2,8
12,5	600,0	2,85	2,90	650,0	20,0	210,0	2,8

Os resultados das vigas CF0, CF05, CF08 e CF10 foram revelados nas Figuras de 5 a 8, respectivamente. Nessas figuras, comentaram-se as relações *momento-curvatura*,  $m-\phi$ , *rigidez à flexão-curvatura*,  $E \cdot I-\phi$ , e *carga-deslocamento*,  $P-\delta$ , que foram, inclusive, confrontadas com as respostas experimentais apontadas na Figura 2. Sendo  $E = E_c$  e  $I =$  momento de inércia da seção. As reproduções numéricas foram apresentadas até a marca de controle  $\delta \approx 150,0$  mm na relação  $P-\delta$ , a qual foi o alvo da pesquisa. Acreditou-se que essa fronteira foi suficiente para retratar o comportamento das peças. Assim, vale informar que as demais relações,  $m-\phi$  e  $E \cdot I-\phi$ , também tiveram os seus registros restringidos à marca de controle. Na Figura 5c, a marca  $P_{R,C}$  representou a estimativa da resistência ao cisalhamento da viga de referência, porém, essa discussão aconteceu somente na seção recomendações de projeto.

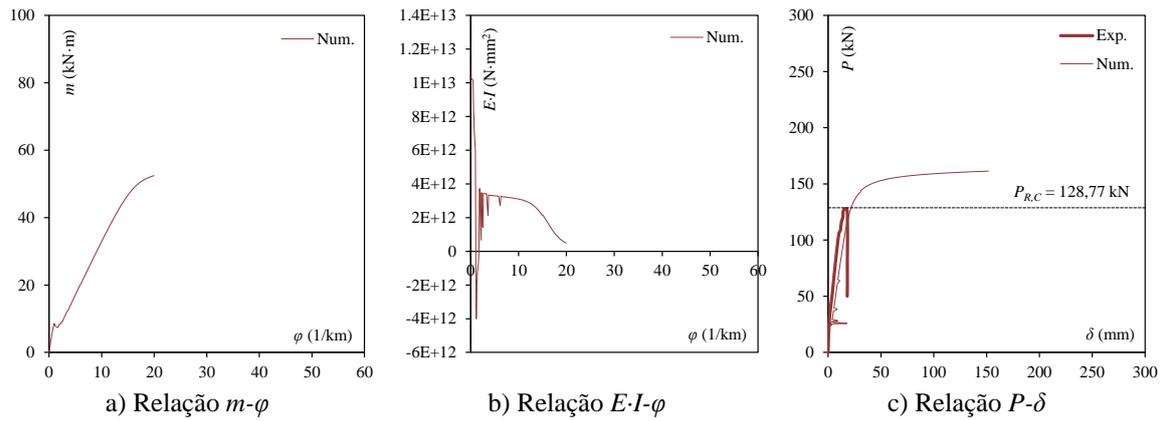


Figura 5. Calibração da viga CF0.

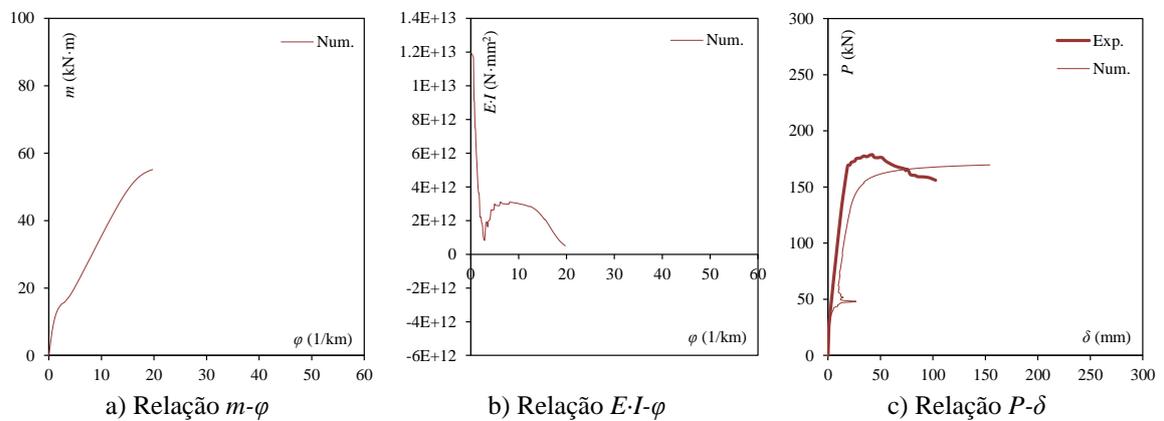


Figura 6. Calibração da viga CF05.

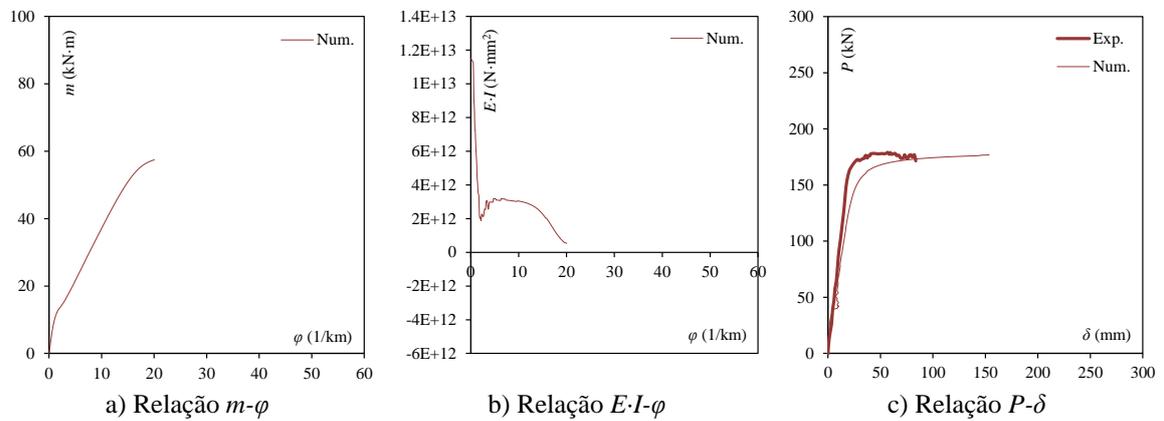


Figura 7. Calibração da viga CF08.

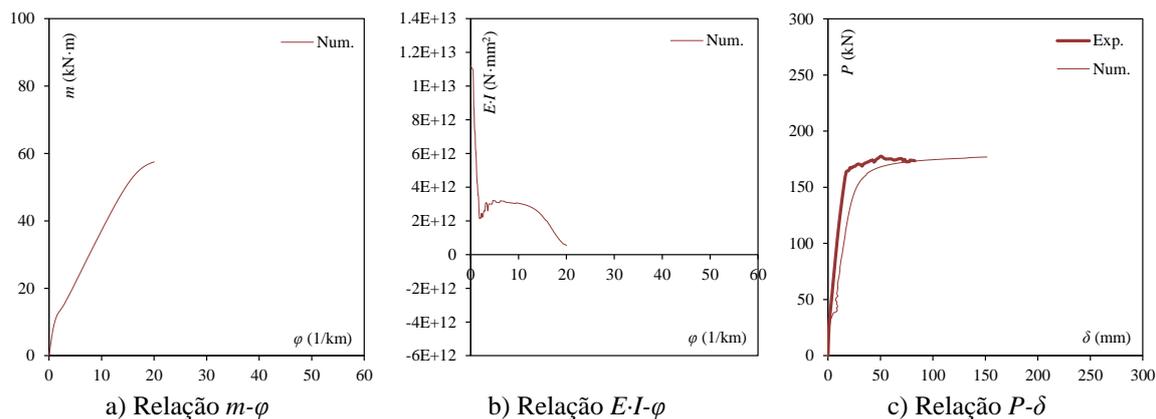


Figura 8. Calibração da viga CF10.

Inspecionando as relações  $m-\varphi$ , notou-se que as fibras de aço, independentemente do consumo  $C_f$ , pareceram beneficiar o início do processo de fissuração, retardando essa ocorrência. Um acréscimo de quase 60,0 % foi observado na carga de fissuração das vigas em CRFA. Essa passagem não foi retratada claramente no registro  $P-\delta$  experimental. Evidentemente que as resistências das vigas CF0 e em CRFA também foram distintas, a resistência das vigas reforçadas com fibras aumentou  $\approx 20,0$  %, comparativamente à viga CF0. Logicamente que a resistência ao cisalhamento não foi ponderada nesse instante da análise. Não obstante, a rigidez à flexão, especificamente a fissurada, aparentou não ter sido influenciada pelas fibras de aço, corroborando, assim, a ideia do reforço tracionado convencional, barras de aço, controlar prevalentemente o processo de fissuração das vigas. As relações  $E \cdot I-\varphi$  não deixaram dúvidas quanto a presente questão, indicando  $\approx 1,1 \cdot 10^{13}$  N·mm<sup>2</sup> para a rigidez íntegra e  $\approx 3,0 \cdot 10^{12}$  N·mm<sup>2</sup> para a rigidez fissurada na extensão do patamar,  $P > 160,0$  kN. A rigidez fissurada seguinte ao início da fissuração,  $P \in (40,0-160,0)$  kN, foi comentada na sequência. Ainda sobre a relação  $E \cdot I-\varphi$ , sublinham-se os registros instáveis, os quais foram consequência das inflexões nas relações  $m-\varphi$ . Essa ocorrência foi patente, em maior ou menor intensidade, no início do processo de fissuração.

Concernentemente à relação  $P-\delta$ , primeiramente se comentou quanto à instabilidade mencionada antes, que refletiu nesse registro próximo da carga  $P \approx 40,0$  kN, que figurou o início da fissuração. Ulteriormente, essas interferências foram corrigidas/descartadas nas apresentações seguintes. Ademais, inegavelmente, deveu-se reconhecer que a resposta numérica não reproduziu com excelência o registro experimental. Ainda assim, o comportamento das peças, excluindo a viga CF0 que ruiu por cisalhamento, foi adequadamente retratado numericamente. A resistência ao cisalhamento foi ponderada apenas nas análises referentes às recomendações de projeto. No que tange ao erro numérico, nomeadamente às vigas em CRFA, publica-se que a falta de acurácia foi praticamente desprezível na extensão pré-fissura da relação  $P-\delta$ , ou seja,  $P \in [0,0-40,0]$  kN. Na extensão pós-fissura, as divergências foram perceptíveis. Logo, para esclarecer esse erro de maneira inteligível, a extensão pós-fissura foi fragmentada em duas regiões. A primeira compreendeu o trecho seguinte ao início da fissuração, porém, antes da formação do patamar, *i.e.*,  $P \in (40,0-160,0)$  kN. Cabe salientar que na viga CF05 o patamar mencionado previamente não foi claro. Ainda assim, na presente extensão, o erro correspondeu à reprodução da rigidez à flexão fissurada, a qual variou em  $\approx 30,0$  % na viga CF08,  $\approx 40,0$  % na viga CF05 e  $\approx 50,0$  % nas vigas CF0 e CF10. Por fim, a segunda e última região da extensão pós-fissura foi o próprio patamar, com  $P > 160,0$  kN. Nas vigas CF08 e CF10 o erro foi, novamente,

quase desprezível. Na viga CF05, que não registrara o patamar de modo claro, a resistência da viga foi adotada como parâmetro de balizamento. Nesse âmbito, o erro na resistência foi de quase 4,0 %, totalmente aceitável/desprezível.

Expostos os fatos, coube agora explicar, ou pelo menos conjecturar, o erro, significativo, inclusive, no registro numérico da rigidez à flexão fissurada das peças. De um modo geral, concernentemente às vigas em concreto reforçadas, independentemente do tipo de reforço, barras de aço ou fibras, a rigidez à flexão fissurada é inegavelmente controlada pelo seu mecanismo de reforço. Assim, nas vigas de Gomes (2016), tanto o reforço provido pelas barras de aço longitudinais tracionadas, como pelas fibras de aço, deveria ser investigado. Nada obstante, o registro experimental da relação  $P-\delta$  deixou claro que as fibras de aço contribuíram de maneira desprezível na rigidez à flexão fissurada das peças em CRFA, uma vez que as respostas das vigas de referência, CF0, e reforçadas com fibras foram idênticas, pelo menos até instantes antes da ruína antecipada por cisalhamento da viga sem fibras. Diante dessa ocorrência, deduziu-se que o reforço convencional tracionado encaminhou, ao fim, o delineamento da rigidez à flexão fissurada de todas as peças. Identificado o reforço que reprimiu o avanço das fissuras, uma análise paramétrica foi conduzida para conhecer a influência de certos parâmetros do aço do reforço longitudinal tracionado na resposta  $P-\delta$  das vigas.

Diante da similitude de respostas das vigas em CRFA, tomou-se a viga CF08 como referência para as análises paramétricas. Os parâmetros inspecionados foram  $f_{s,y}$  = tensão de escoamento e  $E_s$  = módulo de elasticidade inicial. A Tabela 9 identificou os elementos que delinearam as leis  $\sigma-\varepsilon$  do aço nessa modalidade de análise. No total, cinco propostas foram investigadas, onde  $f_{s,y} \in [550,0-650,0]$  MPa e  $E_s \in [210,0-350,0]$  GPa. Os resultados foram mostrados na Figura 9. Na Figura 9a, a tensão de escoamento foi avaliada para  $E_s = 210,0$  GPa, que correspondeu ao registro experimental, ver Tabela 3. Nesse momento, confirmou-se o esperado, o impacto incontestável de  $f_{s,y}$  na resistência da viga e uma influência diminuta na rigidez à flexão fissurada. Distintamente, na Figura 9b se indagou a influência do módulo  $E_s$ . Agora, a tensão  $f_{s,y} = 650,0$  MPa foi manuseada, uma vez, ter sido assegurada a proximidade entre os resultados experimental e numérico. Oportunamente, vale frisar que o erro cometido pela solução numérica, concernentemente à rigidez fissurada, foi praticamente anulado quando  $E_s = 350,0$  GPa foi empregado na lei constitutiva do aço. A presente especulação confirmou que a resposta numérica reproduziria de modo excelso a relação  $P-\delta$  experimental da viga CF08. Uma solução mais acurada seria mostrada na extensão do patamar se  $f_{s,y} = 630,0$  MPa fosse praticada juntamente com  $E_s = 350,0$  GPa.

Nesses termos, tendo em vista que os ensaios de caracterização apontaram  $f_{s,y} = 580,09$  MPa para o valor médio da tensão de escoamento do aço tracionado, ver Tabela 3, julgou-se presumível, evidentemente que dependendo da variabilidade dos resultados individuais de caracterização, adotar  $f_{s,y} \approx 630,0$  MPa. No corrente enquadramento, o coeficiente de variação da tensão de escoamento seria de quase 8,5 %. Contrariamente, adotar  $E_s \approx 350,0$  GPa para o módulo de elasticidade seria totalmente desproporcional. Contudo, vale sublinhar que o ensaio de tração axial não retrata fielmente o comportamento do reforço tracionado de vigas em concreto, uma vez que o efeito do concreto propínquo ao aço de reforço ser totalmente desprezado. Em outras palavras, o efeito *tension stiffening* não é ajuizado no ensaio de tração axial. Ressalta-se que resultados tão acertados como os mostrados na Figura 9b, para  $E_s = 350,0$  GPa, seriam igualmente obtidos para  $E_s = 210,0$  GPa se o efeito *tension stiffening* fosse apurado.

Discussões a respeito do efeito susodito foram publicadas em Bischoff (2003), Lee *et al.* (2011), Deluce e Vecchio (2013), Lee *et al.* (2013), entre outros. Ainda assim, visto que na presente exploração essas análises refinadas não haviam sido previstas, aceitaram-se as calibrações mostradas nas Figuras de 5 a 8.

Tabela 9. Parâmetros do aço do reforço tracionado da viga CF08 na análise paramétrica.

ID	$f_{s,y}$ (MPa)	$\varepsilon_{s,y}$ (‰)	$\varepsilon_{s,h}$ (‰)	$f_{s,u}$ (MPa)	$\varepsilon_{s,u}$ (‰)	$E_s$ (GPa)	$E_{s,h}$ (GPa)
Num. 01	550,0	2,60	2,65	600,0	20,0	210,0	2,8
Num. 02	600,0	2,85	2,90	650,0	20,0	210,0	2,8
Num. 03	650,0	3,10	3,55	700,0	20,0	210,0	2,8
Num. 04	650,0	2,30	2,35	700,0	20,0	280,0	2,8
Num. 05	650,0	1,85	1,90	700,0	20,0	350,0	2,8

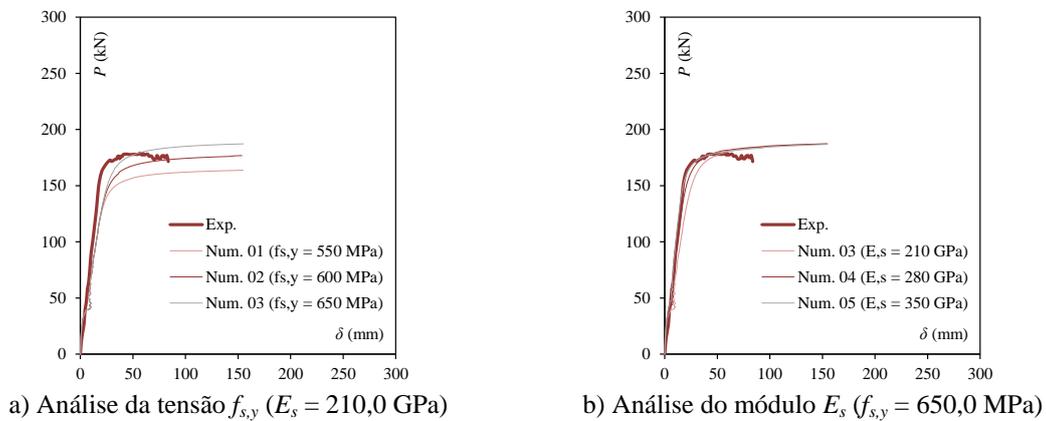


Figura 9. Relação  $P$ - $\delta$  na análise paramétrica da viga CF08.

#### 4. RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

Nesse momento, discussões foram apresentadas para viabilizar o projeto de vigas em CRFA, onde o alvo da análise foi a interação entre a taxa de reforço longitudinal tracionado,  $\rho_{l,t}$ , e o consumo de fibras,  $C_f$ , de modo que o mecanismo de reforço provido pelas fibras não seja subjugado pelo reforço convencional. Assim, ao fim, projetos otimizados, no qual os elementos de reforço não são desperdiçados, puderam ser idealizados. Relativamente a essa abordagem, deve-se, a princípio, introduzir outras análises/recomendações, além das observações anteriores. Nesse sentido, a expressão Eq. 7 revelou a estimativa da resistência ao cisalhamento de vigas em CRFA, segundo o *fib Model Code 2010* (2012, *bulletin* 66). O primeiro termo dessa equação caracterizou a parcela de resistência do CRFA e o segundo, a parcela do reforço transversal convencional. Em Eq. 7,  $\kappa$  = fator de escala =  $\min[2,0; 1+(200,0/d)^{0,5}]$ , com  $d$  em milímetros,  $f_{s,y,w}$  = tensão de escoamento do reforço transversal, ver Tabela 3, e  $\theta$  = ângulo da biela comprimida. Ademais, as taxas  $\rho_{l,t}$  e  $\rho_w$  são em %. As tensões  $f_{ct,m}$  e  $f_{Fu}$  foram estimadas por Eq. 4 e 6, respectivamente. Na estimativa da resistência ao cisalhamento, praticou-se  $w_u = 1,5$  mm em  $f_{Fu}$ . Para mais, oportunamente, comenta-se que fazendo  $f_{Fu} = 0,0$  MPa em Eq. 7, pôde-se estimar a resistência ao cisalhamento da viga de referência, isto é, sem fibras.

$$P_{R,C} = \left\{ 0,18 \cdot \kappa \cdot \left[ \rho_{l,t} \cdot \left( 1,0 + 7,5 \cdot \frac{f_{Fu}}{f_{ct,m}} \right) \cdot (f_{ct,m} - 8,0) \right]^{1/3} + 0,009 \cdot \rho_w \cdot f_{s,y,w} \cdot \cot g(\theta) \right\} \cdot b \cdot d \quad \text{Eq. 7}$$

Inspecionando a Figura 4a e a expressão Eq. 7, pôde-se notar que a tensão  $f_{Ftu}$  fora manuseada tanto nas análises de flexão como de cisalhamento. Por conta, buscou-se a proposta de Moussa (2017) para estimar as tensões  $f_{R1}$  e  $f_{R3}$ , possibilitando, então, a aferição prática da tensão  $f_{Ftu}$ , ver, nessa ordem, as expressões Eq. 8 e 9. Essas expressões são válidas para  $f_{c,m} \in [25,0-65,0]$  MPa e reproduzem CRFAs com comportamento *softening* sempre. Nas propostas em discussão, o consumo  $C_f$  deve ser tratado em % e as dimensões  $l_f$  e  $d_f$  em milímetros.

$$f_{R1} = (1,1 \cdot 10^{-3} \cdot f_{c,m}^2 - 0,1 \cdot f_{c,m} + 5,0) \cdot f_{ct,m} \cdot \left( C_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{8,0 \cdot 10^{-3} \cdot f_{c,m} + 0,32} \quad \text{Eq. 8}$$

$$f_{R3} = (-8,0 \cdot 10^{-4} \cdot f_{c,m}^2 + 6,05 \cdot 10^{-2} \cdot f_{c,m} - 0,14) \cdot (f_{R1})^{8,0 \cdot 10^{-4} \cdot f_{c,m}^2 - 6,78 \cdot 10^{-2} \cdot f_{c,m} + 2,31} \quad \text{Eq. 9}$$

Apresentados os fatos, comenta-se que na Figura 5c a relação  $P$ - $\delta$  numérica da viga de referência, CF0, fora acompanhada pela marca  $P_{R,C}$ , que exprimiu a sua resistência ao cisalhamento,  $P_{R,C} = 128,77$  kN. Essa conjuntura, inclusive, concordou perfeitamente com o registro experimental. Assim, percebeu-se que combinando a metodologia numérica com a estimativa analítica da resistência ao cisalhamento, a resposta *carga-deslocamento* de vigas em concreto ruindo por cisalhamento ou flexão poderia ser retratada apropriadamente. Cabe comentar que na estimativa da carga  $P_{R,C}$  da viga de referência, adotaram-se os resultados de caracterização dos materiais, concreto e aço, ver Tabelas 2 e 3, e mais, o ângulo  $\theta = 33,0^\circ$  foi empregado, conforme apontou Gomes (2016), quando investigou o padrão de fissuração da viga em discussão.

Revelada a confiabilidade das respostas numérica e analítica para reproduzir, respectivamente, as relações  $P$ - $\delta$  e a resistência ao cisalhamento das vigas de Gomes (2016), análises paramétricas foram regidas para esclarecer a interação entre a taxa  $\rho_{l,t}$  e o consumo  $C_f$ , afim de evitar o desperdício de fibras de aço. Nessas análises, a metodologia de modelagem apresentada antes foi mantida e as propostas de Moussa (2017) para avaliar as tensões  $f_{R1}$  e  $f_{R3}$  foram empregadas, uma vez que CRFAs fictícios foram sugeridos. A resposta à compressão dos concretos foi a indicada na Tabela 6, enquanto a resposta à tração foi reapresentada na Tabela 10, com a adição, inclusive, de outros CRFAs. Nesse momento, vale comparar os números das Tabelas 7 e 10, que delimitaram a extensão residual do concreto CF08. Na Tabela 7 as tensões residuais  $f_r$ ,  $f_{Fts}$  e  $f_{Ftu}$  foram determinadas a partir do registro experimental das tensões  $f_{R1}$  e  $f_{R3}$ . Diferentemente, na Tabela 10, as tensões  $f_r$ ,  $f_{Fts}$  e  $f_{Ftu}$  foram estimadas com base nas propostas de Moussa (2017). Agora, percebe-se claramente que a estimativa da resposta à tração do concreto CF08 fora superior, o que reforçou a suspeita precedente, quanto às respostas residuais exíguas nos ensaios de flexão em três pontos em prismas entalhados dos concretos reforçados com fibras. As propriedades dos aços dos reforços convencionais, especificamente dos longitudinais, foram pontuadas na Tabela 11. Novamente, outros aços foram adicionados para essa análise paramétrica.

Tabela 10. Parâmetros das respostas à tração dos concretos fictícios.

ID	$0,9f_{ct,m}$	$\varepsilon_{0,9ct,m}$	$f_{ct,m}$	$\varepsilon_{ct,m}$	$f_r$	$\varepsilon_r$	$f_{Fts}$	$\varepsilon_{Fts}$	$f_{Ftu}$	$\varepsilon_{Ftu}$
	(MPa)	(‰)	(MPa)	(‰)	(MPa)	(‰)	(MPa)	(‰)	(MPa)	(‰)
CF0	2,12	0,068	2,35	0,15	-	-	-	-	-	-
CF02	2,12	0,068	2,35	0,15	1,08	0,39	1,02	4,0	0,63	20,0
CF04	2,12	0,068	2,35	0,15	1,64	0,28	1,51	4,0	0,92	20,0
CF06	2,12	0,068	2,35	0,15	2,08	0,20	1,89	4,0	1,16	20,0
CF08	2,12	0,068	2,35	0,15	2,35	0,15	2,22	4,0	1,36	20,0
CF10	2,12	0,068	2,35	0,15	2,35	0,15	2,52	4,0	1,54	20,0
CF12	2,12	0,068	2,35	0,15	2,35	0,15	2,79	4,0	1,70	20,0

Tabela 11. Parâmetros das respostas à tração/compressão dos aços.

$\phi$ (mm)	$f_{s,y}$ (MPa)	$\varepsilon_{s,y}$ (‰)	$\varepsilon_{s,h}$ (‰)	$f_{s,u}$ (MPa)	$\varepsilon_{s,u}$ (‰)	$E_s$ (GPa)	$E_{s,h}$ (GPa)
5,0	750,0	3,25	3,30	800,0	20,0	210,0	2,8
6,3	550,0	2,60	2,65	600,0	20,0	210,0	2,8
12,5	600,0	2,85	2,90	650,0	20,0	210,0	2,8
16,0	550,0	2,60	2,65	600,0	20,0	210,0	2,8

As vigas fictícias propostas para essa fase da exploração foram indicadas na Figura 10. Como o alvo dessa investigação foi correlacionar, de modo racional/eficiente, os parâmetros  $\rho_{l,t}$  e  $C_f$ , vigas com diferentes taxas de reforço longitudinal tracionado foram avaliadas,  $\rho_{l,t} \in [0,1-1,5]$  %. Além disso, para cada viga mostrada na Figura 10, teorizou-se também o consumo de fibras  $C_f$  variando de 0,0 até 1,2 % em intervalos de 0,2 %. *A posteriori*, a taxa de reforço transversal,  $\rho_w$ , foi igualmente ponderada, com  $\rho_w$  alternando entre 0,0 %, representando a supressão total do reforço transversal, e  $3 \cdot \rho_{w,min}$ , onde  $\rho_{w,min} \approx 0,09$  %. Publica-se que o reforço longitudinal comprimido de Gomes (2016) foi mantido nas vigas da análise paramétrica. As dimensões dos *layers*, na modelagem das seções fictícias, foram agrupadas na Tabela 12. Outra vez, 16 *layers* foram manuseados, como indicado na Figura 3b.

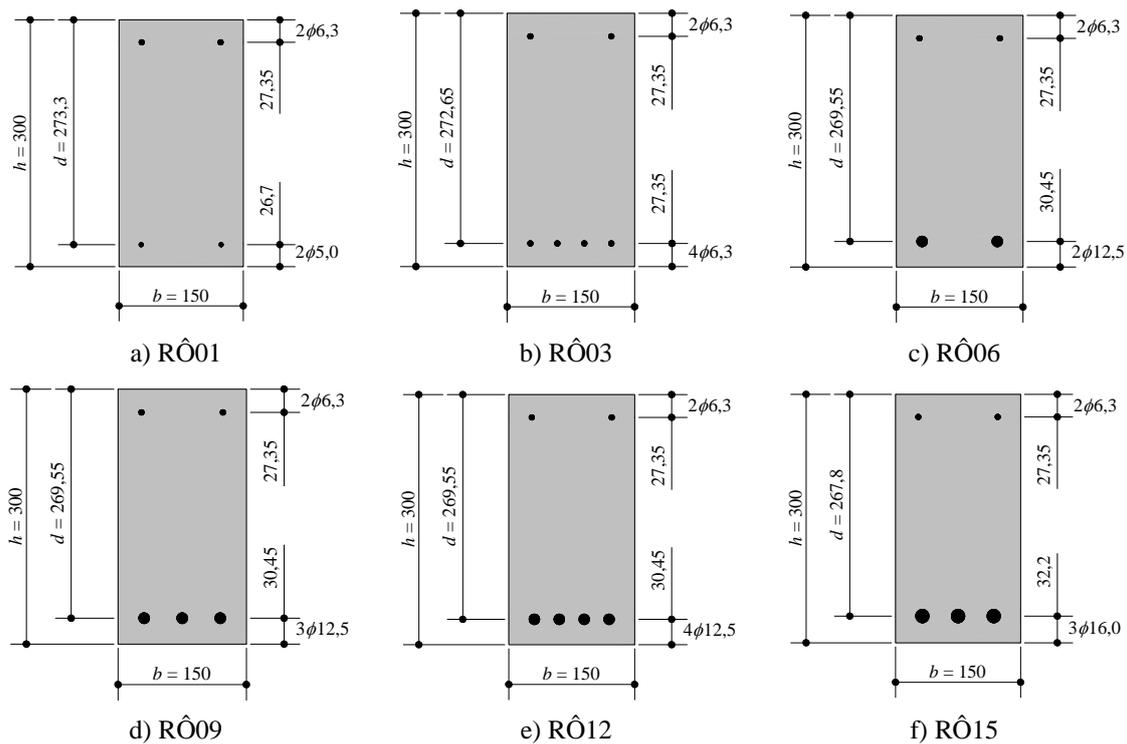


Figura 10. Seção das vigas fictícias (cotas em mm).

Tabela 12. Dimensões dos *layers* das seções fictícias.

ID	Seção do <i>layer</i>	<i>Layers</i>				
		<i>j</i> = 1-2	<i>j</i> = 3	<i>j</i> = 4-13	<i>j</i> = 14	<i>j</i> = 15-16
RÔ01	$b_j$ (mm)	150,0000	6,2345	150,0000	3,9270	150,000
	$h_j$ (mm)	11,1750	10,0000	23,5950	10,0000	10,8500
RÔ03	$b_j$ (mm)	150,0000	6,2345	150,0000	12,4690	150,000
	$h_j$ (mm)	11,1750	10,0000	23,5300	10,0000	11,1750
RÔ06	$b_j$ (mm)	150,0000	6,2345	150,0000	24,5437	150,000
	$h_j$ (mm)	11,1750	10,0000	23,2200	10,0000	12,7250
RÔ09	$b_j$ (mm)	150,0000	6,2345	150,0000	36,8155	150,000
	$h_j$ (mm)	11,1750	10,0000	23,2200	10,0000	12,7250
RÔ12	$b_j$ (mm)	150,0000	6,2345	150,0000	49,0874	150,000
	$h_j$ (mm)	11,1750	10,0000	23,2200	10,0000	12,7250
RÔ15	$b_j$ (mm)	150,0000	6,2345	150,0000	60,3186	150,000
	$h_j$ (mm)	11,1750	10,0000	23,0450	10,0000	13,6000

A Figura 11 identificou as relações  $P$ - $\delta$  das vigas fictícias. Conforme aguardado, aumentando o consumo  $C_f$  de 0,0 para 1,2 %, acréscimos foram percebidos na resistência das vigas, independentemente da taxa  $\rho_{l,t}$  empregada. Além disso, observou-se também que o consumo de fibras máximo usado nessa investigação paramétrica, isto é,  $C_f = 1,2$  %, não estampou o cenário ideal de reforço, posto que consumos inferiores viabilizaram resistências congêneres em todas os casos de taxa  $\rho_{l,t}$  analisados. Essa ocorrência, simplesmente sinalizou o instante em que a taxa  $\rho_{l,t}$  inibiu o reforço provido pelas fibras. A presente passagem, tal como expectado, foi se mostrando mais marcante à medida que a taxa  $\rho_{l,t}$  aumentava de 0,1 para 1,5 %. Consequentemente, a taxa  $\rho_{l,t}$  se mostrou um parâmetro relevante no momento da seleção do consumo de fibras de uma viga em CRFA, ou vice-versa.

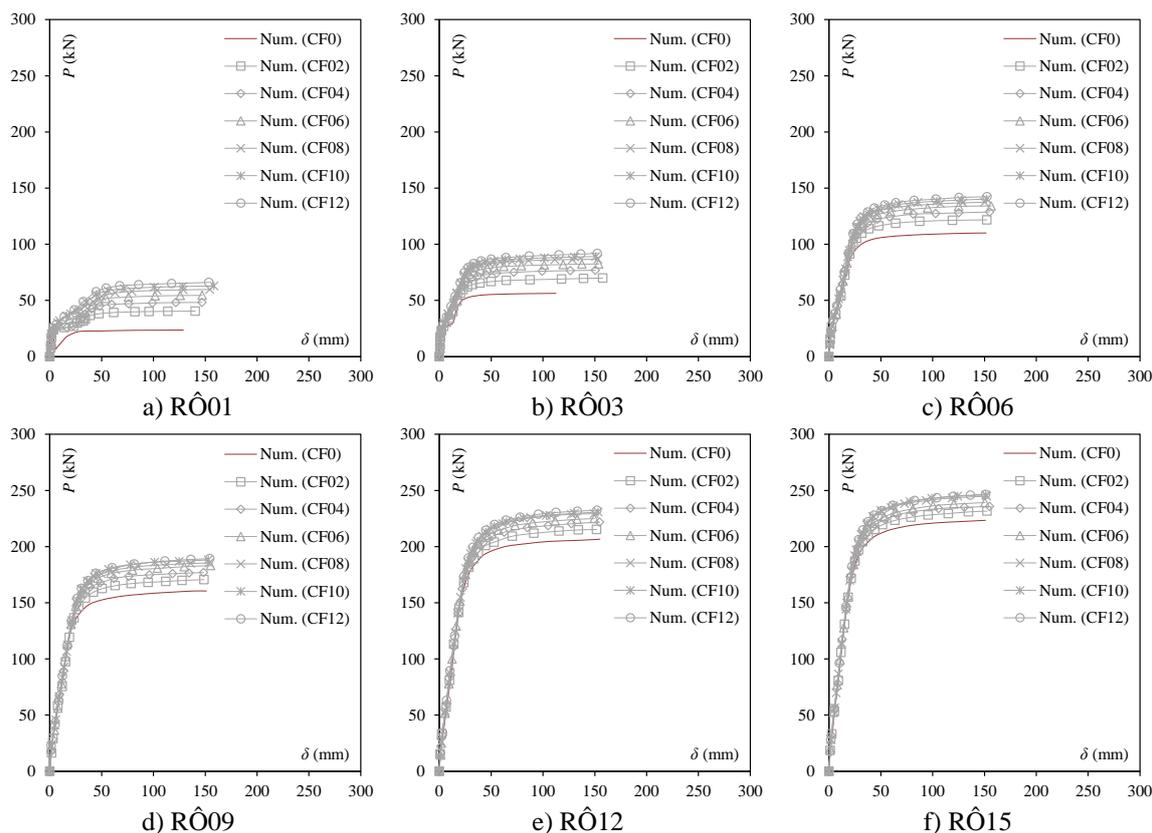


Figura 11. Relação  $P$ - $\delta$  das vigas fictícias.

Outra questão pertinente, relativamente às recomendações de projeto, diz respeito à resistência das vigas ao cisalhamento, visto que, além da taxa  $\rho_w$ , tanto as fibras de aço como a taxa  $\rho_{l,t}$  também desempenham, em maior ou menor valor, evidentemente, uma função de destaque, ver Eq. 7. Assim, a Figura 12 mostrou as relações  $P$ - $C_f$  das vigas fictícias, onde se puderam confrontar as resistências à flexão, curvas  $P_{R,F}$ , e ao cisalhamento, curvas  $P_{R,C}$ , para os diferentes consumos  $C_f$  e taxas  $\rho_w$  praticados na corrente análise paramétrica. Fundamentado nesses resultados, pontuou-se, primeiramente, que a ascensão das curvas  $P_{R,F}$ , enquanto  $C_f$  aumentava de 0,0 para 1,2 %, fora menos acentuada quando a taxa  $\rho_{l,t}$  cresceu de 0,1 para 1,5 %. Outra vez, revelou-se meios para identificar o instante em que a taxa  $\rho_{l,t}$  inibiu o mecanismo de reforço provido pelas fibras de aço. Outrossim, nesse formato de apresentação, a identificação do consumo ideal de fibras se revelou prático/simples, visto que agora se tem a identificação, tanto da resistência à flexão, como ao cisalhamento. No que tange à seleção da taxa  $\rho_w$  das vigas fictícias, buscaram-se, de um modo geral, as curvas  $P_{R,C}$  que cobrissem as curvas  $P_{R,F}$ , prevalecendo, desse modo, a ruína por flexão. Na Figura 12, o marcador ✖ simbolizou a condição ideal de reforço, ao menos, na perspectiva do redator desse documento. Para indicar a condição ideal, ponderou-se concomitantemente, o modo de ruína das vigas, prevalecendo a flexão, com  $P_{R,C} > P_{R,F}$ , e, naturalmente, as suas resistências última. Nesse último quesito, os elementos de reforço, nomeadamente  $\rho_{l,t}$  e  $C_f$ , foram combinados de forma a evitar a obstaculização da ação das fibras por parte das barras de aço.

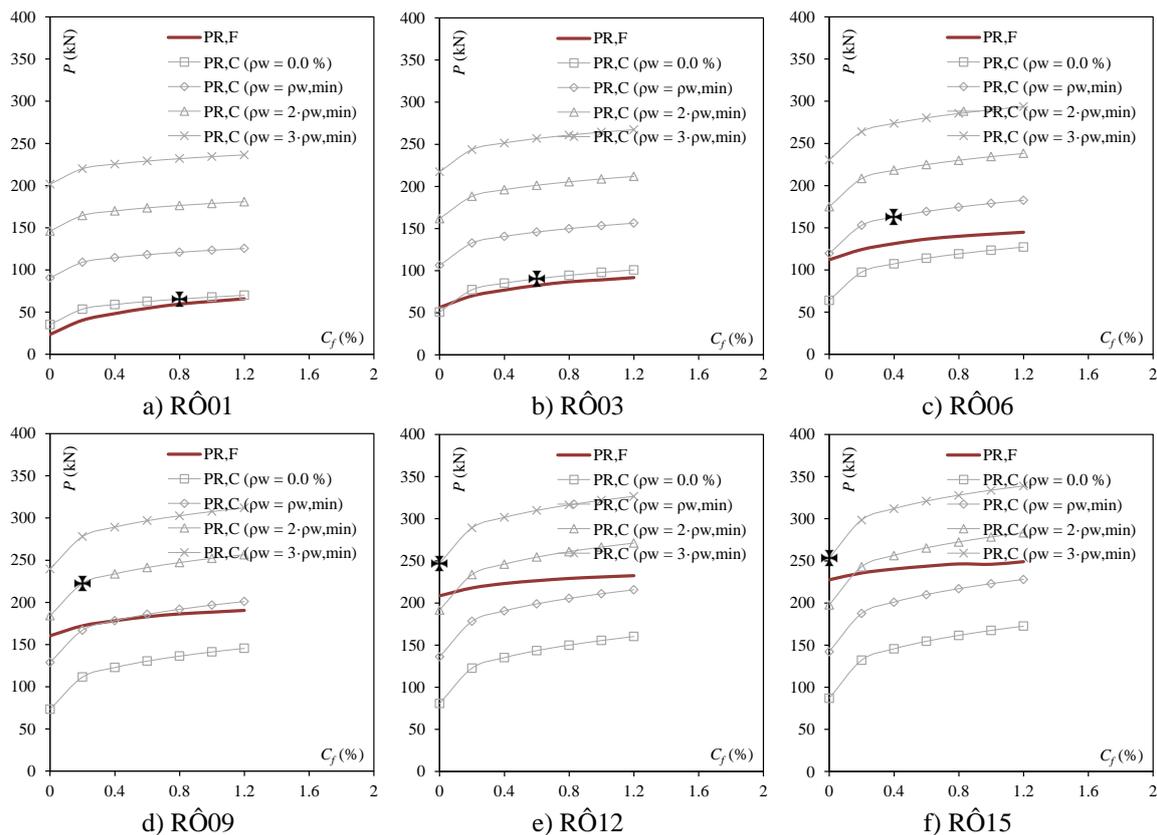


Figura 12. Relação  $P$ - $C_f$  das vigas fictícias.

A curva de reforço das vigas fictícias, expressa sincronicamente a partir das relações  $\rho_{l,t}-C_f$  e  $P_{R,F}-C_f$ , foi mostrada, nessa ordem, nas Figuras 13a e 13b para os casos de consumo ideal e máximo,  $C_f = 1,2\%$ . No tocante ao consumo ideal, dois pontos foram ressaltados nos comentários. Primeiro, relativamente à viga fictícia RÔ09, que concordou com a taxa de reforço convencional das vigas de Gomes (2016). Os resultados experimentais dessa autora retrataram  $C_f = 0,5\%$  como o consumo ideal, haja vista que a capacidade portante das vigas CF05, com  $C_f = 0,5\%$ , e CF10, com  $C_f = 1,0\%$ , foi similar, ver Figura 2. Ademais, o consumo  $C_f = 0,5\%$  também foi suficiente para alterar o modo de ruína dessa peça, de cisalhamento/frágil para flexão/dúctil. Importa recordar que nas vigas de Gomes (2016) a taxa  $\rho_w = \rho_{w,min} \approx 0,09\%$  foi empregada. Alternativamente, os resultados numéricos da viga RÔ09 apontaram o consumo  $C_f = 0,2\%$  como a condição ideal, contudo, aventando  $\rho_w = 2 \cdot \rho_{w,min}$ , ver Figura 13a. A Figura 12d mostrou que a especulação numérica sugeriu uma proposta de reforço mais eficiente, comparativamente à resposta experimental da viga CF05, uma vez assegurada resistências próximas e maior certeza quanto à ruína por flexão. A estimativa da resistência da viga RÔ09, para o caso ideal, ver a marca ✖ na Figura 12d, deixou clara a condição  $P_{R,C} > P_{R,F}$ . A mesma condição,  $P_{R,C} > P_{R,F}$ , não foi tão marcante quando se avaliou a curva  $P_{R,C} (\rho_w = \rho_{w,min})$  e  $C_f = 0,5\%$ . Na última análise, uma interpolação linear foi admitida entre os consumos 0,4 e 0,6 %.

Continuando a discussão da Figura 13a, vale sublinhar a sugestão de não utilizar fibras de aço,  $C_f = 0,0\%$ , quando  $\rho_{l,t} \geq 1,2\%$ , tendo sido percebido uma influência mínima do reforço fibroso na resistência dessas peças. Confrontando as Figuras 13a e 13b, observou-se que a curva de reforço ideal proporcionou resistências análogas a curva de consumo máximo. A Figura 13c revelou o indicador  $(CRFA/CA)_{P_{R,F}}$ , que simbolizou o quociente entre as resistências à flexão,  $P_{R,F}$ , das vigas em CRFA e as suas respectivas

vigas de referência, isto é, em concreto armado (CA). Investigando os registros, percebeu-se, em geral, que as vigas com  $C_f = 1,2$  %, consumo máximo, foram aproximadamente 10,0 % mais resistentes que as vigas reforçadas com o consumo ideal de fibras. As recomendações de projeto apresentadas aqui, além de reforçarem a importância técnica de se ponderar acertadamente os mecanismos de reforço empregados em uma viga, também notabilizaram o aspecto econômico.

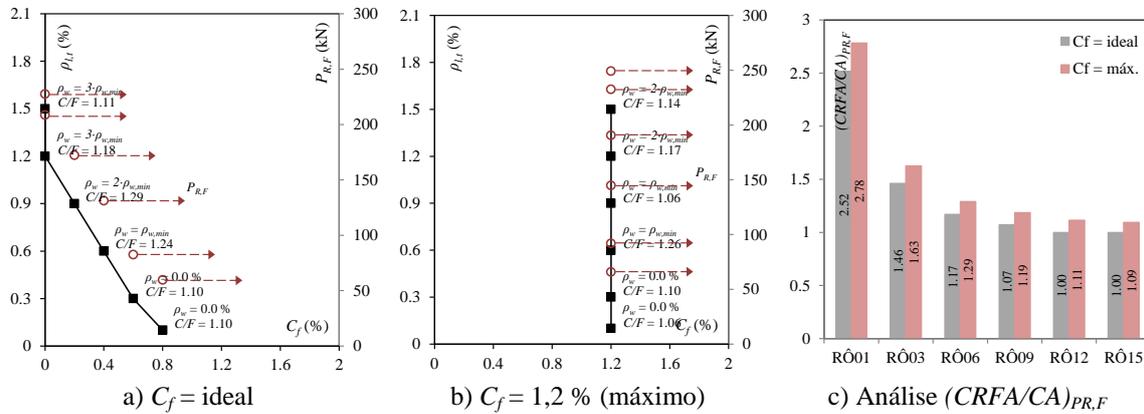


Figura 13. Relações  $\rho_{l,r}$ - $C_f$  e  $P_{R,F}$ - $C_f$  das vigas fictícias.

## 5. CONCLUSÕES

Na presente investigação, o experimento de Gomes (2016) foi analisado numericamente. Para esse fim, o *software* DOCROS (*Design Of CROSS Sections*) foi utilizado. Após a calibração dos modelos, uma análise paramétrica foi conduzida para viabilizar discussões que favorecessem a compreensão da compatibilização do reforço convencional longitudinal tracionado e do consumo de fibras em vigas. Assim, reforços eficientes puderam ser projetados, sem que o reforço convencional inibisse a ação das fibras. Fundamentado nos resultados, pontuaram-se agora as conclusões mais relevantes, a saber:

- Os ensaios de compressão axial do concreto e tração axial do aço do reforço convencional foram suficientes para munir as leis constitutivas do *fib Model Code 2010* (2012, *bulletin 65*), viabilizando, assim, a modelagem de vigas em CA. Para explorar numericamente as vigas em CRFA, o ensaio de flexão em três pontos em prismas entalhados também integrou a lista elencada anteriormente;
- O *software* DOCROS oportunizou a realização de análises não linear do material das seções transversais das vigas do estudo experimental, oferecendo, ao fim, o registro das relações *momento-curvatura* e *carga-deslocamento*. Ademais, as respostas numéricas também sinalizaram que as fibras de aço, se dosadas indevidamente, podem ter o seu mecanismo de reforço obstado pelo reforço convencional;
- As recomendações de projeto apresentadas nesse estudo se mostraram práticas e ao mesmo tempo eficazes para julgar conjuntamente a ação dos mecanismos de reforços providos pelas barras e fibras de aço;
- O conceito de curva de reforço foi introduzido, o que permitiu prenunciar a condição ideal para mesclar o reforço convencional com as fibras de aço. Para certos casos, em

geral, as vigas densamente reforçadas à flexão, pôde-se, inclusive, atestar a prescindibilidade do reforço fibroso.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ABNT NBR ISO 6892-1. (2013). *Materiais metálicos - Ensaio de Tração - Parte 1: Método de ensaio à temperatura ambiente*. Associação Brasileira de Normas Técnicas.

AOUDE, H.; HOSINIEH, M.M.; COOK, W.D.; MITCHELL, D. (2020). *Core confinement and cover spalling in square and rectangular SCC and SFRC columns*. Structures, V. 24, pp. 804-822.

BARROS, J.A.O.; CUNHA, V.M.C.F.; RIBEIRO, A.F.; ANTUNES, J.A.B. (2005). *Post-cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete*. Materials and Structures, V. 38, pp. 47-56.

BARROS, J.A.O.; FIGUEIRAS, J.A. (1999). *Flexural behavior of SFRC: testing and modeling*. Journal of Materials in Civil Engineering, V. 11, Issue 4.

BERNARDI, P.; CERIONI, R.; MICHELINI, E.; SIRICO, A. (2016). *Numerical modeling of the cracking behavior of RC and SFRC shear-critical beams*. Engineering Fracture Mechanics, V. 167, pp. 151-166.

BISCHOFF, P.H. (2003). *Tension stiffening and cracking of steel fiber-reinforced concrete*. Journal of Materials in Civil Engineering, V. 15, Issue 2.

BLANCO, A.; PUJADAS, P.; de la FUENTE, A.; CAVALARO, S.H.P.; AGUADO, A. (2015). *Assessment of the fibre orientation factor in SFRC slabs*. Composites Part B: Engineering, V. 68, pp. 343-354.

CAMPIONE, G. (2012). *Flexural behavior of steel fibrous reinforced concrete deep beams*. Journal of Structural Engineering, V. 138, Issue 2.

CHIDAMBARAM, R.S.; AGARWAL, P. (2015). *Seismic behavior of hybrid fiber reinforced cementitious composite beam-column joints*. Materials and Design, V. 86, pp. 771-781.

de VEKEY, R.C.; MAJUMDAR, A.J. (1968). *Determining bond strength in fibre-reinforced composites*. Magazine of Concrete Research, V. 20, Issue 65, pp. 229-234.

DELUCE, J.R.; VECCHIO, F.J. (2013). *Cracking behavior of steel fiber-reinforced concrete members containing conventional reinforcement*. ACI Structural Journal, V. 110, Issue 3, pp. 481-490.

DING, Y. (2011). *Investigations into the relationship between deflection and crack mouth opening displacement of SFRC beam*. Construction and Building Materials, V. 25, Issue 5, pp. 2432-2440.

*fib Model Code 2010*. (2012). *Model Code 2010*. Fédération Internationale du Béton, Final Draft, V. 2, *Bulletin* 66.

*fib Model Code 2010*. (2012). *Model Code 2010*. Fédération Internationale du Béton, Final Draft, V. 1, *Bulletin* 65.

- GALI, S.; SUBRAMANIAM, K.V.L. (2017a). *Investigation of the dilatant behavior of cracks in the shear response of steel fiber reinforced concrete beams*. Engineering Structures, V. 152, pp. 832-842.
- GALI, S.; SUBRAMANIAM, K.V.L. (2017b). *Evaluation of crack propagation and post-cracking hinge-type behavior in the flexural response of steel fiber reinforced concrete*. International Journal of Concrete Structures and Materials, V. 11, pp. 365-375.
- GANESAN, N.; MURTHY, J.V.R. (1990). *Strength and behavior of confined steel fiber reinforced concrete columns*. ACI Materials Journal, V. 87, Issue 3, pp. 221-227.
- GAO, D.; GU, Z.; ZHU, H.; HUANG, Y. (2020). *Fatigue behavior assessment for steel fiber reinforced concrete beams through experiment and fatigue prediction model*. Structures, V. 27, pp. 1105-1117.
- GERMANO, F.; TIBERTI, G.; PLIZZARI, G. (2016). *Experimental behavior of SFRC columns under uniaxial and biaxial cyclic loads*. Composites Part B: Engineering, V. 85, pp. 76-92.
- GOMES, L.D.S. (2016). *Análise experimental da eficiência das fibras de aço no reforço ao cisalhamento de vigas em concreto armado*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil.
- JIURU, T.; CHAOBIN, H.; KAIJIAN, Y.; YONGCHENG, Y. (1992). *Seismic behavior and shear strength of framed joint using steel-fiber reinforced concrete*. Journal of Structural Engineering, V. 118, Issue 2, pp. 341-358.
- KHALOO, A.R.; AFSHARI, M. (2005). *Flexural behaviour of small steel fibre reinforced concrete slabs*. Cement and Concrete Composites, V. 27, Issue 1, p. 141-149.
- LAKAVATH, C.; JOSHI, S.S.; PRAKASH, S.S. (2019). *Investigation of the effect of steel fibers on the shear crack-opening and crack-slip behavior of prestressed concrete beams using digital image correlation*. Engineering Structures, V. 193, pp. 28-42.
- LEE, S.-C.; CHO, J.-Y.; VECCHIO, F.J. (2011). *Model for post-yield tension stiffening and rebar rupture in concrete members*. Engineering Structures, V. 33, Issue 5, pp. 1723-1733.
- LEE, S.-C.; CHO, J.-Y.; VECCHIO, F.J. (2013). *Tension-stiffening model for steel fiber-reinforced concrete containing conventional reinforcement*. ACI Structural Journal, V. 110, Issue 4, pp. 639-648.
- LI, B.; CHI, Y.; XU, L.; LI, C.; SHI, Y. (2018). *Cyclic tensile behavior of SFRC: Experimental research and analytical model*. Construction and Building Materials, V. 190, pp. 1236-1250.
- LU, H.; ZHANG, M.; LI, Z. (2007). *Experimental study on the effect of steel-fibre in concrete thick cap*. Journal of Wuhan University of Technology-Mater. Sci. Ed., V. 22, pp. 371-375.
- MANSUR, M.A.; NAGATAKI, S.; LEE, S.H.; OOSUMIMOTO, Y. (1989). *Torsional response of reinforced fibrous concrete beams*. ACI Structural Journal, V. 86, Issue 1, pp. 36-44.
- MERTOL, H.C.; BARAN, E.; BELLO, H.J. (2015). *Flexural behavior of lightly and heavily reinforced steel fiber concrete beams*. Construction and Building Materials, V. 98, Issue 15, pp. 185-193.
- MINELLI, F.; CONFORTI, A.; CUENCA, E.; PLIZZARI, G. (2014). *Are steel fibres able to mitigate or eliminate size effect in shear?*. Materials and Structures, V. 47, pp. 459-473.

MOUSSA, Y.H. (2017). *Eficácia das fibras de aço no reforço à flexão de vigas em concreto armado com taxa de armadura mínima*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil.

NEWMARK, N.M. (1942). *Numerical Procedure for Computing Deflections, Moments, and Buckling Loads*. American Society of Civil engineers, Paper N. 2202.

NGUYEN-MINH, L.; ROVNÁK, M.; TRAN-QUOC, T. (2012). *Punching shear capacity of interior SFRC slab-column connections*. Journal of Structural Engineering, V. 138, Issue 5, pp. 613-624.

OKAY, F.; ENGIN, S. (2012). *Torsional behavior of steel fiber reinforced concrete beams*. Construction and Building Materials, V. 28, Issue 1, pp. 269-275.

ÖZCAN, D.M.; BAYRAKTAR, A.; ŞAHİN, A.; HAKTANIR, T.; TÜRKER, T. (2009). *Experimental and finite element analysis on the steel fiber-reinforced concrete (SFRC) beams ultimate behavior*. Construction and Building Materials, V. 23, Issue 2, pp. 1064-1077.

PAJAŁ, M.; PONIKIEWSKI, T. (2013). *Flexural behavior of self-compacting concrete reinforced with different types of steel fibers*. Construction and Building Materials, V. 47, pp. 397-408.

PARVEZ, A.; FOSTER, S.J. (2015). *Fatigue behavior of steel-fiber-reinforced concrete beams*. Journal of Structural Engineering, V. 141, Issue 4.

RAJU, R.A.; LIM, S.; AKIYAMA, M.; KAGEYAMA, T. (2020). *Effects of concrete flow on the distribution and orientation of fibers and flexural behavior of steel fiber-reinforced self-compacting concrete beams*. Construction and Building Materials, V. 262, Issue 30, pp. 119963.

RAO, T.D.G.; SESHU, D.R. (2003). *Torsion of steel fiber reinforced concrete members*. Cement and Concrete Research, V. 33, Issue 11, pp. 1783-1788.

RAO, T.D.G.; SESHU, D.R. (2005). *Analytical model for the torsional response of steel fiber reinforced concrete members under pure torsion*. Cement and Concrete Composites, V. 27, pp. 493-501.

RILEM TC 148-SSC. (1997). *Strain-softening of concrete in uniaxial compression*. Test methods for the strain-softening response of concrete, Materials and Structures, V. 30, pp. 195-209.

RILEM TC 148-SSC. (2000). *Test method for measurement of the strain-softening behaviour of concrete under uniaxial compression*. Strain softening of concrete - Test methods for compressive softening, Materials and Structures, V. 33, pp. 347-351.

RILEM TC 162-TDF. (2002). *Bending test: Final recommendation*. Test and design methods for steel fibre reinforced concrete, Materials and Structures, V. 35, pp. 579-582.

ROMUALDI, J.P.; RAMEY, M.R. (1965). *Effects of impulsive loads on fiber-reinforced concrete beams*. Department of Civil Engineering, Carnegie Institute of Technology, Pittsburgh, Pennsylvania, Final Report, Contract No. OCD-PS-64-21.

SAHOO, D.R.; KUMAR, N. (2015). *Monotonic behavior of large-scale SFRC beams without stirrups*. Engineering Structures, V. 92, pp. 46-54.

- SAHOO, D.R.; SHARMA, A. (2014). *Effect of steel fiber content on behavior of concrete beams with and without stirrups*. ACI Structural Journal, V. 111, Issue 5, pp. 1157-1166.
- SOETENS, T.; MATTHYS, S.; HERTELÉ, S.; De WAELE, W. (2017). *Shear behaviour of prestressed precast SFRC girders*. Engineering Structures, V. 142, pp. 20-35.
- SORELLI, L.G.; MEDA, A.; PLIZZARI, G.A. (2006). *Steel fiber concrete slabs on ground: A structural matter*. ACI Structural Journal, V. 103, Issue 4, pp. 551-558.
- TAN, K.H.; MURUGAPPAN, K.; PARAMASIVAM, P. (1993). *Shear behavior of steel fiber reinforced concrete beams*. ACI Structural Journal, V. 90, Issue 1, pp. 3-11.
- TEIXEIRA, M.D.E.; BARROS, J.A.O.; CUNHA, V.M.C.F.; MORAES-NETO, B.N.; VENTURA-GOUVEIA, A. (2015). *Numerical simulation of the punching shear behaviour of self-compacting fibre reinforced flat slabs*. Construction and Building Materials, V. 74, pp. 25-36.
- VASILOS, T.; WOLFF, E.G. (1966). *Strength properties of fiber-reinforced composites*. Journal of the Minerals, Metals & Materials Society, V. 18, pp. 583-592.
- YANG, J.-M.; KIM, J.-K.; YOO, D.-Y. (2018). *Flexural and shear behaviour of high-strength SFRC beams without stirrups*. Magazine of Concrete Research, V. 71, Issue 10, pp. 503-518.
- YOO, D.-Y.; YOON, Y.-S.; BANTHIA, N. (2015). *Predicting the post-cracking behavior of normal- and high-strength steel-fiber-reinforced concrete beams*. Construction and Building Materials, V. 93, pp. 477-485.
- ZHANG, H.; ZHANG, Y.; LU, X.; DUAN, Y. (2020). *Influence of axial load ratio on the seismic behavior of steel fiber-reinforced concrete composite shear walls*. Journal of Structural Engineering, V. 146, Issue 1.
- ZHU, L.; WANG, J.-J.; LI, X.; TANG, L.; YU, B.-Y. (2020). *Experimental and numerical study of curved SFRC and ECC composite beams with various connectors*. Thin-Walled Structures, V. 155, pp. 106938.

## 4. CONCLUSÕES

Nesse estudo, simulações numéricas, assim como as recomendações do *fib Model Code 2010* (2012, *bulletins* 65 e 66), foram operadas para possibilitar discussões sobre o efeito sincrônico entre a taxa de reforço longitudinal tracionado,  $\rho_{l,t}$ , e o consumo de fibras,  $C_f$ , de vigas em concreto reforçado com fibras de aço, CRFA. Vale informar que o experimento de Gomes (2016) norteou a corrente perquirição. Fundamentado, via de regra, em relações *carga-deslocamento*, as seguintes conclusões foram apontadas:

- Caracterizar o concreto a partir de ensaios de compressão axial e ensaios de flexão em três pontos em prismas entalhados, assim como, caracterizar o aço dos reforços a partir de ensaios de tração axial foi suficiente, juntamente com as recomendações do *fib Model Code 2010* (2012, *bulletin* 65), para viabilizar simulações numéricas simples, mas ainda assim confiáveis, de vigas em CRFA;
- Os recursos do *software* DOCROS (*Desing Of CROss Sections*) oportunizaram, via modelagem das seções transversais, reproduzir de maneira íntegra a resposta *carga-deslocamento* de vigas em CRFA;
- As simulações apontaram a passagem em que o reforço convencional inibiu a ação de reforço promovido pelas fibras de aço. Assim, metodologias de análise foram recomendadas para assegurar projetos de vigas eficientes, onde, tanto as barras de aço, como as fibras de aço, pudessem ser selecionadas apropriadamente, sem desperdício;
- Explorando o conceito de curva de reforço, introduzido nessa obra, inclusive, possibilitou-se julgar a combinação adequada dos reforços convencionais e das fibras de aço no projeto de vigas em CRFA, identificando-se, até mesmo, os casos onde se dispensa o uso das fibras de aço.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ABBAS, S.; SOLIMAN, A.M.; NEHDI, M.L. (2015). *Exploring mechanical and durability properties of ultra-high performance concrete incorporating various steel fiber lengths and dosages*. Construction and Building Materials, V. 75, pp. 429-441.

ABBASS, W.; KHAN, M.I.; MOURAD, S. (2018). *Evaluation of mechanical properties of steel fiber reinforced concrete with different strengths of concrete*. Construction and Building Materials, V. 168, pp. 556-569.

ABNT NBR 14724. (2011). *Informação e documentação - Trabalhos acadêmicos - Apresentação*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Comitê ABNT/CB-014 Informação e Documentação.

ABNT NBR ISO 6892-1. (2013). *Materiais metálicos - Ensaio de Tração - Parte 1: Método de ensaio à temperatura ambiente*. Associação Brasileira de Normas Técnicas.

ABU-LEBDEH, T.; HAMOUSH, S.; HEARD, W.; ZORNIG, B. (2011). *Effect of matrix strength on pullout behavior of steel fiber reinforced very-high strength concrete composites*. Construction and Building Materials, V. 25, Issue 1, pp. 39-46.

ACI Committee 544.1R-96. (1996, reprovado em 2002). *State-of-the-art report on fiber reinforced concrete*. Reported by ACI Committee 544.

AFGC/SETRA. (2002). *Ultra high performance fibre-reinforced concretes*. Interim recommendations. Bagnaux, France: SETRA.

AOUDE, H.; HOSINIEH, M.M.; COOK, W.D.; MITCHELL, D. (2020). *Core confinement and cover spalling in square and rectangular SCC and SFRC columns*. Structures, V. 24, pp. 804-822.

BALENDRAN, R.V.; ZHOU, F.P.; NADEEM, A.; LEUNG A.Y.T. (2002). *Influence of steel fibres on strength and ductility of normal and lightweight high strength concrete*. Building and Environment, V. 37, Issue 12, pp. 1361-1367.

BARROS, J.A.O.; CUNHA, V.M.C.F.; RIBEIRO, A.F.; ANTUNES, J.A.B. (2005). *Post-cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete*. Materials and Structures, V. 38, pp. 47-56.

BARROS, J.A.O.; FIGUEIRAS, J.A. (1999). *Flexural behavior of SFRC: testing and modeling*. Journal of Materials in Civil Engineering, V. 11, Issue 4.

BARROS, J.A.O.; MORAES-NETO, B.N.; MELO, G.S.S.A.; FRAZÃO, C.M.V. (2015). *Assessment of the effectiveness of steel fibre reinforcement for the punching resistance of flat slabs by experimental research and design approach*. Composites Part B: Engineering, V. 78, pp. 8-25.

BATSON, G.; BALL, C.; BAILEY, L.; LANDERS, E.; HOOKS, J. (1972b). *Flexural fatigue strength of steel fiber reinforced concrete beams*. ACI Journal Proceedings, V. 69, Issue 11, pp. 673-677.

BATSON, G.; JENKINS, E.; SPATNEY, R. (1972a). *Steel fibers as shear reinforcement in beams*. ACI Journal Proceedings, V. 69, Issue 10, pp. 640-644.

BENCARDINO, F.; RIZZUTI, L.; SPADEA, G.; SWAMY, R.N. (2006). *Stress-strain behavior of steel fiber-reinforced concrete in compression*. Journal of Materials in Civil Engineering, V. 20, Issue 3, pp. 255-263.

BERNARDI, P.; CERIONI, R.; MICHELINI, E.; SIRICO, A. (2016). *Numerical modeling of the cracking behavior of RC and SFRC shear-critical beams*. Engineering Fracture Mechanics, V. 167, pp. 151-166.

BISCHOFF, P.H. (2003). *Tension stiffening and cracking of steel fiber-reinforced concrete*. Journal of Materials in Civil Engineering, V. 15, Issue 2.

BLANCO, A.; PUJADAS, P.; de la FUENTE, A.; CAVALARO, S.H.P.; AGUADO, A. (2015). *Assessment of the fibre orientation factor in SFRC slabs*. Composites Part B: Engineering, V. 68, pp. 343-354.

CAMPIONE, G. (2012). *Flexural behavior of steel fibrous reinforced concrete deep beams*. Journal of Structural Engineering, V. 138, Issue 2.

CAO, Y.Y.Y; YU, Q.L. (2018). *Effect of inclination angle on hooked end steel fiber pullout behavior in ultra-high performance concrete*. Composite Structures, V. 201, pp. 151-160.

CHIDAMBARAM, R.S.; AGARWAL, P. (2015). *Seismic behavior of hybrid fiber reinforced cementitious composite beam-column joints*. Materials and Design, V. 86, pp. 771-781.

CUNHA, V.M.C.F.; BARROS, J.A.O.; SENA-CRUZ, J.M. (2010). *Pullout behavior of steel fibers in self-compacting concrete*. Journal of Materials in Civil Engineering, V. 22, Issue 1.

DANCYGIER, A.N.; BERKOVER, E. (2016). *Cracking localization and reduced ductility in fiber-reinforced concrete beams with low reinforcement ratios*. Engineering Structures, V. 111, pp. 411-424.

DANCYGIER, A.N.; SAVIR, Z. (2006). *Flexural behavior of HSFRC with low reinforcement ratios*. Engineering Structures, V. 28, Issue 11, pp. 1503-1512.

de VEKEY, R.C.; MAJUMDAR, A.J. (1968). *Determining bond strength in fibre-reinforced composites*. Magazine of Concrete Research, V. 20, Issue 65, pp. 229-234.

DELUCE, J.R.; VECCHIO, F.J. (2013). *Cracking behavior of steel fiber-reinforced concrete members containing conventional reinforcement*. ACI Structural Journal, V. 110, Issue 3, pp. 481-490.

DING, Y. (2011). *Investigations into the relationship between deflection and crack mouth opening displacement of SFRC beam*. Construction and Building Materials, V. 25, Issue 5, pp. 2432-2440.

DUBALLET, R.; BAVEREL, O.; DIRRENBARGER, J. (2017). *Classification of building systems for concrete 3D printing*. Automation in Construction, V. 83, pp. 247-258.

EDGINGTON, J.; HANNANT, D.J. (1972). *Steel fibre reinforced concrete. The effect on fibre orientation of compaction by vibration*. Matériaux et Construction, V. 5, pp. 41-44.

*fib Model Code 2010*. (2012). *Model Code 2010*. Fédération Internationale du Béton, Final Draft, V. 2, *Bulletin 66*.

*fib Model Code 2010*. (2012). *Model Code 2010*. Fédération Internationale du Béton, Final Draft, V. 1, *Bulletin 65*.

GALI, S.; SUBRAMANIAM, K.V.L. (2017a). *Investigation of the dilatant behavior of cracks in the shear response of steel fiber reinforced concrete beams*. Engineering Structures, V. 152, pp. 832-842.

GALI, S.; SUBRAMANIAM, K.V.L. (2017b). *Evaluation of crack propagation and post-cracking hinge-type behavior in the flexural response of steel fiber reinforced concrete*. International Journal of Concrete Structures and Materials, V. 11, pp. 365-375.

GANESAN, N.; MURTHY, J.V.R. (1990). *Strength and behavior of confined steel fiber reinforced concrete columns*. ACI Materials Journal, V. 87, Issue 3, pp. 221-227.

GAO, D.; GU, Z.; ZHU, H.; HUANG, Y. (2020). *Fatigue behavior assessment for steel fiber reinforced concrete beams through experiment and fatigue prediction model*. Structures, V. 27, pp. 1105-1117.

GERMANO, F.; TIBERTI, G.; PLIZZARI, G. (2016). *Experimental behavior of SFRC columns under uniaxial and biaxial cyclic loads*. Composites Part B: Engineering, V. 85, pp. 76-92.

GERMANO, F.; TIBERTI, G.; PLIZZARI, G. (2016b). *Post-peak fatigue performance of steel fiber reinforced concrete under flexure*. Materials and Structures, V. 49, pp. 4229-4245.

GHASEMI, M.; GHASEMI, M.R.; MOUSAVI, S.R. (2019). *Studying the fracture parameters and size effect of steel fiber-reinforced self-compacting concrete*. Construction and Building Materials, V. 201, pp. 447-460.

GOLDFEIN, S. (1963). *Plastic fibrous reinforcement for portland cement*. Technical Report N. 1757-TR, U.S. Army Research and Development Laboratories, Fort Belvoir, pp. 1-16.

GOMES, L.D.S. (2016). *Análise experimental da eficiência das fibras de aço no reforço ao cisalhamento de vigas em concreto armado*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil.

GOSSELIN, C.; DUBALLET, R.; ROUX, P.; GAUDILLIÈRE, N.; DIRRENBERGER, J.; MOREL, P. (2016). *Large-scale 3D printing of ultra-high performance concrete - a new processing route for architects and builders*. Materials and Design, V. 100, pp. 102-109.

HAGER, I.; GOLONKA, A.; PUTANOWICZ, R. (2016). *3D printing of buildings and building components as the future of sustainable construction?*. Procedia Engineering, V. 151, pp. 292-299.

HANNAWI, K.; BIAN, H.; PRINCE-AGBODJAN, W.; RAGHAVAN, B. (2016). *Effect of different types of fibers on the microstructure and the mechanical behavior of Ultra-High Performance Fiber-Reinforced Concretes*. Composites Part B: Engineering, V. 86, pp. 214-220.

JIURU, T.; CHAOBIN, H.; KAIJIAN, Y.; YONGCHENG, Y. (1992). *Seismic behavior and shear strength of framed joint using steel-fiber reinforced concrete*. Journal of Structural Engineering, V. 118, Issue 2, pp. 341-358.

KAZEMI, M.T.; GOLSORKHTABAR, H.; BEYGI, M.H.A.; GHOLAMITABAR, M. (2017). *Fracture properties of steel fiber reinforced high strength concrete using work of fracture and size effect methods*. Construction and Building Materials, V. 142, pp. 482-489.

KHALOO, A.R.; AFSHARI, M. (2005). *Flexural behaviour of small steel fibre reinforced concrete slabs*. Cement and Concrete Composites, V. 27, Issue 1, p. 141-149.

LAKAVATH, C.; JOSHI, S.S.; PRAKASH, S.S. (2019). *Investigation of the effect of steel fibers on the shear crack-opening and crack-slip behavior of prestressed concrete beams using digital image correlation*. Engineering Structures, V. 193, pp. 28-42.

LEE, S.-C.; CHO, J.-Y.; VECCHIO, F.J. (2011). *Model for post-yield tension stiffening and rebar rupture in concrete members*. Engineering Structures, V. 33, Issue 5, pp. 1723-1733.

LEE, S.-C.; CHO, J.-Y.; VECCHIO, F.J. (2013). *Tension-stiffening model for steel fiber-reinforced concrete containing conventional reinforcement*. ACI Structural Journal, V. 110, Issue 4, pp. 639-648.

LEE, Y.; KANG, S.-T.; KIM, J.-K. (2010). *Pullout behavior of inclined steel fiber in an ultra-high strength cementitious matrix*. Construction and Building Materials, V. 24, Issue 10, pp. 2030-2041.

LI, B.; CHI, Y.; XU, L.; LI, C.; SHI, Y. (2018). *Cyclic tensile behavior of SFRC: Experimental research and analytical model*. Construction and Building Materials, V. 190, pp. 1236-1250.

LU, H.; ZHANG, M.; LI, Z. (2007). *Experimental study on the effect of steel-fibre in concrete thick cap*. Journal of Wuhan University of Technology-Mater. Sci. Ed., V. 22, pp. 371–375.

MANSUR, M.A.; NAGATAKI, S.; LEE, S.H.; OOSUMIMOTO, Y. (1989). *Torsional response of reinforced fibrous concrete beams*. ACI Structural Journal, V. 86, Issue 1, pp. 36-44.

MERTOL, H.C.; BARAN, E.; BELLO, H.J. (2015). *Flexural behavior of lightly and heavily reinforced steel fiber concrete beams*. Construction and Building Materials, V. 98, Issue 15, pp. 185-193.

MINELLI, F.; CONFORTI, A.; CUENCA, E.; PLIZZARI, G. (2014). *Are steel fibres able to mitigate or eliminate size effect in shear?*. Materials and Structures, V. 47, pp. 459-473.

MONFORE, G.E. (1968). *A review of fiber reinforced portland cement paste, mortar, and concrete*. J. Res. Dev. Labs, Portl. Cem. Assoc., V. 10, Issue 3, pp. 36-42.

MOUSSA, Y.H. (2017). *Eficácia das fibras de aço no reforço à flexão de vigas em concreto armado com taxa de armadura mínima*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil.

MUDADU, A.; TIBERTI, G.; GERMANO, F.; PLIZZARI, G.A.; MORBI, A. (2018). *The effect of fiber orientation on the post-cracking behavior of steel fiber reinforced concrete under bending and uniaxial tensile tests*. Cement and Concrete Composites, V. 93, pp. 274-288.

NEWMARK, N.M. (1942). *Numerical Procedure for Computing Deflections, Moments, and Buckling Loads*. American Society of Civil engineers, Paper N. 2202.

NGUYEN-MINH, L.; ROVŇÁK, M.; TRAN-QUOC, T. (2012). *Punching shear capacity of interior SFRC slab-column connections*. Journal of Structural Engineering, V. 138, Issue 5, pp. 613-624.

OKAY, F.; ENGIN, S. (2012). *Torsional behavior of steel fiber reinforced concrete beams*. Construction and Building Materials, V. 28, Issue 1, pp. 269-275.

ÖZCAN, D.M.; BAYRAKTAR, A.; ŞAHİN, A.; HAKTANIR, T.; TÜRKER, T. (2009). *Experimental and finite element analysis on the steel fiber-reinforced concrete (SFRC) beams ultimate behavior*. Construction and Building Materials, V. 23, Issue 2, pp. 1064-1077.

PAJAŁ, M.; PONIKIEWSKI, T. (2013). *Flexural behavior of self-compacting concrete reinforced with different types of steel fibers*. Construction and Building Materials, V. 47, pp. 397-408.

PARVEZ, A.; FOSTER, S.J. (2015). *Fatigue behavior of steel-fiber-reinforced concrete beams*. Journal of Structural Engineering, V. 141, Issue 4.

RAJU, R.A.; LIM, S.; AKIYAMA, M.; KAGEYAMA, T. (2020). *Effects of concrete flow on the distribution and orientation of fibers and flexural behavior of steel fiber-reinforced self-compacting concrete beams*. Construction and Building Materials, V. 262, Issue 30, pp. 119963.

RAO, T.D.G.; SESHU, D.R. (2003). *Torsion of steel fiber reinforced concrete members*. Cement and Concrete Research, V. 33, Issue 11, pp. 1783-1788.

RAO, T.D.G.; SESHU, D.R. (2005). *Analytical model for the torsional response of steel fiber reinforced concrete members under pure torsion*. Cement and Concrete Composites, V. 27, pp. 493-501.

REN, G.M.; WU, H.; FANG, Q.; LIU, J.Z. (2018). *Effects of steel fiber content and type on static mechanical properties of UHPCC*. Construction and Building Materials, V. 163, pp. 826-839.

RILEM TC 148-SSC. (1997). *Strain-softening of concrete in uniaxial compression*. Test methods for the strain-softening response of concrete, *Materials and Structures*, V. 30, pp. 195-209.

RILEM TC 148-SSC. (2000). *Test method for measurement of the strain-softening behaviour of concrete under uniaxial compression*. Strain softening of concrete - Test methods for compressive softening, *Materials and Structures*, V. 33, pp. 347-351.

RILEM TC 162-TDF. (2002). *Bending test: Final recommendation*. Test and design methods for steel fibre reinforced concrete, *Materials and Structures*, V. 35, pp. 579-582.

ROMUALDI, J.P.; BATSON, G.B. (1963). *Mechanics of crack arrest in concrete*. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, V. 89, Issue 3, pp. 147-168.

ROMUALDI, J.P.; RAMEY, M.R. (1965). *Effects of impulsive loads on fiber-reinforced concrete beams*. Department of Civil Engineering, Carnegie Institute of Technology Pittsburgh, Pennsylvania, 15213, Final Report, Contract No. OCD-PS-64-21.

SAHOO, D.R.; KUMAR, N. (2015). *Monotonic behavior of large-scale SFRC beams without stirrups*. *Engineering Structures*, V. 92, pp. 46-54.

SAHOO, D.R.; SHARMA, A. (2014). *Effect of steel fiber content on behavior of concrete beams with and without stirrups*. *ACI Structural Journal*, V. 111, Issue 5, pp. 1157-1166.

SHI, X.; PARK, P.; REW, Y.; HUANG, K.; SIM, C. (2020). *Constitutive behaviors of steel fiber reinforced concrete under uniaxial compression and tension*. *Construction and Building Materials*, V. 233, 117316.

SNYDER, M.J.; LANKARD, D.R. (1972). *Factors Affecting the Flexural Strength of Steel Fibrous Concrete*. *ACI Journal Proceedings*, V. 69, Issue 2, pp. 96-100.

SOETENS, T.; MATTHYS, S.; HERTELÉ, S.; De WAELE, W. (2017). *Shear behaviour of prestressed precast SFRC girders*. Engineering Structures, V. 142, pp. 20-35.

SORELLI, L.G.; MEDA, A.; PLIZZARI, G.A. (2006). *Steel fiber concrete slabs on ground: A structural matter*. ACI Structural Journal, V. 103, Issue 4, pp. 551-558.

SWAMY, R.N. (1975). *Fibre reinforcement of cement and concrete*. Matériaux et Construction, V. 8, Issue 45, pp. 235-254.

SWAMY, R.N.; AL-TAAN, S.; ALI, S.A.R. (1979). Steel fibers for controlling cracking and deflection. ACI Concrete International, V. 1, Issue 8, pp. 41-49.

SWAMY, R.N.; BAHIA, H.M. (1979). *Influence of fiber reinforcement on the dowel resistance to shear*. ACI Journal Proceedings, V. 76, Issue 2, pp. 327-356.

SWAMY, R.N.; MANGAT, P.S. (1974). *A theory for the flexural strength of steel fiber reinforced concrete*. Cement and Concrete Research, V. 4, Issue 2, pp. 313-325.

TAN, K.H.; MURUGAPPAN, K.; PARAMASIVAM, P. (1993). *Shear behavior of steel fiber reinforced concrete beams*. ACI Structural Journal, V. 90, Issue 1, pp. 3-11.

TARIFA, M.; POVEDA, E.; CUNHA, V.M.C.F.; BARROS, J.A.O. (2019). *Effect of the displacement rate and inclination angle in steel fiber pullout tests*. International Journal of Fracture volume, V. 223, pp. 109–122.

TEIXEIRA, M.D.E.; BARROS, J.A.O.; CUNHA, V.M.C.F.; MORAES-NETO, B.N.; VENTURA-GOUVEIA, A. (2015). *Numerical simulation of the punching shear behaviour of self-compacting fibre reinforced flat slabs*. Construction and Building Materials, V. 74, pp. 25-36.

USMAN, M.; FAROOQ, S.H.; UMAIR, M.; HANIF A. (2020). *Axial compressive behavior of confined steel fiber reinforced high strength concrete*. Construction and Building Materials, V. 230, 117043.

VASILOS, T.; WOLFF, E.G. (1966). *Strength properties of fiber-reinforced composites*. Journal of the Minerals, Metals & Materials Society, V. 18, pp. 583-592.

WU, P.; WANG, J.; WANG X. (2016). *A critical review of the use of 3-D printing in the construction industry*. Automation in Construction, V. 68, pp. 21-31.

YANG, I.-H.; JOH, C.; KIM, B.-S. (2011). *Flexural strength of large-scale ultra high performance concrete prestressed T-beams*. Canadian Journal of Civil Engineering, V. 38, Issue 11, pp. 1185-1195.

YANG, J.-M.; KIM, J.-K.; YOO, D.-Y. (2018). *Flexural and shear behaviour of high-strength SFRC beams without stirrups*. Magazine of Concrete Research, V. 71, Issue 10, pp. 503-518.

YOO, D.-Y.; KIM, S.; KIM, J.-J.; CHUN, B. (2019). *An experimental study on pullout and tensile behavior of ultra-high-performance concrete reinforced with various steel fibers*. Construction and Building Materials, V. 206, pp. 46-61.

YOO, D.-Y.; YOON, Y.-S. (2015). *Structural performance of ultra-high-performance concrete beams with different steel fibers*. Engineering Structures, V. 102, pp. 409-423.

YOO, D.-Y.; YOON, Y.-S.; BANTHIA, N. (2015). *Predicting the post-cracking behavior of normal- and high-strength steel-fiber-reinforced concrete beams*. Construction and Building Materials, V. 93, pp. 477-485.

ZHANG, H.; ZHANG, Y.; LU, X.; DUAN, Y. (2020). *Influence of axial load ratio on the seismic behavior of steel fiber-reinforced concrete composite shear walls*. Journal of Structural Engineering, V. 146, Issue 1.

ZHOU, J.; PAN, J.; LEUNG, C.K.Y. (2015). *Mechanical behavior of fiber-reinforced engineered cementitious composites in uniaxial compression*. Journal of Materials in Civil Engineering, V. 27, Issue 1.

ZHU, L.; WANG, J.-J.; LI, X.; TANG, L.; YU, B.-Y. (2020). *Experimental and numerical study of curved SFRC and ECC composite beams with various connectors*. Thin-Walled Structures, V. 155, pp. 106938.